2000 year

Date. 01 · 01 · 2000 Jan - May

План работы на ближ. время:

→ 1) Подготовить ст. в JAP по inhom. dots „M. anisotropy in coupled dot arrays", обобщив d.-d. расчет (ПРИМ не будет ошибок, как при переписывании ст. JAP)

2) Закончить MPD H-Fe на hom. dots, обсудить эксп. Hoffmann'99 (возм. ст. с новыми)

до 25.02. 3) Подготовить статью на EMMA'2000: а) о Славиных + SWR; б) о Усевых по вертик. dots

до 30.03. 4) Послать тезисы на ICM'2000 - Metal со Слав., Dem., Hillebrands по примесям дотах SW (после подтвержд. Славина) (Aug. 13-18) и со Shin по I-dots (?)

до 15.03 → 5) Написать ст. SW в неоднор. дотах" со Славиным в Ph. Rev. B и APS - доклад

6) Написать ст. с экспериментаторами (Dem., Hill.) и Славиным по:

а) SW в цилиндр. дотах

б) SW в прямоуг. дотах

7) Продолжать сотрудничество с Усевым, Ивановым, Tsukor'am-INTAS

8) Ввести дом. сетку в расчет d.-d. дотов и рассм. конечную решетку hom. dots ($\sum_k \to \int dk$, как прежде). Сетка Neel'я типа Aharoni'96 может дать энергию типа vortex Усева, особенно в неоднор. дотах

→ 9) Рассм. возможность подавать на position в CNSM у Prof. Shin'a

10) Узнать про паспорт North-West и посмотреть оформ. паспорт Swiss-air

→ 11) Сделать совместный расчет с сотрудниками Shin'a по дотам (переслал письмо)

12) Посмотреться перед отъездом в сент. получить пенс. отчисл. и мед. страховку

→ 13) Решить какой билет брать на февр., открыть карточку Swiss Air

до 25.01. 14) ~~Подать аппликацию в SNU~~, скоординировав с Prof. Kuk - отложено на след. год.

до 10.03 → 15) Аппликации в Alabama (JA Barnard) с Комкиной и Dek-Ridge по нан. дотам (Z. Zhang) до 26.03.

16) Посчитать частоты цилиндр. дота в непрерыв. представл. и $J_m(\alpha_{mn})=0$ (12 / $\sum$ 11) из $m_p(\rho=R)=0$

до 29.02. → 17) Письмо в North-West и скидки „LG" до 11.03 - спрос. у Lee Min Sung.

до 21.02 → 18) ~~Корректура ст. JAP~~

до 24.03 → 19) Дополнить и отправ. Славину свое Reg. letter

Escaneado con CamScanner

Date. 02 · 01 · Размаг. факторы призмы (среднее сечение)

Приведем размаг. факторы призмы - баллистич. из Aharoni'2 (См. 29/X 99г.)

$$\pi D'_{zz} = 2\operatorname{arctg}\frac{2}{\rho} - \frac{\rho}{2}\ln\left(1+\frac{4}{\rho^2}\right),\quad \rho=\frac{c}{a},\ b\to\infty.\ 2c - \text{размер пор. вдоль } z,\ 2a - \text{--- вдоль } x$$

$D'_{yy}=0$ (т.к. $b\to\infty$). $\pi D'_{xx}(\rho) = \pi D'_{zz}(1/\rho) = 2\operatorname{arctg}2\rho - \frac{1}{2\rho}\ln(1+4\rho^2)$

Должно быть $D'_{xx}+D'_{zz}=1$, $D'_{yy}=0$:

$$\pi D'_{zz}(\rho)+\pi D'_{xx}(\rho) = 2\operatorname{arctg}\frac{2}{\rho} + 2\operatorname{arctg}2\rho - \frac{\rho}{2}\ln\left(1+\frac{4}{\rho^2}\right) - \frac{1}{2\rho}\ln(1+4\rho^2)$$

$$= 2\operatorname{arctg}\frac{2/\rho+2\rho}{1-\frac{2}{\rho}\cdot 2\rho} - \frac{\rho}{2}\ln\left(\frac{\rho^2+4}{\rho^2}\right) - \frac{1}{2\rho}\ln(1+4\rho^2) = 2\operatorname{arctg}\frac{2}{3}\left(\frac{1}{\rho}+\rho\right) +$$

$$+ \frac{\rho}{2}\cdot 2\ln\rho - \frac{\rho}{2}\ln(\rho^2+4) - \frac{1}{2\rho}\ln(1+4\rho^2) \neq \pi.$$ Так что ф. (4) ст. Aharoni'2000 взятая из Brown'62, скорее всего, неверная.

$$g_{xx}(xx',yy') + g_{yy}(xx',yy') + g_{zz}(xx',yy') = -4\pi\delta(\vec{\rho}-\vec{\rho}')$$

В средн. сечении $x=0$: $g_{xx}(0,x';yy') + g_{yy}(0,x';yy') + g_{zz}(0,x';yy') = -4\pi\delta(x')\delta(y-y')$

$$\int dx' \int \frac{dydy'}{w} \text{ дает } \sum_d \int dx' \frac{dydy'}{w} g_{dd}(0,x';yy') = -4\pi$$

Но $H_d^d(xy) = M_s\int dx'dy' g_{dd}(xx',yy') + M_s\int\frac{dy}{w}\int dx'dy' g_{dd}(0,x';yy') = \frac{1}{w}\int dy\, H_d^d(0y) =$

$$\frac{1}{M_s}\sum_d \langle H_d^d(0,y)\rangle_y = -4\pi,\quad N_{dd}^{\text{бал.}} = -\frac{1}{M_s}\langle H_d^d(0,y)\rangle_y = -\frac{1}{M_s}\left\langle H_d^d(0,y,z)\right\rangle_{yz}.$$

Поскольку $\sum_d N_{dd}^{\text{бал.}} = 4\pi$ или $\sum_d D'_{dd}=1$ выполн. и для баллистических размаг. факторов.

Если ф. (4) Aharoni'2000 неверная то и ф. (2) тоже неверна

У Aharoni (среднее сечение $z=0$) $2b\to\infty$. А правило $\sum_d N_{dd}^{\text{бал.}} = 4\pi$ я доказывал для  , т.е. содержит сферу



сечения дает с конечными (координатными) размерами W, L.

Для ср. сечения Aharoni правило $\sum_d N_{dd}^{\text{бал.}} = 4\pi$ может и не работать, поэтому ф. (2) и (4) могут быть неправильными.

Но мне не нужно ср. сечение $W\times L$ с конечными размерами, а ф. Aharoni-Brown по среднему сечению $2b\times 2a$, где $b\to\infty$, отличается (при $y=0$) от него (эксп. BLS) не имеет. А для $W\times L$ среднего сечения 31/X 99г. ниже я покажу, что баллистич. и обычный размаг. факторы совпадают.

Поэтому размаг. факторы Sievika $(4\pi)N_{yy} = \frac{2}{\pi}\frac{L}{W}$ и $\frac{N_{zz}}{4\pi} = 1-\frac{N_{yy}}{4\pi}$ неверны. А верны обычные N_{yy}, N_{zz} из 29/X 99г., которые я численно рассчитал а именно $N_{yy}(\rho=0{,}01) = 0{,}994\cdot$



SW_rectan. dat

Date. . .

Для прядин: $A_{mm'} = \frac{1}{8} V_d M_0^2 \varepsilon_m \varepsilon_n \varepsilon_{n'}$, $\varepsilon_n = \begin{cases} 1, n=0 \\ 2, n \neq 0 \end{cases}$

У Ватагина '2000 $\pi D'_{zz}$ сооб. усреднению по плоскости $z=0$, параллельной плоскостям пл. зарядов $z = \pm c$ (т.к. $\vec{M} \| oz$). Для BLS нужно (если так) усреднение при подсчете N_{yy} по плоскости $x=0$ ($z=0$ в коорд. системе), которая перпендикулярна плоскостям пл. поверхн. зарядов $y = \pm \frac{w}{2}$. N_{yy} больше $4\pi D'_{zz}$ поскольку в N_{yy} дадут вклад большие пр-поверхн. Доп. поле, $\frac{q}{8} D'_{zz}$ - нет.

→ Вернемся к вычислению матр. элементов для прямоуг. фольги (wire) $\int dk(\dots)$ от $\sqrt{x^2+y^2}$ не придумали. $\int dy dy' \ln\left[1 + \frac{L^2}{(y-y')^2}\right] \cos\frac{\pi m}{w} y \cos\frac{\pi m' y'}{w}$, $L \to \infty$ вид, не видно как взять.

$$\hat{Z}^{m'00}_{m00} = 4l \left(\frac{M_0^2}{4\pi A_{m00}}\right)\left[1+(-1)^{m+m'}\right] \int_0^\infty dk \frac{(e^{-kL}-1)k}{(k^2-q_m^2)(k^2-q_{m'}^2)} \left[1-(-1)^m \cos kw\right]$$

$$(\cdot) = \frac{M_0^2}{4\pi A_{m00}} \quad \frac{M_0^2}{4\pi \cdot \frac{1}{8} V_d \varepsilon_m M_0^2 2 \cdot 2} = \frac{1}{2\pi \varepsilon_m} \frac{1}{V_d}, \quad V_d = Lwl. \quad m, m' = 0, 1, 2, \dots$$

$$\hat{Z}^{m'00}_{m00} = \frac{2}{\pi \varepsilon_m} \frac{1}{wL} \left[1+(-1)^{m+m'}\right] \int_0^\infty dk \frac{(e^{-kL}-1)k}{(k^2-q_m^2)(k^2-q_{m'}^2)} \left[1-(-1)^m \cos kw\right] \neq 0 \text{ при } m, m' - \text{одной четности}$$

$k = k_y$

а) k' уже m - чет, тогда $1 - \cos kw = 2\sin^2 k\frac{w}{2}$ и

$$\hat{Z}^{m'00}_{m00} = \frac{8}{\pi \varepsilon_m wL} \int_0^\infty dk \frac{(e^{-kL}-1)k^3}{(k^2-q_m^2)(k^2-q_{m'}^2)} \frac{\sin^2 k\frac{w}{2}}{k^2}, \quad \frac{\sin^2 k\frac{w}{2}}{k^2} = \frac{\pi w}{2}\delta(k) \text{ при } w \gg L$$

$kw \ll 1$

$$\hat{Z}^{m'00}_{m00} \frac{8}{\pi \varepsilon_m wL} \frac{\pi w}{2} \int_0^\infty dk \frac{(e^{-kL}-1)k^3}{(k^2-q_m^2)(k^2-q_{m'}^2)} \delta(k) = 0, \text{ за исключением случая } q_m = q_{m'} = 0, \text{ т.е. } m = m' = 0$$

$$\hat{Z}^{00}_{00} = \frac{2}{L} \int_0^\infty dk \frac{(e^{-kL}-1)}{k} \delta(k) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^\infty dk \frac{(e^{-kL}-1)}{k} \delta(k) = -1, \text{ т.е. } \langle N_{zz} \rangle = 4\pi$$

- не очень хорошо, так как интересен случ. тонких разделений по $p = \frac{L}{w} \ll 1$.

б) m - нечет. $1 + \cos kw = 2\cos^2 k\frac{w}{2} = 2\left(1 - \sin^2 k\frac{w}{2}\right)$ и пока $m \neq m'$:

$$\hat{Z}^{m'00}_{m00} = \frac{8}{\pi \varepsilon_m wL} \int_0^\infty dk \frac{(e^{-kL}-1)k}{(k^2-q_m^2)(k^2-q_{m'}^2)} \left[1 - \sin^2 k\frac{w}{2}\right] = \frac{8}{\pi wL} \int_0^\infty dk \frac{(e^{-kL}-1)k}{(k^2-q_m^2)(k^2-q_{m'}^2)}$$

не дает вклада при $\frac{w}{L} \gg 1$

$$= \int_0^\infty dk \frac{(e^{-kL}-1)k}{(k^2-q_m^2)(k^2-q_{m'}^2)} = \frac{1}{q_m^2 - q_{m'}^2} \int_0^\infty dk\, k(e^{-kL}-1)\left[\frac{1}{(k^2-q_m^2)} - \frac{1}{(k^2-q_{m'}^2)}\right] =$$

$$= \frac{(-1)^{\frac{m-m'}{2}}}{(q_m^2 - q_{m'}^2)} \left[\left\{e^{-q_m L} E_i(q_m L) + e^{q_m L} E_i(-q_m L)\right\}\Big|_0^L - \left\{e^{-q_{m'} L} E_i(q_{m'} L) + e^{q_{m'} L} E_i(-q_{m'} L)\right\}\Big|_0^L\right]$$

$E_i(x) = C + \ln|x| + O(x)$ при $x \to 0$. Все сложности из-за полюсов при $k = \pm q_m, q_{m'}$, т.к. $\cos k\frac{w}{2} = \cos q_m \frac{w}{2} = \cos\frac{\pi}{2} m \to 0$ мы из числителя убрали.

$$\lim_{z \to 0} \left[e^{-q_m z}\left\{C + \ln q_m z\right\} - e^{-q_{m'} z}\left\{C + \ln q_{m'} z\right\}\right] = \lim_{z \to 0}\left[e^{-q_m z} \ln q_m z - e^{-q_{m'} z} \ln q_{m'} z\right] =$$

$$= \lim_{z \to 0}\left[\ln q_m z - \ln q_{m'} z\right] = \ln\left(\frac{q_m}{q_{m'}}\right)$$

Escaneado con CamScanner

Date. . .

$$I_{\substack{mm'\\(m\neq m')}} = -\frac{1}{2}\frac{1}{q_m^2 - q_{m'}^2}\Big[e^{-q_m L}E_i(q_m L) + e^{q_m L}E_i(-q_m L) - e^{-q_{m'}L}E_i(q_{m'}L) - e^{q_{m'}L}E_i(-q_{m'}L)\Big]$$

$$E_i(x) = C + \ln|x| + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n\,n!} \quad \text{gdzie } x>0,\ x<0$$

$q_m L = \pi\frac{L}{w} = 3\pi$

W ogólności $q_m L \ll 1$ (np. $\approx 0{,}01$ dla najniższej częstości $m=1$, kolejne $m=3,5,\dots$)

$$I_{mm'} = -\frac{1}{2}\frac{1}{q_m^2 - q_{m'}^2}\Big[(1-q_m L)(C+\ln q_m L + q_m L) + (1+q_m L)(C+\ln q_m L - q_m L) - (1-q_{m'}L)(C+\ln q_{m'}L + q_{m'}L) - (1+q_{m'}L)(C+\ln q_{m'}L - q_{m'}L) - 2\ln\frac{q_m}{q_{m'}}\Big]$$

$$= -\frac{1}{2(q_m^2 - q_{m'}^2)}\Big[2\ln q_m L - 2\ln q_{m'}L - 2\ln\frac{q_m}{q_{m'}}\Big] = 0$$

$(q_m L = x_m)$

$$I_{mm'} = -\frac{1}{2(q_m^2 - q_{m'}^2)}\Big[\Big(1 - x_m + \tfrac{1}{2}x_m^2\Big)\Big(C + \ln x_m + x_m + \frac{x_m^2}{4}\Big) + \Big(1 + x_m + \tfrac{1}{2}x_m^2\Big)\Big(C + \ln x_m - x_m + \tfrac{1}{4}x_m^2\Big) - \Big(1 - x_{m'} + \frac{x_{m'}^2}{2}\Big)\Big(C + \ln x_{m'} + x_{m'} + \frac{x_{m'}^2}{4}\Big) - \Big(1 + x_{m'} + \frac{x_{m'}^2}{2}\Big)\Big(C + \ln x_{m'} - x_{m'} + \tfrac{1}{4}x_{m'}^2\Big) - 2\ln\frac{x_m}{x_{m'}}\Big] = -\frac{1}{2(q_m^2 - q_{m'}^2)}\Big[C x_m + x_m^2 \ln x_m + \tfrac{1}{4}x_m^3 - C x_{m'} - x_{m'}^2\ln x_{m'} + 2x_{m'}^2 - \tfrac{1}{4}x_{m'}^3\Big] = -\frac{1}{2}\frac{1}{(q_m^2 - q_{m'}^2)}\Big[x_m^2\ln x_m - x_{m'}^2\ln x_{m'} + \Big(C - \frac{7}{4}\Big)(x_m^2 - x_{m'}^2)\Big]$$

$$I_{mm'} = -\frac{1}{2}\frac{(q_m L)^2\ln q_m L - (q_{m'}L)^2\ln q_{m'}L + \left(C-\frac{7}{4}\right)L^2(q_m^2 - q_{m'}^2)}{(q_m^2 - q_{m'}^2)}$$

$$= -\frac{1}{2}L^2\frac{q_m^2\ln q_m L - q_{m'}^2\ln q_{m'}L}{(q_m^2 - q_{m'}^2)} - \frac{1}{2}L^2\Big(C - \frac{7}{4}\Big), \quad C = 0{,}577$$

$$Z_{mcc}^{m'cc} = \frac{B}{\pi E_m w L}I_{mm'} = -\frac{4}{\pi}\Big(\frac{L}{w}\Big)\Big[\frac{q_m^2\ln q_m L - q_{m'}^2\ln q_{m'}L}{(q_m^2 - q_{m'}^2)} + C - \frac{7}{4}\Big]$$

$(1/4)$

$m\neq m'$

Dla $m'\to m$ $\left(\frac{Z_{mcc}^{m'cc}}{Z_{mcc}^{mcc}}\right)$ $I_{mm'}$ rozwiązać, co należałoby uwzględnić.

$$Z_{mcc}^{mcc} = -\frac{4}{\pi}\Big(\frac{L}{w}\Big)\Big[\ln q_m L + \frac{1}{2} + C - \frac{7}{4}\Big] = -\frac{4}{\pi}\Big(\frac{L}{w}\Big)\Big[\ln q_m L + C - \frac{5}{4}\Big]$$

$m = m'$

$$I_{mm} = \int dk\,\frac{(e^{-kL}-1)k}{(k^2 - q_m^2)^2} = \frac{1}{4q_m^2}\Big\{-2 + q_m L\Big[e^{-q_m L}E_i(q_m L) - e^{q_m L}E_i(-q_m L)\Big]\Big\}_0^4 = \frac{1}{4q_m}\Big[e^{-q_m L}E_i(q_m L) - e^{q_m L}E_i(-q_m L)\Big] = \frac{1\cdot L}{4q_m}\Big[\Big(1 - x_m + \tfrac{1}{2}x_m^2\Big)\Big(C + \ln x_m + x_m + \frac{x_m^2}{4}\Big) - \Big(1 + x_m + \tfrac{1}{2}x_m^2\Big)\Big(C + \ln x_m - x_m + \frac{x_m^2}{4}\Big)\Big] = \frac{L}{4q_m}\Big[2x_m - 2x_m C - 2x_m\ln x_m\Big] = \frac{L^2}{2}\Big[1 - C - \ln x_m\Big]$$

$$Z_{mcc}^{mcc} = -\frac{4}{\pi}\frac{L}{w}\Big[\ln(q_m L) + C - 1\Big]$$

$q_m = \pi m$

Date. 03.01.

Надо найти вклад Y^{moo}_{moo} для SW-спектра и соотв. вклад разл. $\hat{Z}^{moo}_{moo}$ по p для кв-чет. к-ту, где m-чет. Только из-за $\sin^2 k\frac{w}{2}$ быстрее интеграл будет сходиться сильно по сравнению с осциллирующим при нечетных $\hat{Z}^{moo}_{moo}$ по $p \ll 1$

Надо найти $\hat{J}_{mm'} = \int_0^\infty dk \frac{(e^{-kL}-1)k \sin^2 k\frac{w}{2}}{(k^2-q_m^2)(k^2-q_{m'}^2)}$ или $I_s = \int dk \frac{(e^{-kL}-1)k \sin^2 k\frac{w}{2}}{(k^2-q_m^2)}$.

Хотя нам нужен вклад разложенный по $p=\frac{L}{w}$. И при m-чет. и при m-нечет.

Сл. расчет 3/I 93 г.

Возьмем $e^{-kL} - 1 = -kL + \frac{1}{2}k^2L^2$

$$J_{mm'} \cong -L\int_0^\infty dk \frac{k^2 \cos kw}{(k^2-q_m^2)(k^2-q_{m'}^2)} = -L\frac{\pi}{2}\frac{q_{m'}\sin(q_{m'}w) - q_m \sin(q_m w)}{q_{m'}^2 - q_{m'}^2} = 0 \quad \text{если } m \neq m'$$

$$\int_0^\infty dx \frac{x^2\cos ax}{(x^2-B^2)^2} = \lim_{c\to B}\frac{\pi}{2}\frac{c\sin ac - B\sin aB}{B^2-c^2} = \frac{\pi}{2}\lim_{c\to B}\frac{\sin ac + ca\cos ac}{(-2c)} =$$

$$= -\frac{\pi}{4}\left[\frac{\sin aB}{B} + a\cos aB\right], \quad J_{mm} \cong -L\int_0^\infty dk \frac{k^2\cos kw}{(k^2-q_m^2)^2} = -L\left(-\frac{\pi}{4}\right)\left[\frac{\sin(q_m w)}{q_m} + w\cos(q_m w)\right]$$

$$= \frac{\pi}{4}L\left[w\frac{\sin(\pi m)}{\pi m} + w\cos(\pi m)\right] = \frac{\pi}{4}Lw(-1)^m \quad \text{— скорее всего } J_{mm} \text{ — неверен.}$$

$$\hat{Z}^{moo}_{moo} = \frac{4}{\pi wL}\int_0^\infty dk \frac{(e^{-kL}-1)k[1-(-1)^m\cos kw]}{(k^2-q_m^2)^2} = \frac{4}{\pi wL}\int_0^\infty dk \frac{(e^{-kL}-1)k}{(k^2-q_m^2)^2} -$$

$$-\frac{4(-1)^m}{\pi wL}\int_0^\infty dk \frac{(e^{-kL}-1)k\cos kw}{(k^2-q_m^2)^2} = \frac{4}{\pi wL}I_{mm} - \frac{4(-1)^m}{\pi wL}\int_0^\infty dk \frac{(e^{-kL}-1)k\cos kw}{(k^2-q_m^2)^2}$$

$$= \frac{4}{\pi wL}I_{mm} - \frac{4(-1)^m}{\pi wL}\frac{\pi}{4}wL(-1)^m = -1 + \frac{4}{\pi wL}I_{mm}.$$

(т.к. ряд разлож. по $\frac{L}{w}$)

Во второй части $\frac{4}{\pi wL}I_{mm} \sim \frac{L}{w}\ln(q_m L)$ — мало по сравн. с -1.

$\hat{J}_{mm'} = \int_0^\infty dk \frac{(e^{-kL}-1)k\cos kw}{(k^2-q_m^2)^2}$ вычисл. с точн. до $\left(\frac{L}{w}\right)$, а его вклад в $\hat{Z}^{m}_{m}$ до $\left(\frac{L}{w}\right)^2$.

$I_{mm} = \int_0^\infty dk \frac{(e^{-kL}-1)k}{(k^2-q_m^2)^2}$. Видно, что $|J_{mm}| \le I_{mm}$.

Разделение $\hat{Z}^{moo}_{moo}$ на части I_{mm} и J_{mm} не так уж и хорошо, т.к. возникает искусственно полюс при $k = q_m$. $\hat{Z}^{moo}_{moo}$ полюсов не имеет. Но при $m \neq m'$ это имеет смысл. Пусть $m'=0$, m — соотв. $q_m \neq 0$. 3/I

$$\hat{J}_{m0} = \int_0^\infty dk \left(\frac{e^{-kL}-1}{k}\right)\frac{\sin^2 k\frac{w}{2}}{k^2-q_m^2} = \int_0^\infty dk \left[-\frac{L}{2} + \frac{L^2}{2}k\right]\frac{\sin^2 k\frac{w}{2}}{k^2-q_m^2} =$$

(первое слагаемое)

$$= \frac{L^2}{2}\int_0^\infty dk \frac{k\sin^2 k\frac{w}{2}}{k^2-q_m^2} = \frac{L^2}{2}\int_0^\infty dk \left[\frac{1}{k+q_m} + \frac{q_m}{k^2-q_m^2}\right]\sin^2 k\frac{w}{2} = \frac{L^2}{4}\int_0^\infty dk \left[\frac{1}{k+q_m} + \frac{1}{k-q_m}\right]\sin^2 k\frac{w}{2} =$$

$$= \frac{L^2}{4}\int dk \left[\frac{1}{k+q_m} + \frac{1}{k-q_m}\right]\frac{1}{2}\left[\cos k\varepsilon - \cos kw\right] = \frac{L^2}{8}\left[-\sin\varepsilon q_m \,Si(q_m) - \cos\varepsilon q_m \,Ci(\varepsilon q_m) + \right.$$

($\to 0$)

Date. . .

$+\sin q_m w\,\tilde{si}(q_m w) + \cos q_m w\,\tilde{ci}(q_m w) + \cos(q_m)\,ci(q_m) - \sin(q_m)\{si(q_m)+\frac{\pi}{2}\}$

$-\cos(q_m w)\,\tilde{si}(q_m w) + \sin(q_m)\{si(q_m w)+\pi\}\Big] = 0\cdot\frac{L^2}{8}$, т.е. $\hat{J}_{mn}^{cos}$ не имеет $\sim\left(\frac{1}{w}\right)$

$\sin^2\frac{kw}{2} = \frac{1}{2}(1-\cos kw)' = -\frac{1}{2}\cos ky\Big|_0^w = \frac{1}{2}\int_0^w dy\sin ky$

$J_{mn} = \int_0^\infty dk\,\frac{(e^{kL}-1)}{k}\,\frac{\sin^2\frac{kw}{2}}{k^2-q_m^2} = \frac{1}{2}\int_0^w dy\int_0^\infty dk\,\frac{(e^{kL}-1)}{k^2-q_m^2}\sin ky = \frac{L}{2}\int_0^w dy\int_0^\infty dk\left[-\frac{k}{k^2-q_m^2}+\frac{\frac{1}{2}k^2L}{k^2-q_m^2}\right]\sin ky$

$= \frac{L}{2}\int dy\left[-\int_0^\infty dk\,\frac{k\sin ky}{k^2-q_m^2} + \frac{L}{2}\int_0^\infty dk\,\frac{k^2}{k^2-q_m^2}\sin ky\right] = \frac{L}{2}\int_0^w dy\left[-\frac{\pi}{2}\cos q_m y + \frac{L}{2}\int_0^\infty dk\sin ky + \right.$

$\left. + \frac{L}{2}q_m^2\int_0^\infty dk\,\frac{\sin ky}{k^2-q_m^2}\right] = \frac{L^2}{4}\int_0^w dy\left[\int_0^\infty dk\sin ky + q_m^2\int_0^\infty dk\,\frac{\sin ky}{k^2-q_m^2}\right] = \frac{L^2}{4}\int_0^\infty dk\,\frac{2}{k}\sin^2\frac{kw}{2} +$

$+ L^2q_m^2\int_0^w dy\int_0^\infty dk\,\frac{\sin ky}{k^2-q_m^2} = \frac{L^2}{4}\int_0^\infty dk\,\frac{(1-\cos kw)}{k} + L^2q_m^2\int_0^w dy\int_0^\infty dk\,\frac{\sin ky}{k^2-q_m^2} =$

$= \frac{L^2}{4}$(расходится, нам не нужна) $+ \frac{1}{4}q_m^2L^2\int_0^w dy\int_0^\infty dk\,\frac{\sin ky}{k^2-q_m^2} = \frac{L^2}{4}(p.c.x.) +$

$+ \frac{1}{4}q_m^2L^2\int_0^w dy\left[\sin q_m y\,ci(q_m y) - \cos q_m y\{si(q_m y)+\frac{\pi}{2}\}\right] = \frac{L^2}{4}(p.c.x.) -$

$- \frac{1}{4}q_mL^2\int_0^w dy\left[\sin q_m y\,ci(q_m y) - \cos q_m y\cdot si(q_m y)\right] = \frac{L^2}{4}(p.c.x.) - \frac{1}{4}q_mL^2\int_0^w dy\int_1^\infty dx\,x\cdot$

$\cdot\left[\sin q_m y\,\frac{\cos(q_m y\cdot x)}{x} + \cos q_m y\cdot\frac{\sin(q_m y x)}{x}\right] = \frac{L^2}{4}(p.c.x.) - \frac{1}{4}q_mL^2\int_0^w dy\int_1^\infty\frac{dx}{x}\sin\left(q_m y(1+x)\right)$

$\frac{L^2}{4}(p.c.x.) - \frac{1}{4}q_mL^2\int_1^\infty\frac{dx}{x}\,\frac{1}{q_m(1+x)}\left[1-\cos(q_m w(1+x))\right] = \frac{L^2}{4}(p.c.x.) -$

$- \frac{1}{4}L^2\int_1^\infty dx\,\frac{\left[1-\cos(m\pi(1+x))\right]}{x(1+x)} = \frac{L^2}{4}(p.c.x.) - \frac{L^2}{4}\int_1^\infty dx\,\frac{\left[1-\cos(m\pi x)\right]}{x(x+1)}$ ← не имеет пред.

Т.е. $J_{mn} = 0\cdot\left(\frac{L}{w}\right) + (\text{сумма сход.})\cdot\left(\frac{L}{w}\right)^2$ и разложение e^{-kL} по $\left(\frac{L}{w}\right)$ не к месту

не получится. Оказалось, что $\hat{J}_{mn}$ в $\hat{Z}_{mn}^{cos}$ сходится не быстрее чем $\left(\frac{L}{w}\right)$. А если e^{-kL} не разлагать, то интегр. от $\frac{e^{-ikw}}{(\cdot)}$ не

$J_{mm'} = \int_0^\infty dk\,\frac{(e^{-kL}-1)\,k\cos kw}{(k^2-q_m^2)(k^2-q_{m'}^2)}$ · $J_{mn} = \int_0^\infty dk\left(\frac{e^{-kL}-1}{k}\right)\frac{\cos kw}{k^2-q_m^2}$

$= -\int_0^L dz\,ke^{-kz}\,\frac{\cos kw}{k^2-q_m^2} = -\frac{1}{2}\int_0^L dz\,e^{-kz}\left[e^{ikw}+e^{-ikw}\right] = -\frac{1}{2}\int_0^L dz\,k\,\mathrm{Re}\,\frac{e^{ik(kw+iz)}}{k^2-q_m^2} =$

$= -\int_0^L dz\,\mathrm{Re}\int_0^\infty dk\,\frac{e^{ik(w+iz)}}{k^2-q_m^2} = -\mathrm{Re}\int_0^L dz\int_0^\infty dk\,\frac{e^{ikx}}{k^2-q_m^2} = -\mathrm{Re}\int_0^L dz\int_0^\infty dk\,\frac{e^{-(z+iw)k}}{k^2-q_m^2} = \left|\begin{matrix}x=z+iw\\ \beta_3\ \frac{q_m}{3\ 33}\end{matrix}\right.$

$+ \mathrm{Re}\int_0^L dz\,\frac{1}{2q_m}\left[e^{-q_m(z+iw)}Ei(q_m(z+iw)) - e^{q_m(z+iw)}Ei(-q_m(z+iw))\right] = \left|\begin{matrix}z+iw=\\ dz=\end{matrix}\right.$

$= \frac{1}{2q_m}\mathrm{Re}\int_{iw}^{L+iw}dz\left[e^{-q_m u}e^{q_m u}\int_0^1\frac{dt}{q_m u+q_m t} - e^{q_m u}(-1)e^{-q_m u}\int_0^1\frac{dt}{q_m u-q_m t}\right] =$

$= \frac{1}{2q_m}\mathrm{Re}\int_{iw}^{L+iw}dz\left[\int_0^1 dt\left\{\frac{1}{q_m u+q_m t}+\frac{1}{q_m u-q_m t}\right\}\right] = \frac{1}{2q_m^2}\mathrm{Re}\int_{iw}^{L+iw}dz\left[\ln(q_m u+q_m t)+\ln\right.$

Escaneado con CamScanner

Dato. . .

$\ln z = \ln(x+iy) = \ln|z| + i\ln e^{i\varphi} = \frac{1}{2}\ln|z|^2 + i\varphi = \frac{1}{2}\ln(x^2+y^2) + i\varphi$ $\operatorname{arctg}\frac{y}{x}$

$J_{mn} = \frac{1}{2q_m^2}\int_0^{kL}\left|\frac{1}{2}\ln\left((q_m L+\ell_n t)^2+w^2\right) + \frac{1}{2}\ln\left|q_m L-\ell_n t\right)^2+w^2\right|\Big|_0^L$ — не дано

Иначе $J_{mn} = \frac{1}{2q_m}\int_0^L dx \cdot 2\int_0^\infty \frac{\ell_n w\cdot \sin t\,dt}{t^2+q_m^2 w^2} = \frac{1}{q_m}\int_0^L dx \int_0^\infty d(\ell_n w)\int_0^\infty dt\,\frac{w\sin t}{t^2+(\ell_n w)^2}$ $\left|\ell_n w = x\right|$

$= \frac{1}{q_m^2}\int_0^{q_m L} dy \int_0^\infty dt\,\frac{x\sin t}{t^2+x^2} = \frac{1}{2q_m^2}\int_0^{q_m L} d(x^2)\int_0^\infty dt\,\frac{\sin t}{t^2+x^2} = \frac{1}{2q_m^2}\int_0^\infty dt\,\sin t\,\ln(t^2+x^2)\Big|_0^{q_m L} =$ $x = q_m(z+iw)$

$= \frac{1}{2q_m^2}\int_0^\infty \ln\left(\frac{t^2+q_m^2(L+iw)^2}{t^2-q_m^2 w^2}\right)$ — если брать разность по $\left(\frac{1}{iw}\right)$, то получим $\left(\frac{1}{iw}\right)\cdot 0 + (\text{конечно})\cdot\left(\frac{1}{iw}\right)^2$.

Не будем тем же приемом искать $J_{mm'}$ через $J_{mm'}$. Сначала $J_{mm'}$

$\hat J_{mn} = \int_0^\infty dk\,\frac{(e^{kL}-1)}{k}\,\frac{\sin^2 kw}{k^2-q_m^2}$ — $\left|\sin^2 kw = k^2 w^2 \pi w\,\delta(k)\right|$ $\approx \frac{1}{q_m^2}\int_0^\infty dk\,\frac{(e^{kL}-1)}{k}\sin^2 kw$ =

$= \frac{1}{\pi w^2}\int_0^L dz \int_0^\infty dk\, e^{-kz}\sin^2 kw = \left|kw = t\right| = \frac{1}{q_m^2}\int_0^L dz\,\frac{2}{w}\int_0^\infty dt\, e^{\frac{2}{w}zt}\sin^2 t =$

$= \int_0^L dz\,\frac{2}{w}\left(\frac{4z^2}{w^2}+4\right)$ $\left|x = \frac{2}{w}\right| = \frac{1}{2q_m^2}\int_0^{2w} dx\,\frac{1}{x(x^2+1)}$ — разобьем на $\int$

(Т.е. видим, что если $kL \ll 1$, $kw \ll 1$ и будем брать $L \sim w$, то получим $\frac{w}{L}$)

Итого $\hat Z_{m\,00}^{m'\,00} = \frac{8}{\pi\varepsilon_m w L}\left(\underset{\text{м-мерзл.}}{J_{mm'}} - \underset{\text{м-пробк}}{\hat J_{mm'}}\right) = \frac{8}{\pi\varepsilon_m w L}\frac{1}{2}\left(J_{|mm'|} - (-1)^m J_{mm'}\right)$ —

Ответ содержит $\left(\frac{L}{w}\right)$ не содержит, $x \sim 2$ и не зависит от $\left(\frac{L}{w}\right)$

Чтобы найти $J_{mm'} = \hat J_{mm'}(w=0)$. $\hat J_{mm'} = \int_0^\infty dk\,\frac{(e^{kL}-1)\,k\cos kw}{(k^2-q_m^2)(k^2-q_{m'}^2)}$

$\hat Z_{m\,00}^{m'\,00} = \frac{8}{\pi\varepsilon_m w L}\hat J_{mm'}$ (м. "пр.")

$1-(-1)^m\cos kw = (-1)^m\left[(-1)^m - \cos kw\right] = (-1)^m\left[\cos\pi m - \cos kw\right] = 2(-1)^m \sin\frac{1}{2}(kw-\pi m)\sin\frac{1}{2}(kw+\pi m) =$

$= 2(-1)^m \sin(k-q_m)\frac{w}{2}\sin(k+q_m)\frac{w}{2}$

$\hat Z_{m\,00}^{m'\,00} = \frac{8(-1)^m}{\pi\varepsilon_m w L}\int_0^\infty dk\,k(e^{kL}-1)\,\frac{\sin(k-q_m)\frac{w}{2}\sin(k+q_m)\frac{w}{2}}{(k^2-q_m^2)(k^2-q_{m'}^2)}$, m, m' — одного знака

$\hat Z_{m\,00}^{m'\,00} = \frac{8(-1)^{\frac{m+m'}{2}}}{\pi\varepsilon_m w L}\int_0^\infty dk\,k\,(e^{kL}-1)\,\frac{\sin(k-q_m)\frac{w}{2}\cdot\sin(k-q_{m'})\frac{w}{2}}{(k^2-q_m^2)(k^2-q_{m'}^2)}$ — В сам. Вар. даю этот ответ.

$\hat Z_{m\,cc}^{m'\,cc} = \frac{8(-1)^{\frac{1}{2}(m+m')}}{\pi\varepsilon_m w L}\int_0^\infty dk\,\frac{k(e^{kL}-1)}{(k+q_m)(k+q_{m'})}\cdot\frac{\sin(k-q_m)\frac{w}{2}}{(k-q_m)}\cdot\frac{\sin(k-q_{m'})\frac{w}{2}}{(k-q_{m'})}$

При $\frac{w}{L} \to 0$ $\frac{\sin(k-q)\frac{w}{2}}{(k-q)} \to \frac{w}{2}\pi\delta(k-q)$ и будет брать $k = q_m$, $k = q_{m'}$.

Escaneado con CamScanner

Date. . .

$$\hat{Z}^{moo}_{moo} = \frac{8}{\pi\varepsilon_m wL}\int_0^\infty dk\,\frac{k(e^{-kL}-1)}{(k+q_m)^2}\,\frac{\sin^2(k-q_m)\frac{w}{2}}{(k-q_m)^2}\,,\qquad \sin^2 k\frac{w}{2}\xrightarrow[k^2\ll\frac{1}{w^2}]{}\pi\frac{w}{2}\delta(k)$$

Т.к. $\frac{w}{L}\ll 1$: $\hat{Z}^{moo}_{moo} \simeq \frac{8}{\pi\varepsilon_m wL}\frac{q_m(e^{-q_mL}-1)}{(2q_m)^2}\int_0^\infty dk\,\frac{\sin^2(k-q_m)}{(k-q_m)^2} = \frac{8}{\pi\varepsilon_m wL}\frac{(e^{-q_mL}-1)}{4q_m}\int_0^\infty dk\,\frac{\pi w}{2}\delta(k-q_m)$

$= \frac{(e^{-q_mL}-1)}{\varepsilon_m q_mL} = \frac{(e^{-q_mL}-1)}{q_mL}$ при $m\neq 0$. $\varepsilon_{m=0}=2$ отсюда $\int_0^\infty dk\,\delta(k) = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}dk\,\delta(k)$

Т.е. $\hat{Z}^{moo}_{moo} = \frac{(e^{-q_mL}-1)}{q_mL}$ – явно главн. член разложения $\hat{Z}^{moo}_{moo}$ в непрерыв. представлении при $\frac{L}{w}\to 0$, в главн. порядке по $\frac{L}{w}$ (или $\frac{w}{L}\to\infty$) дискретное представление оказывается хорошим. При $m=0$ и предел. случаем непрерывного $\hat{Z}^{moo}_{moo} = -1$ – главн. порядок по обеим величинам $\frac{L}{w}$ и $\frac{w}{L}$ – дискретное представление $\frac{L}{w}$ – разные характеры. Дискр. представление следующие члены разложения по $\left(\frac{L}{w}\right)$ – разные характеры. Дискр. представление плохо для $m=0$ – осн. мода.

Для цилиндра это было замечено 27/XII 992.

$$Q^{mn}_{mn}\left(\beta=\frac{L}{R}\to 0\right) = \frac{1}{\pi d_{mn}A_{mn}}\frac{(e^{-\varkappa_{mn}L}-1)}{\varkappa_{mn}L}$$ – главный член разложения по L/R.

Если, кроме того, $n\gg 1$, то получим $Q^{mn}_{mn} = \frac{(e^{-\varkappa_{mn}L}-1)}{\varkappa_{mn}L}$ – обычное дискр. представление – Imm

Но важны для BLS $n=1,2$ – малые и $\beta=0{,}08$ нельзя считать малым – для этих. Демокритова дискр. представ. непригодно, надо использовать непрерывное (это я и сделал 12/XII 992.).

→ Диал. частоты для wire ($\frac{L}{w}=0{,}011$) – см. 25/XII 992. и 27/I:

$$\omega^2_{mnis} = \left[N_{mns} + H^{mns}_{mns} - Y^{mns}_{mns}\right]\left[N_{mns} + H^{mns}_{mns} - \hat{Z}^{mns}_{mns}\right]$$

$$H^{mns}_{mns} = h_{mns} = \frac{1}{\omega_m A_{mns}}\int d^3\vec{r}\; m_{mns}(\vec{r})\,\vec{H}^*_d(\vec{r})\,\vec{m}_{mns}(\vec{r})$$ см. ф-лы 27/I

$$\hat{Z}^{mns}_{mns},\,Y^{mns}_{mns} = \frac{1}{4\pi A_{mns}}\int d^3\vec{r}\int d^3\vec{r}'\,m_{mns}(\vec{r})\,\left(\hat{G}_{zz}(\vec{r},\vec{r}'),\,\hat{G}_{yy}(\vec{r},\vec{r}')\right)\vec{m}_{mns}(\vec{r}')$$

$$X^{mns}_{mns} + Y^{mns}_{mns} + \hat{Z}^{mns}_{mns} = -1$$ в силу $\sum_\alpha \hat{G}_{\alpha\alpha}(\vec{r},\vec{r}') = -4\pi\delta(\vec{r}-\vec{r}')$

$$X^{mns}_{mns} = \frac{1}{4\pi A_{mns}}\int dz\int d^3\vec{r}'\,m_{mns}(\vec{r})\,\hat{G}_{xx}(\vec{r},\vec{r}')\,m_{mns}(\vec{r}')\,,\qquad \vec{m}_{mns}(\vec{r}) = M_s\cos^2 m_y\cos^2 n_z\,e^{i\omega t}$$

Только моды $s\neq 0$ описывают. $s=0$ только. Найти сначала $X^{p'}_{p}$ и $Y^{p'}_{p}$ зная $\hat{G}$:

$$g_{xx}(\vec{\rho},\vec{\rho}') = \langle\hat{G}_{xx}(\rho,\rho',z,z')\rangle_{zz'} = -\frac{1}{\pi}\int d^2\vec{k}\,f(kL)\cos^2\varphi_k\,e^{ik\rho\cos(\varphi-\varphi_k)}e^{-ik\rho'\cos(\varphi'-\varphi_k)}$$

$$g_{yy}(\vec{\rho},\vec{\rho}') = \frac{1}{L}\int_0^L dz\,dz'\,\hat{G}_{yy}(\vec{r},\vec{r}') = -\frac{1}{\pi}\int d^2\vec{k}\,f(kL)\sin^2\varphi_k\,e^{ik\rho\cos(\varphi-\varphi_k)}e^{-ik\rho'\cos(\varphi'-\varphi_k)}$$

$$X^{moo}_{moo} = \frac{M_0^2}{4\pi A_{moo}}\int d^2\rho\,d^2\rho'\cos q_m y\cos q_m y'\left(-\frac{1}{\pi}\right)\int d^2\vec{k}\,f(kL)\frac{k_x^2}{k^2}\cos k_x(x-x')\cos k_y(y-y') = 0,$$

Escaneado con CamScanner

т.к. $\int_0^{\infty} dx\, dx_0 \cos k_x (x-x') = \pi \frac{\sin^2 k_x \frac{l}{2}}{k_x^2} \xrightarrow[l\to\infty]{} \pi^2 \delta(k_x)\, l$ и $\int dk_x f(kL) \frac{k_x^2}{k^2} \cos k_y \Delta \cdot \delta(k_x) = 0$

Date. 04 · 01 · Суббота 02.11.13 нагр. полное. Dual lacunary wire

$$Y^{moo}_{moo} = \frac{4\pi_0^2 \cdot 2b}{\pi^2 A_{moo}} \int dk_x dk_y \frac{f(kL)}{k^2} \frac{k_y^2}{(k_y^2 - q_m^2)^2} \left[1-(-1)^m \cos k_y w\right] \frac{\sin^2 \frac{k_x l}{2}}{k_x^2} =$$

$$= -\frac{2M_0^2 \cdot b}{\pi^2 \frac{l}{2} \frac{l}{2} \varepsilon_m M_0^2 \cdot 2 \cdot 2} \int dk_x dk_y \frac{f(kL)}{k^2} \frac{k_y^2}{(k_y^2 - q_m^2)^2} [\dots] \pi \frac{l}{2} \delta(k_x) =$$

$$= -\frac{2l}{\pi w L \varepsilon_m} \int_{-\infty}^{\infty} dk_y \frac{f(|k_y|L)}{k_y^2} \frac{k_y^2}{(k_y^2 - q_m^2)^2} [\cdot] = -\frac{4l}{\pi \varepsilon_m w L} \int_0^{\infty} dk\, k^2 f(kL) \frac{\left[1-(-1)^m \cos kw\right]}{(k^2 - q_m^2)^2}$$

$\hat{Z}^{moo}_{moo} = \frac{4}{\pi \varepsilon_m w L} \int_0^{\infty} dk \frac{(e^{-kL}-1)}{k} k^2 \frac{[1-(-1)^m \cos kw]}{(k^2-q_m^2)^2}$. В главном по $(\frac{L}{w})$ по прибл.

$$Y^{moo}_{moo} + \hat{Z}^{moo}_{moo} = \frac{4}{\pi \varepsilon_m w} \int_0^{\infty} dk\, k^2 \frac{\left[1-(-1)^m \cos kw\right]}{(k^2-q_m^2)^2} \left[\frac{e^{-kL}-1}{kL} - f(kL)\right] =$$

$$= -\frac{4}{\pi \varepsilon_m w} \int_0^{\infty} dk \frac{k^2}{(k^2-q_m^2)^2} \left[1-(-1)^m \cos kw\right] = -\frac{8}{\pi \varepsilon_m w} \int_0^{\infty} dk \frac{k^2}{(k+q_m)^2} \frac{\sin^2 (k-q_m)\frac{w}{2}}{(k-q_m)^2} =$$

$$= -\frac{8}{\pi \varepsilon_m w} \frac{q_m^2}{(2q_m)^2} \int_0^{\infty} dk \frac{\pi w}{2} \delta(k-q_m) = -\frac{1}{\varepsilon_m} = -1, \; m \neq 0. \quad Y^{moo}_{moo} + \hat{Z}^{moo}_{moo} = -1$$

Т.е. $Y^{moo}_{moo} = -1 - \hat{Z}^{moo}_{moo} = -1 - \frac{(e^{-q_m L}-1)}{q_m L} = -f(q_m L)$

Dual. lacunary wire: $\omega^2_{moo} = [N_{moo} + h_{moo} + f(q_m L)][N_{moo} + h_{moo} + 1 - f(q_m L)]$

$h_{moo} = \frac{M_s^3}{\omega_M A_{moo}} \int d^3\vec{r} \cos q_m y \cos q_m y \int d^3 r' \hat{G}_{xx}(r,r') = \frac{M_s^2}{4\pi A_{moo}} \int dx dy dx' dy' \times$

$\times \cos^2 q_m y \int dz dz' \hat{G}_{xx}(r,r') = \frac{M_s^2}{4\pi A_{moo}} \int dx dy dx' dy' \cos^2 q_m y \left(-\frac{1}{\pi}\right) \int d^2k \frac{k_x^2}{k^2} f(kL) \times$

$\times \cos k_x (x-x') \cos k_y (y-y') \sim \int dk_x \frac{k_x^2}{k^2} f(kL) \delta(k_x) = 0$ в главном по $\frac{L}{w}$ прибл.

Поэтому $\omega^2_{moo} = \omega_m^2 = \left[\frac{\omega_H}{\omega_M} + f(q_m L)\right]\left[\frac{\omega_H}{\omega_M} + 1 - f(q_m L)\right]$ где $m \neq 0$

~~Для~~ Для $m=0$ $\omega_0^2 = \left[\frac{\omega_H}{\omega_M} - Y^{000}_{000}\right]\left[\frac{\omega_H}{\omega_M} - Z^{000}_{000}\right] = \left[\omega_H + \frac{1}{4\pi}\langle N_{yy}\rangle\right]\left[\omega_H + \frac{1}{4\pi}\langle N_{zz}\rangle\right]$

(как 29/X 99 г.)

$\omega_0 = 0{,}268$ для эксп. Mathieu 98. Тогда как $\omega_{00} = \sqrt{\omega_H(\omega_H+1)} = 0{,}227$, $f_0 = 0{,}236$.

Ведь $q_m L = \pi m \frac{L}{w} = \pi m \cdot 0{,}011$ – довольно мало для $m = 1, 2$.



→ Но ведь $\hat{Z}^{moo}_{moo}$ (Y^{moo}_{moo}) можно посчитать точно в непрерыв. предел., без всяких приближений по $\frac{L}{w}$ дискр. представления.

SW-wires

μm-width

. Важен ли объем для wires? $H_{ex} = \alpha M_s k^2 = \frac{\alpha}{4\pi} \omega_M k^2$ (см. 16/X 99 г.) 4/II

$h_{ex} = \frac{1}{\omega_M} H_{ex} = \left(\frac{\alpha}{4\pi}\right) k^2 = \frac{\alpha}{4\pi} \frac{(m\pi)^2}{w^2} = \alpha_s \frac{(m\pi)^2}{w^2} = \xi (\alpha_m)^2$, $\xi = \frac{\alpha_s}{w^2} = \frac{2{,}5 \cdot 10^{-13}\, см^2}{(1{,}8)^2 \cdot 10^{-8}\, см^2} = 0{,}77 \cdot 10^{-5}$

$w = 1{,}8\, \mu m = 1{,}8 \cdot 10^{-4}\, см$. $h_{ex}(m) = \xi (m\pi)^2$. $h_{ex}(1) = 7{,}62 \cdot 10^{-5}$, $h_{ex}(2) = 3{,}0 \cdot 10^{-4}$,

$f(q_m L) = f(\pi m \frac{L}{w}) \approx \frac{1}{2} \pi m \frac{L}{w}$, $f(q_1 L) = \frac{\pi}{2} \cdot 0{,}011 \simeq 0{,}016$. $h_{ex}(3) = 6{,}8 \cdot 10^{-4}$.

Escaneado con CamScanner

Date. . .

Для $m = 0,1,2,3$ $h_{ex}(m)$ можно пренебречь.

$$\omega_m^2 = [\omega_H + f(q_m L)][\omega_H + 1 - f(q_m L)] = [\omega_H + f][\omega_H + 1 - f] =$$

$$= \omega_H^2 + \omega_H(1 - f + f) + f(1-f) = \omega_H\left[\omega_H + 1 + \frac{1}{\omega_H} f(1-f)\right] =$$

$$= \omega_H[\omega_H + F], \quad F = F_{s=0,s=0} = 1 + \frac{\omega_M}{\omega_H} P_{00}(1 - P_{00}),$$

Условие $P_{00} = 1 - \frac{1}{q_m L}(1 - e^{-q_m L}) = f(q_m L)$ и $F = 1 + \frac{\omega_M}{\omega_H} f(1-f)$ – действительно

Т.е. главное по $\frac{L}{W} \ll 1$ приближение приводит к $\omega_m^2 = \omega_H[\omega_H + 1 + \frac{1}{2} f]$ частоте, которая совпадает с р. Камин-Слев '86 для ∞-плоских

SW – частота wire при $\frac{W}{L} \gg 1$ – это просто квантование по w ($q_m = \frac{\pi}{W}$)

частота ∞-плоских. Для цилиндра это не так, т.к. $\omega^2_{(x)\,mn} = [\omega_H + \frac{1}{2} f][\omega_H + 1 - \frac{1}{2} f]$

во-первых $(\frac{1}{2})$ перед f, во-вторых далее $(*)$ не выходит при $L/R \to 0$ ($\frac{1}{2}$

для малых d_{mn}, а только для $d_{mn} \gg L$.

SW

$$I_\rho^{mn} = \frac{1}{R^2}\int_0^R d\rho\rho\, J_m(k\rho) J_m(x_{mn}\rho) \underset{R\to\infty}{=} \frac{1}{R^2}\int_0^\infty d\rho\rho\, J_m(k\rho) J_m(x_{mn}\rho) = \frac{1}{R^2}\frac{1}{k}\delta(k-$$

$$Q_{mn}^{mn} = \frac{1}{\beta a_{mn}} R\int dk (e^{-kL} - 1)\left[I_\rho^{mn}(k)\right]^2 = \frac{R^2}{L a_{mn}}\int dk (e^{-kL} - 1)\frac{1}{R^4 k^2}\delta(k - x_{mn})\delta(k$$

$$= \frac{1}{R^2 x_{mn}^2 L a_{mn}}(e^{-x_{mn}L} - 1) = \text{часто, далее размерность нарушается, надо как } 2\pi/x_{11}.$$

Но если брать пределы $\frac{R}{L} \to \infty$ только в одном I_ρ^{mn} в определении Q^{mn}_{mn},

$$\to Q^{mn'}_{mn} = \frac{1}{a_{mn} R^2 L}\int dk (e^{-kL} - 1)\underbrace{\int_0^R d\rho\rho\, J_m(k\rho) J_m(x_{mn}\rho)}_{\frac{1}{k}\delta(k - x_{mn})}\int_0^R d\rho'\rho'\, J_m(k\rho') J_m(x_{mn'}\rho'$$

$$= \frac{1}{a_{mn} R^2 L}(e^{-x_{mn}L} - 1)\int_0^R d\rho'\rho'\, J_m(x_{mn}\rho') J_m(x_{mn'}\rho') = \frac{1}{a_{mn} R^2 L}(\cdot) R^2 a_{mn}\delta_{nn'}$$

$$= \frac{(e^{-x_{mn}L} - 1)}{x_{mn}L}\delta_{nn'}$$ некоторых специфических, a_{mn} – сокращается (в отличие от

и есть диагональность по n, n'.

Т.е. дискретное представление для цилиндра становится асимптотически точным при $\beta = \frac{L}{R} \to 0$. Но предел $\frac{R}{L} \to \infty$ от $2\pi/x_{11}$ последовательно

Тот подход также решение результат, т.к. это $\lim_{R\to\infty} \frac{1}{R^2}\int_0^R d\rho\rho' J_m(x\rho)$

$(\frac{1}{2})f$ для цилиндра есть результат усреднения по $\varphi_{\vec{k}}$, т.к. направление $\vec{k}$ – SW в цилиндре не определено. Если $\vec{q}_{\text{вых}} \parallel Ox$, то Ox совпадает направлением и возбужд. соотв-ющ

Для wires $\vec{q}_{\text{вых}} \parallel Oy$ выделен Oy – k_y и направление $\vec{k}$ SW опред

Для $\frac{W}{L} \gg 1$ (wires) и $\frac{R}{L} \gg 1$ (диск) хорошо выполн. DE – приближение

если $q_m W \gg 1$ ($x_{mn} R = d_{mn} \gg 1$). DE дает недалеко. Главный для толстого wire (диска) для больших in-plane волн. векторов $q_m W = m\pi \gg$

Escaneado con CamScanner

Date. . .

Для $m=0$ DE не годится, $m=1,2$ – DE – плох, но начинает вычисляться с ростом m. Поэтому для малых m подход. DE – частоты должны быть заменены другими, более точными, но такие недиагональными. Дисп. кинетическая частота ($m=0$) не должна быть правильной из-за гибридизации с $m=2,4,\dots$. Верен недиагональный расчет частот и эти подход. частоты при $m \gg 1$ ≈ можно описать как моду DE.

$$\begin{cases} \omega_{DE}^2 = \omega_H(\omega_H+1) + \frac{1}{4}\left(1-e^{-q_{\parallel}L}\right), & \omega_{DE}^2(q_mL) \cong \omega_H(\omega_H+1) + \frac{1}{2}q_mL + O(q_m^2L^2) \\ \omega_m^2 = \omega_H(\omega_H+1) + f(q_mL)[1-f(q_mL)] \approx & \overset{q_mL\ll 1}{\omega_H(\omega_H+1) + \frac{1}{2}q_mL + O(q_m^2L^2)} \end{cases}$$

→ Видно что $\omega_{DE}(q_mL)$ и подход. ω_m (частоты) совпадают практически при $q_mL \ll 1$. Это не означает, что они правильные для малых m. Они правильные для больших m, когда $m\pi \gg 1$ делает (правильной) точной ω_{DE} и $m \gg 1$ также делает гибридизацию несущественной при $q_mL \ll 1$.

$q_mW \gg 1$ и $q_mL \ll 1$ можно совместить за счет $\frac{L}{W} \ll 1$ (точнее $\frac{L}{W} \to 0$).

$q_mL = q_mW\left(\frac{L}{W}\right) = (m\pi)\frac{L}{W} \underset{\to 0}{\ll} 1$, но $q_mW = m\pi \gg 1$.

→ DE яв. интегральной подход. частотой для $m \gg 1/\pi$.

Для мод с $m=0,1$ необходима гибридизация. У Славина (в дискр. пр.) подход. $m=0$ мода совпала с эксп. за счет неправильного подход. фактора $Z_{000}^{000} = -\frac{1}{4\pi}\langle N_{zz}\rangle$.

Поэтому подход. $\omega_0 = 0{,}268$ и не совпадает с эксп. BLS Mathieu'98 (с правильным $\hat{Z}_{000}^{000}$).

Вернусь к нулевой точной интервью расчет подход. $\hat{Z}_{m00}^{m'00}$, $y_{000}^{m'00}$ т.к. для wires $\frac{W}{L} = g_0 \gg 1$. Рассчитаем подход. матр. эл. при $m \neq m'$:

$$\hat{Z}_{m00}^{m'00} \underset{\frac{W}{L}\to\infty}{=} \frac{8(-1)^{\frac{1}{2}(m-m')}}{\pi\varepsilon_m WL} \frac{q_m(e^{-q_mL}-1)}{2q_m(q_m+q_{m'})} \frac{\sin(q_m-q_{m'})\frac{W}{2}}{(q_m-q_{m'})} \int_0^\infty dk \frac{\sin(k-q_m)\frac{W}{2}}{(k-q_m)} =$$

$$= \frac{8(-1)^{\nu}}{\pi\varepsilon_m WL} \frac{(e^{-q_mL}-1)}{2(q_m+q_{m'})} \frac{\sin(m-m')\frac{\pi}{2}}{(m-m')\frac{\pi}{W}} \cdot \pi = 0,$$ т.к. m, m' – одной четности. $m-m' = 2n$ – четное.

В главном по $\left(\frac{L}{W}\right)$ приближении при $\frac{L}{W} \to 0$ подход. эл. $\hat{Z}_{m00}^{m'00} = 0$

Wires – дискр. расчет SW (кроме ω_0)

$=0$. Посчитаем част. частоты ω_m для $\frac{L}{W} = 0{,}011$, $H = 500$ Э, $\omega_H = 0{,}049$, $\omega_M = 3{,}1\Gamma\Gamma_4$:

$\omega_0 = 0{,}272$ сист. 10/ZJ99г.

$\omega_0 = 0{,}268$ (теория.) $\quad \omega_1 = 0{,}261$; $\quad \omega_2 = 0{,}290$; $\quad \omega_3 = 0{,}315$; $\quad \omega_4 = 0{,}337$; $\quad \omega_5 = 0{,}356$

$f_0 = 0{,}236$, $\quad f_1 = 0{,}266$, $\quad f_2 = 0{,}297$ (8,9ГГц), $f_3 = 0{,}319$, $\quad f_4 = 0{,}339$ (10,2ГГц)

$f_2 = 0{,}292$ (8,8ГГц)

$\omega_{00\infty} = 0{,}227$. Согласие все расчетных частот с эксп. хорошее, кроме ω_0. Это уже отмечено в ст. Mathieu'98 и позже. В трактовке ω_0 расходимся со Славиным

Escaneado con CamScanner

Date. . .

Дискретная

Дис. частота аналитически правильно при $\frac{w}{L} \to \infty$ или $\frac{R}{L} \to \infty$

(ω_m, ω_{mn})

Построим наконец точное $\hat{Z}^{m'00}_{m00}$ непрерывного расчета, дающее правильное, отличающееся от дискретного расчета.

Расходимость при числ. расчете неприемлемы, но взяв (аналитически $Q^{m'n'}_{mn}$ ...

$$\frac{[1+(-1)^{m+m'}][1-(-1)^m\cos kw]}{[k^2-q_m^2][k^2-q_{m'}^2]} = \frac{1}{k^2}\int_0^w dy\,dy'\cos q_m y \cos q_{m'} y' \cos k(y-y')$$

$$\hat{Z}^{m'00}_{m00} = \frac{2}{\pi\varepsilon_m w L}\int_0^\infty dk\left(\frac{e^{-kL}-1}{k}\right)\int_0^w dy\,dy'\cos q_m y\cos q_{m'} y'\cos k(y-y')$$

обозн. $kw=t$, $p=\frac{L}{w}\cdot x$

$$\hat{Z}^{m'00}_{m00}(p) = \frac{2}{\pi\varepsilon_m}\frac{1}{p}\int_0^\infty dt\left(\frac{e^{-pt}-1}{t}\right)\int_0^1 dx\int_0^1 dx'\cos(m\pi x)\cos(m'\pi x')\cos t(x-x')$$

непрерыв. представление

Здесь нарушена симметрия по m, m', это важно для теории. Электронов. $\varepsilon_m \to \sqrt{\varepsilon_m \varepsilon_{m'}}$. Это соответствует использованию нормиров. СФ: $\int u_{mns}(r)\,u_{m'n's'}(r)\,d^3r = \delta_{mm'}\delta_{nn'}\delta_{ss'}$

$$u_{mns}(r) = \frac{1}{\sqrt{A_{mns}}}m_{mns}(\vec{r}),\quad m_{mns}(\vec{r}) = M_s\cos q_m y\cdot\cos q_n z\cdot\cos q_s x$$

$$\int m_{mns}(r)\,m_{m'n's'}(r)\,d^3\vec{r} = A_{mns}\delta_{mm'}\delta_{nn'}\delta_{ss'}\qquad q_m=\frac{\pi m}{w},\ q_n=\frac{n\pi}{L},\ q_s=\frac{\pi s}{l}$$

$$A_{mns} = \frac{1}{8}V_d M_0^2\varepsilon_m\varepsilon_n\varepsilon_s.\qquad 4\pi\hat{Z}^{m'n's}_{mns} = (u_{mns}\cdot G_{zz}\,m_{m'n's'}) = \frac{1}{\sqrt{A_{mns}A_{m'n's'}}}(m_{mns}G$$

а разности нет. $4\pi\hat{Z}^{m'n's'}_{mns} = \frac{1}{A_{mns}}(m_{mns}\hat{G}_{zz}m_{m'n's'})$

Такое переобозначение нормировки надо сделать и для $\zeta^{m'n'}_{mn}, \rho^{m'n'}_{mn}$ - цилиндрических долей.

Числ. получили (SW-wires.mead): $\hat{Z}^{000}_{200}(p=0{,}011) = 0{,}027$; $\hat{Z}^{000}_{400} = 0{,}023$

- не так много, но в дискр. расчете $\hat{Z}^{m'}_{m}$ с $m'\neq m$ вообще $=0$.

$p = L/w = 0{,}011$ (Wires) (cos q_m y) Задано

m	0	1	2	3	4	5	Дискр. $\hat{Z}^{m'00}_{m00} = f(q_m L)$
дискр. $\hat{Z}^{m00}_{m00}$	−1,000	−0,983	−0,966	−0,949	−0,933	−0,918	
непрер. $\hat{Z}^{m00}_{m00}$	−0,977	−0,952	−0,940	−0,926	−0,912	−0,893	
дискр. ω^{00}_m	0,227 (точно)	0,261	0,290	0,315	0,337	0,356	
непрерыв. ω_m	0,272	0,312	0,329	0,346	0,362	0,377	
непр. ω_m с уточн.	0,268	0,303	0,323	0,340	0,357	0,361	сам. уточнение $\frac{1}{7}$ / $\frac{1}{11}$

Дискр. выбрана $\hat{Z}^{\varepsilon}_{\ell}$ y^{ε}_{ℓ} далеко ... быть верным не только при ... но и при m_y (...

Дис. Дискретное представление ω_m явно выигрывает по сравнению с непрерывной волной, ω_m. Различие $\omega^{дискр.}_m$ и $\omega^{непр.}_m$ довольно большое т.к. $p = \frac{L}{w} = 0{,}011$ еще недостаточно мало. Следует непрер представление ω_m ... или новые УД с $m_x \neq 0$. только дифференциальное или конечность l $l_0 = 220$.

Date. 05.01.

Цил. $R_\ell^{\ell'} \to -y_\ell^{\ell'}$, $Z_\ell^{\ell'} \to -\hat{z}_\ell^{\ell'}$ wire. Нерасш. ω_m wires

Нерасш. расчет для wires (интерфейс. уравнения):

$R_\ell^{\ell'} = \underset{(цил.)}{H_\ell^{\ell'}} - P_\ell^{\ell'} \to R_\ell^{\ell'} = \underset{(wire)}{H_\ell^{\ell'}} - y_\ell^{\ell'} = -y_\ell^{\ell'} = -y_{moo}^{m'oo}$, т.к. $H_\ell^{\ell'} = 0$ для wire

$Z_\ell^{\ell'} = H_\ell^{\ell'} - Q_\ell^{\ell'}$. Использ. 2 $\hat{}$ ур. $\hat{R}_\ell^{\ell'} = \begin{pmatrix} H_\ell^{\ell'} - y_\ell^{\ell'} & -\hat{y}_\ell^{\ell'} \\ -z_\ell^{\ell'} & H_\ell^{\ell'} - \hat{z}_\ell^{\ell'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y_\ell^{\ell'} & 0 \\ 0 & -\hat{z}_\ell^{\ell'} \end{pmatrix}$

$-\hat{z}_\ell^{\ell'} = -\hat{z}_{moo}^{m'oo}$. $\hat{D}_\ell^\ell = \begin{pmatrix} N_\ell - y_\ell^\ell & -i\omega \\ i\omega & N_\ell - \hat{z}_\ell^\ell \end{pmatrix}$; $\det \hat{D}_\ell^\ell = \omega_\ell^2 - \omega^2 = d_\ell$.

Диаг. $\omega_\ell^2 = (N_\ell - y_\ell^\ell)(N_\ell - \hat{z}_\ell^\ell)$. $\hat{W}_\ell^{\ell'} = \begin{pmatrix} -(N_\ell - \hat{z}_\ell^\ell) y_\ell^{\ell'} & +i\omega \hat{z}_\ell^{\ell'} \\ -i\omega y_\ell^{\ell'} & -(N_\ell - y_\ell^\ell)\hat{z}_\ell^{\ell'} \end{pmatrix}$

$\hat{\mathcal{L}}_\ell^{\ell'} = \begin{matrix} \\ m=0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} \begin{matrix} \begin{matrix} m'=0 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} \mathcal{L}_{00} & 0 & \hat{W}_0^2 & 0 & \hat{W}_0^4 \\ 0 & \mathcal{L}_{11} & 0 & \hat{W}_1^3 & 0 \\ \hat{W}_2^0 & 0 & \mathcal{L}_{22} & 0 & \hat{W}_2^4 \\ 0 & \hat{W}_3^1 & 0 & \mathcal{L}_{33} & 0 \\ \hat{W}_4^0 & 0 & \hat{W}_4^2 & 0 & \mathcal{L}_{44} \end{pmatrix} \end{matrix}$. Гибрид. связи $m=0$ и $m=2$.

$\mathcal{L}_\ell^{\ell'} = \begin{pmatrix} \mathcal{L}_{00} & 0 & \hat{W}_0^2 \\ 0 & \mathcal{L}_{11} & 0 \\ \hat{W}_2^0 & 0 & \mathcal{L}_{22} \end{pmatrix}$, $\det \mathcal{L}_\ell^{\ell'} = \det(\mathcal{L}_{00}\mathcal{L}_{22} - \hat{W}_2^0 \hat{W}_0^2)\det \mathcal{L}_{11} = 0$

$\hat{W}_\ell^{\ell'} \hat{W}_{\ell'}^{\ell} = \begin{pmatrix} (N_\ell - \hat{z}_\ell^\ell) y_\ell^{\ell'} & -i\omega \hat{z}_\ell^{\ell'} \\ i\omega y_\ell^{\ell'} & (N_\ell - y_\ell^\ell)\hat{z}_\ell^{\ell'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (N_{\ell'} - z_{\ell'}^{\ell'}) y_{\ell'}^{\ell} & -i\omega \hat{z}_{\ell'}^{\ell} \\ i\omega y_{\ell'}^{\ell} & (N_{\ell'} - y_{\ell'}^{\ell'})\hat{z}_{\ell'}^{\ell} \end{pmatrix} =$

$= \begin{pmatrix} (N_\ell - \hat{z}_\ell^\ell)(N_{\ell'} - \hat{z}_{\ell'}^{\ell'}) y_\ell^{\ell'} y_{\ell'}^{\ell} + \omega^2 \hat{z}_\ell^{\ell'} y_{\ell'}^{\ell} & -i\omega (N_\ell - \hat{z}_\ell^\ell) y_\ell^{\ell'} \hat{z}_{\ell'}^{\ell} - i\omega (N_{\ell'} - y_{\ell'}^{\ell'}) \hat{z}_\ell^{\ell'} \hat{z}_{\ell'}^{\ell} \\ i\omega (N_{\ell'} - z_{\ell'}^{\ell'}) y_\ell^{\ell'} y_{\ell'}^{\ell} + i\omega (N_\ell - y_\ell^\ell) \hat{z}_\ell^{\ell'} y_{\ell'}^{\ell} & (N_\ell - y_\ell^\ell)(N_{\ell'} - y_{\ell'}^{\ell'}) \hat{z}_\ell^{\ell'} \hat{z}_{\ell'}^{\ell} + \omega^2 y_\ell^{\ell'} \hat{z}_{\ell'}^{\ell} \end{pmatrix}$

5/I

Дискрет. разложение ФГ wires:

Дискрет. ФГ: $\hat{Z}_{moo}^{m'oo} = \frac{1}{4\pi A_{moc}} \int d^3r \int d^3r' \, m_{moo}(r) \hat{G}_{zz}(r,r') m_{m'oo}(r') = \left| \hat{G}_{zz}(r,r') = -\frac{4\pi}{V_\Omega} \sum_{\vec{K} \neq 0} \frac{K_z^2}{K^2} \cos \vec{K}(\vec{r}-\vec{r}') \right|$

$\sum_{K_z} \frac{K_z^2}{K_z^2 + K_{11}^2} \cos K_z (z - z') = \sum_{n \, (k_z = \frac{n\pi}{L})} \left[1 - \frac{1}{K_z^2 + K_{11}^2} \right] \cos K_z (z - z') = \left| \delta(t-t') = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \cos n(t-t') \right|$,

$\delta\left(\frac{\pi}{L} z - \frac{\pi}{L} z'\right) = \delta\left[\frac{\pi}{L}(z - z')\right] = \frac{L}{\pi} \delta(z - z') = \frac{1}{2\pi} \sum_n \cos \frac{n\pi}{L}(z - z')$,

$\delta(z - z') = \frac{1}{2L} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \cos \frac{n\pi}{L}(z - z')$, $\frac{2\pi}{L} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\cos \frac{n\pi}{L}(z - z')}{k_z^2 + k_{11}^2} = \frac{\pi}{k_{11}} e^{-k_{11}|z-z'|} = \int_{-\infty}^{\infty} dk_z \frac{\cos k_z (z - z')}{k_z^2 + k_{11}^2}$

$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos kx}{k^2 + d^2} = \frac{\pi}{2d} \frac{\operatorname{ch} d(\pi - x)}{\operatorname{sh} d\pi} - \frac{1}{2d^2}$ $(0 \le x \le 2\pi)$ — Гр.-Р., $x \to \frac{\pi}{L} z$

$\sum_{n=1} \frac{\cos \frac{n\pi}{L} z}{n^2 + d^2} = \frac{\pi}{2d} \frac{\operatorname{ch} \pi d (1 - \frac{z}{L})}{\operatorname{sh} \pi d} - \frac{1}{2d^2}$. Положим $\frac{d\pi}{L} = k_{11}$ и

$\left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \sum_{n=1} \frac{\cos k_z z}{k_z^2 + \left(\frac{d\pi}{L}\right)^2} = \frac{\pi^2}{2k_{11}L} \frac{\operatorname{ch} k_{11} L (1 - \frac{z}{L})}{\operatorname{sh} k_{11} L} - \frac{1}{2} \frac{\pi^2}{k_{11}^2 L^2}$ и $\sum_{n=1} \frac{\cos k_z z}{k_z^2 + k_{11}^2} = \frac{L}{2k_{11}} \frac{\operatorname{ch} k_{11}(L - z)}{\operatorname{sh} k_{11} L} - \frac{1}{2k_{11}^2}$,

$k_z = n\pi/L$. где $0 \le z \le 2L$.

Escaneado con CamScanner

Date. . .

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}(\cdot) = (n=0) + 2\sum_{n=1}^{\infty}(\cdot), \quad \sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{\cos k_z(z)}{k_z^2+k_{11}^2} = \frac{1}{k_{11}^2} + 2\left[\frac{L}{2k_{11}}\frac{ch\,k_{11}(L-z)}{sh\,k_{11}L} - \frac{1}{2k_{11}^2}\right]$$

Точнее $\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{\cos k_z z}{k_z^2+k_{11}^2} = \frac{L}{k_{11}}\frac{ch\,k_{11}(L-z)}{sh\,k_{11}L}$ $z\in[0,2L]$, $k_z=\frac{n\pi}{L}$.

Тогда как из контур. представление вычетов $\int dk_z(\dots) \to \frac{L}{2\pi}\sum_{k_z}(\cdot)$

$\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{\cos k_z z}{k_z^2+k_{11}^2} = \frac{L}{2k_{11}}e^{-k_{11}|z|}$, а это

функция существенно различается.

$$\hat{\Sigma}^{m'00}_{m00} = -\frac{M_0^2}{4\pi A_{m00}}\frac{4\pi}{V_d}\int dx\int dx'\cos q_m y\cos q_{m'}y'\sum_{\vec{K}\neq 0}\frac{K_z^2}{K^2}\cos K_x(x-x')\cos K_y(y-y')$$

$$\times\cos K_z(z-z') = -\frac{M_0^2}{A_{m00}V_d}\sum_{\vec{K}}\frac{K_z^2}{K^2}\int_0^w dy\,dy'\cos q_m y\cos q_{m'}y'\cos K_y(y-y')\times$$

$$\times\int_0^l dx\,dx'\cos K_x(x-x')\int_0^L dz\,dz'\cos K_z(z-z') = -\frac{M_0^2}{A_{m00}V_d}\sum_{\vec{K}}\frac{K_z^2}{K^2}\frac{K_y^2[1+(-1)^{m+m'}][1-(-1)^m\cos K_y b]}{(K_y^2-q_m^2)(K_y^2-q_{m'}^2)}$$

$$\times\frac{4}{K_x^2}\sin^2K_x\frac{l}{2}\cdot\frac{4}{K_z^2}\sin^2K_z\frac{L}{2} = \left|\vec{K}=\vec{Q}_{\mu\nu\vartheta}=\left(\frac{\vartheta\pi}{l}_x,\frac{\mu\pi}{w}_y,\frac{\nu\pi}{L}_z\right)\right| =$$

$$= -\frac{M_0^2\cdot 16}{A_{m00}V_d}\sum_{\substack{\mu\nu\vartheta\\(\mu,\nu,\vartheta\neq 0\ \text{одновр.})}}\frac{K_z^2}{K^2}\frac{K_y^2}{K_x^2K_z^2}\frac{[1+(-1)^{m+m'}][1-(-1)^{m+\mu}]}{(K_y^2-q_m^2)(K_y^2-q_{m'}^2)}\sin^2\left(\frac{\vartheta\pi}{2}\right)\sin^2\left(\frac{\nu\pi}{2}\right) =$$

$$= -\frac{M_0^2 16}{A_{m00}V_d}[1+(-1)^{m+m'}]\sum_{\mu,\vartheta,\nu\neq 0}\frac{K_y^2}{K_x^2K^2}\frac{[1-(-1)^{m+\mu}]}{(K_y^2-q_m^2)(K_y^2-q_{m'}^2)}$$

ϑ,ν-нечет.

$$K^2 = \pi^2\left[\frac{\vartheta^2}{l^2}+\frac{\mu^2}{w^2}+\frac{\nu^2}{L^2}\right] = \frac{\pi^2}{L^2}\left[\left(\frac{L}{l}\right)^2\vartheta^2+\left(\frac{L}{w}\right)^2\mu^2+\nu^2\right]$$

$$\hat{\Sigma}^{m'00}_{m00} = -\frac{M_0^2\cdot 16\,[1+(-1)^{m+m'}]}{\frac{1}{8}V_d M_0^2\varepsilon_m 4 V_d}\frac{\pi^2}{w^2}\frac{l^2}{\pi^2}\frac{L^2}{\pi^2}\frac{w^4}{\pi^4}\sum_{\mu,\vartheta,\nu\neq 0}\frac{\mu^2}{\vartheta^2\left[\left(\frac{L}{l}\right)^2\vartheta^2+\left(\frac{L}{w}\right)^2\mu^2+\nu^2\right]}\frac{[1-(-1)^{m+\mu}]}{(\mu^2-m^2)(\mu^2-m'^2)}$$

(m,m'-одной четн.)

$$= -\frac{64}{\pi^6\varepsilon_m}\sum_{\substack{\mu,\\ \vartheta,\nu-\text{нечет.}}}\frac{\mu^2}{\vartheta^2\left[\left(\frac{L}{l}\right)^2\vartheta^2+\rho^2\mu^2+\nu^2\right]}\frac{[1-(-1)^{m+\mu}]}{(\mu^2-m^2)(\mu^2-m'^2)} = \left|\begin{array}{c}\text{приближение}\\ w\cos\frac{L}{l}\to 0\end{array}\right| =$$

$$= -\frac{64}{\pi^6\varepsilon_m}\sum_{\vartheta\,\text{нечет.}}\frac{1}{\vartheta^2}\sum_{\substack{\mu,\\ \nu-\text{нечет.}}}\frac{\mu^2}{\left[\rho^2\mu^2+\nu^2\right]}\frac{[1-(-1)^{m+\mu}]}{(\mu^2-m^2)(\mu^2-m'^2)} = \left|\sum_{\vartheta-\text{нечет.}}\frac{1}{\vartheta^2} = 2\sum_{\substack{\vartheta>0\\ \text{неч.}}}\frac{1}{\vartheta^2} = 2\frac{\pi^2}{8} = \frac{\pi}{4}\right.$$

$$= -\frac{16}{\pi^4\varepsilon_m}\sum_{\substack{\mu\\ \nu-\text{нечет.}}}\frac{\mu^2}{[\nu^2+\rho^2\mu^2]}\frac{[1-(-1)^{m+\mu}]}{(\mu^2-m^2)(\mu^2-m'^2)}$$

похоже на разлож. y^{m00}_{m00} по $\sin\frac{\mu\pi}{w}y$, но там я вводился $\mu=m$, $m=1$ (с $\nu=0$ вычитанием).

$\vartheta=0$

Разл. $\sum_{\nu-\text{неч.}}\frac{1}{\nu^2+t^2} = \sum_{\nu}\frac{\sin^2(\nu\frac{\pi}{2})}{\nu^2+t^2} = \frac{1}{2}\sum_{\nu}\frac{1-\cos\nu\pi}{\nu^2+t^2} = \sum_{\nu>0}\frac{1-\cos\nu\pi}{\nu^2+t^2} =$

$$= \sum_{\nu>0}\frac{1}{\nu^2+t^2} - \sum_{\nu>0}\frac{(-1)^\nu}{\nu^2+t^2} = \left[\frac{\pi}{2t}\,cth\,\pi t - \frac{1}{2t^2}\right] - \left[\frac{\pi}{2t}\frac{1}{sh\,\pi t} - \frac{1}{2t^2}\right] = \frac{\pi\,ch\,\pi t - 1}{2t\,sh\,\pi t}$$

Escaneado con CamScanner

Date. . .

$$F(t) = \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\nu^2+t^2} = \frac{\pi}{2t}\frac{ch\pi t - 1}{sh\pi t} = \frac{\pi}{2t}\frac{ch^2\pi t/2 + sh^2\pi t/2 - 1}{2sh\frac{\pi t}{2}ch\frac{\pi t}{2}} = \frac{\pi}{2t}\frac{2sh^2\frac{\pi t}{2}}{2sh\frac{\pi t}{2}ch(\cdot)} = \frac{\pi}{2t}th\frac{\pi t}{2}$$

$t = p\mu$ + Fourier $\quad \hat{Z}^{m'00}_{m00} = -\frac{16}{\pi^4\varepsilon_m}\sum_{\mu}\frac{\mu^2[1-(-1)^{m+\mu}]}{(\mu^2-m^2)(\mu^2-m'^2)}\frac{\pi}{2p\mu}th\frac{\pi}{2}p\mu$

$$\hat{Z}^{m'00}_{m00}(p) = -\frac{8}{\pi^3\varepsilon_m}\frac{1}{p}\sum_{\mu(-\infty)}^{\infty}\frac{[1-(-1)^{m+\mu}]}{(\mu^2-m^2)(\mu^2-m'^2)}\mu th\left(\frac{\pi}{2}p\mu\right), \quad \hat{Z}^{000}_{000} = -\frac{8}{2\pi^3}\sum_{\mu}\frac{[1-(-1)^{\mu}]}{\mu^3}\frac{th(\cdot)}{p}$$

$$\approx|p\to 0| = -\frac{8}{2\pi^3}\frac{\pi}{2}\sum_{\mu}\frac{[1-(-1)^{\mu}]}{\mu^2} = -1 \quad \text{bépno.}$$

$$th\left(\frac{\pi}{2}p\mu\right) \underset{\mu\gg 1}{=} \frac{1-e^{-\pi p\mu}}{1+e^{-\pi p\mu}} = 1-2e^{-\pi p\mu} = 1-2e^{-2\mu L}, \quad \pi p\mu = \pi\mu\frac{L}{w} = 2\mu L.$$

Пусть $p\ll 1$ $\quad th\left(\frac{\pi}{2}p\mu\right)\approx\frac{\pi}{2}p\mu$ и $\hat{Z}^{m'00}_{m00} = -\frac{4}{\pi^2\varepsilon_m}\sum_{\mu}\frac{[1-(-1)^{m+\mu}]\mu^2}{(\mu^2-m^2)(\mu^2-m'^2)}$

$$\sum_{\mu>0}\frac{1}{\mu^2-m^2}[1-(-1)^{m+\mu}] = (-1)^m\sum_{\mu>0}^{m}\frac{\cos m\pi - \cos\mu\pi}{\mu^2-m^2} = (-1)^m\sum_{\mu>0}\frac{1}{\mu^2-m^2}\cos m\pi -$$

$$-(-1)^m\sum_{\mu>0}\frac{(-1)^{\mu}\cos\mu\pi}{\mu^2-m^2} = (-1)^m\cos m\pi\left[\frac{\cos m\pi}{m\sin m\pi}\left(-\frac{\pi}{2}\right)+\frac{1}{2m^2}\right]-(-1)^m\left[\frac{1}{2m^2}-\frac{\pi}{2}\frac{\cos 0}{m\sin\pi m}\right] =$$

$$= \frac{(-1)^m}{2m^2}[\cos\pi m - 1] + (-1)^m\left(-\frac{\pi}{2}\right)\frac{1}{m\sin\pi m}[\cos^2\pi m - 1] = \frac{(-1)^m}{2m^2}(-2)\sin^2\frac{\pi m}{2} +$$

$$+\frac{\pi}{2}(-1)^m\frac{\sin\pi m}{m} = -(-1)^m\frac{\sin^2\frac{\pi m}{2}}{m^2} + \frac{\pi}{2}\frac{\sin(\pi m)}{m}(-1)^m = (-1)^m\frac{\pi}{m}\sin\frac{\pi m}{2}\left[\cos\frac{\pi m}{2} - \frac{\sin\frac{\pi m}{2}}{\pi m}\right]$$

$$\sum_{\mu>0}\frac{[1-(-1)^{m+\mu}]\mu^2}{(\mu^2-m^2)(\mu^2-m'^2)} = \sum_{\mu>0}\frac{[\dots]}{\mu^2-m^2} + m'^2\sum_{\mu>0}\frac{[\dots]}{(\mu^2-m^2)(\mu^2-m'^2)} =$$

$$= \sum_{\mu>0}\frac{[\dots]}{\mu^2-m^2} + \frac{m'^2}{(m^2-m'^2)}\sum_{\mu>0}[\dots]\left[\frac{1}{\mu^2-m^2}-\frac{1}{\mu^2-m'^2}\right] =$$

$$= \frac{m^2}{m^2-m'^2}\sum_{\mu>0}\frac{[1-(-1)^{\mu+m}]}{\mu^2-m^2} - \frac{m'^2}{m^2-m'^2}\sum_{\mu}\frac{[1-(-1)^{\mu+m'}]}{\mu^2-m'^2} =$$

$$= \frac{m^2}{(m^2-m'^2)}(-1)^m\left[\frac{\pi}{2}\frac{\sin\pi m}{m} - \frac{\sin^2\pi m}{m^2}\right] - \frac{m'^2}{(m^2-m'^2)}(-1)^{m'}\left[\frac{\pi}{2}\frac{\sin(\pi m')}{m'} - \frac{\sin^2\frac{\pi m'}{2}}{m'^2}\right] =$$

$$= \frac{\pi}{2}\frac{1}{(m^2-m'^2)}\left[(-1)^m\sin(\pi m)m - (-1)^{m'}\sin(\pi m')m'\right] + \frac{(-1)}{(m^2-m'^2)}\left[(-1)^m\sin^2\left(\frac{\pi m}{2}\right) - (-1)^{m'}\sin^2\left(\frac{\pi m'}{2}\right)\right]$$

$m=m'=0$ не рассм., тогда первые $[\dots]=0$ и $\sum_{\mu>0}\frac{[1-(-1)^{m+\mu}]\mu^2}{(\mu^2-m^2)(\mu^2-m'^2)} = \frac{(-1)}{(m^2-m'^2)}[\dots]$

$$\hat{Z}^{m'00}_{m00} = -\frac{4}{\pi^2\varepsilon_m}\sum_{\mu}(\dots) = -\frac{8}{\pi\varepsilon_m}\sum_{\mu>0}(\dots) = \frac{8}{\pi\varepsilon_m}\frac{1}{(m^2-m'^2)}\left[(-1)^m\sin^2\left(\frac{\pi m}{2}\right) - (-1)^{m'}\sin^2\left(\frac{\pi m'}{2}\right)\right.$$

Если $m\to m'$. $\quad \hat{Z}^{m00}_{m00} = \frac{8(-1)^m}{\pi\varepsilon_m(m^2-m'^2)}\left[\sin\frac{\pi m}{2}-\sin\frac{\pi m'}{2}\right]\left[\sin\frac{\pi m}{2}+\sin\frac{\pi m'}{2}\right] = 4(-1)^m\frac{\sin\frac{\pi m}{2}}{m}\cos\frac{\pi m}{2}$

$= 2(-1)^m\frac{\sin\pi m}{m} = 0.$

Escaneado con CamScanner

Date. 20 • 04 •

$$\sin^2\left(\frac{\pi}{2}m\right)-\sin^2\left(\frac{\pi}{2}m'\right)=-\frac{1}{2}(-1)^m\left[\cos\pi m-\cos\pi m'\right]=\frac{1}{2}(-1)^m 2\sin\frac{\pi}{2}(m+m')\sin\frac{\pi}{2}(m-m')$$

$$\hat{\Sigma}^{m'\omega}_{m\omega}=\frac{8}{\pi\varepsilon_m}\frac{\sin\frac{\pi}{2}(m+m')\sin\frac{\pi}{2}(m-m')}{(m^2-m'^2)}=0,\ т.к.\ m,m'-\text{одной чётности}$$

Вернёмся к 1-ому ряду, но $\rho\ll 1$ $\hat{\Sigma}^{m'\omega}_{m\omega}=0$ — сходится плохо

→ Вернёмся к непрерывному представлению:

$$\hat{\Sigma}^{m'\omega}_{m\omega}\sim\int dy\,dy'\cos q_m y\cos q_{m'}y'\ln\frac{(y-y')^2}{(y-y')^2+L^2}=-\int_0^W dy\,dy'\cos q_m y\cos q_{m'}y'\ln\left[1+\frac{L^2}{(y-y')^2}\right]$$

$$x=1+\frac{L^2}{(y-y')^2},\quad 1<x<\infty,\quad x-1=\frac{L^2}{(y-y')^2},\quad \frac{x-1}{x}=\frac{L^2}{(y-y')^2\left[1+\frac{L^2}{(y-y')^2}\right]}=\frac{L^2}{L^2+(y-y')^2}$$

$$\ln x=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\left(\frac{x-1}{x}\right)^n,\quad \ln\left[1+\frac{L^2}{(y-y')^2}\right]=\sum_{n=1}\frac{1}{n}\left[\frac{L^2}{L^2+(y-y')^2}\right]^n$$

$$\hat{\Sigma}^{m'\omega}_{m\omega}\sim\sum_n\frac{L^{2n}}{n}\int_0^W dy\,dy'\cos q_m y\cos q_{m'}y'\frac{1}{\left[L^2+(y-y')^2\right]^n}=\sum_n\frac{\rho^{2n}}{n}\int_0^1 dx\,dx'\frac{\cos(\pi m x)\cos(\pi m' x')}{\left[\rho^2+(x-x')^2\right]^n}$$

$$\frac{1}{\rho^2+(x-x')^2}\ \text{рассм.}\ \frac{n}{\pi}\frac{1}{1+n^2x^2}\xrightarrow{n\to\infty}\delta(x)\cdot\frac{1}{\pi n}\frac{1}{\frac{1}{n^2}+x^2}=\frac{\rho}{\pi}\frac{1}{\rho^2+x^2}\xrightarrow{\rho\to 0}\delta(x)$$

$$\ln\frac{(y-y')^2}{L^2+(y-y')^2}=\ln\frac{(x-x')^2}{\rho^2+(x-x')^2}=\ln\left[\frac{\pi}{\rho}(x-x')^2\frac{\rho}{\pi}\frac{1}{\rho^2+(x-x')^2}\right]\simeq$$

$$\simeq\ln\left[\frac{\pi}{\rho}(x-x')^2\delta(x-x')\right]$$

$$\int dy\,dy'\cos q_m y\cdot\cos q_{m'}y'\ln(\ldots)\cong\rho^2\int_0^1 dx\,dx'\frac{\cos\pi m x\cdot\cos\pi m' x'}{\rho^2+(x-x')^2}\simeq\left|\rho\to 0\right|=$$

$$=\rho^2\frac{\pi}{\rho}\int_0^1 dx\,dx'\cos(\pi m x)\cdot\cos(\pi m' x')\,\delta(x-x')=\pi\rho\int_0^1 dx\cos(\pi m x)\cos(\pi m' x)=$$

$$=\pi\rho\,\frac{1}{2}\varepsilon_m\delta_{mm'}$$ — неверно, $\hat{\Sigma}^{m'\omega}_{m\omega}$ не есть $\sim\rho$. Разложение $\ln(1+\frac{\rho^2}{(x-x')^2})$ не работает.

Wires. Dyn. поле при конечных l.

6/I Учтём конечность l "one wire". Это и для предыдущ. задач надо попробовать сделать. расчёт ω_m для one wire и $L=40$ nm.

Для конечного l $\mathcal{U}^{m'n's'}_{mns}\neq 0$ и $\hat{Z}^{l'}_{l},\ y^{i'}_{i}$ дисперсия. А это если в $\hat{Z}^{l'}_{l}$ y считать $y=0$ в $\hat{Z}$

В расчёте wire 47/XII возникает $I_W=\int_0^W dy\cos q_m y\int_{y-W}^{y} dt\cos q_{m'}(y-t)\ln\frac{t^2}{t^2+L^2}=$

$$\simeq\left|\begin{matrix}y-t=\tau\\ \text{при } t\to 0\end{matrix}\right|\simeq-\int_0^W dy\cos q_m y\cos q_{m'}y\int_y^{y-W}d\tau\ln\frac{\tau^2}{\tau^2+L^2}=-\int dy\cos(\cdot)\cos(\cdot)\int d\tau\left[2\ln\tau-\right.$$

$$\left.-\ln(\tau^2+L^2)\right]=-\int dy(\cdot)\left[2(\tau\ln\tau-\tau)-\tau\ln(\tau^2+L^2)+2\tau+2L(-1)\operatorname{arctg}\frac{\tau}{L}\right]_y^{y-W}=$$

$$=-\int dy\cos q_m y\cos q_{m'}y\left[\tau\ln\frac{\tau^2}{\tau^2+L^2}-2L\operatorname{arctg}\frac{\tau}{L}\right]_y^{y-W}=\int_0^W dy\cos(\cdot)\cos(\cdot)\,*$$

Escaneado con CamScanner

Dato. . .

$\cdot\left[y \ln\frac{y^2}{y^2+L^2} - 2L\operatorname{arctg}\frac{y}{L} - (y-w)\ln\frac{(y-w)^2}{(y-w)^2+L^2} + 2L\operatorname{arctg}\frac{y-w}{L}\right]$, если $m=m'=0$ то даст $Z^{000}_{000}(p)$ - Фишера.

$\oint_y(\dots)$ бы не было при $m,m'\neq 0$ не удается, а он равен не нулю $\oint_k(\dots)$ сокращается подобно. Тем более при $m\neq 0$ $m'\neq 0$ это пропадет $\int dy(\dots)$ нулевого.

Согласно 20/x и 22/x1: $\langle H^x_d(x=0,y,z)\rangle_{yz} = -\frac{16M_s}{\pi wL}\int d^2k\, e^{-kl/2}\frac{\sin^2\frac{1}{2}k_y w}{k_y^2}\frac{\sin^2\frac{1}{2}k_z L}{k_z^2}$

При $\frac{w}{l}\ll 1$, $\frac{L}{l}\gg 1$ получаем $\langle H^x_d(x=0,y,z)\rangle_{yz} = -8M_s\frac{wL}{l^2}$. На точке:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dk_y\, e^{-|k_y|l/2}\frac{\sin^2 k_y\frac{w}{2}}{k_y^2} = 2\left[\frac{w}{2}\operatorname{arctg}\frac{w}{l} - \frac{l}{8}\ln\frac{(l/2)^2+4\cdot(w/2)^2}{(l/2)^2}\right] =$$

$$= w\operatorname{arctg}\frac{2w}{l} - \frac{l}{4}\ln\left[1+4\frac{w^2}{l^2}\right] \approx 2\frac{w^2}{l} - \frac{l}{4}\cdot 4\frac{w^2}{l^2} = \frac{w^2}{l}$$

$$\langle H^x_d(x=0,y,z)\rangle_{yz} = -\frac{16M_s}{\pi wL}\frac{1}{4}L^2\int_{-\infty}^{\infty} dk_y\, e^{-|k_y|l/2}\frac{\sin^2\frac{1}{2}k_y w}{k_y^2} = -\frac{16M_s}{\pi wL}\frac{L^2}{4}\frac{w^2}{l} - \text{не так,}$$

$\oint_z$ нужен

$$\oint_z\int dk_y\, e^{-\sqrt{k_x^2+k_y^2}\frac{l}{2}}\frac{\sin^2 k_y\frac{w}{2}}{k_y^2} = \int_0^{2\pi} d\varphi_{(k)}\int_0^{\infty} k\,dk\, e^{-kl/2}\frac{\sin^2(k\sin\varphi\cdot\frac{w}{2})}{k^2\sin^2\varphi} =$$

$$= \int_0^{2\pi}\frac{d\varphi}{\sin^2\varphi}\int_0^{\infty} dk\, e^{-kl/2}\frac{\sin^2(k\frac{w}{2}\sin\varphi)}{k} = \int\frac{d\varphi}{\sin^2\varphi}\frac{1}{4}\ln\frac{(l/2)^2+(\frac{w}{2}\sin\varphi)^2}{(l/2)^2} =$$

$$= \frac{1}{4}\int_0^{2\pi}\frac{d\varphi}{\sin^2\varphi}\ln\left[1+4\frac{w^2}{l^2}\sin^2\varphi\right] \approx \frac{1}{4}\int_0^{2\pi}\frac{d\varphi}{\sin^2\varphi}4\frac{w^2}{l^2}\sin^2\varphi = \frac{w^2}{l^2}\cdot 2\pi$$

$$\langle H^x_d(x=0,y,z)\rangle_{yz} = -\frac{16M_s}{\pi wL}\frac{L^2}{4}\int dk_z\,dk_y\, e^{-kl/2}\frac{\sin^2 k_y\frac{w}{2}}{k_y^2} = -\frac{16M_s}{\pi wL}\frac{L^2}{4}2\pi\frac{w^2}{l^2} = -8M_s\frac{Lw}{l^2},$$

Что совп. с расчетом 22/x1. $\langle N_{xx}(x=0)\rangle_{yz} = \frac{2}{\pi}\frac{Lw}{l^2} = \frac{2}{\pi}\frac{1\cdot 1}{(220)^2}\frac{1}{90}\sim 10^{-7}$ - пренебрежимо мало.

Не только $\langle N_{yy}(x=0)\rangle_{zy}$, $\langle N_{zz}(x=0)\rangle_{yz}$ т но и $\sum_{m\,00}^{m'\,00}$, $\gamma^{m'\,00}_{m\,00}$ с $m,m'\neq 0$ должны быть бесконечными (средние по плоскости $x=0$).

По существу идет сравнение $S_1 = \frac{1}{l}\int_0^l dx\,dx'\cos k_x(x-x') = \frac{1}{l}\int_{-l/2}^{l/2} dx\,dx'\cos k_x(x-x') = \frac{4}{l}\frac{\sin^2 k_x\frac{l}{2}}{k_x^2}$

и $S_2 = \int_{-l/2}^{l/2} dx'\cos k_x x' \underset{(x=0)}{=} 2\frac{\sin(k_x l/2)}{k_x}$. При $l\to\infty$ $S_1 = \frac{4}{l}\pi\frac{l}{2}\delta(k_x) = 2\pi\delta(k_x)$ и

и $S_2 = 2\pi\delta(k_x)$, $S_1 = S_2$. Только если $x=0$ - Сечение плоскостью то $\int_{-l/2}^{l/2} dx(\dots)$.

А может и по x' не надо $\int dx'(\dots)$. Положить $x'=0$ и все в ФТ.

$$g_{zz}(\vec{\rho},\vec{\rho}') \underset{\vec{\rho}=(x,y)}{=} -\frac{1}{2\pi}\int d^2\vec{k}\left[1-f(kL)\right]e^{i\vec{k}(\vec{\rho}-\vec{\rho}')} \to g_{zz}(y,y') = -\frac{1}{\pi}\int d^2\vec{k}\left[1-f(kL)\right]e^{ik_y(y-y')}$$

~~$H^z_d(x=0,y) = M_s\int dy'\, g_{zz}(y,y')$~~, $\langle H^z_d(x=0,y)\rangle_y = \frac{M_s}{w}\int_0^w dy\,dy'\, g_{zz}(y,y') =$

Escaneado con CamScanner

Предположение: длина l, w, L

Dato. . .

$$= \frac{M_0}{w}\frac{1}{l}\left(-\frac{1}{\pi}\right)\int_0^w dy\,dy'\int dk_x dk_y \frac{(1-e^{-kL})}{k}\cos k_y(y-y') = -\frac{M_0}{\pi w l}\int dk_x dk_y \frac{(1-e^{-kL})}{k}\cdot 4\sin^2$$

$$\langle N_{22}(x=0,y)\rangle_1 = \frac{1}{M_0}\langle \Pi_2^2(x=0,y)\rangle_y = \frac{4}{\pi w l}\int dk_x dk_y \frac{(1-e^{-kL})}{k}\frac{\sin^2 k_y\frac{w}{2}}{k_y^2}\cdot$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} dk_x \frac{e^{i\sqrt{k_x^2+k_y^2}\,l}}{\sqrt{k_x^2+k_y^2}} = 2K_0(k_y l) \;\Rightarrow\; \langle N_{22}(x=0,y)\rangle_y = \frac{16}{\pi w l}\int_0^{\infty} dk_y \left[K_0(0)-K_0(k_y l)\right]\frac{\sin^2 k_y\frac{w}{2}}{k_y^2}$$

(расходится)

$$\int_{-\infty}^{\infty} dk_y \frac{(1-e^{-kL})}{k}\cos k_y\Delta y = -2\left[K_0(k_x\sqrt{(\Delta y)^2+L^2}) - K_0(k_x|\Delta y|)\right]$$

$$\int_0^{\infty} dk_x K_0(ak_x) = \int_0^{\infty} dk_x \int_0^{\infty} dt \frac{\cos k_x t}{\sqrt{t^2+a^2}} = \pi\int_0^{\infty} dt \frac{\delta(t)}{\sqrt{t^2+a^2}} = \frac{\pi}{a}$$

$$\langle N_{22}(x=0,y)\rangle_y \sim \int_0^w dy\,dy'\left[\frac{1}{\sqrt{(y-y')^2+L^2}} - \frac{1}{|y-y'|}\right]$$

$$\int_0^w \frac{dy'}{y'-y} = \ln|y'-y|\Big|_0^w = \ln\left(\frac{w-y}{y}\right);\quad \int_0^w dy \ln\frac{w-y}{y} = \int_0^w dy\left[\ln\left(\frac{w-y}{w}\right) - \ln\frac{y}{w}\right] =$$

$$= \left|\frac{y}{w}=x\right| = w\int_0^1 dx\left[\ln(1-x)-\ln x\right] = w\left[(x-1)\ln(1-x) - x - x\ln x + x\right]_0^1 =$$

$$= w\left[(x-1)\ln(1-x) - x\ln x\right]_0^{w\to 1} = w\left[0-0\right] = 0 \text{ из-за нулей}$$

$$\int_0^w \frac{dy\,dy'}{|y-y'|} = \int_0^w dy\int_0^y dy'\frac{1}{y-y'} + \int_0^w dy\int_y^w dy'\frac{(-1)^0}{y'-y} = \int_0^w dy\left[-\ln(y-y')\Big|_0^y + \ln(y'-y)\right.$$

$$= \int_0^w dy\left[-\ln 0 + \ln y + \ln(w-y) - \ln 0\right] \text{ — расходится.}$$

Чтобы положить $x'=0$ в ФГ $g_{22}(x,x',y,y')$ — нужно. Ничего удивительного тут нет. Ведь $x=0, x'=0$ соответствует 2-первой задаче, и ФГ не $\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$, а $\ln|\vec{\rho}-\vec{\rho}'|$.

Для конечного wire (с конечным l):

$$\hat{Z}^{m'00}_{m00} = \frac{2}{\pi^2\varepsilon_m V_d}\left[1+(-1)^{m+m'}\right]\int d^2\vec{k}\,\frac{(e^{-kL}-1)}{k}\,\frac{k_y^2\left[1-(-1)^m\cos k_y w\right]}{\left[k_y^2-q_m^2\right]\left[k_y^2-q_{m'}^2\right]}\,\frac{\sin^2 k_x\frac{l}{2}}{k_x^2}$$

Если $l\to\infty$ $\frac{\sin^2 k_x\frac{l}{2}}{k_x^2} = \pi\frac{l}{2}\delta(k_x)$ и остаётся $\hat{Z}^{m'00}_{m00}$ от $2/L$.

$$\hat{Z}^{m'00}_{m00} = \frac{32(-1)^{\frac{m+m'}{2}}}{\pi^2\sqrt{\varepsilon_m\varepsilon_{m'}}V_d}\int_0^{\infty} dk_x\int_0^{\infty} dk_y k_y^2\frac{(e^{-kL}-1)}{k}\,\frac{\sin(k_y-q_m)\frac{w}{2}\cdot\sin k_y(k-q_{m'})\frac{w}{2}}{(k_y^2-q_m^2)(k_y^2-q_{m'}^2)}\,\frac{\sin^2 k_x}{k_x^2}$$

- в сам wire. Это общее выражение матрицы. Элемента без всяких предположений о соотн. l, w, L для $\vec{m}(\vec{r}) = \vec{m}(y)$.

Escaneado con CamScanner

Date. 07. 01.

Для доль $1\times1{,}2$ мкм или $1\times1{,}75$ мкм. $L \ll w, l$. Раскинем разложение по $\frac{L}{l}$: $\frac{e^{-kL}-1}{k} = -L$. И сразу полагаем $\hat{Z}^{m'00}_{m00} = -\delta_{mm'}$.

в силу (4/I) $\frac{[1+(-1)^{m+m'}][1-(-1)^m\cos kw]}{(k_y^2-q_m^2)(k_y^2-q_{m'}^2)} = \frac{1}{k_y^2}\int_0^w dy\,dy'\cos q_m y \cos q_{m'} y' \cos k_y(y-y')$

ведь $\int dk_y \cos k_y(y-y') = 2\pi\delta(y-y')$ и $\int_0^w dy \cos q_m y \cos q_{m'} y = \frac{w}{2}\varepsilon_m\delta_{mm'}$

$$\hat{Z}^{m'00}_{m00} = \frac{8}{\pi^2\sqrt{\varepsilon_m\varepsilon_{m'}}V_d}\int_0^\infty dk_x \int_0^\infty dk_y \frac{(e^{-kL}-1)}{k}\frac{\sin^2 k_x\frac{l}{2}}{k_x^2}\int_0^w dy\,dy'\cos q_m y\cos q_{m'} y'\cos k_y(y-y')$$

можно взять $\int dk_y(\dots)$ через $K_0(x)$:

$$\hat{Z}^{m'00}_{m00} = \frac{16/2}{\pi^2\sqrt{\varepsilon_m\varepsilon_{m'}}V_d}\int_0^\infty dk_x \frac{\sin^2 k_x\frac{l}{2}}{k_x^2}\int_0^w dy\,dy'\cos q_m y\cdot\cos q_{m'} y'\left[K_0\left(k_x\sqrt{(y-y')^2+L^2}\right)-K_0(k_x|y-y'|)\right]$$

В случае wires $l/w \gg 1$, $\frac{\sin^2 k_x\frac{l}{2}}{k_x^2} = \pi\frac{l}{2}\delta(k_x)$ и $[K_0(\cdot)-K_0(\cdot)] = \frac{1}{2}\ln\frac{\Delta^2}{\Delta^2+L^2}$, где $\Delta = y-y'$. Тогда (wires):

$$\hat{Z}^{m'00}_{m00} = \frac{2/2}{\pi\sqrt{\varepsilon_m\varepsilon_{m'}}wL}\int_0^w dy\,dy'\cos q_m y\cdot\cos q_{m'} y'\ln\frac{(y-y')^2}{(y-y')^2+L^2}$$ — для численного расчета плохо, т.к. сингул. при $y=y'$. Для численного расчета подходит (*), т.к. в подынтегр. функциях нет сингулярностей. А для wires — подходит ф. $\hat{Z}^{m'00}_{m00}$ от 4/I.

→ Можно в общей ф. Ahatoni для №22 призмы устремить одну из сторон (L) к 0. Тогда можно попробовать хотя бы осн. моду 8и призмы $1\times1{,}2$ мкм или $1\times1{,}375$ мкм описать (см. 10/I).

→ 1) Расходимость можно обходить при Wires числ. интегр. 7/I ровании добавляя ε к опасным занулениям и $\lim_{\varepsilon\to0} I_\varepsilon$. Достигает порядка интегр.

2) Для больших $\frac{w}{L}$ или $\frac{l}{w}$ можно воспользоваться асимпт. разложением.

$$I_{mm'}\text{ wires} = \int_0^w dy\,dy'\cos q_m y\cdot\cos q_{m'} y'\cos k(y-y') = \left|\begin{matrix} y = xw \\ kL = t \\ L/w = p\end{matrix}\right| = \int dy\,dy'(\dots)\cos t\frac{(y-y')}{w}\frac{w}{L} =$$

$$= w^2\int_0^1 dx\,dx'\cos(\pi m x)\cos(\pi m' x')\cos t(x-x')\frac{w}{L} = w^2\,\mathrm{Re}\int_0^1 dx\,dx'\cos(\pi m x)\cos(\pi m' x')e^{i\left(\frac{w}{L}\right)t(x-x')}$$

$(t) = \int_0^1 dx\cos(\pi m x)e^{i\left(\frac{w}{L}\right)tx}$ при $\frac{w}{L}\gg1$. $F(\omega) = \int_0^1 dx\,f(x)e^{i\omega x}$ при $\omega\to\infty$.

$f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2}x^2$, $F(\omega) = \int_0^1 dx\,e^{i\omega x}\left[f(0)+\frac{f''(0)}{2}x^2\right] =$

Escaneado con CamScanner

Date. . .

$= f(0)\int_0^1 dx\, e^{i\omega x} + \frac{1}{2}f''(0)\int_0^1 dx\, x^2 e^{i\omega x} = f(0)\frac{1}{i\omega}\left(e^{i\omega}-1\right) + \frac{1}{2}f''(0)\left[\frac{d^2}{dt^2}\int_0^1 dx\, e^{xt}\right]_{t=i\omega}$

$= 2f(0)e^{i\omega/2}\frac{\sin\omega}{\omega} + \frac{1}{2}f''(0)\left[\frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{e^t-1}{t}\right)\right]_{t=i\omega} = (\dots) + \frac{1}{2}f''(0)\left[\left\{\frac{1}{t}\left(e^t-1\right)-e^t\right\}\frac{2}{t^2}+\frac{e^t}{t}\right]_{t=i\omega}$

$= 2f(0)e^{i\omega/2}\frac{\sin\omega}{\omega} + \frac{1}{2}f''(0)\frac{e^{i\omega}}{i\omega} + O\left(\frac{1}{\omega^2}\right)$,

$F(\omega) = \int_0^1 dx\, e^{i\omega x}\sum_n \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n = \sum_n \frac{f^{(n)}(0)}{n!}\int_0^1 dx\, e^{i\omega x}x^n = \sum_n \frac{f^{(n)}(0)}{n!}\left[\frac{d^n}{dt^n}\int_0^1 dx\, e^{tx}\right]_{t=i\omega}$

$= \sum_n \frac{f^{(n)}}{n!}\left[\frac{d^n}{dt^n}\frac{(e^t-1)}{t}\right]_{t=i\omega} = -\frac{f(0)}{i\omega} + \frac{e^{i\omega}}{i\omega}\sum_{n=0}\frac{f^{(n)}(0)}{n!} + O\left(\frac{1}{\omega^2}\right)$

$\mathrm{Re}\,F(\omega) = \int_0^1 dx\, f(x)\cos\omega x = \frac{\sin\omega}{\omega}\sum_{n=0}\frac{f^{(n)}(0)}{n!} + O\left(\frac{1}{\omega^2}\right)$

$f(x) = \cos(\pi m x)$, $f(x) = \mathrm{Re}\,e^{i\pi m x}$, $f^{(n)}(x) = \mathrm{Re}\,(i\pi m)^n e^{i\pi m x}$

$f^{(n)}(0) = \mathrm{Re}\,(i\pi m)^n = (\pi m)^n \mathrm{Re}\,i^n = (\pi m)^n\cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)$

$\mathrm{Re}\,F(\omega) = \int_0^1 dx\, f(x)\cos\omega x = \frac{\sin\omega}{\omega}\sum_{n=0}\frac{(\pi m)^n\cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)}{n!} = \frac{\sin\omega}{\omega}\sum_{\substack{n-\text{чет.}\\ n=2s}}\frac{(-1)^s(\pi m)^{2s}}{(2s)!} =$

$= \frac{\sin\omega}{\omega}\cos(\pi m) + O\left(\frac{1}{\omega^2}\right)$, т.е. $\mathrm{Re}\int_0^1 dx\cos(\pi m x)\,e^{i\left(\frac{w}{L}\right)tx} = (-1)^m\frac{\sin\frac{w}{L}t}{\left(\frac{w}{L}\right)t} + O\left(\frac{L^2}{w^2}\right)$

$F_m(\omega) = \int_0^1 dx\cos(\pi m x)\,e^{i\omega x} = -\frac{f(0)}{i\omega} + \frac{e^{i\omega}}{i\omega}(-1)^m + O\left(\frac{1}{\omega^2}\right) = \frac{1}{i\omega}\left[(-1)^m e^{i\omega}-1\right] + O($

$I_{mm'} = \mathrm{Re}\int dx\cos(\pi m x)e^{i\left(\frac{w}{L}t\right)x}\cdot\int dx'\cos(\pi m' x')e^{-i\left(\frac{w}{L}t\right)x'} = \mathrm{Re}\,F_m(\omega)F^*_{m'}(\omega) =$

$= \mathrm{Re}\,\frac{1}{i\omega}\left[(-1)^m e^{i\omega}-1\right]\frac{1}{(-i\omega)}\left[(-1)^{m'}e^{-i\omega}-1\right] = \frac{1}{\omega^2}\mathrm{Re}\left[(-1)^{m+m'}+1-(-1)^m e^{+i\omega}-\right.$

$\left.-(-1)^{m'}e^{-i\omega}\right] = \left|m,m'\text{ - одной чет.}\right| = \frac{1}{\omega^2}\mathrm{Re}\left[2-(-1)^m\left(e^{i\omega}+e^{-i\omega}\right)\right] =$

$= \frac{2}{\omega^2}\left[1-(-1)^m\cos\omega\right] = \frac{L^2}{w^2}\frac{2}{t^2}\left[1-(-1)^m\cos\left(\frac{w}{L}\right)t\right] = \frac{2p^2}{t^2}\left[1-(-1)^m\cos\frac{w}{L}t\right]$

$\hat{Z}^{m'00}_{m00} = \frac{2}{\pi\epsilon_m}\frac{1}{p}\int_0^\infty dt'\,\frac{\left(e^{-pt'}-1\right)}{t'}\int dx\,dx'\cos(\pi m x)\cos(\pi m' x')\cos t'(x-x') = \left|\begin{array}{l}t' = kw = kL\frac{w}{L}\\ pt' = \frac{t}{w}\frac{w}{L}t = \end{array}\right.$

$= \frac{2}{\pi\epsilon_m}\frac{1}{p}\int_0^\infty dt\,\frac{\left(e^{-t}-1\right)}{t}\int dx\,dx'\cos(\pi m x)\cos(\pi m' x')\cos\left[\left(\frac{w}{L}t\right)(x-x')\right] \simeq \left|\omega = \frac{w}{L}t\to\infty\right.$

$\simeq \frac{2}{\pi\epsilon_m}\frac{1}{p}2p^2\int_0^\infty dt\,\frac{\left(e^{-t}-1\right)}{t}\,\frac{\left[1-(-1)^m\cos\frac{t}{p}\right]}{t^2} \overset{\omega=\frac{w}{L}t}{=} \left|\begin{array}{l}\text{подчеркнуто}\\ \text{только для m=чет.}\end{array}\right| = \frac{8p}{\pi\epsilon_m}\int_0^\infty dt\,\frac{\left(e^{-t}-1\right)}{t}\frac{\sin^2\frac{t}{2}}{t^2}$

$= \frac{8}{\pi\epsilon_m}\frac{1}{p}\int_0^\infty dt'\,\frac{\left(e^{-pt'}-1\right)}{t'}\,\frac{\sin^2\left(\frac{t'}{2}\right)}{t'^2} = \frac{2}{\epsilon_m}\hat{Z}^{000}_{000}(p)$, т.е. в этом приближении

Все $\hat{Z}^{m'00}_{m00}$ с четными $m,m'\neq 0$ удовл. $\hat{Z}^{m'00}_{m00} = 2\hat{Z}^{000}_{000}(p)$. Ку-ку.

и от m,m' не зависят. Для $p=0{,}041$ это дает $\hat{Z}^{m'00}_{m00} = -0{,}977$, что точно для $m=m'=0$ и получается. Плохо. Условие $\omega = \frac{w}{L}t \gg 1$ нарушается при

$\hat{Z}^{m'oo}_{moo} \sim I_{mm'} = \mathrm{Re}\, F_m(t) F^*_{m'}(t)$, $F_m(t) = \int_0 dx \cos(\pi m x) e^{i\frac{w}{L}tx}$.

Date. . .

1) обходим особенности для wires $\int dk(\dots)$: $\hat{Z}^{m'oo}_{moo}_{(t=kw)} = \frac{8(-1)^{\frac{m+m'}{2}}}{\pi\sqrt{\varepsilon_m \varepsilon_{m'}}} P \int_0^\infty dt\, t(e^{-Pt}-1) \frac{\sin(t-m)\frac{\pi}{2} \cdot \sin(t-m')\frac{\pi}{2}}{[t^2-m^2\pi^2][t^2-m'^2\pi^2]}$

Долго добавка $i\varepsilon$ в знаменатель оказалась ненужной, MCAD сам устраняет особенности при $t \to \pi m$.

→ При отмене $\int dy dy'(\dots)$ в расчете $\int dk(\dots)$ только, матрица эл. $\hat{Z}^{m'oo}_{moo}$ не изменились по сравнению с расчетом потерь 4/I. Но считается гораздо быстрее. Теперь можно привести зависимость от пределов $\int dt(\dots)$, $t = kw$.

$$\hat{Z}^{m'oo}_{moo}_{(t=kL)} = \frac{8(-1)^{\frac{m-m'}{2}}}{\pi\sqrt{\varepsilon_m \varepsilon_{m'}}} P \int_0^\infty dt\, t(e^{-t}-1) \frac{\sin(t-q_m L)\frac{w}{2L} \cdot \sin(t-q_{m'}L)\frac{w}{2L}}{(t^2-q_m^2L^2)(t^2-q_{m'}^2L^2)}$$

$$\hat{Z}^{m'oo}_{moo} = \frac{8(-1)^{\frac{m-m'}{2}}}{\pi\sqrt{\varepsilon_m \varepsilon_{m'}}} P \int_0^\infty dt \frac{t(e^{-t}-1)}{(t+q_m L)(t+q_{m'}L)} \frac{\sin(t-q_m L)\left(\frac{w}{2L}\right)}{(t-q_m L)} \frac{\sin(t-q_{m'}L)\left(\frac{w}{2L}\right)}{(t-q_{m'}L)}$$

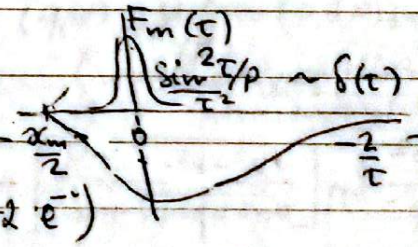
Увеличение предела $\int dt(\dots)$ дает $\hat{Z}^{000}_{000} = -0{,}979$, т.е. согласуется с тот. значением ф. Aharoni. Пересчитаем матрицу и элементы и SW пакета Wires с 4/I:

m	0	1	2	3	4	5	
comp. $\hat{Z}^{moo}_{moo}$	-0,979	-0,958	-0,944	-0,931	-0,917	-0,913	Wires, $\cos q_m y$ - Basis
comp. ω_m	0,268	0,302 точнее 0,307	0,323	0,340	0,357	0,361	ближе к эксп. BLS, чем 4/I, но все равно, согласие неважное
exp. f_m	0,236	0,266	0,297	0,319	0,339	Wires $\frac{L}{w} = 0{,}911$	

$$\hat{Z}^{moo}_{moo} = \frac{4}{\pi\varepsilon_m} \int_{-\frac{x_m}{2}}^\infty d\tau \frac{(2\tau+x_m)}{(\tau+x_m)^2}\left(e^{-2\tau-x_m}-1\right) \frac{\sin^2\frac{w}{L}\tau}{\tau^2} = \frac{4}{\pi\varepsilon_m} \int_{-x_m/2}^\infty d\tau\, F_m(\tau) \frac{\sin^2\frac{w}{L}\tau}{\tau^2},$$

$\left(\begin{matrix} 2\tau = t - q_m L \\ x_m = q_m L \end{matrix}\right)$

$$F_{x_m}(\tau) = \frac{(2\tau+x_m)}{(\tau+x_m)^2}\left(e^{-2\tau-x_m}-1\right),$$



$$\frac{\partial F_m(\tau)}{\partial\tau} = \frac{2(e^{-}-1)}{(\tau+x_m)^2} + \frac{(2\tau+x_m)(e^{-}-1)(-2)}{(\tau+x_m)^3} + \frac{2\tau+x}{(\tau+x)^2}(-2\cdot e^{-})$$

$$\frac{\partial F_m(0)}{\partial\tau} = \frac{2}{x_m^2}(e^{-x_m}-1) + \frac{(-2)}{x_m^2}(e^{-x_m}-1) \neq 0,$$ т.е. $\tau=0$ не дает $\min F_m(\tau)$

$\frac{\partial^2 F_m}{\partial\tau^2}$ * $F_x(\tau=0) = \frac{1}{x_m}(e^{-x_m}-1)$. $F_m(\tau=-\frac{x_m}{2}) = 0$. В близи нижнего предела $\tau = -x_m/2$ $F_m(\tau) = \frac{(2\tau+x_m)}{(+x_m/2)^2}\left[-(2\tau+x_m) = -\frac{4}{x_m^2}(2\tau+x_m)^2 \sim (\tau+\frac{x_m}{2})^2 \to 0\right.$

$$F_m(\tau) = \frac{1}{x_m}(e^{-x_m}-1) - \frac{2}{x_m}e^{-x_m}\tau.$$

Escaneado con CamScanner

Date. 09. 01.

Prisma

$$\hat{Z}^{m\,00}_{m\,00} = \frac{4}{\pi\varepsilon_m}\int_{-\frac{x_m}{2}}^{\infty} d\tau\,\left[F_m(0)+\tau F_m'(0)\right]\frac{\sin^2\frac{w}{L}\tau}{\tau^2} = \frac{4}{\pi\varepsilon_m}F(0)\int_{-\frac{x}{2}}^{\infty} d\tau\,\frac{\sin^2\frac{w}{L}\tau}{\tau^2} +$$

$$+\frac{4F_m'(0)}{\pi\varepsilon_m}\int_{-\frac{x}{2}}^{\infty} d\tau\,\frac{\sin^2\frac{w}{L}\tau}{\tau} = \frac{4}{\pi\varepsilon_m}F(0)\left[\int_{-x/2}^{0} d\tau\,\frac{\sin^2\frac{w}{L}\tau}{\tau^2}+\int_{0}^{\infty} d\tau\,\frac{\sin^2\frac{w}{L}\tau}{\tau^2}\right]+$$

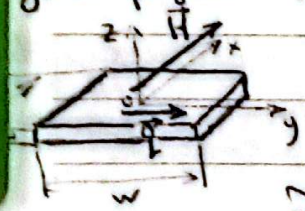
$$+\frac{4F_m'(0)}{\pi\varepsilon_m}\left[\int_{-x/2}^{0} d\tau\,\frac{\sin^2\frac{1}{p}\tau}{\tau}+\int_{0}^{\infty} d\tau\,\frac{\sin^2\frac{\tau}{p}}{\tau}\right] = \frac{4F(0)}{\pi\varepsilon_m}\left[\int_{0}^{x/2} d\tau\,\frac{\sin^2\tau/p}{\tau^2}+\frac{1}{p}\,\frac{\pi}{2}\right]+$$

$$+\frac{4F_m'(0)}{\pi\varepsilon_m}\left[-\int_{0}^{x/2} d\tau\,\frac{\sin^2\tau/p}{\tau}+(\text{расходится логарифмически})\right]$$

$$\hat{Z}^{m\,00}_{m\,00} = \frac{4}{\pi\varepsilon_m}\int_{-x_m/2}^{\infty} d\tau\,F_m(\tau)\,\frac{\sin^2\frac{w}{L}\tau}{\tau^2}$$ — и разложить в окрестности $\max \frac{\sin^2(\tau/p)}{\tau^2}$, $\tau=0$ нельзя

Далее формула $\hat{Z}^{m'00}_{m00} = \frac{1}{\pi\sqrt{\varepsilon_m\varepsilon_{m'}}\,p}\int_0^1 dx\,dx'\cos(\pi m x)\cos(\pi m' x')\ln\frac{(x-x')^2}{(x-x')^2+p^2}$ немного работает и дает $\hat{Z}^{100}_{100} = -0{,}958$. Надо только $\lim_{\varepsilon\to 0}\ln\left[\frac{(x-x')^2+\varepsilon^2}{[\dots]}\right]$

I. Считаем матрицу Зеленого и SW часть для прямоугольного дна с сеткой l. Даны $L = 35$ mm, $1\times 1{,}2$ μm, $1\times 1{,}35$. Для осн. моды $m=0$ $\hat{Z}^{100}_{100}$, $q_m = \frac{\pi m}{w}$ использ. формулы Aharoni для разных факторов призмы. Размер вдоль ox – l, вдоль oy – высота – L. $l = 1$ μm, $w = 1{,}2$ μm, $L = 35$ mm.



Введем $p = \frac{L}{w}$, $u = \frac{l}{w}$. $p \ll 1$, $u \sim 1$.

Для осн. частоты нужен разн. фактор N_{xx}, N_{yy}, N_{zz} усредненные по объему дока V_d. $H_0^0 = -\frac{1}{4\pi}\langle N_{xx}\rangle$.

$$\omega^2_{m=0} = \left[N_0 + H_0^0 - Y_0^0\right]\left[N_0 + H_0^0 - \hat{Z}_0^0\right] = \left[\omega_H + \frac{1}{4\pi}\left(\langle N_{yy}\rangle - \langle N_{xx}\rangle\right)\right]\left[\omega_H + \frac{1}{4\pi}\left(\langle N_{zz}\rangle - \right.\right.$$

Ah: $\pi D_{zz}(a,b,c) = \frac{1}{4}N_{zz}(u,p) = \left|\frac{a}{b}=\frac{2a}{2b}=\frac{l}{w}=u,\ \frac{c}{b}=\frac{2c}{2b}=\frac{L}{w}=p\right| =$ (нормируем на $2b=w$)

$$= \frac{1-p^2}{2p}\ln\left[\frac{\sqrt{u^2+p^2+1}-u}{\sqrt{u^2+p^2+1}+u}\right]+\frac{u^2-p^2}{4up}\ln\left[\frac{\sqrt{u^2+p^2+1}-1}{\sqrt{u^2+p^2+1}+1}\right]+\frac{1}{2p}\ln\left[\frac{\sqrt{u^2+1}+u}{\sqrt{u^2+1}-u}\right]+$$

$$+\frac{u}{2p}\ln\left[\frac{\sqrt{u^2+1}+1}{\sqrt{u^2+1}-1}\right]+\frac{p}{2u}\ln\left[\frac{\sqrt{1+p^2}-1}{\sqrt{1+p^2}+1}\right]+2\operatorname{arctg}\left[\frac{u}{p\sqrt{u^2+p^2+1}}\right]+$$

$$+\frac{u^3+1-2p^3}{3up}+\frac{u^2+1-2p^2}{3up}\sqrt{u^2+p^2+1}+\frac{p}{u}\left[\sqrt{u^2+p^2}+\sqrt{p^2+1}\right]-\frac{(u^2+1)^{3/2}+(p^2+1)^{3/2}+(p^2+u^2)^{3/2}}{3up}+$$

$$+\frac{p}{2}\ln\left[\frac{\sqrt{p^2+u^2}-u}{\sqrt{p^2+u^2}+u}\right]$$

(было и "симметрично")

Т.к. для плоских $p \ll 1$, разложим по p с точн. до p^1 слагаемых

$\to p = \frac{L}{w} = \frac{35\text{ mm}}{1{,}2\cdot 10^{-3}\text{ mm}} = 2{,}92\cdot 10^{-2}$.

Escaneado con CamScanner

Date. 09 · 01 · Prisma

$$\hat{Z}^{m\,00}_{m\,00} = \frac{4}{\pi\varepsilon_m}\int_{-\frac{\pi_m}{2}}^{\infty} d\tau \left[F_m(0)+\tau F_m'(0)\right]\frac{\sin^2\frac{w}{L}\tau}{\tau^2} = \frac{4}{\pi\varepsilon_m}F(0)\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\infty} d\tau \frac{\sin^2\frac{w}{L}\tau}{\tau^2} +$$

$$+\frac{4F_m'(0)}{\pi\varepsilon_m}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\infty} d\tau\,\frac{\sin^2\frac{w}{L}\tau}{\tau} = \frac{4}{\pi\varepsilon_m}F(0)\left[\int_{-\pi/2}^{0} d\tau\,\frac{\sin^2\frac{w}{L}\tau}{\tau^2} + \int_0^{\infty} d\tau\,\frac{\sin^2\frac{w}{L}\tau}{\tau^2}\right] +$$

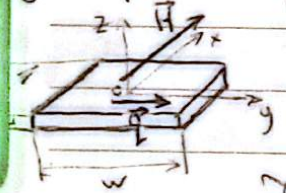
$$+\frac{4F_m'(0)}{\pi\varepsilon_m}\left[\int_{-\pi/2}^{0} d\tau\,\frac{\sin^2\frac{1}{p}\tau}{\tau} + \int_0^{\infty} d\tau\,\frac{\sin^2\frac{\tau}{p}}{\tau}\right] = \frac{4F(0)}{\pi\varepsilon_m}\left[\int_0^{\pi/2} d\tau\,\frac{\sin^2\tau/p}{\tau^2} + \frac{1}{p}\,\frac{\pi}{2}\right] +$$

$$+\frac{4F_m'(0)}{\pi\varepsilon_m}\left[-\int_0^{\pi/2} d\tau\,\frac{\sin^2\tau/p}{\tau} + (\text{расходится логарифмически})\right]$$

$$\hat{Z}^{m\,00}_{m\,00} = \frac{4}{\pi\varepsilon_m}\int_{-\pi_m/2}^{\infty} d\tau\, F_m(\tau)\,\frac{\sin^2\frac{w}{L}\tau}{\tau^2}$$ — и разложить в окрестности $\max \frac{\sin^2(\tau/p)}{\tau^2}$, $\tau=0$ каждый

Такая формула $\hat{Z}^{m'00}_{m00} = \frac{1}{\pi\sqrt{\varepsilon_m\varepsilon_{m'}}\,p}\int_0^1 dx\,dx'\cos(\pi m x)\cos(\pi m' x')\ln\frac{(x-x')^2}{(x-x')^2+\varepsilon^2}$ неплохо работает и здесь $\hat{Z}^{100}_{100} = -0{,}958$. Надо только $\lim_{\varepsilon\to 0}\ln\left[\frac{(x-x')^2+\varepsilon^2}{\dots}\right]$

I Посчитаем матрицу Грина и SW пассивы для прямоугольного диэлектрика с конечным ℓ. Даны $L = 35$ mm, $1\times 1{,}2$ mm, $1\times 1{,}25$ mm. Для осн. моды $m=0$ $\vec{q}\parallel Oy$, $q = \frac{\pi m}{w}$ используем формулы Ахиезера для разных факторов призмы. Размер вдоль ox – ℓ, вдоль oy – ширина, высота – L. $\ell = 1$ mm, $w = 1{,}2$ mm, $L = 35$ mm



Введем $p = \frac{L}{w}$, $u = \frac{\ell}{w}$; $p \ll 1$, $u \sim 1$.

Для осн. пассивы нужны разные факторы N_{xx}, N_{yy}, N_0 усредненные по объему диэлектрика V_d. $H_0^0 = -\frac{1}{4\pi}\langle N_{xx}\rangle$.

$$\omega^2_{m=0} = [N_0 + H_0^0 - Y_0^0][N_0 + H_0^0 - \hat{Z}_0^0] = \left[\omega_H + \frac{1}{4\pi}(\langle N_{yy}\rangle - \langle N_{xx}\rangle)\right]\left[\omega_H + \frac{1}{4\pi}\langle N_{zz}\rangle\right]$$

Ahiezer: $\pi D_{zz}(a,b,c) = \frac{1}{4}N_{zz}(u,p) = \left|\frac{a}{b} = \frac{2a}{2b} = \frac{\ell}{w} = u,\ \frac{c}{b} = \frac{2c}{2b} = \frac{L}{w} = p\right| =$ (переходим к безразмерным, делим на $2b = w$)

$$= \frac{1-p^2}{2p}\ln\left[\frac{\sqrt{u^2+p^2+1}-u}{\sqrt{u^2+p^2+1}+u}\right] + \frac{u^2-p^2}{4up}\ln\left[\frac{\sqrt{u^2+p^2+1}-1}{\sqrt{u^2+p^2+1}+1}\right] + \frac{1}{2p}\ln\left[\frac{\sqrt{u^2+1}+u}{\sqrt{u^2+1}-u}\right] +$$

$$+\frac{u}{2p}\ln\left[\frac{\sqrt{u^2+1}+1}{\sqrt{u^2+1}-1}\right] + \frac{p}{2u}\ln\left[\frac{\sqrt{1+p^2}-1}{\sqrt{1+p^2}+1}\right] + 2\operatorname{arctg}\left[\frac{u}{p\sqrt{u^2+p^2+1}}\right] +$$

$$+\frac{u^3+1-2p^3}{3up} + \frac{u^2+1-2p^2}{3up}\sqrt{u^2+p^2+1} + \frac{p}{u}\left[\sqrt{u^2+p^2}+\sqrt{p^2+1}\right] - \frac{(u^2+1)^{3/2}+(p^2+1)^{3/2}+(p^2+u^2)^{3/2}}{3up} +$$

(было "u" ошибочно)

$$+\frac{p}{2}\ln\left[\frac{\sqrt{p^2+u^2}-u}{\sqrt{p^2+u^2}+u}\right].$$

Т.к. $p \ll 1$, разложим по p^2, тогда $\sim p^1$ сущ. $\to p = \frac{L}{w} = \frac{35\text{ mm}}{1{,}2\cdot 10^{-3}\text{ mm}} = 2{,}92\cdot 10^{-2}$.

Escaneado con CamScanner

Date. . .

$$\frac{1}{4}N_{zz}(u,\rho)=\frac{1}{2\rho}\ln\left[\frac{\sqrt{u^2+1}-u}{\sqrt{u^2+1}+u}\right]+\frac{u}{2\rho}\ln\left[\frac{\sqrt{u^2+1}-1}{\sqrt{u^2+1}+1}\right]+\frac{1}{2\rho}\ln\left[\frac{\sqrt{u^2+1}+u}{\sqrt{u^2+1}-u}\right]+$$

$$+\frac{u}{2\rho}\ln\left[\frac{\sqrt{u^2+1}+1}{\sqrt{u^2+1}-1}\right]+\frac{\rho}{2u}\ln\left(\frac{\rho^2}{4}\right)+\frac{\rho}{2}\ln\left(\frac{\rho^2}{4u^2}\right)+2\operatorname{arctg}\left[\frac{u}{\rho\sqrt{u^2+1}}\right]+$$

$$+\frac{u^3+1}{3u\rho}+\frac{u^2+1}{3u\rho}\sqrt{u^2+1}+\frac{\rho}{u}\left[\quad u+1\right]-\frac{1}{3u\rho}\left[(u^2+1)^{3/2}+1+\frac{3}{2}\rho^2+u^3+\frac{3}{2}\rho^2u\right]+$$

$$+\rho\frac{\sqrt{u^2+1}}{6u}\left[\frac{1}{u^2+1}-4\right]=\left(\frac{\rho}{u}\right)\ln\frac{\rho}{2}+\rho\ln\frac{\rho}{2u}+2\operatorname{arctg}\left(\frac{\rho\sqrt{u^2+1}}{u^2}\right)+\frac{\rho}{u}\left[\quad u+1\right]-$$

$$-\frac{1}{2u}\left[\rho+\rho u\right]+\frac{\sqrt{u^2+1}}{6u}\rho\left[\frac{1}{u^2+1}-4\right]=\frac{\rho}{u}\ln\frac{\rho}{2}+\rho\ln\frac{\rho}{2u}+\rho+\frac{\rho}{u}\quad .-\frac{\rho}{2u}-\frac{\rho}{2}+\frac{\rho\sqrt{u^2+1}}{6u}\left[\frac{1}{u^2+1}-4\right]+$$

$$+2\left[\frac{\pi}{2}-\rho\frac{\sqrt{u^2+1}}{u}+O(\rho^3)\right]=\pi+\frac{\rho}{u}\ln\frac{\rho}{2}+\rho\ln\frac{\rho}{2u}+\frac{\rho}{2}-\frac{5}{3}\rho\frac{\sqrt{u^2+1}}{u}+\frac{\rho}{2u}+$$

$$+\frac{1}{6}\frac{\rho}{u\sqrt{u^2+1}}$$

$$\frac{1}{4}N_{zz}(u,\rho)=\pi+\frac{\rho}{u}\left[\ln\frac{\rho}{2}+u\ln\frac{\rho}{2u}+\frac{1}{2}(u+1)-\frac{8}{3}\sqrt{u^2+1}+\frac{1}{6}\frac{1}{\sqrt{u^2+1}}\right]$$

$$\frac{1}{4}N_{zz}(u,\rho)=\pi+\frac{\rho}{u}\left[(u+1)\ln\frac{\rho}{2}-u\ln u+\frac{1}{2}(u+1)-\frac{8}{3}\sqrt{u^2+1}+\frac{1}{6}\frac{1}{\sqrt{u^2+1}}\right]$$

1) Если $c\to a$, $a\to b$, $b\to c$, то получим N_{xx} из $N_{zz}(a,b,c)$

2) Если $c\to b$, $a\to c$, $b\to a$, то получим N_{yy}.

$(a,b,c)_{zz}$, $(c,a,b)_{yy}$, $(b,c,a)_{xx}$ – последний знак в $(\cdot,\cdot,\cdot)$ определяет ось x_i.

1) $c\to a$ даст $\left(\frac{u}{\rho}\right)\to\left(\frac{\rho}{u}\right)$, $a\to b$ даст $u\to\frac{1}{u}$, $b\to c$ даст $\rho\to\frac{1}{\rho}$ – Свойств. $N_{xx}(\rho,u)$

2) $c\to b$ даст $\rho\to\frac{1}{\rho}$, $a\to c$ даст $\left(\frac{u}{\rho}\right)\to\left(\frac{\rho}{u}\right)$, $b\to a$ даст $u\to\frac{1}{u}$ – Свойств. $N_{yy}(\rho,u$

1) $\pi D_{xx}(a,b,c)=\pi D_{zz}(b,c,a)=\frac{1}{4}N_{xx}(\rho,u)=\frac{1}{2}\rho\left(1-\frac{1}{\rho^2}\right)\ln[\ldots]$

$$\pi D_{xx}(a,b,c)=\frac{1}{4}N_{xx}(\rho,u)=\frac{c^2-a^2}{2ca}\ln\left[\frac{\sqrt{b^2+c^2+a^2}-b}{\sqrt{b^2+c^2+a^2}+b}\right]+\frac{b^2-a^2}{2ab}\ln\left[\frac{\sqrt{a^2+b^2+c^2}-c}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}+c}\right]+$$

$$+\frac{c}{2a}\ln\left[\frac{\sqrt{b^2+c^2}+b}{\sqrt{b^2+c^2}-b}\right]+\frac{b}{2a}\ln\left[\frac{\sqrt{b^2+c^2}+c}{\sqrt{b^2+c^2}-c}\right]+\frac{a}{2b}\ln\left[\frac{\sqrt{a^2+c^2}-c}{\sqrt{a^2+c^2}+c}\right]+\frac{a}{2c}\ln\left[\frac{\sqrt{a^2+b^2}-b}{\sqrt{a^2+b^2}+b}\right]+$$

$$+2\operatorname{arctg}\left(\frac{bc}{a\sqrt{a^2+b^2+c^2}}\right)+\frac{b^3+c^3-2a^3}{3abc}+\frac{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}{3abc}\left[b^2+c^2-2a^2\right]+\frac{a}{bc}\left[\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{a^2+c^2}\right]-$$

$$-\frac{1}{3abc}\left[(b^2+c^2)^{3/2}+(c^2+a^2)^{3/2}+(b^2+a^2)^{3/2}\right].\quad \frac{1}{4}N_{zz}=\pi D_{zz}=F(a,b,c)=F\left(\frac{a}{b},1,\frac{c}{b}\right)=$$

$$=F(u,1,\rho)$$

$\frac{1}{4}N_{zz}(u,\rho)=F(u,1,\rho)$. $\frac{1}{4}N_{xx}(u,\rho)=F(b,c,a)=F(1,\rho,u)$, т.е. N_{xx} получается

Escaneado con CamScanner

Date. . .

из $N_{zz}(u,p)$ если в N_{zz} заменить $u \to 1$, $1 \to p$, $p \to u$ до вычисления инт.

$$\frac{1}{4}N_{xx}(u,p) = \frac{p^2-u^2}{2pu}\ln\left[\frac{\sqrt{1+p^2+u^2}-1}{\sqrt{1+p^2+u^2}+1}\right] + \frac{1-u^2}{2u}\ln\left[\frac{\sqrt{1+u^2+p^2}-p}{\sqrt{1+u^2+p^2}+p}\right] +$$

$$+\frac{p}{2u}\ln\left[\frac{\sqrt{1+p^2}+1}{\sqrt{1+p^2}-1}\right] + \frac{1}{2u}\ln\left[\frac{\sqrt{1+p^2}+p}{\sqrt{1+p^2}-p}\right] + \frac{u}{2}\ln\left[\frac{\sqrt{u^2+p^2}-p}{\sqrt{u^2+p^2}+p}\right] + \frac{u}{2p}\ln\left[\frac{\sqrt{u^2+1}-1}{\sqrt{u^2+1}+1}\right] +$$

$$+2\operatorname{arctg}\left[\frac{p}{u\sqrt{1+u^2+p^2}}\right] + \frac{1}{3up}\Big[1+p^3-2u^3+\sqrt{1+u^2+p^2}(1+p^2-2u^2) +$$

$$+3u^2\left(\sqrt{1+u^2}+\sqrt{u^2+p^2}\right) - (1+p^2)^{3/2} - (u^2+p^2)^{3/2} - (1+u^2)^{3/2}\Big]$$

Чтобы $p \ll 1$ $\quad \frac{1}{4}N_{xx}(u,p) = \frac{1}{2}\left(\frac{p}{u}-\frac{u}{p}\right)\ln\left[\frac{\sqrt{1+u^2}-1}{\sqrt{1+u^2}+1}\right] + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{u}-u\right)\ln\left[\frac{\sqrt{1+u^2}-p}{\sqrt{1+u^2}+p}\right] +$

$$+\frac{p}{2u}\ln\left[\frac{4}{p^2}\right] + \frac{1}{2u}\ln\left[\frac{1+p}{1-p}\right] + \frac{u}{2}\ln\left[\frac{u-p}{u+p}\right] + \frac{u}{2p}\ln\left[\frac{\sqrt{u^2+1}-1}{\sqrt{u^2+1}+1}\right] +$$

$$+2\frac{p}{u\sqrt{1+u^2}} + \frac{1}{3up}\Big[1-2u^3+\sqrt{1+u^2}\left(1+\frac{1}{2}\frac{p^2}{u^2+1}\right)(1-2u^2+p^2) +$$

$$+3u^2\left(\sqrt{1+u^2}+u+\frac{p^2}{2u}\right) - 1 - \frac{3}{2}p^2 - u^3 - \frac{3}{2}up^2 - (1+u^2)^{3/2}\Big] =$$

$$= \frac{1}{2}\frac{p}{u}\ln\left[\frac{\sqrt{1+u^2}-1}{\sqrt{1+u^2}+1}\right] + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{u}-u\right)(-2)\operatorname{arcth}\frac{p}{\sqrt{1+u^2}} - \frac{p}{u}\ln\frac{p}{2} + \frac{1}{u}\operatorname{arcth}p +$$

$$+\frac{u}{2}(-2)\operatorname{arcth}\frac{p}{u} + 2\frac{p}{u\sqrt{1+u^2}} + \frac{1}{3up}\Big[\sqrt{1+u^2}\left(1-2u^2+\frac{1}{2}\frac{p^2}{u^2+1}(1-2u^2)+p^2\right) +$$

$$+3u^2\sqrt{1+u^2} - \frac{3}{2}p^2 - (1+u^2)^{3/2}\Big] = \frac{p}{2u}\ln\left[\frac{\sqrt{1+u^2}-1}{\sqrt{1+u^2}+1}\right] + \left(u-\frac{1}{u}\right)\frac{p}{\sqrt{1+u^2}} - \frac{p}{u}\ln\frac{p}{2}$$

$$+\frac{1}{u}p - u\cdot\frac{p}{u} + \frac{2p}{u\sqrt{1+u^2}} + \frac{1}{3up}\Big[1-2u^2+\frac{p^2}{2}\cdot\frac{(1-2u^2)}{u^2+1}+p^2+3u^2-\frac{3}{2}\frac{p^2}{\sqrt{u^2+1}} - 1 - u^3\Big]$$

$$\frac{1}{4}N_{xx}(p,u) = \frac{p}{2u}\ln\left[\frac{\sqrt{1+u^2}-1}{\sqrt{1+u^2}+1}\right] + \left(u-\frac{1}{u}\right)\frac{p}{\sqrt{1+u^2}} - \frac{p}{u}\ln\frac{p}{2} + \frac{p}{u} - p + \frac{2p}{u\sqrt{1+u^2}} +$$

$$+p\frac{\sqrt{u^2+1}}{3u}\left[\frac{1}{2}\frac{(1-2u^2)}{u^2+1}+1-\frac{3}{2}\frac{1}{\sqrt{u^2+1}}\right] = \frac{p}{2u}\ln\left[\frac{\sqrt{1+u^2}-1}{\sqrt{1+u^2}+1}\right] - \frac{p}{u}\ln\frac{p}{2} +$$

$$+\left(u-\frac{1}{u}\right)\frac{p}{\sqrt{1+u^2}} + \frac{p}{u} - p + \frac{2p}{u\sqrt{1+u^2}} - \frac{1}{2}\frac{p}{u} + \frac{1}{2}\frac{p}{u\sqrt{u^2+1}} =$$

$$= \frac{p}{2u}\ln\left[\frac{\sqrt{1+u^2}-1}{\sqrt{1+u^2}+1}\right] - \frac{p}{u}\ln\frac{p}{2} + \frac{pu}{\sqrt{1+u^2}} + \frac{3}{2}\frac{p}{u\sqrt{1+u^2}} + \frac{1}{2}pu - p$$

знаю p/u

$$\underset{(p\ll 1)}{\frac{1}{4}N_{xx}(u,p)} = \frac{p}{2u}\ln\left[\frac{\sqrt{1+u^2}-1}{\sqrt{1+u^2}+1}\right] - \frac{p}{u}\ln\frac{p}{2} + \frac{pu}{\sqrt{1+u^2}} + \frac{3}{2}\frac{p}{u\sqrt{1+u^2}} + \frac{1}{2}pu - p$$

здесь 1.

Escaneado con CamScanner

Date. . . Предел аргументов $N_{dd}(u,\rho)$

$\frac{1}{4}N_{yy}(u,\rho) = F(c,a,b) = F(\rho,u,1)$. Но $F(a,b,c) = F(b,a,c)$ – ф-я симметрична по первым двум аргументам

$\frac{1}{4}N_{zz}(u,\rho) = F(u,1,\rho) = F(1,u,\rho)$ для любых ρ, в т.ч. и $\rho \ll 1$.

$\frac{1}{4}N_{xx}(u,\rho) = F(1,\rho,u) = F(\rho,1,u)$ и $\frac{1}{4}N_{yy}(u,\rho) = F(\rho,u,1) = F(u,\rho,1)$

Верно не так. $F(a,b,c) = b^2 f(\frac{a}{b},1,\frac{c}{b}) = b^2 f(u,1,\rho)$. И условие сим. $F(a,b,c) = F(b,a,c)$ дает $b^2 f(u,1,\rho) = a^2 f(\frac{1}{u},1,\frac{\rho}{u})$ или $f(u,1,\rho) = u^2 f(\frac{1}{u},1,\frac{\rho}{u})$. $F(c,a,b) = a^2 f(\frac{c}{a},1,\frac{b}{a}) = a^2 f(\frac{\rho}{u},1,\frac{1}{u}) = b^2u^2 f(\frac{\rho}{u},1,\frac{1}{u})$.

Но $F(a,b,c)$ – безразмерная однородная функция. Зачем $f(a,b,c)$ вводить?

$F(a,b,c) = f(u,\rho) = f(\frac{a}{b},\frac{c}{b})$. $F(b,a,c) = f(\frac{b}{a},\frac{c}{a}) = f(\frac{1}{u},\frac{\rho}{u})$.

Т.е. $f(u,\rho) = f(\frac{1}{u},\frac{\rho}{u})$. $\frac{1}{4}N_{zz}(u,\rho) = f(u,\rho)$.

$$\frac{1}{4}N_{zz}\left(\frac{1}{u},\frac{\rho}{u}\right) = \pi + \frac{\rho}{u}\frac{1}{u^{-1}}\left[\ln\frac{\rho}{2u} + u^{-1}\ln\left(\frac{\rho}{2u\cdot u^{-1}}\right) + \frac{1}{2}(u^{-1}-1) - \frac{5}{3}\sqrt{u^2+1} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{6}\frac{1}{\sqrt{u^{-2}+1}}\right] = \pi + \frac{\rho}{u}\left[u\ln\frac{\rho}{4} + \ln\frac{\rho}{2} + \frac{1}{2}(1-u) - \frac{5}{3}\sqrt{1+u^2} + \frac{1}{6}\frac{u^2}{\sqrt{1+u^2}}\right]$$

Эти члены нарушают сим., приведем их.

$\frac{1}{4}N_{xx}(u,\rho) = F(b,c,a) = F(c,b,a) = f(\frac{1}{\rho},\frac{u}{\rho}) = f(\rho,u) = \frac{1}{4}N_{zz}(\rho,u)$ ← без разлож. по ρ

$\frac{1}{4}N_{xx}(u,\rho) = f(\rho,u) = f(\frac{1}{\rho},\frac{u}{\rho})$ ← при такой замене раскладывать по $\rho \ll 1$ нельзя.

Но для $N_{zz}(u,\rho) = N_{zz}(\frac{1}{u},\frac{\rho}{u})$ – должно выполняться и при разложении по $\rho \ll 1$.

$\frac{1}{4}N_{yy}(u,\rho) = F(c,a,b) = F(a,c,b) = f(\frac{\rho}{u},\frac{1}{u}) = f(\frac{u}{\rho},\frac{1}{\rho}) = \frac{1}{4}N_{zz}(\frac{u}{\rho},\frac{1}{\rho})$ ← без разложения по ρ

$$\rightarrow \frac{1}{4}N_{yy}(u,\rho) = \frac{N_{zz}}{4}\left(\frac{u}{\rho},\frac{1}{\rho}\right) = \frac{1-(1/\rho^2)}{2(1/\rho)}\ln\left[\frac{\sqrt{u^2+\rho^2+1}-u}{\sqrt{u^2+\rho^2+1}+u}\right] + \frac{(u/\rho)^2-1/\rho^2}{2\frac{u}{\rho}\frac{1}{\rho}}\ln\left[\frac{\sqrt{u^2+\rho^2+1}-\rho}{\sqrt{u^2+\rho^2+1}+\rho}\right] +$$

$$+ \frac{\rho}{2}\ln\left[\frac{\sqrt{u^2+\rho^2}+u}{\sqrt{u^2+\rho^2}-u}\right] + \frac{u}{\rho\cdot 2\frac{1}{\rho}}\ln\left[\frac{\sqrt{u^2+\rho^2}+\rho}{\sqrt{u^2+\rho^2}-\rho}\right] + \frac{1/\rho}{2(1/\rho)}\ln\left[\frac{\sqrt{1+\rho^2}-\rho}{\sqrt{1+\rho^2}+\rho}\right] + \frac{1}{2\rho}\ln\left[\frac{\sqrt{u^2+1}-u}{\sqrt{u^2+1}+u}\right] +$$

$$+ 2\operatorname{arctg}\left[\frac{u/\rho}{\frac{1}{\rho}\sqrt{u^2/\rho^2+1/\rho^2+1}}\right] + \frac{(1/\rho)^3+1-\frac{2}{\rho^3}}{3\frac{u}{\rho}\frac{1}{\rho}} + \frac{\frac{u^2}{\rho^2}+1-\frac{2}{\rho^2}}{3u/\rho^2}\sqrt{\frac{u^2}{\rho^2}+\frac{1}{\rho^2}+1} + \frac{(1/\rho)}{(1/\rho)}\left[\sqrt{\frac{u^2}{\rho^2}+\frac{1}{\rho^2}}+\sqrt{\frac{1}{\rho^2}+1}\right] -$$

$$- \frac{1}{3u/\rho^2}\left[(u^2/\rho^2+1)^{3/2} + (1/\rho^2+1)^{3/2} + (1/\rho^2+u^2/\rho^2)^{3/2}\right]$$

Escaneado con CamScanner

Date. . .

Ч/ф рес 1: $\frac{1}{4}N_{yy}(u,\rho) = \frac{1}{2}(\rho - \frac{1}{\rho})\ln\left[\frac{\sqrt{u^2+1+\rho^2}-u}{\sqrt{u^2+1+\rho^2}+u}\right] + \frac{u^2-1}{2u}\ln\left[\frac{\sqrt{u^2+1}-\rho}{\sqrt{u^2+1}+\rho}\right]$

$+\frac{\rho}{2}\ln\left(\frac{4u^2}{\rho^2}\right) + \frac{u}{2}\ln\left(\frac{u+\rho}{u-\rho}\right) + \frac{1}{2u}\ln\left(\frac{1-\rho}{1+\rho}\right) + \frac{1}{2\rho}\ln\left[\frac{\sqrt{u^2+1}-u}{\sqrt{u^2+1}+u}\right] +$

$+ 2\operatorname{arctg}\left[\frac{u\rho}{\sqrt{u^2+1+\rho^2}}\right] + \frac{1}{3u\rho}\left[u^3+\rho^3-2+(u^2+\rho^2-2)\sqrt{u^2+1+\rho^2}\right.$

$\left. -(u^2+\rho)^{3/2} - (1+\rho^2)^{3/2} - (1+u^2)^{3/2}\right] + \frac{1}{u\rho}\left[\sqrt{u^2+1}+\sqrt{1+\rho^2}\right] =$

$= \frac{1}{2}\rho\ln\left[\frac{\sqrt{u^2+1}-u}{\sqrt{u^2+1}+u}\right] - \frac{1}{2\rho}\ln\left[\frac{\sqrt{1+u^2}-u+\frac{\rho^2}{2\sqrt{1+u^2}}}{\sqrt{1+u^2}+u+\frac{\rho^2}{2\sqrt{1+u^2}}}\right] + \frac{(u^2-1)}{2u}(-2)\operatorname{arcth}\frac{\rho}{\sqrt{u^2+1}} +$

$+\rho\ln\frac{2u}{\rho} + u\operatorname{arcth}\frac{\rho}{u} - \frac{1}{u}\operatorname{arcth}\rho + \frac{1}{2\rho}\ln\left[\frac{\sqrt{u^2+1}-u}{\sqrt{u^2+1}+u}\right] + 2\left[+\frac{u\rho}{\sqrt{u^2+1}}\right] +$

$+\frac{1}{3u\rho}\left[u^3 - 2 + (u^2-2+\rho^2)\sqrt{u^2+1}\left(1+\frac{\rho^2}{2(1+u^2)}\right) - u^3 - \frac{3}{2}\rho^2 u - 1 - \frac{3}{2}\rho^2 - (1+u^2)^{3/2} +\right.$

$\left. + 3\sqrt{u^2+1} + 3 + \frac{3}{2}\rho^2\right] = \frac{1}{2}\rho\ln\left[\frac{\sqrt{u^2+1}-u}{\sqrt{\cdot}+u}\right] - \frac{1}{2\rho}\ln\left[\frac{\sqrt{1+u^2}-u}{\sqrt{1+u^2}+u}\right] -$

$-\frac{1}{2\rho}\ln\left[1+\frac{\rho^2}{2\sqrt{1+u^2}}\left(\frac{1}{\sqrt{1+u^2}-u} - \frac{1}{\sqrt{1+u^2}+u}\right)\right] - \frac{1}{u}(u^2-1)\frac{\rho}{\sqrt{u^2+1}} +$

$+\rho\ln\frac{2u}{\rho} + \rho - \frac{\rho}{u} + \frac{1}{2\rho}\ln\left[\frac{\sqrt{\cdot}-u}{\sqrt{u^2+1}+u}\right] + 2\rho\frac{u}{\sqrt{u^2+1}} + \frac{1}{3u\rho}\left[\sqrt{u^2+1}\left(u^2-2+\right.\right.$

$\left.\left. + \frac{\rho^2}{2}\cdot\frac{u^2-2}{u^2+1} + \rho^2\right) - \frac{3}{2}\rho^2 u + \sqrt{u^2+1}\left(3-1-u^2\right)\right] = \frac{1}{2}\rho\ln\left[\frac{\sqrt{u^2+1}-u}{\sqrt{u^2+1}+u}\right] -$

$-\frac{1}{2\rho}\ln\left[1+\frac{\rho^2}{2\sqrt{1+u^2}}\cdot 2u\right] - \frac{(u^2-1)}{u}\frac{\rho}{\sqrt{u^2+1}} + \rho\ln\frac{2u}{\rho} + \rho - \frac{\rho}{u} + 2\rho\frac{u}{\sqrt{u^2+1}} +$

$+\frac{1}{3u\rho}\frac{\rho^2}{2}\left[\sqrt{u^2+1}\left(\frac{u^2-2}{u^2+1}+2\right) - 3u\right]$

$\frac{1}{4}N_{yy}(u,\rho) = \frac{1}{2}\rho\ln\left[\frac{\sqrt{u^2+1}-u}{\sqrt{u^2+1}+u}\right] - \frac{1}{2\rho}\frac{\rho^2 u}{\sqrt{1+u^2}} - (u-\frac{1}{u})\frac{\rho}{\sqrt{u^2+1}} + \rho\ln\frac{2u}{\rho} + \rho -$

$+\frac{2\rho u}{\sqrt{u^2+1}} + \frac{1}{6}\frac{\rho}{u}\left[\sqrt{u^2+1}\,\frac{3u^2}{u^2+1} - 3u\right] = \rho\ln\frac{2u}{\rho} + \frac{1}{2}\rho\ln\left[\frac{\sqrt{u^2+1}-u}{\sqrt{u^2+1}+u}\right] - \frac{\rho}{2}\frac{u}{\sqrt{u^2+1}}$

$-\frac{\rho u}{\sqrt{u^2+1}} + \frac{\rho}{u}\frac{1}{\sqrt{u^2+1}} + \rho - \frac{\rho}{u} + 2\rho\frac{u}{\sqrt{u^2+1}} + \frac{1}{2}\rho\frac{u}{\sqrt{u^2+1}} - \frac{1}{2}\rho =$

$= \rho\ln\frac{2u}{\rho} + \frac{1}{2}\rho\ln\left[\frac{\sqrt{u^2+1}-u}{\sqrt{u^2+1}+u}\right] + \rho\frac{u}{\sqrt{u^2+1}} + \frac{\rho}{u}\frac{1}{\sqrt{u^2+1}} + \frac{\rho}{2} - \frac{\rho}{u}$

Сделано

Исправил $N_{zz}(u,\rho)$. Теперь проверить правильность в N_{zz}, N_{xx}, решение членов с $\frac{1}{\rho}\ln(\dots)$. N_{xx} проверить - исправить кратно.

Escaneado con CamScanner

$\operatorname{Arth}(z) = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+z}{1-z}\right)$, $|z|<1$.

Date. 10. 01.

$$\frac{\rho^2-u^2}{2\rho u}\ln\left[\frac{\sqrt{u^2+1}+\rho^2-1}{\sqrt{u^2+1}+\rho^2+1}\right] = \frac{\rho}{2u}\ln\left[\frac{\sqrt{u^2+1}^2-1}{\sqrt{u^2+1}^2+1}\right] - \frac{u}{2\rho}\ln\left[\frac{\sqrt{1+u^2}-1+\frac{\rho^2}{2\sqrt{1+u^2}}}{\sqrt{1+u^2}+1+\frac{\rho^2}{2\sqrt{1+u^2}}}\right]$$

$$= \frac{\rho}{2u}\ln[\dots] - \frac{u}{2\rho}\ln\left[\frac{\sqrt{1+u^2}-1}{\sqrt{1+u^2}+1}\right] - \frac{u}{2\rho}\ln\left[1+\frac{\rho^2}{2\sqrt{1+u^2}}\left(\frac{1}{\sqrt{1+u^2}-1}-\frac{1}{\sqrt{u^2+1}^2+1}\right)\right]$$

$$= \frac{\rho}{2u}\ln\left[\frac{\sqrt{u^2+1}-1}{\sqrt{u^2+1}+1}\right] - \frac{u}{2\rho}\ln\left[\frac{\sqrt{1+u^2}^2-1}{\sqrt{1+u^2}^2+1}\right] - \frac{u}{2\rho}\ln\left[1+\frac{\rho^2}{2\sqrt{1+u^2}}\frac{2}{u^2}\right] =$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{\rho}{u}-\frac{u}{\rho}\right)\ln\left[\frac{\sqrt{1+u^2}-1}{\sqrt{1+u^2}+1}\right] - \frac{u}{2\rho}\frac{\rho^2}{\sqrt{1+u^2}}\frac{1}{u^2} = \frac{1}{2}(\dots)\ln[\dots] - \frac{\rho}{2u\sqrt{1+u^2}}$$ (lnρ — в N_{xx})

$$\begin{cases} \frac{1}{4}N_{xx}(u,\rho) = \frac{\rho}{2u}\ln\left[\frac{\sqrt{1+u^2}-1}{\sqrt{1+u^2}+1}\right] - \frac{\rho}{u}\ln\frac{\rho}{2} + \frac{\rho u}{\sqrt{1+u^2}} + \frac{\rho}{u\sqrt{1+u^2}} + \frac{1}{2}\rho u - \rho = \\ \quad = \frac{\rho}{u}\left[\frac{1}{2}\ln\left[\frac{\sqrt{1+u^2}-1}{\sqrt{1+u^2}+1}\right] - \ln\frac{\rho}{2} + \sqrt{u^2+1} + \frac{1}{2}u^2 - u\right] \\ \frac{1}{4}N_{yy}(u,\rho) = \frac{\rho}{u}\left[\frac{u}{2}\ln\left[\frac{\sqrt{1+u^2}-u}{\sqrt{1+u^2}+u}\right] + u\ln\frac{2u}{\rho} + \sqrt{u^2+1} + \frac{u}{2} - 1\right] \end{cases}$$

$\frac{1}{4}N_{xx}(u,\rho) = f(\rho,u)$, а $\frac{1}{4}N_{yy}(u,\rho) = f\left(\frac{\rho}{u},\frac{1}{u}\right)$. 10/I

Т.е. если в $N_{xx}(u,\rho)$ сделать $\rho\to\frac{\rho}{u}$, $u\to\frac{1}{u}$, то должно получиться $N_{yy}(u,\rho)$.

$$\frac{1}{4}N_{xx}\left(\frac{\rho}{u},\frac{1}{u}\right) = \frac{\rho}{u\cdot 2u^{-1}}\ln\left[\frac{\sqrt{1+u^{-2}}-1}{\sqrt{1+u^{-2}}+1}\right] - \frac{\rho}{uu^{-1}}\ln\frac{\rho}{2u} + \frac{\left(\frac{\rho}{u}\right)u^{-1}}{\sqrt{1+u^{-2}}} + \frac{\rho/u}{u^{-1}\sqrt{1+u^{-2}}} +$$

$$+\frac{1}{2}\frac{\rho}{u}u^{-1} - \frac{\rho}{u} = \frac{\rho}{2}\ln\left[\frac{\sqrt{u^2+1}-u}{\sqrt{u^2+1}+u}\right] - \rho\ln\frac{\rho}{2u} + \frac{\rho}{u\sqrt{u^2+1}} + \frac{\rho u}{\sqrt{u^2+1}} + \frac{1}{2}\frac{\rho}{u^2} - \frac{\rho}{u}$$

(сокр. — $\ln\frac{\rho}{2u}$; сокр. — $\frac{\rho}{u\sqrt{u^2+1}}$; сокр. — $\frac{\rho u}{\sqrt{u^2+1}}$; не сокр. — $\frac{1}{2}\frac{\rho}{u^2}$; сокр. — $\frac{\rho}{u}$)

Т.е. либо в N_{xx}, либо N_{yy} неверен член $\frac{1}{2}\rho u$, неверен и $\frac{\rho}{2}$.

Нашел ошибку в $N_{xx}(u,\rho)$, неверен член $\frac{1}{2}\rho u$ (вместо него $\frac{1}{2}\frac{\rho}{u}$)

Надо $\frac{1}{4}N_{xx}(u,\rho) = \frac{\rho}{u}\left[\frac{1}{2}\ln\left(\frac{\sqrt{1+u^2}-1}{\sqrt{1+u^2}+1}\right) - \ln\frac{\rho}{2} + \sqrt{u^2+1} + \frac{1}{2} - u\right]$, а N_{yy} - верно

Тогда $\frac{1}{4}N_{zz}(u,\rho) = \pi - \frac{1}{4}N_{xx}(u,\rho) - \frac{1}{4}N_{yy}(u,\rho) = \pi - \frac{\rho}{u}\left[\frac{1}{2}\ln\frac{\sqrt{1+u^2}-1}{\sqrt{1+u^2}+1} - \right.$

$$\left. - \ln\frac{\rho}{2} + \sqrt{u^2+1} + \frac{1}{2} - u + \frac{u}{2}\ln\frac{\sqrt{1+u^2}-u}{\sqrt{1+u^2}+u} + u\ln\frac{2u}{\rho} + \sqrt{u^2+1} + \frac{u}{2} - 1\right] =$$

$$= \pi - \frac{\rho}{u}\left[\frac{1}{2}\ln\left(\frac{\sqrt{1+u^2}-1}{\sqrt{1+u^2}+1}\right) + \frac{u}{2}\ln\left(\frac{\sqrt{1+u^2}-u}{\sqrt{1+u^2}+u}\right) - \ln\frac{\rho}{2} - u\ln\frac{\rho}{2u} - \frac{1}{2}(1+u) + 2\sqrt{u^2+1}\right]$$

(сокр. с 9.01.)

Должно быть $N_{zz}(u,\rho) = N_{zz}\left(\frac{1}{u},\frac{\rho}{u}\right)$ далее при $\rho\ll 1$.

Escaneado con CamScanner

Date. . .

$$N_{zz}\left(\frac{1}{u},\frac{p}{u}\right)=\pi-\frac{p}{u\cdot u^{-1}}\left[\frac{1}{2}\ln\left(\frac{\sqrt{1+u^{-2}}-1}{\sqrt{1+u^{-2}}+1}\right)+\frac{u^{-1}}{2}\ln\left(\frac{\sqrt{1+u^{-2}}-u^{-1}}{\sqrt{1+u^{-2}}+u^{-1}}\right)-\ln\frac{p}{2u}\right.$$

$$\left.-u^{-1}\ln\left(\frac{p}{u\cdot 2u^{-1}}\right)-\frac{1}{2}(1+u^{-1})+2\sqrt{u^{-2}+1}\right]=\pi-\frac{p}{u}\left[\frac{u}{2}\ln\left(\frac{\sqrt{1+u^2}-u}{\sqrt{1+u^2}+u}\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2}\ln\left(\frac{\sqrt{1+u^2}-1}{\sqrt{1+u^2}+1}\right)-u\ln\frac{p}{2u}-\ln\frac{p}{2}-\frac{1}{2}(1+u)+2\sqrt{u^2+1}\right]=N_{zz}(u,p)-$$

$$\frac{1}{4}N_{zz}(u,p)=\pi-\frac{p}{u}\left[2\sqrt{u^2+1}-\frac{1}{2}(u+1)+\ln\frac{2}{p}+u\ln\frac{2u}{p}-\operatorname{arcth}\frac{1}{\sqrt{1+u^2}}-u\operatorname{arcth}\frac{u}{\sqrt{1+u^2}}\right.$$

Если учитывать только главные члены $\sim p\ln p$ при $p\ll 1$, то

$$\frac{1}{4}N_{xx}(u,p)=-\frac{p}{u}\ln\frac{p}{2},\quad \frac{1}{4}N_{yy}(u,p)=-p\ln\frac{p}{2u},\quad \frac{1}{4}N_{zz}(u,p)=\frac{p}{u}\ln\frac{p}{2}+p\ln\frac{p}{2u}$$

qs-ля частота для осн. моды ($\vec{M}\parallel Ox$): $\omega_0^2=\left[\omega_H+\frac{1}{\pi}\left(-p\ln\frac{p}{2u}+\frac{p}{u}\ln\frac{p}{2}\right)\right]\left[\omega_H+\right.$

$$\left.+\frac{1}{\pi}\left(\pi+\frac{p}{u}\ln\frac{p}{2}+p\ln\frac{p}{2u}+\frac{p}{u}\ln\frac{p}{2}\right)\right]=\left[\omega_H+\frac{p}{\pi}\left(\frac{1}{u}\ln\frac{p}{2}-\ln\frac{p}{2u}\right)\right]\times$$

$$\times\left[\omega_H+1+\frac{p}{\pi}\left(\frac{2}{u}\ln\frac{p}{2}+\ln\frac{p}{2u}\right)\right],\quad p=t/w,\ u=\frac{l}{w}.\ \text{поле } \vec{H}\parallel l.\ \vec{q}\parallel w$$

$$\omega_H=\frac{H}{4\pi M_s}=\frac{600\ Oe}{10{,}2\cdot10^3\ Oe}=0{,}059;\quad p=\frac{t}{w}=\frac{35\ nm}{1{,}2\cdot10^3\ nm}=2{,}92\cdot10^{-2};\quad u=\frac{l}{w}=\frac{1\ \mu m}{1{,}2\ \mu m}=0{,}8$$

Для прямоугольника (rectangular dot). Эксп. Joffrick $f_0=\frac{6{,}4\ GHz}{30{,}1\ GHz}=0{,}213$.

Тогда как получили расчетную $\omega_0=0{,}217$ — хорошее согласие.

Для. Расчеты для прямоугольника $\omega_{mns}^2=\left[\omega_H+H_{mns}^{mns}-y_{mns}^{mns}\right]\left[\omega_H+H_{mns}^{mns}-\hat{Z}^{m}\right.$

Интересует $\vec{q}\parallel Oy$, т.е. $n=0, s=0$. Общее $\hat{Z}_{moo}^{m'oo}$ прямоугольника — см. 6-7/I

Надо найти еще $y_{moo}^{m'oo}\sim g_{yy}(\vec{\rho},\vec{\rho}')$. $H_{moo}^{m'oo}=\langle H_d^x\rangle_{V_d}\delta_{mm'}$ — видимо разумное приближение (как для цилиндра). но в крайнем мере для $m=0$ такое приближ. работает. Согласно 2/XI 92.:

$$y_{moo}^{m'oo}=-\frac{M_0^2\left[1+(-1)^{m+m'}\right]}{\pi^2 A_{moo}}\int_{-\infty}^{\infty}dk_x\,dk_y\,\frac{S(kL)}{k^2}\,\frac{k_y^4\left[1-(-1)^m\cos k_y w\right]}{(k_y^2-q_m^2)(k_y^2-q_{m'}^2)}\,\frac{\sin^2 k_x\frac{l}{2}}{k_x^2}$$

$$1-(-1)^m\cos k_y w=(-1)^m\,2\sin(k_y-q_m)\frac{w}{2}\cdot\sin(k_y+q_m)\frac{w}{2},\ m,m'\text{-одной четности, иначе } y=0$$

$m+m'=2n$, тогда $\sin(k_y+q_m)\frac{w}{2}=(-1)^{\frac{m+m'}{2}}\sin(k_y-q_{m'})\frac{w}{2}$, $q_m=\frac{\pi m}{w}$.

$$(-1)^m(-1)^{\frac{1}{2}(m+m')}=(-1)^{-m}(-1)^{\frac{1}{2}(m+m')}=(-1)^{\frac{1}{2}(m'-m)}=(-1)^{\frac{1}{2}(m-m')}$$

$$1-(-1)^m\cos k_y w=(-1)^{\frac{(m-m')}{2}}\,2\sin(k_y-q_m)\frac{w}{2}\cdot\sin(k_y-q_{m'})\frac{w}{2}$$

Escaneado con CamScanner

Date. . .

$$Y^{m'00}_{m00} = -\frac{32(-1)^{\frac{m-m'}{2}}L}{\pi^2\sqrt{\varepsilon_m\varepsilon_{m'}}V_d}\int_0^\infty dk_x\int_0^\infty dk_y\, k_y^4\,\frac{f(kL)}{k^2}\,\frac{\sin(k_y-q_m)\frac{w}{2}\,\sin(k_y-q_{m'})\frac{w}{2}}{(k_y^2-q_m^2)(k_y^2-q_{m'}^2)}\,\frac{\sin^2 k_x\frac{\ell}{2}}{k_x^2}$$

Сначала обычное вычисление ряду Б/Г для $\hat{Z}^{m'00}_{m00}$, без всякой информации о соотношениях L, w, ℓ. Но $\vec{m}(\vec{r}) = \vec{m}(y)$ — это оно.

Можно показать: $\frac{[1+(-1)^{m+m'}][1-(-1)^m\cos k_y w]}{(k^2-q_m^2)(k^2-q_{m'}^2)} = 4(-1)^{\frac{m-m'}{2}}\frac{\sin(k_y-q_m)\frac{w}{2}\,\sin(k_y-q_{m'})\frac{w}{2}}{(k^2-q_m^2)(k^2-q_{m'}^2)}$

$$= \frac{1}{k_y^2}\int_0^w dy\,dy'\cos q_m y\cos q_{m'}y'\cos k_y(y-y'),\ \text{тогда}$$

$$Y^{m'00}_{m00} = -\frac{8L}{\pi^2\sqrt{\varepsilon_m\varepsilon_{m'}}V_d}\int_0^\infty dk_x\int_0^\infty dk_y\, k_y^2\,\frac{f(kL)}{k^2}\,\frac{\sin^2 k_x\frac{\ell}{2}}{k_x^2}\int_0^w dy\,dy'\cos q_m y\cdot\cos q_{m'}y'\cos k_y(y-y')$$

$\frac{k_y^2}{k^2} = 1 - \frac{k_x^2}{k^2}$. $\int_0^\infty dk_y\, f(kL)\cos k_y(y-y')$ берется через $K_0(x)$ как Г/И.

А $\int_0^\infty dk_y\,\frac{f(kL)}{k^2}\cos k_y(y-y')$ — ? можно ли взять?

Обозн. $t = k_y w$, $t' = k_x w$, $u = L/w$, $p = L/w$.

$$\begin{cases} Y^{m'00}_{m00}(u,p) = -\frac{32(-1)^{\frac{m-m'}{2}}}{u\cdot\pi^2\sqrt{\varepsilon_m\varepsilon_{m'}}}\int_0^\infty dt\int_0^\infty dt'\,t^4\,\frac{f\left(\sqrt{t^2+t'^2}\,p\right)}{(t^2+t'^2)}\,\frac{\sin\frac{1}{2}(t-\pi m)\cdot\sin\frac{1}{2}(t-\pi m')}{(t^2-\pi^2m^2)(t^2-\pi^2m'^2)}\,\frac{\sin^2\frac{1}{2}t'u}{t'^2} \\ \hat{Z}^{m'00}_{m00}(u,p) = \frac{32(-1)^{\frac{m-m'}{2}}}{\pi^2\sqrt{\varepsilon_m\varepsilon_{m'}}}\left(\frac{1}{up}\right)\int_0^\infty dt\int_0^\infty dt'\,t^2\,\frac{\left(e^{-\sqrt{t^2+t'^2}\,p}-1\right)}{\sqrt{t^2+t'^2}}\,\frac{\sin\frac{1}{2}(t-\pi m)\cdot\sin\frac{1}{2}(t-\pi m')}{(t^2-\pi^2m^2)(t^2-\pi^2m'^2)}\cdot\frac{\sin^2\frac{1}{2}t'u}{t'^2} \end{cases}$$

Для призмы $\vec{k}$ — представление дает лишь небольшое преимущество в отличие от wire.

Численно $Z^{m'00}_{m00}$ считается устойчиво, а вот $Y^{m'00}_{m00}$ сильно зависит от пределов $\int dt\int dt'(\dots)$.

$$\int_0^\infty dt'\,\frac{\sin^2(t'\frac{y}{2})}{(t^2+t'^2)t'^2} = \frac{1}{2}\int_0^\infty dt'\,\frac{[1-\cos(t'u)]}{t'^2(t'^2+t^2)} = \frac{1}{2}\cdot\frac{\pi}{2t^3}\left[ut + e^{-ut} - 1\right] = \frac{\pi}{4}\frac{u}{t^2}f(ut)$$

$$Y^{m'00}_{m00}(u,p) = \hat{A}(fw) = \hat{A}(1) - \hat{A}\left(\tfrac{1}{x}(1-e^{-x})\right),\quad x = p\sqrt{t^2+t'^2}$$

$$Y^{m'00}_{m00} = -\frac{8(-1)^{\frac{m-m'}{2}}}{\pi\sqrt{\varepsilon_m\varepsilon_{m'}}}\frac{1}{u}\int_0^\infty dt\,t\left[ut+e^{-ut}-1\right]\frac{\sin\frac{1}{2}(t-\pi m)\sin\frac{1}{2}(t-\pi m')}{(t^2-\pi^2m^2)(t^2-\pi^2m'^2)} +$$

$$+\frac{32(-1)^{\frac{m-m'}{2}}}{\pi^2\sqrt{\varepsilon_m\varepsilon_{m'}}}\left(\frac{1}{up}\right)\int_0^\infty dt\int_0^\infty dt'\,t^4\,\frac{\left[1-e^{-p\sqrt{t^2+t'^2}}\right]}{(t^2+t'^2)^{3/2}}\,\frac{\sin\frac{1}{2}(t-\pi m)\sin\frac{1}{2}(t-\pi m')}{(t^2-\pi^2m^2)(t^2-\pi^2m'^2)}\,\frac{\sin^2(\frac{1}{2}t'u)}{t'^2}.$$

— В таком виде $Y^{m'00}_{m00}$ считается еще хуже.

Escaneado con CamScanner

Date. . .

MCAD не справляется с вычислением $Y^{m'oo}_{moo}$.

Эксп. частоты для 1×1,2 мм образцов (by Jarzich et al., BLS):

$f_0 = 6,4$ GHz; $f_1 = 8,3$ GHz, $f_2 = 9,7$ GHz, ?$f_3 = 11,1$ GHz; $f_4 = 12,1$

0,213 0,276 0,322 0,369 0,4

Вернемся к wires. $g_{zz}(y,y') = \frac{2}{L} \ln \frac{(y-y')^2}{(y-y')^2+L^2}$ — 27/XII 99,

$h_z(y) = \int_0^w dy' g_{zz}(y,y') m_z(y')$. Так если $y=0$, т.е. чрезвычайно

близкие для поля близи $y=0,w$ — где $h_z(y)$ велико, но в узкой обл

Согласно 7/I $\hat{Z}^{000}_{000} = \frac{1}{2\pi wL} \int_0^w dy\, dy' \ln \frac{(y-y')^2}{(y-y')^2+L^2}$ и

$$\hat{Z}^{000}_{000}(y=0) \approx \frac{1}{2\pi wL} \int_0^w dy \int_0^w dy' \ln\left[\frac{y'^2}{y'^2+L^2}\right] = \frac{1}{2\pi L} \int_0^w dt \ln \frac{t^2}{t^2+L^2} =$$

$$= \frac{1}{2\pi L}\left[t \ln \frac{t^2}{t^2+L^2} - 2L \operatorname{arctg} \frac{t}{L}\right]_0^w = \frac{1}{2\pi L}\left[w \ln \frac{w^2}{w^2+L^2} - 2L \operatorname{arctg} \frac{w}{L}\right] =$$

$$= \frac{1}{2\pi}\left[\frac{1}{\rho}(-1)\ln(1+\rho^2) - 2\operatorname{arctg}\frac{1}{\rho}\right] = \frac{1}{2\pi}\left[-\frac{1}{\rho}\rho^2 - 2\left(\frac{\pi}{2}-\rho\right)\right] =$$

$$= \frac{1}{2\pi}\left[-\pi + \rho\right] = -1 + \frac{\rho}{\pi}, \quad \hat{Z}^{000}_{000} = \frac{N_{zz}}{(-4\pi)} = -D_{zz}, \quad D_{yy} = \frac{\rho}{\pi} = \frac{1}{\pi}\frac{L}{w}$$

Проверить — в 2 раза меньше, чем у Сивухина по ф. Брауна.

Ф. Брауна (4) $\pi D'_z = 2\operatorname{arctg}\frac{2}{\rho} - \frac{\rho}{2}\ln\left(1+\frac{4}{\rho^2}\right) \underset{\rho=\frac{c}{a}\gg 1}{\approx} 2\left[\frac{2}{\rho} \cdot \right] - \frac{\rho}{2}\cdot\frac{4}{\rho^2} = \frac{2}{\rho} =$

Пример. Упростим $Y^{m'oo}_{moo}$.

$$\int_0^\infty dk_y \frac{f(\sqrt{k_x^2+k_y^2}L)}{k_x^2+k_y^2}\cos k_y\Delta = \int_0^\infty dk_y \frac{\cos k_y\Delta}{k_x^2+k_y^2}\left[1 - \frac{1-e^{-\sqrt{k_x^2+k_y^2}L}}{\sqrt{k_x^2+k_y^2}L}\right]$$

$\int_0^\infty dk_y \frac{e^{-\sqrt{k_x^2+k_y^2}L}}{(k_x^2+k_y^2)^{3/2}}\cos k_y\Delta$ — ? Не видно как брать.

$\int_0^\infty dk_x \frac{f(kL)}{k^2}\sin^2\frac{1}{2}k_x l$ — инт. такого же типа.

Можно сделать грубо (рис.1), как для wires $\frac{\sin^2 k_x\frac{l}{2}}{k_x^2} \to \pi\frac{l}{2}\delta(k_x)$ и

$\frac{\sin^2(k_y-q_m)\frac{w}{2}}{(k_y-q_m)^2} \to \pi\frac{w}{2}\delta(k_y-q_m)$, тогда

$$Y^{m'oo}_{moo} = -\frac{32}{\pi^2\varepsilon_m wl}\int_0^\infty dk_x \int_0^\infty dk_y \frac{k_y^4}{k^2}\frac{f(kL)}{(k_y+q_m)^2}\pi\frac{w}{2}\delta(k_y-q_m)\pi\frac{l}{2}\delta(k_x) =$$

$$= -\frac{8}{\varepsilon_m}\frac{q_m^4}{q_m^2}\frac{f(q_mL)}{4q_m^2}\cdot\frac{1}{4} = -\frac{2}{\varepsilon_m}f(q_mL)\cdot\frac{1}{4} = -\frac{1}{2\varepsilon_m}f(q_mL) \text{ и}$$

Escaneado con CamScanner

Date. 11.01.

z^{max}_{max}, y^{max}_{max} не работают 24/I

аналогично $z^{max}_{min} = \frac{1}{2Em}(e^{2mL}-1)$ – уже сильно круто, как зависимость от L: $\frac{1}{w}$, а от $\frac{1}{w}$ e^{2mL} – очень качественно и правильно зависимость

→ недолет. звонок KLM-North West и SR. Семинар по физике ядра. 11/I
подготовка к встрече на сем. KIAS (Chang, Lacie)

$\frac{1}{4}N_{22}(u=1,\rho)$ квадр. дет. $= \pi - \rho\left[2\sqrt{2} - 1 + 2\ln\frac{2}{\rho} - 2\,\mathrm{arcth}\frac{1}{\sqrt{2}}\right]$ должно совпадать с ф. Абрагам 98 (8), где ранг. тен. $\rho\ln\rho$ совпадает 12/I

→ Семинар – отчет в KIAS – 4 часа(!) на 3-х Cond. Mat. Fellow.

Разложим ф. Абрагам (8) по ρ: $\pi D_4 = \left(\rho - \frac{1}{\rho}\right)\ln\left(\frac{\sqrt{2}+1+\frac{\sqrt{2}}{4}\rho^2}{\sqrt{2}-1+\frac{\sqrt{2}}{4}\rho^2}\right) +$

$+\frac{2}{\rho}\ln(\sqrt{2}+1) + \rho\ln\left(\frac{\rho^2}{4}\right) + 2\left[\frac{\pi}{2} - \sqrt{2}\rho\right] + \frac{2}{3}\left(\frac{1}{\rho}-\rho\right)\sqrt{2}\left(1+\frac{\rho^2}{4}\right) +$

$+\frac{2}{3}\frac{1}{\rho} - \frac{2}{3}\frac{\sqrt{2}}{\rho} + \frac{2}{3}\left(1+\frac{\rho^2}{2}\right)\left(2\rho - \frac{1}{\rho}\right) = \rho\ln\left(\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}\right) - \frac{1}{\rho}\ln\left[\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\rho^2\right)\right] +$

$+\frac{2}{\rho}\ln(\sqrt{2}+1) + 2\rho\ln\frac{\rho}{2} + \pi - 2\sqrt{2}\rho + 2\frac{\sqrt{2}}{3}\frac{1}{\rho} + \frac{\sqrt{2}}{6}\rho - \rho\sqrt{2}\cdot\frac{2}{3} + \frac{2}{3}(1-\sqrt{2})\frac{1}{\rho} +$

$+\frac{2}{3}2\rho - \frac{1}{\rho}\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\rho = +2\rho\,\mathrm{arcth}\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\rho}\ln\left(\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}\right) + \frac{1}{\rho}\frac{\sqrt{2}}{2}\rho^2 + \frac{2}{\rho}\ln(\sqrt{2}+1) +$

$+2\rho\ln\frac{\rho}{2} + \pi + \rho\left[-2\sqrt{2} + \frac{2}{3}\sqrt{2} + \frac{4}{3} - \frac{1}{3} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right] = \pi + 2\rho\ln\frac{\rho}{2} - 2\sqrt{2}\rho + \rho + 2\,\mathrm{arcth}\frac{1}{\sqrt{2}} +$

$+\frac{1}{\rho}\ln\left(\frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)}\right) = \pi - \rho\left[2\sqrt{2} - \frac{6}{1} + 2\ln\frac{2}{\rho} - 2\,\mathrm{arcth}\frac{1}{\sqrt{2}}\right] + \frac{1}{\rho}\ln\left(|\sqrt{2}|^2 - 1^2\right) -$

– это в точности совпадает с моим $\frac{1}{4}N_{22}(u,\rho)$ при $u=1$ – квадр. дет. $\to 0$

Магнитная энергия решетки дисков – плоский

→ Рассмотрим ~~магнитное~~ взаимодействие 13/I

в 2D-решетке дисков с общих позиций, не предполагая $\vec{M}(\vec{r})$ внутри диска.

$$W_m = \frac{1}{2V}\int d^3\vec{r}\,d^3\vec{r}'\, M_\alpha(\vec{r})M_\beta(\vec{r}')\frac{\partial^2}{\partial x_\alpha \partial x'_\beta}\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$$

$$W_m = -\frac{1}{2V}\int d^3\vec{r}\,d^3\vec{r}'\, \hat{G}_{\alpha\beta}(\vec{r},\vec{r}')\,M_\alpha(\vec{r})M_\beta(\vec{r}')$$

Предположения: ① $\vec{M}(\vec{r}) = \begin{cases}\vec{M}_0, & \vec{r}\in \text{диску}\\ 0, & \vec{r}\text{ вне диска}\end{cases}$ – hom. dots – APL'99 ($\vec{M}\parallel$ плоскости пл.)

② $M(\vec{r})$ не зависит от z (нормали), т.к. L – мало – hom. dots ($\vec{M}\perp$ плоск. пл.)

③ $\vec{M}(\vec{r})$ – double domain

④ $\vec{M}(\vec{r}) \parallel$ плоскости пленки – ст. ЭММ по K_{eff}

① + ② – сооб. SW-dot расчетам.

Escaneado con CamScanner

Date. . .

Используем только периодичность решетки доход в числ

$\vec{M}(\vec{r}) = \vec{M}(\vec{r}+\vec{R}_n)$. $\vec{M}(\vec{r}) = \sum_{\vec{k}} \vec{M}_{\vec{k}}(z) e^{i\vec{k}\vec{r}}$, $e^{-i\vec{k}\vec{R}_n} = 1$

$\vec{M}_{\vec{k}}(z) = \frac{1}{S_{яч.}} \int d^2\vec{\rho}\, \vec{M}(\vec{\rho},z) e^{+i\vec{k}\vec{\rho}}$, $S_{яч.} = S_0$

$\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = \left(\frac{4\pi}{V}\right)\left(\frac{L}{2\pi}\right) \int dq \sum_{\vec{k}} \frac{1}{k^2+q^2} e^{iq(z-z')} e^{i\vec{k}(\vec{\rho}-\vec{\rho}')} = \frac{2}{S} \int dk_z \sum_{\vec{k}\ плоск.} \frac{1}{k^2+k_z^2} e^{i}$

$W_m = \frac{1}{2V} \int d^3r \int d^3r' \frac{2}{S} \int dk_z \sum_{k_x k_y} \frac{k_\alpha k_\beta}{k_\parallel^2 + k_z^2} e^{ik_z(z-z')} e^{i\vec{k}(\vec{\rho}-\vec{\rho}')} M_\alpha(\vec{\rho},z)$

$\cdot M_\beta(\vec{\rho}',z') = \frac{1}{VS} \int dk_z \sum_{k_x k_y} \frac{k_\alpha k_\beta}{k_\parallel^2 + k_z^2} \int dz dz' \int_{S} d^2\vec{\rho}\, M_\alpha(\vec{\rho},z) e^{i\vec{k}\vec{\rho}} \int_{S} d^2\vec{\rho}' M_\beta(\vec{\rho}',z')$

$\cdot e^{ik_z(z-z')} = \left| \int_S d^2\vec{\rho}\, M_\alpha(\vec{\rho},z) e^{i\vec{k}\vec{\rho}} = N \int d^2\vec{\rho}\, M_\alpha(\vec{\rho},z) e^{i\vec{k}\vec{\rho}} = NS_0 M_\alpha^{\vec{k}}(z) \right| =$

Число элем. ячеек

$= \frac{N^2 S_0^2}{VS} \int dk_z \sum_{\vec{k}_\parallel}^{\infty} \frac{k_\alpha k_\beta}{k_\parallel^2 + k_z^2} \int_0^L dz dz' e^{ik_z(z-z')} M^\alpha_{\vec{k}_\parallel}(z) M^\beta_{-\vec{k}_\parallel}(z)$

$W_m = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{\infty} dk_z \sum_{\vec{k}_\parallel} \frac{k_\alpha k_\beta}{k_\parallel^2 + k_z^2} \int_0^L dz dz' M^\alpha_{\vec{k}_\parallel}(z) M^\beta_{-\vec{k}_\parallel}(z') e^{ik_z(z-z')}$

$\sum_\alpha k_\alpha M^\alpha_{\vec{k}_\parallel}(z) = \left(\vec{k} \circ \vec{M}_{\vec{k}_\parallel}\right) = \vec{k}_\parallel \cdot \vec{M}_{\vec{k}_\parallel} + k_z M^z_{\vec{k}_\parallel}$. $\vec{k} = (\vec{k}, k_z) = (\vec{k}, q)$

$\vec{k}_\parallel \to \vec{k}$, $k_z \to q$

$W_m = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{\infty} dq \sum_{\vec{k}} \int dz dz' e^{iq(z-z')} \left[\vec{k}\cdot\vec{M}_{(z)\vec{k}} + qM^z_{(z)\vec{k}}\right]\left[\vec{k}\cdot\vec{M}_{(z')-\vec{k}} + qM^z_{(z')-\vec{k}}\right] \frac{1}{k^2+q^2}$

$= \frac{1}{L} \int dq \sum_{\vec{k}} \int dz dz' \frac{e^{iq(z-z')}}{k^2+q^2} \left|\left(\vec{k}\cdot\vec{M}_{(z)\vec{k}}\right)\right|^2 + \frac{1}{L} \int dq \sum_{\vec{k}} \int dz dz' e^{iq(z-z')} \frac{q}{k^2+q^2} \left[M^z_{\vec{k}} \vec{k}\cdot\vec{M}_{-\vec{k}}\right.$

$\left. + \vec{k}\cdot\vec{M}_{\vec{k}}(z) M^z_{-\vec{k}}(z')\right] + \frac{1}{L} \int dq \sum_{\vec{k}} \int dz dz' e^{iq(z-z')} \frac{q^2}{k^2+q^2} \left|M^z_{\vec{k}}\right|^2$

В (1) г-ном можно $\int dq (\dots)$: $\int_{-\infty}^{\infty} dq \frac{e^{iq(z-z')}}{k^2+q^2} = \frac{\pi}{k} e^{-k|z-z'|}$

$\int_{-\infty}^{\infty} dq \frac{e^{iq\zeta}}{k^2+q^2} q = \int_{-\infty}^{\infty} dq\, q \frac{\cos q\zeta + i\sin q\zeta}{k^2+q^2} = 2i \int_0^{\infty} dq \frac{q \sin q\zeta}{k^2+q^2} = 2i \frac{\pi}{2}\left[2e^{-\zeta k} + e^{-\zeta k} + e\right]$

$\int_{-\infty}^{\infty} dq \frac{q^2}{k^2+q^2} e^{iq\zeta} = \int_{-\infty}^{\infty} dq e^{iq\zeta}\left[1 - \frac{k^2}{k^2+q^2}\right] = 2\pi\delta(\zeta) - k^2 \frac{\pi}{k} e^{-k|\zeta|}$ $= 2i \cdot \frac{\pi}{2} e^{-k|\zeta|}$

$W_m = \frac{\pi}{L} \sum_{\vec{k}} \int dz dz' \left|\left(\vec{k}\cdot\vec{M}_{\vec{k}}(z)\right)\right|^2 \frac{1}{k} e^{-k|z-z'|} + \frac{2\pi i}{L} \sum_{\vec{k}} \int dz dz' \mathrm{Re}\left[M^z_{(z)\vec{k}} \cdot \left(\vec{k}\cdot\vec{M}_{-\vec{k}}(z')\right)\right] e^{-k}$

$+ \frac{1}{L} \sum_{\vec{k}} \int dz dz' \left|M^z_{\vec{k}}(z)\right|^2 \left[2\pi\delta(z-z') - \pi k e^{-k|z-z'|}\right]$

Escaneado con CamScanner

Date. . .

$\int_0^L dz\,dz' e^{-k|z-z'|} = \frac{2L}{k} f(kL)$

Domain z и z'

$$W_m = \frac{\pi}{L}\sum_{\vec{k}}\int dz\,dz' \left(\vec{k}\cdot\vec{M}_{\vec{k}}(z)\right)\left(\vec{k}\cdot\vec{M}_{-\vec{k}}(z')\right)\frac{1}{k}e^{-k|z-z'|} +$$

$$+\frac{\pi i}{L}\sum_{\vec{k}}\int dz\,dz'\left[M^z_{\vec{k}}(z)\left(\vec{k}\cdot\vec{M}_{-\vec{k}}(z')\right)+M^z_{-\vec{k}}(z')\left(\vec{k}\cdot\vec{M}_{\vec{k}}(z)\right)\right]e^{-k|z-z'|}+\frac{1}{L}\sum_{\vec{k}}\int dz\,dz' M^z_{\vec{k}}(z)M^z_{-\vec{k}}(z')\cdot$$

$$\cdot\left[2\pi\delta(z-z') - \pi k e^{-k|z-z'|}\right] = 2\pi\frac{1}{L}\sum_{\vec{k}}\int dz\,|M^z_{\vec{k}}(z)|^2 - \frac{\pi}{L}\sum_{\vec{k}}\int dz\,dz' M^z_{\vec{k}}(z)M^z_{-\vec{k}}(z')\,k e^{-k|z-z'|} +$$

$$+(\dots) = \frac{\pi}{L}\sum_{\vec{k}}\int dz\,dz' e^{-k|z-z'|}k\left[\frac{1}{k^2}\left(\vec{k}\cdot\vec{M}_{\vec{k}}(z)\right)\left(\vec{k}\cdot\vec{M}_{-\vec{k}}(z')\right) - M^z_{\vec{k}}(z)M^z_{-\vec{k}}(z')\right] +$$

$$+\frac{\pi i}{L}\sum_{\vec{k}}\int dz\,dz' e^{-k|z-z'|}\left[M^z_{\vec{k}}(z)\left(\vec{k}\cdot\vec{M}_{-\vec{k}}(z')\right)+M^z_{-\vec{k}}(z')\left(\vec{k}\cdot\vec{M}_{\vec{k}}(z)\right)\right]+\frac{2\pi}{L}\sum_{\vec{k}}\int dz\,|M^z_{\vec{k}}(z)|^2$$

Примем ②, $M^\alpha(\vec{r})$ не зависит от z, т.е. плоские доны. Тогда

$$W_m = 2\pi\sum_{\vec{k}} f(kL)\left[\frac{1}{k^2}|(\vec{k}\cdot\vec{M}_{\vec{k}})|^2 - |M^z_{\vec{k}}|^2\right] + 2\pi\sum_{\vec{k}}|M^z_{\vec{k}}|^2 +$$

$$+2\pi i\sum_{\vec{k}}\frac{1}{k}f(kL)\left[M^z_{\vec{k}}\left(\vec{k}\cdot\vec{M}_{-\vec{k}}\right)+M^z_{-\vec{k}}\left(\vec{k}\cdot\vec{M}_{\vec{k}}\right)\right] + 2\pi\sum_{\vec{k}}\left[1-f(kL)\right]|M^z_{\vec{k}}|^2$$

$$= 2\pi\sum_{\vec{k}}\frac{f(kL)}{k^2}|(\vec{k}\cdot\vec{M}_{\vec{k}})|^2 + 2\pi i\sum_{\vec{k}}\frac{f(kL)}{k}\left[M^z_{\vec{k}}\left(\vec{k}\cdot\vec{M}_{-\vec{k}}\right)+M^z_{-\vec{k}}\left(\vec{k}\cdot\vec{M}_{\vec{k}}\right)\right] +$$

$$+2\pi\sum_{\vec{k}}\left[1-f(kL)\right]|M^z_{\vec{k}}|^2, \quad \text{если еще и } M^z_{\vec{k}}=0, \text{ то } W_m = 2\pi\sum_{\vec{k}}\frac{f(kL)}{k^2}|(\vec{k}\cdot\vec{M}_{\vec{k}})|^2 \text{ АРЕЗ}$$

(Отсюда $\sum(\cdot)$)

Т.е. вся неоднородность дона сидит в $\vec{M}_{\vec{k}} = \frac{1}{S_0}\int_{S_0} d^2\vec{\rho}\,\vec{M}(\vec{\rho})e^{i\vec{k}\vec{\rho}}$, а дискретный набор $\vec{k}$ соответствует 2D-решетке (с периодической эл. ячейки).

Если доны одинаковы (F-типа структура), то ячейка состоит из одного дона и $\vec{M}_{\vec{k}} = \frac{1}{S_0}\int_{S_d} d^2\vec{\rho}\,\vec{M}(\vec{\rho})e^{i\vec{k}\vec{\rho}}$.

Пусть $M^\alpha(\vec{\rho}) = \sum_{mn}\lambda^\alpha_{mn}J_m(\varkappa_{mn}\rho)e^{im\varphi}$ и доны цилиндрические.

Тогда $M^\alpha_{\vec{k}} = \frac{1}{S_0}\int_{S_d} d^2\vec{\rho}\sum_{mn}\lambda^\alpha_{mn}J_m(\varkappa\rho)e^{im\varphi}e^{i\vec{k}\vec{\rho}} = \left|\begin{array}{l} e^{i\vec{k}\vec{\rho}} = e^{ik\rho\cos(\varphi-\varphi_k)} \\ = \sum_\mu i^\mu J_\mu(k\rho)e^{i\mu(\varphi-\varphi_k)}\end{array}\right| =$

$$= \frac{1}{S_d}\sum_{mn\mu}\int d^2\vec{\rho}\;\lambda^\alpha_{mn}i^\mu J_m(\varkappa\rho)J_\mu(k\rho)e^{im\varphi}e^{i\mu(\varphi-\varphi_k)} =$$

$$= \frac{1}{S_d}\sum_{mn\mu}\int d\rho\,\rho\,\lambda^\alpha_{mn}i^\mu J_m(\varkappa\rho)J_\mu(k\rho)e^{-i\mu\varphi_k}2\pi\delta_{m\mu} =$$

Escaneado con CamScanner

Date. . .

$$= \frac{2\pi}{S_d}\sum_{mn} i^m \lambda^{\alpha}_{mn} e^{im\varphi_k} \int_0^R d\rho\,\rho\, J_m(x_{mn}\rho)\, J_m(k\rho) = \frac{2\pi}{S_d}\sum_{mn} i^m \lambda^{\alpha}_{mn} e^{-im\varphi_k} I^{mn}_{\rho}(k)$$

$$|M^{\alpha}_{\vec{k}}|^2 = \frac{(2\pi)^2}{S_d^2}(\cdot)(\cdot)^*, \quad (\vec{k}\cdot\vec{M}_{\vec{k}}) = \sum_{\alpha} k_\alpha M^{\alpha}_{\vec{k}} = \frac{2\pi}{S_d}\sum_{mn}\sum_{\alpha} i^m \lambda^{\alpha}_{mn} k^{\alpha} e^{-im\varphi_k}$$

k^{α}: $k_x = k\cos\varphi_k$, $k_y = k\sin\varphi_{\vec{k}}$ $\cdot$ $(\vec{k}\cdot\vec{\lambda}_{mn}) = k\lambda_{mn}\cos(\varphi_k - \varphi_{mn})$

$i^m e^{-im\varphi_k} = e^{im\pi/2} e^{-im\varphi_k} = e^{im(\pi/2 - \varphi_k)}$

$$|(\vec{k}\cdot\vec{M}_k)|^2 = \left(\frac{2\pi}{S_d}\right)^2 \sum_{mn\alpha} \lambda^{\alpha}_{mn} k^{\alpha} e^{im(\pi/2-\varphi_k)} I^{mn}_{\rho}(k) \sum_{m'n'\alpha'} \lambda^{\alpha'*}_{m'n'} k_{\alpha'} e^{-im'(\pi/2-\varphi_k)}$$

$$= \left(\frac{2\pi}{S_d}\right)^2 \sum_{\substack{mn\alpha \\ m'n'\alpha'}} I^{mn}_{\rho} I^{m'n'}_{\rho} e^{i(m-m')(\pi/2-\varphi_k)} \lambda^{\alpha}_{mn} k_\alpha \lambda^{\alpha'*}_{m'n'} k_{\alpha'} =$$

$$= \left(\frac{2\pi}{S_0}\right)^2 \sum_{\substack{mn \\ m'n'}} I^{mn}_{\rho} I^{m'n'}_{\rho} k^2 e^{i(m-m')(\pi/2-\varphi_k)} \lambda_{mn}\lambda^{*}_{m'n'} \cos(\varphi_k - \varphi_{mn})\cos(\varphi_k$$

M – вект. $M^{\alpha}_{d}(\rho) = \sum_{mn} (\lambda^{\alpha}_{mn})^* J_m(x\rho) e^{im\varphi} = \sum_{mn} \lambda^{\alpha}_{mn} J_m e^{-im\varphi} =$

$$= \sum_{mn} \lambda^{\alpha}_{-mn} J_{-m}(x\rho) e^{im\varphi} = \sum_{mn} \lambda^{\alpha}_{-mn} (-1)^m J_m(x\rho) e^{im\varphi},$$

т. е. $(\lambda^{\alpha}_{mn})^* = (-1)^m \lambda^{\alpha}_{-mn}$.

$$|(\vec{k}\cdot\vec{M}_{\vec{k}})|^2 = (\cdot)^2 k^2 \sum_{\substack{mn \\ m'n'}} I^{mn}_{\rho} I^{m'n'}_{\rho} \lambda_{mn}\lambda^{*}_{m'n'} e^{i(m-m')(\pi/2-\varphi_k)} \frac{1}{2}\Big[\cos(2\varphi_k - \varphi_{mn} - \varphi_{m'n'})$$

$$+ \cos(\varphi_{mn} + \varphi_{m'n'})\Big] = (\cdot)\frac{k^2}{2\cdot 2}\sum_{mn} I^{mn}_{\rho} I^{m'n'}_{\rho} \lambda_{mn}\lambda^{*}_{m'n'} e^{i(m-m')(\pi/2-\varphi_k)} \times$$

$$\times \Big[e^{i(2\varphi_k - \varphi_{mn} - \varphi_{m'n'})} + e^{-i(2\varphi_k - \varphi_{mn} - \varphi_{m'n'})} + e^{i(\varphi_{mn}+\varphi_{m'n'})} + e^{-i(\varphi_{mn}+\varphi_{m'n'})}$$

$\sum_{\vec{k}} F(k) e^{i\mu\varphi_{\vec{k}}}$ в виду сим. рем. каждому $\vec{k}$ с φ_k соотв. $-\vec{k}$ с $\varphi_{-\vec{k}} = \pi + \varphi_{\vec{k}}$. поэтому μ – только здесь. И имеет вклад от $\mu = 0$. Т.е. $m - m' = \pm 2$ или $m = m'$ разрешены сим.

$$|(\vec{k}\cdot\vec{M}_{\vec{k}})|^2 = \left(\frac{2\pi}{S_0}\right)^2 \frac{k^2}{4} \sum_{mnn'} I^{mn}_{\rho} I^{mn'}_{\rho} \lambda_{mn}\lambda^{*}_{mn'} 2\cos(\varphi_{mn} + \varphi_{mn'}) + (\text{члены } m-m'=$$

Пусть $\vec{M}(\vec{\rho}) = \sum \vec{M}_n(\vec{\rho} - \vec{\rho}_n)$, $\vec{\rho}_n$ – узлы решетки задов (центры узлов).

$M(\vec{\rho} - \vec{\rho}_n) = \begin{cases} M(\vec{\rho}), & |\vec{\rho} - \vec{\rho}_n| < R \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$, т.е. хотим разделить однородные и периодические.

$\vec{\rho}_n$

$$W_m = \frac{(-1)}{2V} L \int d^2\vec{\rho}\, d^2\vec{\rho}'\, g_{\alpha\beta}(\vec{\rho},\vec{\rho}') M_\alpha(\vec{\rho}) M_\beta(\vec{\rho}') = \Big| \hat{g}(\rho\rho') = \frac{1}{L}\int_0^L dz \Big|$$

Escaneado con CamScanner

Date. . .

$$= -\frac{1}{2V}\int d^2\rho \int d^2\rho'\, g_{\alpha\beta}(\vec\rho,\vec\rho')\sum_{nn'} M_n^\alpha(\vec\rho-\vec\rho_n)M_{n'}^\beta(\rho'-\vec\rho_{n'})$$

$$\vec H_\alpha^n(\vec\rho) = \int_{S_n - \text{n-рас}} d^2\vec\rho'\,\hat g(\vec\rho,\vec\rho')\vec M(\vec\rho'),\quad \vec H_\alpha(\vec\rho) = \sum_n \vec H_\alpha^n(\vec\rho) = \sum_n \int_{S_n} d^2\vec\rho'\,\hat g(\rho\rho')M(\rho')$$

$$W_m^{n'} = -\int_{S_{n'}} \vec M(\vec\rho)\vec H_\alpha(\vec\rho)\,d^2\vec\rho;\quad W_m = \sum_{n'} W_m^{n'} + W_m^{\text{in-dot}}$$

(рел-gray)

$$W_m = \sum_{n'} W_m^{n'} = -\sum_{n'}\int_{S_{n'}} d^2\rho\,\vec M(\rho)\vec H_\alpha(\rho) = -\sum_{n'}\int_{S_{n'}} d^2\vec\rho\,\vec M(\rho)\sum_n \int_{S_n} d^2\vec\rho'\,\hat g(\vec\rho,\vec\rho')\vec M(\vec\rho')$$

$$= -\sum_{nn'}\int_{S_n} d^2\vec\rho \int_{S_{n'}} d^2\rho'\,\hat g_{\alpha\beta}(\vec\rho,\vec\rho')\,M_\alpha(\vec\rho)M_\beta(\vec\rho') = -\sum_{nn'}\int d^2\rho_n\, d^2\rho_{n'}\, g_{\alpha\beta}(\rho_n\rho_{n'})$$

$$\times M_\alpha(\rho_n)M_\beta(\rho_{n'}) = -\sum_{nn'}\int_{S_n} d^2\rho \int_{S_{n'}} d^2\rho'\, g_{\alpha\beta}(R_n+\rho, R_{n'}+\rho')M_\alpha(\rho)M_\beta(\rho')$$

$\vec\rho$ - in-dot наряженная

$$W_m^{\text{int}} = -\sum_{nn'}\int_{S_n} d^2\rho\int_{S_{n'}} d^2\rho'\, g_{\alpha\beta}(R_n+\rho, R_{n'}+\rho')M_\alpha(\rho)M_\beta(\rho')\cdot(1/2\pi)$$

$$\text{to } g_{\substack{\alpha,\beta\neq z}}(\vec\rho,\vec\rho') = -\frac{1}{\pi}\int d^2\vec k\, f(kL)\,\frac{k_\alpha k_\beta}{k^2}\,e^{i\vec k(\vec\rho-\vec\rho')}$$

где $\vec k$ - плоско параметрич. в непрерыв. интегрировании.

$$g_{\alpha\beta}(\vec\rho+\vec R_n, \vec\rho'+\vec R_{n'}) = -\frac{1}{\pi}\int d^2\vec k\,\frac{k_\alpha k_\beta}{k^2}e^{i\vec k(\vec\rho-\vec\rho')}e^{i\vec k(\vec R_n-\vec R_{n'})}f(kL),\quad \vec R_n \text{ - узлы 2D-реш. голов}$$

$$W_m^{\text{int}} = -\sum_{nn'}\int_{S_n} d^2\vec\rho\left(\int_{S_{n'}} d^2\vec\rho'\, M_\alpha(\rho)M_\beta(\rho')\left(-\frac{1}{\pi}\right)\int d^2\vec k\,\frac{k_\alpha k_\beta}{k^2}e^{i\vec k\vec\rho}e^{-i\vec k\vec\rho'}e^{i\vec k(\vec R_n-\vec R_{n'})}f(kL)\right) =$$

$$= \frac{1}{\pi}\sum_{nn'}\int d^2\vec k\,\frac{k_\alpha k_\beta}{k^2}e^{i\vec k(\vec R_n-\vec R_{n'})}f(kL)\left[\int_{S_n} d^2\vec\rho\, M_\alpha(\vec\rho)e^{i\vec k\vec\rho}\right]\left[\int_{S_{n'}} d^2\vec\rho'\, M_\beta(\rho')e^{-i\vec k\vec\rho'}\right] =$$

$$= \left|\text{все дали ограничения}\right| = \frac{S_0^2}{\pi}\sum_{nn'}\int d^2\vec k\,\frac{k_\alpha k_\beta}{k^2}e^{i\vec k(\vec R_n-\vec R_{n'})}M_{\vec k}^\alpha M_{-\vec k}^\beta f(kL),\quad F(\vec k) = \sum_{nn'(n\neq n')} e^{i\vec k(\vec R_n-\vec R_{n'})}$$

$$W_m^{\text{int}} = \frac{S_0^2}{\pi}\int d^2\vec k\,\frac{k_\alpha k_\beta}{k^2}F(\vec k)M^\alpha(\vec k)M^\beta(-\vec k)f,\quad F(\vec k) = \sum_{nn'} e^{i\vec k(R_n-R_{n'})} =$$

$$= \left|\sum_n e^{i\vec k\vec R_n}\right|^2 - 1$$

$$\sum_{n_x} e^{in_x k_x T} = \sum_{n_x} e^{in_x x} = 1 + 2\sum_{n_x=1}^{N_x}\cos(n_x x) = 2\sum_{n_x=0}^{N_x}\cos(n_x x) - 1 =$$

$$= 2\cdot\frac{1}{2}\left[1 + \frac{\sin(N_x+\frac12)x}{\sin\frac{x}{2}}\right] - 1 = \frac{\sin(N_x+\frac12)x}{\sin\frac{x}{2}}$$

$$\sum_n e^{i\vec k\vec R_n} = \sum_n e^{ik_x R_n^x + ik_y R_n^y} = \sum_{n_x} e^{ik_x n_x T}\sum_{n_y} e^{ik_y n_y T} = \frac{\sin(N_x+\frac12)k_x T}{\sin\frac{k_x T}{2}}\cdot\frac{\sin(N_y+\frac12)k_y T}{\sin\frac{k_y T}{2}}$$

$$F(\vec k) = \left|\sum_n e^{i\vec k\vec R_n}\right|^2 - 1 = \frac{\sin^2(2N_x+1)\frac{k_x T}{2}}{\sin^2\frac{k_x T}{2}}\cdot\frac{\sin^2(2N_y+1)\frac{k_y T}{2}}{\sin^2\frac12 k_y T} - 1.$$

Escaneado con CamScanner

Date. 14. 01.

Условие n≠n' можно убрать, тогда будет иметь энергия и θ_z.

$$W_m = \frac{S_0^2}{\pi}\int d^2k\,\frac{k_\alpha k_\beta}{k^2}F(\vec{k})M^\alpha(\vec{k})M^\beta(-\vec{k})f(kL),\quad F(\vec{k}) = \frac{\sin^2(2N_x+1)\frac{k_xT}{2}}{\sin^2\frac{k_xT}{2}}\cdot\frac{\sin^2(2N_y+1)\frac{k_yT}{2}}{\sin^2\frac{k_yT}{2}}$$

при $N_x, N_y \to \infty$, $\frac{\sin^2(2N_x+1)\frac{k_xT}{2}}{\sin^2\frac{k_xT}{2}} \approx \frac{2\pi(2N_x+1)T}{T^2}\sum_{s=-\infty}^{\infty}\delta\left(k_x-\frac{2\pi s}{T}\right) =$

$$= 2\pi\frac{L_x}{T^2}\sum_{s=-\infty}^{\infty}\delta\left(k_x-\frac{2\pi s}{T}\right),\quad L_x - \text{размер цепочки } \parallel Ox.$$

$$W_m = \frac{S_0^2}{\pi}\int d^2k\,\frac{k_\alpha k_\beta}{k^2}f\,(2\pi)^2\frac{L_xL_y}{T^4}\sum_{n_1,n_2}\delta\left(k_x-\frac{2\pi n_1}{T}\right)\delta\left(k_y-\frac{2\pi n_2}{T}\right)M^\alpha(\vec{k})M$$

$$= \frac{4\pi S S_0^2}{T^2T^2}\sum_{\vec{k}}\frac{k_\alpha k_\beta}{k^2}f(kL)M^\alpha_{\vec{k}}M^\beta_{-\vec{k}} = 4\pi S\cdot\sum_{\vec{k}}\frac{1}{k^2}f(kL)\left|(M_{\vec{k}}\cdot\vec{k})\right|^2$$

дискр. вектор $\vec{k} = \frac{2\pi}{T}(n_1,n_2)$, $S = L_xL_y$

— с точн. до множителя прежний дискр. результат AFL'99.

W_m надо $\times\frac{1}{2}$ из-за избыт. двойного учёта $\sum_{nn'}(\dots)$ и $/S$, чтобы перейти в плот. энергии. Получим:

$$\begin{cases} W_m = -\frac{1}{2S}\sum_{nn'}\int_{S_n}d^2\vec{\rho}\int_{S_{n'}}d^2\vec{\rho}'\,g_{\alpha\beta}(\vec{\rho}+\vec{R}_n,\vec{\rho}'+\vec{R}_{n'})M^\alpha_n(\vec{\rho})M^\beta_{n'}(\vec{\rho}') \\ \text{или,}\quad W_m = \frac{S_0^2}{2\pi S}\int d^2\vec{k}\,\frac{k_\alpha k_\beta}{k^2}f(kL)F(\vec{k})M^\alpha(\vec{k})M^\beta(-\vec{k}),\quad F(\vec{k}) = \left|\sum_n e^{i\vec{k}\vec{R}_n}\right|^2 \end{cases}$$

где $M^\alpha(\vec{k}) = \frac{1}{S_0}\int_{S_0}d^2\vec{\rho}\,M^\alpha(\vec{\rho})e^{i\vec{k}\vec{\rho}}$, $\vec{R}_n$ — узлы решётки.

$$g_{\alpha\beta}(\vec{R}_n+\vec{\rho},\vec{R}_{n'}+\vec{\rho}') = -\frac{1}{\pi}\int d^2\vec{k}\,f(kL)\frac{k_\alpha k_\beta}{k^2}e^{i\vec{k}(\vec{\rho}-\vec{\rho}')}e^{i\vec{k}(\vec{R}_n-\vec{R}_{n'})}$$

Проанализируем сразу $W_m = 2\pi\sum_{\vec{k}}\frac{f(kL)}{k^2}\left|(\vec{k}\cdot\vec{M}_{\vec{k}})\right|^2$ для больших решёток дока. Все сидит в $M^\alpha_{\vec{k}}$. Для однород. дока $M^\alpha(\vec{k}) \sim \frac{1}{k}J_1(kR)$.

Для д.-д. дока много m-гармоник идёт скачкообразной зависимости $M^\alpha(\rho)$. Для слабонеоднор. доков разложение $\vec{M}(\vec{\rho}) = \sum_{mn}\lambda_{mn}J_m(x\rho)$ есть у Исаева - ЖТФ'93-94. Можно взять $\vec{M}(\vec{r})$ — вихрь.

14/I Вернемся к описанию SW в rectangular dots.

1×1,75 μm дот. $\vec{H}\parallel 1{,}75$-сторона. $H = 600$ Oe $\to \frac{\omega_H}{\omega_M} = 0{,}059$. $\vec{q}\perp\vec{H}$, $\vec{q}\parallel w$

$L = 35$ nm, $w = 1$ μm, $\ell = 1{,}75$ μm. $p = \frac{L}{w} = \frac{35\text{ nm}}{1000\text{ nm}} = 0{,}035$; $u = \frac{\ell}{w} = \frac{1{,}75\text{ μm}}{1\text{ μm}} = 1{,}75$

Экс. частоты для интерф. расст. $d = 1$ μm: $f_0 = 5{,}2$ GHz; $f_1 = 7{,}5$ GHz; $f_2 = 9$ GHz; $f_3 = 11{,}8$ GHz; $f_4 = 14{,}2$

$\frac{\omega_0}{2\pi} = 30{,}1$ GHz $f_0 = 0{,}173$; $f_1 = 0{,}249$; $f_2 = 0{,}319$; $f_3 = 0{,}392$; $f_4 = 0{,}47$

Тогда как расчетная $\omega_0 = 0{,}277$ (!).

Escaneado con CamScanner

Date. . . Прямоугольная щель. SW.

Надо попробовать функции $Z_{m\,n}^{m=\infty}$ (6/I), $Y_{m\,n}^{m=\infty}$ (10/I) для rectangular dots, а то MEAD их не считает.

Сам ур-ие: $g_{zz}(\vec{\rho},\vec{\rho}') = \frac{1}{\pi L}\int_0^{2\pi} du \left[\frac{1}{i\left[(x-x')\cos u + (y-y')\sin u\right]} + \frac{1}{L - i\left[(x-x')\cos u + (y-y')\sin u\right]}\right]$

$$\int_0^\ell dx\,dx' \frac{1}{a+b(x-x')} = \int_0^\ell dx' \frac{1}{b}\int \frac{d(a+b(x-x'))}{a+b(x-x')} = \frac{1}{b}\int_0^\ell dx' \ln\left[a+b(x-x')\right]_0^\ell =$$

$$= \frac{1}{b}\int_0^\ell dx' \left[\ln\left[a+b(\ell-x')\right] - \ln\left[a-bx'\right]\right] = -\frac{1}{b^2}\left[\{a+b(\ell-x')\}\ln\{a+b(\ell-x')\} - \right.$$

$$\left. - \{a+b(\ell-x')\}\right]_0^\ell + \frac{1}{b^2}\left[(a-bx')\ln(a-bx') - (a-bx')\right]_0^\ell = -\frac{1}{b^2}\left[a\ln a - \right.$$

$$- a - (a+b\ell)\ln(a+b\ell) + (a+b\ell)\Big] + \frac{1}{b^2}\left[(a-b\ell)\ln(a-b\ell) - (a-b\ell) - \right.$$

$$\left. - a\ln a + a\right] = \frac{1}{b^2}\left[-2a\ln a + (a+b\ell)\ln(a+b\ell) + (a-b\ell)\ln(a-b\ell)\right]$$

$$\int_0^\ell \frac{dx\,dx'}{\Delta y\sin u + \cos u(x-x')} = \left|\begin{matrix} a = \Delta y\sin u \\ b = \cos u\end{matrix}\right| = \frac{1}{\cos^2 u}\left[-2\Delta y\sin u\ln(\Delta y\sin u) + \right.$$

$$\left. + (\Delta y\sin u + \ell\cos u)\ln(\Delta y\sin u + \ell\cos u) + (\Delta y\sin u - \ell\cos u)\ln(\Delta y\sin u - \cos u)\right]$$

$$\int_0^\ell \frac{dx\,dx'}{a+b(x-x')} = +\frac{1}{b^2}\left[-2a\ln a + a\ln(a^2 - b^2\ell^2) + b\ell\ln\frac{a+b\ell}{a-b\ell}\right]$$

$$\int_0^\ell \frac{dx\,dx'}{\Delta y\sin u + \cos u(x-x')} = \frac{1}{\cos^2 u}\left[-2\Delta y\sin u\ln(\Delta y\sin u) + \Delta y\sin u\ln\left[\Delta y^2\sin^2 u - \cos^2 u\right] + \right.$$

$$\left. + b\cos u\ln\left(\frac{\Delta y\sin u + \ell\cos u}{\Delta y\sin u - \ell\cos u}\right)\right]$$

$$g_{zz}(\vec{\rho},\vec{\rho}') = \frac{1}{\pi L i}\int_0^{2\pi} du\left[\frac{1}{(y-y')\sin u + \cos u(x-x')} - \frac{1}{iL + (y-y')\sin u + \cos u(x-x')}\right]$$

$$\int_0^\ell dx\,dx' g_{zz}(\vec{\rho},\vec{\rho}') = \frac{1}{\pi L i}\int_0^{2\pi} du \frac{1}{\cos^2 u}\left[-2a\ln a + a\ln(a^2 - \ell^2\cos^2 u) + \ell\cos u\ln\frac{a+\ell\cos u}{a-\ell\cos u}\right]_{a=\Delta y\sin u}^{\Delta y\sin u + iL}$$

Можно чуть в лоб:

$$g_{zz}(\vec{\rho},\vec{\rho}') = \frac{2}{L}\left[\frac{1}{\sqrt{L^2 + (\vec{\rho}-\vec{\rho}')^2}} - \frac{1}{|\vec{\rho}-\vec{\rho}'|}\right] = \frac{2}{L}\left[\frac{1}{\sqrt{L^2 + (x-x')^2 + (y-y')^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}}\right]$$

$$\int_{-\ell/2}^{+\ell/2} \frac{dx'}{\sqrt{\Delta^2 + (x-x')^2}} = \frac{1}{\Delta^2}\left[\frac{(\ell/2 - x)}{\sqrt{\Delta^2 + (\ell/2 - x)^2}} + \frac{(\ell/2 + x)}{\sqrt{\Delta^2 + (\ell/2 + x)^2}}\right] \text{ ?} \quad \text{неверно.}$$

$$\int_0^\ell dx' \frac{1}{\sqrt{\Delta^2 + (x'-x)^2}} = \left|x' - x = z\right| = \int \frac{dz}{\sqrt{\Delta^2 + z^2}} = \int \frac{dt}{\sqrt{1+t^2}} = \ln\left(t + \sqrt{t^2+1}\right) = \left|t = z/\Delta\right| =$$

$$= \ln\left(\frac{z}{\Delta} + \sqrt{\frac{z^2}{\Delta^2} + 1}\right) = \operatorname{arcsh}\frac{z}{\Delta} = \operatorname{arcsh}\frac{(x'-x)}{\Delta}\Big|_0^\ell = \operatorname{arcsh}\frac{\ell - x}{\Delta} - \operatorname{arcsh}\frac{(-x)}{\Delta}$$

Escaneado con CamScanner

Date.

$$\int_0^\ell dx\ \operatorname{arcsh}\frac{\ell-x}{\Delta} = |\ell-x=t| = -\int_\ell^0 dt\ \operatorname{arcsh}\frac{t}{\Delta} = \int_0^\ell dt\ \operatorname{arcsh}\frac{t}{\Delta} = \left|\frac{t}{\Delta}=z\right| =$$

$$= \int_0^{\ell/\Delta} dz\ \operatorname{arcsh} z = \left[t\operatorname{arcsh}\frac{t}{\Delta} - \sqrt{t^2+\Delta^2}\right]\Big|_0^\ell = \ell\operatorname{arcsh}\frac{\ell}{\Delta} - \sqrt{\ell^2+\Delta^2} + |\Delta|$$

$$\int_0^\ell dx\ \operatorname{arcsh}\frac{(-x)}{\Delta} = |-x=t| = -\int_0^{-\ell} dt\ \operatorname{arcsh}\frac{t}{\Delta} = \int_{-\ell}^0 dt \operatorname{arcsh}\frac{t}{\Delta} = \left[t\operatorname{arcsh}\frac{t}{\Delta} - \sqrt{t^2+\Delta^2}\right]_{-\ell}^0$$

$$= -|\Delta| - \left[-\ell\operatorname{arcsh}\frac{(-\ell)}{\Delta} - \sqrt{\ell^2+\Delta^2}\right] = \sqrt{\ell^2+\Delta^2} - |\Delta| - \ell\operatorname{arcsh}\frac{\ell}{\Delta}$$

$$\int_0^\ell\int_0^\ell \frac{dx\,dx'}{\sqrt{\Delta^2+(x-x')^2}} = \int_0^\ell dx\left[\operatorname{arcsh}\frac{\ell-x}{\Delta} + \operatorname{arcsh}\frac{x}{\Delta}\right] = 2\int_0^\ell dx\ \operatorname{arcsh}\frac{x}{\Delta} = 2\left[\ell\operatorname{arcsh}\frac{\ell}{\Delta} - \sqrt{}\right.$$

$$\int_0^\ell\int_0^\ell dx\,dx'\, g_{zz}(\vec{\rho},\vec{\rho}') = \frac{2}{L}\int_0^\ell\int_0^\ell dx\,dx'\left[\frac{1}{\sqrt{L^2+(y-y')^2+(x-x')^2}} - \frac{1}{\sqrt{(y-y')^2+(x-x')^2}}\right] =$$

$$= \frac{2\cdot 2}{L}\left[\ell\operatorname{arcsh}\frac{\ell}{\sqrt{L^2+(y-y')^2}} + \sqrt{|y-y'|^2+L^2} - \sqrt{\ell^2+L^2+(y-y')^2} - \ell\operatorname{arcsh}\frac{\ell}{|(y-y')|} -\right.$$

$$\left. - |y-y'| + \sqrt{\ell^2+(y-y')^2}\right] = \frac{4}{L}\left[\ell\operatorname{arcsh}\frac{\ell}{\sqrt{L^2+(y-y')^2}} - \ell\operatorname{arcsh}\frac{\ell}{|y-y'|} + \sqrt{L^2+(y-y')^2} -\right.$$

$$\left. + \sqrt{\ell^2+(y-y')^2} - \sqrt{L^2+\ell^2+(y-y')^2}\right] = \ell\, g_{zz}(y,y').$$

$$\hat{Z}^{moo}_{moo} = M_0^2\int_0^\ell\int_0^\ell \frac{d^2\vec{\rho}\,d^2\vec{\rho}'}{4\pi A_{moo}}\cos q_m y\cdot\cos q_{m'} y'\, g_{zz}(\vec{\rho},\vec{\rho}') = \left(\frac{M_0^2 L}{4\pi A_{moo}}\right)\int_0^W\int_0^W dy\,dy'\cos q_m y\cos q_{m'} y' \cdot$$

$$\cdot\int_0^\ell\int_0^\ell dx\,dx'\, g_{zz}(\vec{\rho},\vec{\rho}') = (\cdot)\int_0^W\int_0^W dy\,dy'\cos q_m y\cos q_{m'} y'\cdot\frac{4\ell}{L}\left[\operatorname{arcsh}\frac{\ell}{\sqrt{L^2+(y-y')^2}} - \operatorname{arcsh}\frac{\ell}{|y-y'|}\right.$$

$$\left. + \sqrt{L^2+(y-y')^2} - |y-y'| + \sqrt{\ell^2+(y-y')^2} - \sqrt{L^2+\ell^2+(y-y')^2}\right]$$

(вложено разложение по L/ℓ, но лучше не расписывать)

При $\ell \gg L, w$ - предел широкого: $\operatorname{arcsh}\frac{\ell}{\Delta} = \ln\frac{2\ell}{\Delta} + O\left(\left(\frac{\Delta}{\ell}\right)^2\right)$

$$g_{zz}(y,y') = \frac{1}{\ell}\int_0^\ell\int_0^\ell dx\,dx'\, g_{zz}(\vec{\rho},\vec{\rho}') = \frac{4}{L}\left[\ln\frac{2\ell}{\sqrt{L^2+(y-y')^2}} - \ln\frac{2\ell}{|y-y'|} + \frac{1}{\ell}\left\{\sqrt{\ell^2+\Delta y^2} -\right.\right.$$

$$\left.\left. - \ell\sqrt{1+\frac{L^2}{\ell^2}+\frac{\Delta y^2}{\ell^2}}\right\}\right] = \frac{(*)4}{L}\ln\frac{|y-y'|}{\sqrt{L^2+(y-y')^2}} + \sqrt{1+\frac{\Delta y^2}{\ell^2}} - \sqrt{1+\frac{L^2}{\ell^2}+\frac{\Delta y^2}{\ell^2}}\Bigg] = \frac{2}{L}\ln\frac{(y-y')^2}{L^2+(y-y')^2}$$

- а это в полном ДГ wires 05 27/XII

$$\sqrt{L^2+\ell^2+\Delta y^2} = \ell\sqrt{1+\underbrace{(L^2+\dots)}_{(\cdot)}} = \sqrt{\ell^2+\Delta y^2}\sqrt{1+\frac{L^2}{\ell^2+\Delta y^2}} = \sqrt{\ell^2+\Delta y^2}\left[1+\frac{1}{2}\frac{L^2}{\ell^2+\Delta y^2}\right.$$

$$\frac{L^2}{\ell^2+\Delta y^2} \le \frac{L^2}{\ell^2} = \frac{L^2}{w^2}\frac{w^2}{\ell^2} = p^2\frac{1}{u^2} \ll 1 \text{ при } p\ll 1,\ u\sim 1,\ \text{поэтому}$$

$$\hat{Z}^{moo}_{moo} = (\cdot)\frac{4\ell}{L}\int_0^W dy\,dy'\cos q_m y\cdot\cos q_{m'} y'\left[\operatorname{arcsh}\frac{\ell}{\sqrt{L^2+(y-y')^2}} - \operatorname{arcsh}\frac{\ell}{|y-y'|} + \sqrt{L^2+(y-y')^2} - |y-y'|\right.$$

Здесь (p,y) – L, w, ℓ – новое.

Escaneado con CamScanner

Date. 15.01. Rectangular dots

$$\operatorname{arcsh}\frac{x}{a} = \ln\left(\frac{x}{a} + \sqrt{\frac{x^2}{a^2}+1}\right) = \ln\frac{\sqrt{x^2+a^2}+x}{a}$$

$$\operatorname{Arcsh} x - \operatorname{arcsh} y = \operatorname{arcsh}\left(x\sqrt{1+y^2} - y\sqrt{1+x^2}\right)$$

$$= \operatorname{arcsh}\frac{\ell}{\sqrt{L^2+\Delta^2}} - \operatorname{arcsh}\frac{\ell}{|\Delta|} = \operatorname{arcsh}\left(\frac{\ell}{\sqrt{L^2+\Delta^2}}\sqrt{1+\frac{\ell^2}{\Delta^2}} - \frac{\ell}{|\Delta|}\sqrt{1+\frac{\ell^2}{L^2+\Delta^2}}\right) =$$

$$= \operatorname{arcsh}\left(\frac{1}{|\Delta|\sqrt{L^2+\Delta^2}}\left[\ell\sqrt{\ell^2+\Delta^2} - \ell\sqrt{L^2+\ell^2+\Delta^2}\right]\right) = \operatorname{arcsh}\left(\frac{\ell}{|\Delta|}\frac{\sqrt{\ell^2+\Delta^2}-\sqrt{L^2+\ell^2+\Delta^2}}{\sqrt{L^2+\Delta^2}}\right),$$

где $\Delta = y - y'$.

$$\operatorname{arcsh}\frac{\ell}{\sqrt{L^2+\Delta^2}} = \ln\frac{\ell+\sqrt{\ell^2+L^2+\Delta^2}}{\sqrt{L^2+\Delta^2}} \quad \text{и} \quad \operatorname{arcsh}\frac{\ell}{|\Delta|} = \ln\frac{\ell+\sqrt{\ell^2+\Delta^2}}{|\Delta|}$$

$$R = \operatorname{arcsh}\frac{\ell}{\sqrt{(\,)}} - \operatorname{arcsh}\frac{\ell}{|\Delta|} = \ln\left(\frac{\ell+\sqrt{\ell^2+L^2+\Delta^2}}{\sqrt{L^2+\Delta^2}}\cdot\frac{|\Delta|}{\ell+\sqrt{\ell^2+\Delta^2}}\right)$$

$$g_{zz}(y,y') = \frac{4}{L}\left[\ln\left(\frac{\ell+\sqrt{\ell^2+L^2+(y-y')^2}}{\ell+\sqrt{\ell^2+(y-y')^2}}\frac{|y-y'|}{\sqrt{L^2+(y-y')^2}}\right) + \right. \qquad 15/I$$

$$\left. + \frac{1}{\ell}\left(\sqrt{L^2+(y-y')^2} - |y-y'| + \sqrt{\ell^2+(y-y')^2} - \sqrt{L^2+\ell^2+(y-y')^2}\right)\right]$$

$$\ln\left(\frac{\ell+\sqrt{\ell^2+L^2+\Delta^2}}{\ell+\sqrt{\ell^2+\Delta^2}}\right) = \ln\left[\frac{\ell+\sqrt{\ell^2+\Delta^2}+\frac{1}{2}\frac{L^2}{\sqrt{\ell^2+\Delta^2}}+O\left(\frac{L^4}{\ell^4}\right)}{\ell+\sqrt{\ell^2+\Delta^2}}\right] =$$

$$= \ln\left[1+\frac{1}{2}\frac{L^2}{(\ell+\sqrt{\ell^2+\Delta^2})\sqrt{\ell^2+\Delta^2}}\right] = \frac{1}{2}\frac{L^2}{(\ell+\sqrt{\ell^2+\Delta^2})\sqrt{\ell^2+\Delta^2}} + O\left(\left(\frac{L}{\ell}\right)^4\right)$$

$$\sqrt{\ell^2+\Delta^2} - \sqrt{L^2+\ell^2+\Delta^2} = -\frac{1}{2}\frac{L^2}{\sqrt{\ell^2+\Delta^2}} + O\left(\left(\frac{L}{\ell}\right)^4\right), \quad \Delta = y-y'.$$

$$g_{zz}(y,y') = \frac{4}{L}\left[\ln\frac{|y-y'|}{\sqrt{L^2+\Delta^2}} + \frac{1}{2}\frac{L^2}{(\ell+\sqrt{\ell^2+\Delta^2})\sqrt{\ell^2+\Delta^2}} - \frac{1}{2}\frac{1}{\ell}\frac{L^2}{\sqrt{\ell^2+\Delta^2}} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\ell}\left(\sqrt{L^2+\Delta^2}-|\Delta|\right)\right] = \frac{4}{L}\left[\ln\frac{|\Delta|}{\sqrt{L^2+\Delta^2}} - \frac{1}{2\ell}\frac{L^2}{(\ell+\sqrt{\ell^2+\Delta^2})} + \frac{1}{\ell}\left(\sqrt{L^2+\Delta^2}-|\Delta|\right)\right] + O\left(\frac{L^3}{\ell^3}\right)$$

эти члены дают отличие от wire с $\ell\to\infty$.

$$\hat{Z}^{m'00}_{m00} = \frac{1}{\pi\sqrt{\varepsilon_m\varepsilon_{m'}}\,wL}\int_0^w dy\,dy'\cos q_m y\cos q_{m'}y'\left[\ln\frac{\Delta^2}{(L^2+\Delta^2)} + \frac{2}{\ell}\left(\sqrt{L^2+\Delta^2}-|\Delta|\right) - \frac{L^2}{\ell(\ell+\sqrt{\ell^2+\Delta^2})}\right]$$

$$\hat{Z}^{m'00}_{m00} = \frac{1}{\pi\sqrt{\varepsilon_m\varepsilon_{m'}}\,p}\int_0^1 dx\,dx'\cos(\pi m x)\cos(\pi m' x')\left[\ln\frac{(x-x')^2}{p^2+(x-x')^2} + \frac{2}{u}\left(\sqrt{p^2+(x-x')^2}-|x-x'|\right) - \frac{p^2}{u\left(u+\sqrt{u^2+(x-x')^2}\right)}\right]$$

для примера: дока, $u = \ell/w$ – любое ($\gtrsim 1$), $p = \frac{L}{w} \ll 1$.

Найдем матрич. элемент $Y^{m'00}_{m00}$ примар. дока. Видимо нужно найти $X^{m'00}_{m00} \sim g_{xx}(\vec{r},\vec{r}')$, а $Y^{\ell'}_{\ell}$ из условия $X^{\ell'}_{\ell} + Y^{\ell'}_{\ell} + \hat{Z}^{\ell'}_{\ell} = -1$.

$$g_{xx}(y,y') = \frac{1}{\ell}\int dx\,dx'\,g_{xx}(\vec{r},\vec{r}') = \frac{1}{\ell}\int_0^{\ell} dx\,dx'\,\frac{1}{L}\int_0^{L} dz\,dz'\,\hat{G}_{xx}(\vec{r},\vec{r}')$$

Escaneado con CamScanner

Date. . .

$$\hat{G}_{xx}(r,r') = -\frac{\partial^2}{\partial x \partial x'}\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$$

Тогда $g_{zz}(y,y') = \frac{1}{\ell}\int_0^\ell dx dx' \frac{1}{L}\int_0^L dz dz' \hat{G}_{zz}(r,r') = \frac{(-1)}{\ell L}\int_0^\ell dx dx' \int_0^L dz dz' \frac{\partial^2}{\partial z \partial z'}\frac{1}{|z-z'|}$

Теперь $g_{xx}(y,y') = \frac{(-1)}{\ell L}\int_0^\ell dx dx' \int_0^L dz dz' \frac{\partial^2}{\partial x \partial x'}\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$

$$g_{zz}(y,y') = \frac{1}{\ell}\int_0^\ell dx dx' g_{zz}(\vec{\rho},\vec{\rho}') = \frac{1}{\ell}\int_0^\ell dx dx' \frac{2}{L}\left[\frac{1}{\sqrt{L^2+(\vec{\rho}-\vec{\rho}')^2}} - \frac{1}{|\vec{\rho}-\vec{\rho}'|}\right], \vec{\rho}=$$

$$g_{xx}(y,y') = \frac{1}{L}\int_0^L dz dz' \cdot \frac{(-1)}{\ell}\int_0^\ell dx dx' \frac{\partial^2}{\partial x \partial x'}\frac{1}{|r-r'|} = \int_0^L \frac{dz dz'}{L}\frac{2}{\ell}\left[\frac{1}{\sqrt{\ell^2+(z-z')^2+(y-y')^2}}\right.$$

$$\left. - \frac{1}{\sqrt{(z-z')^2+(y-y')^2}}\right]_{\substack{\ell\to 0 \\ L\to\infty}}^{\ell} = \frac{2}{L\ell}\cdot 2\left[L\,\mathrm{arcsh}\frac{L}{\sqrt{\ell^2+(y-y')^2}} - L\,\mathrm{arcsh}\frac{L}{|\Delta|} + \sqrt{\ell^2+\Delta^2} - |\Delta|\right.$$

$$\left. + \sqrt{L^2+\Delta^2} - \sqrt{L^2+\ell^2+\Delta^2}\right]$$

(*) $g_{xx}(\rho\rho') + g_{yy}(\rho\rho') + g_{zz}(\rho,\rho') = -4\pi\delta(\vec{\rho}-\vec{\rho}')$, $\vec{\rho} = (x,y)$. Сделаем $\frac{1}{\ell}\int_0^\ell dx dx'$

$g_{xx}(yy') + g_{yy}(yy') + g_{zz}(yy') = -4\pi\delta(y-y')$ — для нулевой к

Этот способ можно сверх g_{xx} и g_{yy} наложить условия четности нечетности. Элементов Pl'_ℓ и Ol'_ℓ инициируем при замене $\varphi_k \to \varphi_k - \pi/2$ от 10/XII.

$$g_{yy}(yy') = -4\pi\delta(y-y') - g_{xx}(y,y') - g_{zz}(y,y') = -4\pi\delta(y,y') -$$

$$- \frac{4}{L\ell}\left[L\,\mathrm{arcsh}\frac{L}{\sqrt{\ell^2+\Delta^2}} - L\,\mathrm{arcsh}\frac{L}{|\Delta|} + \sqrt{\ell^2+\Delta^2} - |\Delta| + \sqrt{L^2+\Delta^2} - \sqrt{L^2+\ell^2+\Delta^2} + \right.$$

$$\left. + \ell\,\mathrm{arcsh}\frac{\ell}{\sqrt{L^2+\Delta^2}} - \ell\,\mathrm{arcsh}\frac{\ell}{|\Delta|} + \sqrt{L^2+\Delta^2} - |\Delta| + \sqrt{\ell^2+\Delta^2} - \sqrt{L^2+\ell^2+\Delta^2}\right]$$

$$g_{yy}(y,y') = -4\pi\delta(y-y') - \frac{4}{L\ell}\left[\ell\,\mathrm{arcsh}\frac{\ell}{\sqrt{L^2+\Delta^2}} + L\,\mathrm{arcsh}\frac{L}{\sqrt{\ell^2+\Delta^2}} - \ell\,\mathrm{arcsh}\frac{\ell}{|\Delta|} - L\,\mathrm{arcsh}\frac{L}{|\Delta|}\right.$$

$$\left. + 2\left(\sqrt{\ell^2+\Delta^2} - |\Delta| + \sqrt{L^2+\Delta^2} - \sqrt{\ell^2+L^2+\Delta^2}\right)\right], \quad \Delta = |y-y'|.$$

$$y^{m'oo}_{moo} = \left(\frac{M_0^2}{4\pi A_{moo}}\right)\int_0^\ell dx dx' \int_0^L dz dz' \int_0^W dy dy' \cos q_m y \cos q_{m'} y' \hat{G}_{yy}(\vec{r},\vec{r}') =$$

$$= \left| \int_0^1 dz dz' \hat{G}_{yy}(r,r') = L\, g_{yy}(\vec{\rho},\vec{\rho}'),\ \int_0^\ell dx dx' g_{yy}(\vec{\rho}\vec{\rho}') = \ell\, g_{yy}(y,y') \right| = \left| \frac{M_0^2}{4\pi A_{moo}} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_m} \right.$$

$$= \left(\frac{M_0^2}{4\pi A_{moo}}\right) L\ell \int_0^W dy dy' \cos q_m y \cos q_{m'} y' g_{yy}(y,y') = \frac{L\ell}{2\pi\varepsilon_m V_d}\int_0^W dy dy' \cos q_m y \cos q_{m'} y'$$

$$\times \left\{-4\pi\delta(y-y') - \frac{4}{L\ell}\left[\ell\,\mathrm{arcsh}\frac{\ell}{\sqrt{L^2+\Delta^2}} + L\,\mathrm{arcsh}\frac{L}{\sqrt{\ell^2+\Delta^2}} - \ell\,\mathrm{arcsh}\frac{\ell}{|\Delta|} - L\,\mathrm{arcsh}\frac{L}{|\Delta|} + \right.\right.$$

Escaneado con CamScanner

Date. . .

$+2\left(\sqrt{\ell^2+\Delta^2}+\sqrt{L^2+\Delta^2}-|\Delta|-\sqrt{\ell^2+L^2+\Delta^2}\right)\Big]\Big\}$, $\int_0^W dy \cos q_m y \cos q_{m'} y = \frac{W}{2}\varepsilon_m \delta_{mm'}$

$$y^{m'00}_{m00} = -\delta_{mm'} - \frac{2}{\pi \varepsilon_m V_d}\int_0^W dy\,dy' \cos q_m y \cos q_{m'} y' \Big[\ell \operatorname{arcsh}\frac{\ell}{\sqrt{L^2+\Delta^2}} + L \operatorname{arcsh}\frac{L}{\sqrt{\ell^2+\Delta^2}} -$$

$$-\ell \operatorname{arcsh}\frac{\ell}{|\Delta|} - L \operatorname{arcsh}\frac{L}{|\Delta|} + 2\left(\sqrt{\ell^2+\Delta^2}+\sqrt{L^2+\Delta^2}-|\Delta|-\sqrt{\ell^2+L^2+\Delta^2}\right)\Big], \quad \Delta = y - y'.$$

Здесь никаких приближений по ℓ, L, W. только предположение, что ξ || одной из сторон прямоуг. дога, а именно $\xi \parallel a_y(w)$. $V_d = Lw\ell$.

Перейдем к пределу $\ell \to \infty$: $\frac{1}{\ell}\left(\sqrt{\ell^2+\Delta^2}+\dots\right) \to 0$. $\sqrt{\ell^2+\Delta^2} - \sqrt{\ell^2+L^2+\Delta^2} = \left(\ell + \frac{\Delta^2}{2\ell}\right) - \left(\ell + \frac{\Delta^2+L^2}{2\ell}\right) = -\frac{L^2}{\ell}$.

$\operatorname{arcsh} x \underset{x\to\infty}{\approx} \ln 2x$. $\frac{\ell}{(V_d)}\left(\operatorname{arcsh}\frac{\ell}{\sqrt{\cdot}} - \operatorname{arcsh}\frac{\ell}{|\Delta|}\right) = \frac{\ell}{\ell}\left[\ln\frac{2\ell}{\sqrt{\cdot}} - \ln\frac{2\ell}{|\Delta|}\right] = \frac{\ell}{\ell}\ln\frac{|\Delta|}{\sqrt{L^2+\Delta^2}} =$

$= \ln\frac{|\Delta|}{\sqrt{L^2+\Delta^2}}$ - остается только в $y^{m'00}_{m00}$, это соотв. ФГ wires из $2\pi/|\Delta|$.

Здесь $\sqrt{\ell^2+\Delta^2} - \sqrt{L^2+\ell^2+\Delta^2} = \sqrt{\ell^2+\Delta^2}\left[1 - \sqrt{1+\frac{L^2}{\ell^2+\Delta^2}}\right] = \sqrt{\ell^2+\Delta^2}\left[1 - \left(1 + \frac{L^2}{2(\ell^2+\Delta^2)}\right)\right] =$

$= -\frac{L^2}{2\sqrt{\ell^2+\Delta^2}}$; $\operatorname{arcsh}\frac{L}{\sqrt{\ell^2+\Delta^2}} - \operatorname{arcsh}\frac{L}{|\Delta|} = \ln\frac{\sqrt{L^2+\ell^2+\Delta^2}+L}{\sqrt{\ell^2+\Delta^2}} - \ln\frac{\sqrt{L^2+\Delta^2}+L}{|\Delta|} =$

$= \ln\left[\frac{\left(\sqrt{L^2+\ell^2+\Delta^2}+L\right)}{\sqrt{L^2+\Delta^2}+L}\cdot\frac{|\Delta|}{\sqrt{\ell^2+\Delta^2}}\right] = \ln\frac{|\Delta|}{\sqrt{\ell^2+|\Delta|^2}} + \ln\frac{\sqrt{\ell^2+\Delta^2}+L}{|\Delta|+L} + O(L^2)$

$\operatorname{arcsh}\frac{L}{|\Delta|}$ - раскад. по $\frac{L}{|\Delta|}$ нельзя. Но $\operatorname{arcsh}\frac{L}{\sqrt{\ell^2+\Delta^2}} = \frac{L}{\sqrt{\ell^2+\Delta^2}} + O\left(\frac{L^3}{(\cdot)^{3/2}}\right)$

$L \operatorname{arcsh}\frac{L}{\sqrt{\ell^2+\Delta^2}} + 2\left(\sqrt{\ell^2+\Delta^2} - \sqrt{L^2+\ell^2+\Delta^2}\right) = \frac{L^2}{\sqrt{\ell^2+\Delta^2}} + 2\left(-\frac{L^2}{2\sqrt{\ell^2+\Delta^2}}\right) = 0 + O(L^4)$

$$y^{m'00}_{m00\ (p\ll 1)} = -\delta_{mm'} - \frac{2}{\pi\varepsilon_m V_d}\int_0^W dy\,dy' \cos q_m y \cos q_{m'} y \Big[\ell \operatorname{arcsh}\frac{\ell}{\sqrt{L^2+\Delta^2}} - \ell \operatorname{arcsh}\frac{\ell}{|\Delta|} -$$

$$- L \operatorname{arcsh}\frac{L}{|\Delta|} + 2\left(\sqrt{L^2+\Delta^2} - |\Delta|\right)\Big], \quad \Delta = y - y'.$$

$$y^{m'00}_{m00} = -\delta_{mm'} - \frac{2}{\pi\sqrt{\varepsilon_m \varepsilon_{m'}}\,P}\int_0^1 dx\,dx' \cos(\pi m x)\cos(\pi m' x')\Big[\operatorname{arcsh}\frac{u}{\sqrt{p^2+(x-x')^2}} -$$

$$- \operatorname{arcsh}\frac{u}{|x-x'|} - \frac{P}{u}\operatorname{arcsh}\frac{P}{|x-x'|} + \frac{2}{u}\left(\sqrt{p^2+(x-x')^2} - |x-x'|\right)\Big]$$ при $p \ll 1$ с точ. до p^2.

$\operatorname{arcsh}\frac{\ell}{\sqrt{L^2+\Delta^2}} - \operatorname{arcsh}\frac{\ell}{|\Delta|} = \ln\frac{\ell+\sqrt{\ell^2+L^2+\Delta^2}}{\sqrt{L^2+\Delta^2}} - \ln\frac{\ell+\sqrt{\ell^2+\Delta^2}}{|\Delta|} =$

$= \ln\left(\frac{\ell+\sqrt{\ell^2+L^2+\Delta^2}}{\sqrt{L^2+\Delta^2}}\cdot\frac{|\Delta|}{\ell+\sqrt{\ell^2+\Delta^2}}\right) = \ln\left(\frac{\ell+\sqrt{\ell^2+L^2+\Delta^2}}{\ell+\sqrt{\ell^2+\Delta^2}}\right) + \ln\frac{|\Delta|}{\sqrt{L^2+\Delta^2}} =$

$= \ln\frac{|\Delta|}{\sqrt{L^2+\Delta^2}} + \frac{1}{2}\frac{L^2}{(\ell+\sqrt{\ell^2+\Delta^2})\sqrt{\ell^2+\Delta^2}}$ - разложим. как для $g_{zz}(y,y')$.

Escaneado con CamScanner

Date. 17 . 01 .

$$y^{m'oo}_{moo} = -\delta_{mm'} - \frac{2}{\pi\sqrt{\varepsilon_m \varepsilon_{m'}}\, p} \int_0^1 dx\, dx' \cos(\pi m x)\cos(\pi m' x') \times$$

$$\times \left[\ln \frac{|x-x'|}{\sqrt{p^2+(x-x')^2}} - \frac{p}{u}\operatorname{arcsh}\frac{p}{|x-x'|} + \frac{1}{2}\frac{p^2}{\left(u+\sqrt{u^2+(x-x')^2}\right)\sqrt{u^2+(x-x')^2}} + \frac{2}{u}\left(\sqrt{p^2+(x-x')^2} - \right.\right.$$

$\operatorname{arcsh}\frac{p}{|\Delta|} = \ln\frac{p+\sqrt{p^2+\Delta^2}}{|\Delta|} \approx \ln\frac{p+|\Delta|}{|\Delta|} + O(p^2)$. При $u\to\infty$ получаем отсюда кривую Wing

$u = l/w$, $p = b/w \ll 1$.

Сравнение с экс. rectangular

17/I Расчет матрич. элементов $\hat{Z}^{m'oo}_{moo}$, $y^{m'oo}_{moo}$ по новым форм. от 15/I. Новые $\hat{Z}^{m'}_{m}$ и старые $\hat{Z}^{m'}_{m}$ от 10/I практически совпадают. Но равенство (10/I) $y^{m'oo}_{moo}$ не сошлось, и тем неверно счита

1,75 мм 1) Для 1×1,75 μm дола с $p = 0{,}035$, $u = 1{,}75$ получили диап. SW

→ $\omega_0 = 0{,}277$; $\omega_1 = 0{,}359$; $\omega_2 = 0{,}388$; $\omega_3 = 0{,}418$; $\omega_4 = 0{,}444$, $\omega_5 = 0{,}$

Эти частоты плохо согласуются с экс. BLS частотами от 14/I.

2) Для 1×1,2 μm дола (типографика выше d) SW частоты:

(1×1,2 мм) ($p = 35/1200$, $w = 1/1{,}2$)

→ $\omega_0 = 0{,}217$; $\omega_1 = 0{,}295$; $\omega_2 = 0{,}333$; $\omega_3 = 0{,}365$; $\omega_4 = 0{,}393$; $\omega_5 = 0{,}$

Эксп. $f_0 = 0{,}213$ $f_1 = 0{,}276$, $f_2 = 0{,}322$, $f_3 = 0{,}369$; $f_4 = 0{,}402$

Оба набора частот получены в дипл. приближении и представлены (см. 10/I) $H^{m'oo}_{moo} \approx \frac{1}{\omega_m}\langle H^x_d \rangle_{V_d} \delta_{mm'}$, от последнего приближения можно отказаться, вычисляя $\int dy dy' \cos\frac{\pi m y}{l}\cos\frac{\pi m' y'}{l} g_{xx}$, а не просто $\int dy dy' g_{xx}(yy') \sim \langle H^x_d \rangle_{V_d}$. Это приведет к уменьшению $|H^{m'oo}_{moo}|$ и к росту частот с $m > 0$.

Но для 1×1,2 дола согласие и так хорошее. А для 1×1,75 дола ω_m и так велики, до уточнения $H^{m'oo}_{moo}$.

SW

19/I Квантование ∞-плена с волновым вектором с двумя компонентами в плоскости ⊥. Будет ли это когда-нибудь точный расчет плоских rectangular dots?

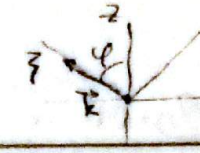
Формула (46) - Канин - Сл. '86 дает при $\Theta = \pi/2$, $\varphi \neq 0$ ($\vec{M}_0 \perp Oz$)

$$F_{nn} = -P_{nn}\cos^2\varphi + \frac{\omega_H}{\omega_n} P_{nn}(1-P_{nn})\sin^2\varphi + 1$$

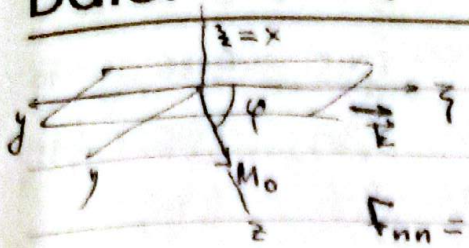
Escaneado con CamScanner

Date.

Для компоненты $\vec{k} \parallel \vec{M}_0$ в пределе ∞-цепочки с квантованием



$\vec{M}_0 \parallel Oz$



Oz – направление $\vec{k}$ в плоскости цепочки.

$\sin\varphi = \frac{k_y}{k}$, $\cos\varphi = \frac{k_z}{k}$, тогда

$$F_{nn} = 1 + \frac{\omega_M}{\omega_H} P_{nn}(1-P_{nn})\frac{k_y^2}{k^2} - P_{nn}\frac{k_z^2}{k^2}$$

$k_x = x_n = \frac{n\pi}{L}$, Рассм. $n=0$. $P_{00} = 1 - \frac{1}{kL}(1-e^{-kL}) = f(kL) \equiv P(k)$, $F_{00} = F(\vec{k})$.

$$F(k_y, k_z) = 1 + \frac{\omega_M}{\omega_H} f(kL)[1-f(kL)]\frac{k_y^2}{k^2} - f(kL)\frac{k_z^2}{k^2}, \quad k^2 = k_y^2 + k_z^2.$$

В точности формула, которую прислал Славик.

Диап. SW частоты тогда $\omega_{mn}^2 = [\omega_H + \omega_M F(k_y, k_z)]\omega_H$,

$k_y = \frac{m\pi}{w}$, $k_z = \frac{n\pi}{\ell}$ (здесь ось $Oz \parallel \vec{M}_0$ соотв. моей оси Ox).

Т.е. диап. частоты квантованной ∞-цепочки в ед. ω_M:

$$\omega_{mn}^2 = \omega_H[\omega_H + F_{mn}], \quad F_{mn} = 1 + \frac{1}{\omega_H} f(kL)[1-f(kL)]\frac{k_y^{(m)2}}{k^2} - f(kL)\frac{k_z^{(n)2}}{k^2},$$

$k_y^{(m)} = \frac{m\pi}{w}$, $k_z^{(n)} = \frac{n\pi}{\ell}$.

В точном расчете я предполагал $\vec{k} = (k_y, 0)$, т.к. $\vec{q}_{BLS} \perp \vec{M}_0$, ($\vec{M}_0 \parallel Oz$).

Т.е. ожидается, что ω_{mn} с $n=0$ будут разрешены.

$$F_{mn} = 1 + \frac{1}{\omega_H} f(t)[1-f(t)]\frac{(m\pi p)^2}{t^2} - f(t)\frac{\left(n\pi\frac{p}{u}\right)^2}{t^2}, \quad t^2 = (kL)^2 = \pi^2 p^2\left[m^2 + \frac{n^2}{u^2}\right]$$

$p = L/w$, $u = \ell/w$.

$$F_{mn} = 1 + \frac{1}{\omega_H} f(t_{mn})[1-f(t_{mn})]\frac{m^2}{\left(m^2 + \frac{n^2}{u^2}\right)} - f(t_{mn})\frac{n^2\frac{1}{u^2}}{\left(m^2 + \frac{n^2}{u^2}\right)}$$

$F_{00} = 1 \to \omega_0^2 = \omega_H[\omega_H + 1]$ – частота колебаний ∞-цепочки, $\omega_0 = 0{,}250$ ($H = 600$ Oe)

$n=0$. $F_{m0} = 1 + \frac{1}{\omega_H} f(t_{m0})[1-f(t_{m0})]$, $t_{m0} = \pi p m$.

Получим набор ω_{m0}:

	$m=0$	1	2	3	4	5
(1×1.75 мм dot) ($n=0$)	0,250	0,336	0,393	0,434	0,466	0,490
Тогда как точные диап. частоты ω_m: (1×1.75 dot) непрерыв	0,272	0,352	0,388	0,418	0,444	0,464
Набор ω_{m1} ($n=1$)	0,246	0,323	0,397	0,431	0,463	0,488
Набор ω_{m2} ($n=2$)	0,243	0,302	0,372	0,421	0,456	0,483
Набор ω_{m3} ($n=3$)	0,239	0,285	0,354	0,407	0,445	0,474
BLS эксп. частоты f_m:	0,173	0,249	0,319	0,392	0,472	

Зависимость кв. частот ∞-цепочки ω_{m0} от m более крутая, чем точных диап. частот ω_m. С ростом n ω_{mn} уменьшаются, но эксп. f_m не соответствуют.

Escaneado con CamScanner

Date. 20.01 .

	m=0	1	2	3	4	5
→ Для 1×1,2 μm набор ω_{m0} :	0,150	0,324	0,376	0,415	0,446	0,47
точные для. частоты ω_m :	0,217	0,295	0,333	0,364	0,392	0,4
BLS эксп. частоты f_m :	0,213	0,276	0,322	0,369	0,402	
Набор ω_{m1} (n=1) :	0,244	0,294	0,356	0,402	0,437	0,4
Набор ω_{m2} (n=2) :	0,238	0,267	0,323	0,384	0,414	0,4
Набор ω_{m3} (n=3) :	0,232	0,252	0,296	0,344	0,386	0,4

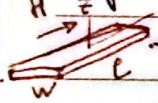
Семинар по эф. Кондо с выступлением из Тайцзюня (из China). Ресторан.

20/I Разбор новых статей по доказ и письма Славина о применимости наших формул и DE к описанию BLS эксп.

I Развиваемая теория SW в цилиндре верна при $\beta = \frac{L}{R} \to 0$ и/или $H/M_s \gg 1$. В эксп. BLS эти приближения не выполняются и я был вынужден предположить:

а) $\vec{M}_0(r) \to \langle \vec{M}_0(r) \rangle_{V_d} = M_s \vec{n}$ — это правдоподобно при $H > 600$ Э,

б) $\vec{H}_d(r) \to \langle \vec{H}_d(r) \rangle_{V_d} = \langle H_d^y \rangle_{V_d} \vec{n}$ ($\vec{n} = \vec{e}_y$) — это гораздо более грубо и может нарушаться для низших SW-мод (FMR в частности) при β не очень малых. УД верны и б), не нужно если в) $\left(\frac{\langle H_d^x \rangle_z}{\omega}\right)^2 \ll 1$



II Для прямоуг. доп или wires ($w, l \to \infty$) Система УД анализировалась 26-27/X 99. Малая mw-компонента $\vec{m}$ вдоль $\vec{H}$ д.с. поля (как и для цилиндра).

Для wires $\vec{M}_0(r) = M_s \vec{i}$ правдоподобно и стандартная поперечная Система УД получается при $\left(\frac{H_d^y}{\omega}\right)^2 \ll 1$ и $\left(\frac{H_y^d H_z^d}{\omega H}\right) \ll 1$.

Но если $\langle \dots \rangle_z$ предварительно в УД, то $\langle H_d^2 \rangle_z = 0$ и остается только требование $\left(\frac{H_d^y}{\omega}\right)^2 \ll 1$. Роли. в статью по SW.

21/I Расш. пределы $\frac{b}{w}, \frac{b}{l} \to 0$ для rectangular dots.

Матр. эл. от 6/I $\hat{Z}^{mn}_{m'n'} = \frac{32}{\pi^2 \varepsilon_m V_d} \int_0^\infty dk_x dk_y \frac{k_y^2}{k} (e^{-kL} - 1) \frac{1}{(k_y + q_m)^2} \pi \frac{w}{2} \delta(k_y - q_m) \frac{\pi l}{2}$

$= \frac{8}{\varepsilon_m L} \int_0^\infty dk_x \delta(k_x) \int_0^\infty dk_y (e^{-k_y L} - 1) k_y \frac{1}{(2q_m)^2} \delta(k_y - q_m) =$

$= \frac{1}{\varepsilon_m L} (e^{-q_m L} - 1) \frac{1}{q_m} \int_0^\infty dk_y \delta(k_y - q_m) = (e^{-q_m L} - 1)/(q_m L)$ при $m \neq 0$ в отличие от

Escaneado con CamScanner

Date. 21. 01.

Предел $\frac{L}{w}, \frac{L}{\ell} \ll 1$ для rectan. dot

При $m=0$: $\hat{Z}^{000}_{000} = \frac{32}{\pi^2 2 \cdot V_d} \int_0^\infty dk_x \delta(k_x) \pi\frac{\ell}{2} \int_0^\infty dk_y \frac{k_y^2}{k} (e^{-kL} - 1) \times$

$\times \frac{\sin^2 k_y \frac{w}{2}}{k_y^4} = \frac{32}{2\pi^2 w \ell L} \pi\frac{\ell}{2} \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dk_x \delta(k_x) \int_0^\infty dk_y \frac{(e^{-k_y L} - 1)}{k_y} \pi\frac{w}{2} \delta(k_y) =$

$= \frac{2}{L} \frac{(-k_y L)}{k_y} \int_0^\infty dk_y \delta(k_y) = (-1) \int_{-\infty}^{\infty} dk_y \delta(k_y) = -1.$

Т.е. в пределе $\frac{L}{w} \to 0, \frac{L}{\ell} \to 0$: $\hat{Z}^{m00}_{m00} = \frac{(e^{-q_m L} - 1)}{q_m L}$ $\forall m$.
rectangular dot

$Y^{m00}_{m00} = -\frac{32}{\pi^2 \varepsilon_m w \ell} \int_0^\infty dk_x \delta(k_x) \pi\frac{\ell}{2} \int_0^\infty dk_y \frac{k_y^4}{k^2} \frac{f(kL)}{(k_y + q_m)^2} \pi\frac{w}{2} \delta(k_y - q_m) =$
(or 10/I)

$= -\frac{4}{\varepsilon_m} \frac{q_m^2}{4 q_m^2} f(q_m L) \int_0^\infty dk_y \delta(k_y - q_m) = -f(q_m L)$ при $m \neq 0$ и $L/w, L/\ell \to 0$.

$Y^{000}_{000} = -\frac{32}{2\pi^2 w \ell} \int_0^\infty dk_x \delta(k_x) \pi\frac{\ell}{2} \int_0^\infty dk_y \frac{k_y^4}{k^2} f(kL) \frac{\sin^2 k_y \frac{w}{2}}{k_y^4} =$

$= -\frac{4}{\pi w} \int_0^\infty dk_y f(k_y L) \pi\frac{w}{2} \delta(k_y) = -2 f(0) \int_0^\infty dk_y \delta(k_y) = -f(0) = 0$
$\quad\quad\quad

Date. 23. 01.

Особенность состоит в том, что Y^{moo}_{moo}, $\hat{Z}^{moo}_{moo}$ берем в пределе $\frac{L}{w} \to 0, \frac{h}{l} \to 0$), а $X^{moo}_{moo} \simeq H^{moo}_{moo}$ берем точнее, т.е. $\neq 0$.

Сначала для wires взял H_d конечное для $m=0$, но $H_d = 0$ для $m \neq 0$ т.е. $m=0$ (ось.) мода описывается по формулам вычета, а для осевых мод H_d вычисляется и применяется DE - формула как Си! Вб формула для ∞-плечи, но с квантованием q_m.

В плане по скорости это сложно: ведь $Y^m_m + \hat{Z}^m_m + H^m_m = -1$ при $m \neq 0$ вычисляется $Y^m_m + \hat{Z}^m_m = -1$, т.е. $H^m_m \sim (H^x_d) = 0$.

Для wires $H^x_d = 0$ всегда, но зато для wires пробовал считать кайон $Y^{ooo}_{ooo}, \hat{Z}^{ooo}_{ooo}$ (отличное от привычных $\frac{L}{w} \to 0$ предела, $\hat{Z}^0_0 = -1$, Y^0_0 делающие привычную основную (ФМР) моду.

Для rectan.dots ФМР частота получается совп. с эксп. только для $1 \times 1{,}2$ дел. Для $1 \times 1{,}75$ ФМР частота заметно выше эксп.

	m	0	1	2	3	4	5
$\hat{Z}^{moo}_{moo} + Y^{moo}_{moo}$ для rectan.dots	$1 \times 1{,}2\,\mu m$	$-0{,}953$	$-0{,}961$	$-0{,}966$	$-0{,}969$	$-0{,}972$	$-0{,}974$
	$1 \times 1{,}75\,\mu m$	$-0{,}973$	$-0{,}979$	$-0{,}981$	$-0{,}983$	$-0{,}985$	$-0{,}986$

$H^{ooo}_{ooo} = -\frac{1}{4\pi}\langle N_{xx}\rangle = -0{,}047$ для $1 \times 1{,}2$ дел.

$H^{ooo}_{ooo} = -0{,}027$ для $1 \times 1{,}75\,\mu m$ дел.

Видно, что $|H^{moo}_{moo}|$ падает как с ростом "m", так и с уменьш. $\frac{L}{w}$

$$H^{moo}_{moo} \sim \int d^2\vec{\rho}\, \cos q_m y \cdot \cos q_m y \int d^2\vec{\rho}'\, g_{xx}(\vec{\rho}, \vec{\rho}')$$
$$X^{moo}_{moo} \sim \int d^2\vec{\rho}\, d^2\vec{\rho}'\, \cos q_m y \cdot \cos q_m y'\, g_{xx}(\vec{\rho}, \vec{\rho}')$$

оба $\sim g_{xx}$, но различаются.

23/I Попробуем объяснить эксп. FMR в Bryant'93 для wires

1) И только для wires, где $H^x_d \to 0$ (т.е. дип.стат. поле меньше намагн.), важна компонента q_x вдоль оси wire. И для rectan. q_x - тоже важна

$q^{(n)}_x = \frac{n\pi}{l}$ - квазинепрерывна.

2) Решать систему УД от 27/I не преобразованием $\frac{H^y_d}{\omega}$, $\frac{H^z_d}{\omega}$ и не $\langle \ldots \rangle_z$ дип. поля. +3) можно откидывать от Чеб. ур. $\left(\frac{\partial m^2}{\partial x}\right)_{y=0,w} = 0$?

4) СФ теперь $U_{mno}(\vec{r}) = M_s \cos q^{(y)}_m y \cdot \cos q^{(x)}_n x$ и матр. эл. 3/I

$$\hat{Z}^{m'n'o}_{mno} = \frac{1}{4\pi A_{mno}} \int d^3\vec{r} \int d^3\vec{r}'\, U_{mno}(\vec{\rho})\, U_{m'n'o}(\vec{\rho}')\, \hat{G}_{zz}(\vec{r}, \vec{r}') =$$

Escaneado con CamScanner

Date.

Умно Um'n'o

$$= \frac{L}{4\pi A_{mno}} \int_0^\ell dx\,dx' \int_0^W dy\,dy'\, g_{zz}(\vec{\rho},\vec{\rho}') = \frac{L M_s^2}{4\pi A_{mno}} \cdot \int_0^\ell dx\,dx' \int_0^W dy\,dy' \left(-\frac{1}{\pi}\right) \int d^2\vec{k} \cdot$$

$$\times \left(\frac{1-e^{-kL}}{kL}\right) \cos k_x(x-x') \cos k_y(y-y') \cos q_m y \cdot \cos q_{m'} y' \cos q_n x \cdot \cos q_{n'} x'$$

$$\text{Но} \int_0^W dy\,dy' \cos k_y(y-y') \cos q_m y \cdot \cos q_{m'} y' = \left[1+(-1)^{m+m'}\right] \frac{k_y^2\left[1-(-1)^m \cos k_y W\right]}{(k_y^2-q_m^2)(k_y^2-q_{m'}^2)} =$$

$$= \frac{k_y^2}{(\cdot)(\cdot)} \left[1+(-1)^{m+m'}\right](-1)^{\frac{m-m'}{2}} 2\sin(k_y-q_m)\frac{W}{2} \cdot \sin(k_y-q_{m'})\frac{W}{2} =$$

$$= 4(-1)^{\frac{m-m'}{2}} k_y^2 \frac{\sin(k_y-q_m)\frac{W}{2}\,\sin(k_y-q_{m'})\frac{W}{2}}{(k_y^2-q_m^2)(k_y^2-q_{m'}^2)}$$ для m,m' одной четности, иначе $=0$.

$$\text{Аналогично} \int_0^\ell dx\,dx' \cos k_x(x-x') \cos q_m x \cdot \cos q_{n'} x' = 4(-1)^{\frac{n-n'}{2}} k_x^2 \frac{\sin(k_x-q_n)\frac{\ell}{2} \cdot \sin(k_x-q_{n'})\frac{\ell}{2}}{(k_x^2-q_n^2)(k_x^2-q_{n'}^2)}$$

для n,n' – одной четности, иначе $=0$.

$$\hat{\Sigma}^{m'n'o}_{mno} = -\frac{L M_s^2}{4\pi^2 A_{mno}} \int d^2\vec{k} \left(\frac{1-e^{-kL}}{kL}\right) 16(-1)^{\frac{n-n'}{2}} (-1)^{\frac{m-m'}{2}} k_x^2 \frac{\sin(k_x-q_n)\frac{\ell}{2}\sin(k_x-q_{n'})\frac{\ell}{2}}{(k_x^2-q_n^2)(k_x^2-q_{n'}^2)} \times$$

$$\times k_y^2 \frac{\sin(k_y-q_m)\frac{W}{2} \cdot \sin(k_y-q_{m'})\frac{W}{2}}{(k_y^2-q_m^2)(k_y^2-q_{m'}^2)} = -\frac{4M_s^2 (-1)^{\frac{m-m'}{2}} (-1)^{\frac{n-n'}{2}}}{\pi^2 A_{mno}} \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} dk_x \int_{-\infty}^{\infty} dk_y \left(\frac{1-e^{-kL}}{k}\right) k_x^2 \frac{\sin(k_x-q_n)\frac{\ell}{2} \cdot \sin(k_x-q_{n'})\frac{\ell}{2}}{(k_x^2-q_n^2)(k_x^2-q_{n'}^2)} k_y^2 \frac{\sin(k_y-q_m)\frac{W}{2} \cdot \sin(k_y-q_{m'})\frac{W}{2}}{(k_y^2-q_m^2)(k_y^2-q_{m'}^2)}$$

$$\hat{\Sigma}^{m'n'o}_{mno} = -\frac{16(-1)^{\frac{m-m'}{2}}(-1)^{\frac{n-n'}{2}}}{\pi^2 \varepsilon_m \varepsilon_n V_d} \int_{-\infty}^{\infty} dk_x \int_{-\infty}^{\infty} dk_y\, k_x^2 k_y^2 (\cdot) \frac{\sin(k_x-q_n)\frac{\ell}{2} \cdot \sin(k_x-q_{n'})\frac{\ell}{2}}{(k_x^2-q_n^2)(k_x^2-q_{n'}^2)} \frac{\sin(k_y-q_m)\frac{W}{2} \cdot \sin(k_y-q_{m'})\frac{W}{2}}{(k_y^2-q_m^2)(k_y^2-q_{m'}^2)}$$

(это общее выражение для rectangular dot, переходящее при $n=n'=0$ в рез. 6/I.

$$\hat{\Sigma}^{mno}_{mno} = -\frac{16}{\pi^2 \varepsilon_m \varepsilon_n V_d} \int_{-\infty}^{\infty} dk_x\,dk_y\, k_x^2 k_y^2 \frac{\sin^2(k_x-q_n)\frac{\ell}{2}}{(k_x^2-q_n^2)^2} \frac{\sin^2(k_y-q_m)\frac{W}{2}}{(k_y^2-q_m^2)^2} \left(\frac{1-e^{-kL}}{k}\right)$$

$$\frac{\sin^2(k_x-q_n)\frac{\ell}{2}}{(k_x-q_n)^2} \xrightarrow{\ell\to\infty} \pi\frac{\ell}{2}\delta(k_x-q_n)$$ – проводящие wires $\frac{\ell}{L} \gg 1$ $\left(\frac{\ell}{L} \gg \frac{W}{L}\right)$.

$$\hat{\Sigma}^{mno}_{mno} = -\frac{8 \cdot 2}{\pi \varepsilon_m \varepsilon_n wL} \int_{-\infty}^{\infty} dk_y \left(\frac{1-e^{-kL}}{k}\right) k_y^2 \frac{\sin^2(k_y-q_m)\frac{W}{2}}{(k_y^2-q_m^2)^2} \int_0^{\infty} dk_x \frac{k_x^2}{(k_x+q_n)^2} \delta(k_x-q_n) =$$

$$= -\frac{2 \cdot 2}{\pi \varepsilon_m \varepsilon_n wL} \int_{-\infty}^{\infty} dk_y \left(1-e^{-|k_y|L}\right)|k_y| \frac{\sin^2(k_y-q_m)\frac{W}{2}}{(k_y^2-q_m^2)^2}$$ если $n \neq 0$.

Escaneado con CamScanner

Date. . .

$$I_n = \int_{-\infty}^{\infty} dk_x\, F(k_x)\, k_x^2\, \frac{\sin^2(k_x-q_n)\frac{\ell}{2}}{(k_x^2-q_n^2)^2}, \quad I_0 = \int_{-\infty}^{\infty} dk_x F(k_x) \frac{\sin^2 k_x\frac{\ell}{2}}{k_x^2} = \int_{-\infty}^{\infty} dk_x F(k_x)$$

$$= \pi\frac{\ell}{2}\int_{-\infty}^{\infty} dk_x F(k_x)\delta(k_x) = \frac{\pi}{2}\ell F(0)$$

$$I_{n\neq 0} = \int_{-\infty}^{\infty} dk_x F(k_x) \frac{k_x^2}{(k_x+q_n)^2} \frac{\sin^2(k_x-q_n)\frac{\ell}{2}}{(k_x-q_n)^2} = 2\int_0^{\infty} dk_x \frac{k_x^2}{(k_x+q_n)^2} \pi\frac{\ell}{2}\delta(k_x-q_n)F(k_x) = \frac{1}{4}\pi\ell F($$

(пишем при $k_x^2+q_n$ при ℓ - конечном, ведь $\sin^2(k_x-q_n)\frac{\ell}{2}$ и $\sin^2(k_x+q_n)\frac{\ell}{2}$ - эквивалентны из-за $\sin($

$$\sin^2(k_x+q_n)\frac{\ell}{2} = \sin^2(k_x-q_n+2q_n)\frac{\ell}{2} = \Big[\sin(k_x-q_n)\frac{\ell}{2}\cos q_n\ell + \cos(k_x-q_n)\frac{\ell}{2}\sin q_n\ell\Big]^2 \quad \sin(n$$
$$= \Big[\sin(k_x-q_n)\frac{\ell}{2}\cdot(-1)^n\Big]^2 = \sin^2(k_x-q_n)\frac{\ell}{2}.$$

$\sin q_n\ell = 0$

Т.е. $$I_n = \int_{-\infty}^{\infty} dk_x\, F(k_x)\, k_x^2\, \frac{\sin^2(k_x-q_n)\frac{\ell}{2}}{(k_x^2-q_n^2)^2} = \frac{\pi}{4}\varepsilon_n\ell F(q_n)$$

$$\hat{Z}^{mno}_{mno} = -\frac{16}{\pi^2\varepsilon_m\varepsilon_n V_d}\int_{-\infty}^{\infty} dk_y\, k_y^2\, \frac{\sin^2(k_y-q_m)\frac{w}{2}}{(k_y^2-q_m^2)^2}\left(\frac{1-e^{-\sqrt{q_n^2+k_y^2}\,L}}{\sqrt{q_n^2+k_y^2}}\right)\frac{\pi}{4}\ell\varepsilon_n =$$
(wires)

$$= -\frac{4}{\pi\varepsilon_m wL}\int_{-\infty}^{\infty} dk_y\, k_y^2\, \frac{\sin^2(k_y-q_m)\frac{w}{2}}{(k_y^2-q_m^2)^2}\left(\frac{1-e^{-L\sqrt{q_n^2+k_y^2}}}{\sqrt{q_n^2+k_y^2}}\right) \quad F(q_n)$$

- при $n=0$ $\hat{z}^m$ это совп. с $\hat{Z}^m$ wires от 3/I.

Если здесь снова $\frac{w}{L}\gg 1$, то $I_m = \int_{-\infty}^{\infty} dk_y k_y^2 F(k_y)\frac{\sin^2(k_y-q_m)\frac{w}{2}}{(k_y^2-q_m^2)} = \frac{\pi}{4} w\varepsilon_m F(q_m$ с учетом

То для $\hat{Z}^{mno}_{mno} = \frac{e^{-\sqrt{q_n^2+q_m^2}\,L}-1}{\sqrt{q_n^2+q_m^2}\,L} = f(q_{mn}L) - 1.$

$\hat{Z}^{mno}_{mno} < 0$. Учет $n\neq 0$ уменьшает $|\hat{Z}^{mno}_{mno}|$. Для wires $y^{mno}_{mno} + \hat{Z}^{mno}_{mno} =$
$+ e.\ y^{mno}_{mno} = -f(q_{mn}L)$. $q_{mn} = \sqrt{q_n^2+q_m^2}$

Для расчета wires: $\omega^2_{mn} = \big[H - y^{mno}_{mno}\big]\big[H - \hat{Z}^{mno}_{mno}\big] = \big[\omega_H + f(q_{mn}L)\big]\big[\omega_H + 1 - f(q_{mn}L)\big]$

- учет $n\neq 0$ только увеличит частоты wires, которые сов. 4/I
и для $n=0$ не изменит (меньше экс. BLS) для дисперс. расчета.

Если отказаться от предела $\frac{w}{L}\gg 1$, то все равно q_n с $n\neq 0$ увелич. ω_{mn}.
Т.е. для wires учет $q_x^{(n)} = q_n \neq 0$ только увеличит для. частоты (нет
Но в точном непрерыв. расчете не нужно. Но здесь такое увеличение
ω_{mn} - дисперс. расчета может улучшить согласие дискр. частот с экс. BL

$$q_{mn} = \pi\sqrt{\frac{m^2}{w^2}+\frac{n^2}{\ell^2}} = \frac{\pi m}{w}\sqrt{1+\frac{n^2}{m^2}\frac{w^2}{\ell^2}} = \frac{\pi m}{w}\left[1+\frac{1}{2}\frac{n^2}{m^2}\left(\frac{w}{\ell}\right)^2\right] \quad \text{при } m\neq 0$$

$\frac{w}{\ell} = \frac{1}{220}$, $q_{mn} = q_m + \Delta q_{mn}$, $\Delta q_{mn} = \frac{\pi}{2w}\frac{n^2}{m}\left(\frac{w}{\ell}\right)^2$, $q_{mn} = q_m\left[1+\frac{n^2}{m^2}10\right.$

Escaneado con CamScanner

Date. 24.01.

Rectang. dots. учет $q_x = \frac{n\pi}{L}$.

для малых $n \sim 1$ эта поправка пренебрежимо мала.

Но для $m=0$ поправка (может быть) существенна. $q_{on} = \frac{\pi n}{L}$, что дает

$$\hat{Z}^{ono}_{ono} = \frac{e^{-q_n L} - 1}{q_n L} = -1 + \frac{1}{2} q_n L = -1 + \frac{1}{2}\pi n \frac{L}{\ell} = -1 + \frac{1}{2}\pi n \left(\frac{w}{\ell}\right)\left(\frac{L}{w}\right) =$$

$$= -1 + \frac{1}{2}\pi n \frac{1}{220}\cdot\frac{1}{90} \cong -1 + \frac{\pi}{4} n \cdot 10^{-4}$$ поправка мала для $n \lesssim 10$.

→ Для больших n нет основания. Вместе $q_x \neq 0$ и на дискр. частоты wires можно пренебречь

⇒ Но для $\ell \sim w$ ситуация резко отличается (rectan. dots).

Для rectan dots (в пределе $L \ll \ell$): $\hat{Z}^{mno}_{mno} = f(q_{mn}L) - 1$, $y^{mno}_{mno} = -f(q_{mn}L)$ (?) изотропны по q_x.

Диал. частоты $\omega_{mn}^2 = \left[\omega_H + H^{mno}_{mno} - y^{mno}_{mno}\right]\left[\omega_H + H^{mno}_{mno} - Z^{mno}_{mno}\right]$ могут быть анизотропны по q_x ($\vec{q}$ в плоск.) только за счет $H^{mno}_{mno} \sim q_x x$ (Кат. натяж. сил. ↓).

Но Диал. частоты квантов. ∞-пленки (19/I) анизотропны: $\hat{\omega}^2_{mn} = \omega_H\left[\omega_H + F(k_x^{(n)}, k_y^{(m)})\right]$ и без H_d. Диал. частоты Bryant'93 соответствуют:

$$Z^{mno}_{mno} = -\frac{1}{4\pi}\lambda_z = 1 - f(kL), \quad y^{mno}_{mno} = -\frac{1}{4\pi}\lambda_y = f(kL)\frac{k_y^2}{k^2}, \left(\vec{a}_y \perp \vec{H}_{H \parallel Ox}\right)$$

— анизотроп. выражения. Видимо Bryant'93 еще и знаки λ_α перепутал, ведь должно быть $\lambda_\alpha \geq 0$.

⇒ Совп. ли ф. Bryant'93 с ф. Калин.-Сл.'86 с $k_x \neq 0$, $k_y \neq 0$? (ky ⊥ Hx, Oz-нормаль) 24/I

$$\omega_B^2 = \left[\omega_H - f(kL)\frac{k_y^2}{k^2}\right]\left[\omega_H - 1 + f(kL)\right] = \omega_H^2 + \omega_H\left[-f\frac{k_y^2}{k^2} - 1 + f\right] +$$

$$+ f(1-f)\frac{k_y^2}{k^2} = \omega_H^2 + \omega_H\left[f\frac{k_x^2}{k^2} - 1\right] + \frac{k_y^2}{k^2}f(1-f) = \omega_H\left[\omega_H - 1 + f\frac{k_x^2}{k^2} +\right.$$

$$\left. + \frac{1}{\omega_H}\frac{k_y^2}{k^2}f(1-f)\right] = \omega_H\left[\omega_H + F_B\right], \quad F_B = -1 + f\frac{k_x^2}{k^2} + \frac{1}{\omega_H}\frac{k_y^2}{k^2}f(1-f) - ?$$

Даже если $k_x = 0$ ($\vec{k} \perp \vec{H}$), $F_B = -1 + \frac{1}{\omega_H}f(1-f)$, тогда как у Калин. сл.: 86 $F_{KS} = 1 + \frac{1}{\omega_H}f(1-f)$. У Bryant'93 надо сменить знаки всех λ_α, тогда $\omega_B^2 = \left[\omega_H + f\frac{k_y^2}{k^2}\right]\left[\omega_H + 1 - f\right] = \omega_H^2 + \omega_H\left[f\frac{k_y^2}{k^2} + 1 - f\right] + \frac{k_y^2}{k^2}f(1-f) =$

$$= \omega_H\left[\omega_H + 1 - \frac{k_x^2}{k^2}f + \frac{1}{\omega_H}\frac{k_y^2}{k^2}f(1-f)\right], \quad F_B^{испр.} = 1 - \frac{k_x^2}{k^2}f + \frac{1}{\omega_H}\frac{k_y^2}{k^2}f(1-f) -$$

после замены $x \to z$ (у Калин.-Сл. $\vec{H} \parallel Oz$, а Ox-нормаль) получим ф. Калин.-Сл. от 19/I.

Т.е. ф.(46) Bryant'93 после $\lambda_2 \to -\lambda_\alpha$ совпадет с ф. Калин.-Сл.'86 для ∞-пленки с $\vec{k}$ в плоскости.

А для ω_{mn}^2 — формула и ф-ла Bryant'93 отличаются при $k_x w \ll 1$ даже Numerically у меня.

Escaneado con CamScanner

Date. . .

Для rectan dots немедленно $y^{mno}_{mno} = -1 - \hat{Z}^{mno}_{mno}$ как для wires, когда еще есть $X^{mno}_{mno} \neq 0$. Аналогично найдем $\hat{Z}^{m'n'o}_{mno}$ от 23/I, получим

$$y^{m'n'o}_{mno} = -\frac{16(-1)^{\frac{m-m'}{2}}(-1)^{\frac{n-n'}{2}} L}{\pi^2 \varepsilon_m \varepsilon_n V_d} \int_{-\infty}^{\infty} dk_x \int_{-\infty}^{\infty} dk_y \frac{k_y^4}{k^2} f(kL) k_x^2 \frac{\sin(k_x - q_n)\frac{l}{2} \sin(k_x - q_{n'})\frac{l}{2}}{(k_x^2 - q_n^2)(k_x^2 - q_{n'}^2)} \frac{\sin(k_y - q_m)\frac{w}{2} \sin(k_y}{(k_y^2 - q_m^2)(k_y^2}$$

Более компактное для rectan. dots, переходящее при $n = n' = 0$ в ф. $y^{m'00}_{m00}$ от 10/I.

Несколько запишем сопряженную $\hat{Z}^{m'n'o}_{mno}$, $y^{m'n'o}_{mno}$ (следствие вида $g_{\alpha\beta}(\vec{\rho}$ – S/II

$$\hat{Z}^{m'n'o}_{mno} = \int_{-\infty}^{\infty} dk_x \int_{-\infty}^{\infty} dk_y \left[1 - f(kL)\right] F^{m'n'}_{mn}(k_x, k_y), \quad y^{m'n'o}_{mno} = \int_{-\infty}^{\infty} dk_x dk_y \frac{k_y^2}{k^2} f(kL) F^{m'no}_{mno}(k_x$$

где $F^{m'n'}_{mn}(k_x, k_y) = -\frac{16(-1)^{\frac{m-m'}{2}}(-1)^{\frac{n-n'}{2}}}{\pi^2 \varepsilon_m \varepsilon_n w l} k_x^2 k_y^2 \frac{\sin(k_x - q_n)\frac{l}{2} \sin(k_x - q_{n'})\frac{l}{2}}{(k_x^2 - q_n^2)(k_x^2 - q_{n'}^2)} \frac{\sin(k_y - q_m)\frac{w}{2} \sin(k_y -}{(k_y^2 - q_m^2)(k_y^2 - q^2}$

Очевидно $X^{m'n'o}_{mno} = \int_{-\infty}^{\infty} dk_x dk_y \frac{k_x^2}{k^2} f(kL) F^{m'n'}_{mn}$ $\quad X^{l'}_{l} + Y^{l'}_{l} + Z^{l'}_{l} =$

$$= \int d^2\vec{k}\, F^{l'}_{l}(\vec{k}) \left[1 - f(kL) + \frac{k_y^2}{k^2} f(kL) + \frac{k_x^2}{k^2} f(kL)\right] = \int d^2\vec{k}\, F^{l'}_{l}(\vec{k}) = -1 \cdot \delta_{ll'}$$

$\to \int d^2\vec{k}\, F^{l'}_{l}(\vec{k}) = -\delta_{ll'}$ не очевидно, но следует из $\int d\rho\, g_{\alpha\beta}(\vec{\rho}\vec{\rho}') = -4\pi\delta(\vec{\rho} - \vec{\rho}')$

$$F^{mn}_{mn}(\vec{k}) = -\frac{16}{\pi^2 \varepsilon_m \varepsilon_n w l} k_x^2 k_y^2 \frac{\sin^2(k_x - q_n)\frac{l}{2}}{(k_x^2 - q_n^2)^2} \cdot \frac{\sin^2(k_y - q_m)\frac{w}{2}}{(k_y^2 - q_m^2)^2}$$

$$\to F^{mn}_{mn}(\vec{k}) = -\frac{16}{\pi^2 \varepsilon_m \varepsilon_n w l} \left[\frac{k_x^2}{(k_x + q_n)^2} \cdot \frac{k_y^2}{(k_y + q_m)^2}\right] \frac{\pi}{2} l\, \delta(k_x - q_n) \frac{\pi}{2} w\, \delta(k_y - q_m) \frac{\varepsilon_m}{2} \frac{\varepsilon_n}{2} =$$

при $\frac{w}{L} \gg 1, \frac{l}{L} \gg 1$

$$= -\delta(k_x - q_m)\delta(k_y - q_m), \text{ т.к. } \frac{k_x^2 \sin^2(k_x - q_n)\frac{l}{2}}{(k_x^2 - q_n^2)^2} \simeq \frac{\pi}{4} l\, \varepsilon_n\, \delta(k_x - q_n$$

$\frac{l}{L} \gg 1$ согласно 23/I. Равенство точное при $\frac{l}{L} \to \infty$.

$\int d^2\vec{k}\, F^{l'}_{l}(\vec{k}) = -\delta_{ll'}$ дает $\frac{4(-1)^{\frac{n-n'}{2}}}{\pi l \varepsilon_n} \int_{-\infty}^{\infty} dk_x\, k_x^2 \frac{\sin(k_x - q_n)\frac{l}{2} \sin(k_x - q_{n'})\frac{l}{2}}{(k_x^2 - q_n^2)(k_x^2 - q_{n'}^2)} = \delta_{nn'}$

$$y^{mno}_{mno} = \int d^2\vec{k}\, \frac{k_y^2}{k^2} F^{mn}_{mn}(\vec{k}) f = \int d^2\vec{k}\, \frac{k_y^2}{k^2} f(kL)(-1)\delta(k_x - q_n)\delta(k_y - q_m) =$$

(плёнка, $\frac{L}{w} \ll 1$)

rectan. dots

$$= -\frac{q_m^2}{q_{mn}^2} f(q_{mn}L) \text{ в отличие от wires.}$$

Дырочная зона на пределе $\frac{L}{w} \ll 1$

при $w/L \gg 1, l/L \gg 1$

$$\omega^2_{mn} = \left[\omega_H + H^{mno}_{mno} + \frac{q_m^2}{q^2} f(qL)\right]\left[\omega_H + H^{mno}_{mno} + 1 - f(qL)\right], \quad q = q_{mn} = \sqrt{q_m^2 + q_n^2}$$

(rect. dot)

Очевидно, это при $H^{mno}_{mno} = 0$ это дает ф. Камм-Са: 86 с квантованными k_x в плоскости

Escaneado con CamScanner

Date. . . Rectang. dots

$f(qL) \approx \frac{1}{2} qL$ при $qL \ll 1$. $qL = \pi\sqrt{n^2\frac{L^2}{\ell^2} + m^2\frac{L^2}{w^2}} = \pi\rho\sqrt{\frac{n^2}{u^2}+m^2}$, $\rho = \frac{L}{w}$, $u = \ell/w$.

Но прибл. с фактором $(\frac{L}{w} \gg 1, \frac{\ell}{L} \gg 1)$ от 19/I ω_{mn} можно получить не только за счет $n \neq 0$, но и за счет $H^{mno}_{mno} < 0$.

Предположим, что сп. мода для rectan. dots есть с $m=0, n=0$ ($q_{mn}=0$)

$$\omega_{00}^2 = \left[\omega_H + H^{000}_{000}\right]\left[\omega_H + 1 + H^{000}_{000}\right], \quad H^{000}_{000} = -\frac{1}{4\pi}\langle N_{xx}\rangle_{V_d}$$

Для 1×1,75 дока получили $\omega_{00} = 0,181$ – эксп. $f_0 = 0,173$ (!).

Для 1×1,2 дока: $\omega_{00} = 0,112$ – очень мало, весь $f_0 = 0,213$.

Сосредоточимся на 1×1,75 доке. Используем ф. частот прежних $L \ll w, \ell$, но с конечным H^{mno}_{mno}. Для начала попробуем $H^{mno}_{mno} = H^{000}_{000}$ $\forall m,n$.

Эксперим. расчет

	m=0	1	2	3	4	5	6
ω_{m0}:	0,181	0,245	0,287	0,318	0,341	0,359	0,372
f_m:	0,173	0,249		0,319		0,392	0,472
ω_{m1}:	0,179	0,236	0,283	0,315	0,339	0,357	0,371

Видно, что набор ω_{m0} значительно лучше согласуется с эксп. BLS, чем набор ω_{m0} от 19/I для ∞-пленки.

Попробуем еще и H^{mno}_{mno} вычислить более точно.

$$g_{xx}(\vec{\rho},\vec{\rho}') = -\frac{1}{\pi}\int d^2\vec{k}\ \frac{k_x^2}{k^2} f(kL)\, e^{i\vec{k}(\vec{\rho}-\vec{\rho}')}$$

$$H^{m'n'o}_{mno} = \frac{L}{4\pi M_s A_{mno}} \int d^2\vec{\rho}\ U_{mno}(\vec{\rho})\, U^x_{m'n'o}(\vec{\rho})\, H^x_d(\vec{\rho})$$

$$\to H^x_{d(\vec{\rho})} = \int d^2\vec{\rho}'\, g_{xx}(\vec{\rho},\vec{\rho}')\, M^x_s = M_s \int d^2\vec{\rho}'\, g_{xx}(\vec{\rho},\vec{\rho}')$$

$$\int d^2\vec{\rho}'\, e^{-i\vec{k}\vec{\rho}'} = \int_0^\ell dx' \int_0^w dy'\, e^{-ik_x x'} e^{-ik_y y'} = \frac{4}{k_x k_y} e^{-ik_x\frac{\ell}{2}} e^{-ik_y\frac{w}{2}} \sin k_x\frac{\ell}{2} \sin k_y\frac{w}{2}$$

$$H^{m'n'o}_{mno} = \frac{L\cdot M_s^2}{4\pi M_s A_{mno}} \int d^2\vec{\rho}\ \cos q_m y \cdot \cos q_{m'} y \cdot \cos q_n x \cos q_{n'} x \ \times$$

$$\times M_s \int d^2\vec{\rho}' \left(-\frac{1}{\pi}\right) \int d^2\vec{k}\ \frac{k_x^2}{k^2} f(kL)\, e^{i\vec{k}(\vec{\rho}-\vec{\rho}')} = \frac{LM_s^2}{4\pi M_s A_{mno}\pi}(-M_s)\cdot 4 \cdot \int d^2\vec{\rho}\ \times$$

$$\times \cos q_m y \cos q_{m'} y \cos q_n x \cos q_{n'} x \int d^2\vec{k}\ \frac{k_x^2}{k^2} f(kL)\, e^{i\vec{k}\vec{\rho}}\, e^{-i(k_x\ell + k_y w)/2}\, \frac{\sin k_x\frac{\ell}{2}}{k_x}\, \frac{\sin k_y\frac{w}{2}}{k_y}$$

$$\int_0^\ell dx \cos q_n x \cos q_{n'} x\, e^{ik_x x} = \frac{1}{2}\int dx \left[\cos(q_n+q_{n'})x + \cos(q_n - q_{n'})x\right] e^{ik_x x} =$$

$$= \frac{1}{2}\frac{1}{2}\int_0^\ell dx \left[e^{i(q_n+q_{n'})x} + e^{-i(q_n+q_{n'})x} + e^{i(q_n-q_{n'})x} + e^{-i(q_n-q_{n'})x}\right] e^{ik_x x} =$$

Escaneado con CamScanner

Матрич. эл. ген. поля H_d^x зад.

Date. . .

$$= \frac{1}{4}\left[\frac{1}{i(k_x+q_n+q_{n'})} e^{i(k_x+q_n+q_{n'})x} + (\text{сл. с одним. знаков } q_n \cdot q_{n'})\right]_0^\ell =$$

$$= \frac{1}{4}\left[\frac{1}{i(k_x+q_n+q_{n'})}\left(e^{i(k_x+q_n+q_{n'})\ell} - 1\right) + (\text{сл. с одним. знаков})\right] =$$

$$= \frac{1}{4}\cdot 2\left[e^{i(k_x+q_n+q_{n'})\frac{\ell}{2}} \frac{\sin(k_x+q_n+q_{n'})\frac{\ell}{2}}{(k_x+q_n+q_{n'})} + e^{i(k_x-q_n-q_{n'})\frac{\ell}{2}} \frac{\sin(k_x-q_n-q_{n'})\frac{\ell}{2}}{(k_x-q_n-q_{n'})} \right.$$

$$\left. + e^{i(k_x+q_n-q_{n'})\frac{\ell}{2}} \frac{\sin(k_x+q_n-q_{n'})\frac{\ell}{2}}{(k_x+q_n-q_{n'})} + e^{i(k_x-q_n+q_{n'})\frac{\ell}{2}} \frac{\sin(k_x-q_n+q_{n'})\frac{\ell}{2}}{(k_x-q_n+q_{n'})} \right] =$$

$$= \frac{1}{2} e^{ik_x\frac{\ell}{2}}\left[e^{i(q_n+q_{n'})\frac{\ell}{2}} \frac{\sin(k_x+q_n+q_{n'})\frac{\ell}{2}}{(k_x+q_n+q_{n'})} + e^{-i(q_n+q_{n'})\frac{\ell}{2}} \frac{\sin(k_x-q_n-q_{n'})\frac{\ell}{2}}{(k_x-q_n-q_{n'})} + \right.$$

$$\left. + \dots \right], \quad e^{-i(q_n+q_{n'})\frac{\ell}{2}} \sin(k_x-q_n-q_{n'})\frac{\ell}{2} = e^{i(q_n+q_{n'})\frac{\ell}{2}} e^{-i(q_n+q_{n'})\ell} \times$$

$$\times \sin\left[(k_x+q_n+q_{n'})\ell - n\pi - n'\pi\right] = e^{i(q_n+q_{n'})\frac{\ell}{2}} (-1)^n (-1)^{n'} \times$$

$$\times \sin(k_x+q_n+q_{n'})\frac{\ell}{2} (-1)^n (-1)^{n'} = e^{i(q_n+q_{n'})\frac{\ell}{2}} \sin(k_x+q_n+q_{n'})\frac{\ell}{2}$$

$$\int_0^\ell dx \cos q_n x \cos q_{n'} x\, e^{ik_x x} = \frac{1}{2} e^{i(k_x+q_n+q_{n'})\frac{\ell}{2}} \sin(k_x+q_n+q_{n'})\frac{\ell}{2} \cdot \left[\frac{1}{k_x+q_n+q_{n'}} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{k_x-q_n-q_{n'}} + \frac{1}{k_x+q_n-q_{n'}} + \frac{1}{k_x-q_n+q_{n'}}\right] = \frac{1}{2} e^{i(\dots)\frac{\ell}{2}} \sin(\dots)\frac{\ell}{2} \cdot 2k_x\left[\frac{1}{k_x^2-(q_n+q_{n'})^2} \right.$$

$$\left. + \frac{1}{k_x^2-(q_n-q_{n'})^2}\right] = 2e^{i(k_x+q_n+q_{n'})\frac{\ell}{2}} \sin(k_x+q_n+q_{n'})\frac{\ell}{2} \frac{k_x(k_x^2-q_n^2-q_{n'}^2)}{\left[k_x^2-(q_n+q_{n'})^2\right]\left[k_x^2-(q_n-q_{n'})^2\right]}$$

Часть $n=n'$: $\int_0^\ell dx \cos^2 q_n x\, e^{ik_x x} = 2e^{ik_x\frac{\ell}{2}} (-1)^n \sin k_x\frac{\ell}{2} (-1)^n \times$

$$\times \frac{k_x(k_x^2-2q_n^2)}{\left[k_x^2-(2q_n)^2\right]k_x^2} = \frac{1}{2} e^{ik_x\frac{\ell}{2}} \sin k_x\frac{\ell}{2}\left[\frac{1}{k_x+2q_n} + \frac{1}{k_x-2q_n} + \frac{2}{k_x}\right] =$$

$$= e^{ik_x\frac{\ell}{2}} \sin k_x\frac{\ell}{2}\left[\frac{k_x}{k_x^2-4q_n^2} + \frac{1}{k_x}\right], \text{ причем все те члены в выр}$$

$$J_n = \int_0^\ell dx \cos^2 q_n x\, e^{ik_x x} = e^{ik_x\frac{\ell}{2}}\left[(-1)^n k_x \cdot \frac{\sin(k_x-2q_n)\frac{\ell}{2}}{(k_x^2-4q_n^2)} + \frac{\sin k_x\frac{\ell}{2}}{k_x}\right]$$

$$J_n \underset{\ell\to\infty,\, n\neq 0}{=} e^{i(\cdot)}\left[(-1)^n \frac{k_x}{k_x+2q_n} \frac{\sin(k_x-2q_n)\frac{\ell}{2}}{(k_x-2q_n)} + \frac{\sin k_x\frac{\ell}{2}}{k_x}\right] = e^{i(\cdot)}\left[(-1)^n \frac{k_x}{k_x+2q_n} \pi\delta(k_x-2q_n) \right.$$

$$\left. + \pi\delta(k_x)\right] = \left[e^{ik_x\frac{\ell}{2}} (-1)^n \frac{1}{2}\delta(k_x-2q_n) + \delta(k_x)\right]\pi = \pi\left[\frac{1}{2}\delta(k_x-2q_n) + \delta(k_x\right.$$

Escaneado con CamScanner

Date.

тогда $J_n = \frac{1}{2}\left[e^{ik_x\frac{l}{2}}(-1)^n \frac{\sin(k_x+2q_n)\frac{l}{2}}{(k_x+2q_n)} + e^{ik_x\frac{l}{2}}(-1)^n \frac{\sin(k_x-2q_n)\frac{l}{2}}{(k_x-2q_n)} + 2e^{ik_x\frac{l}{2}}\frac{\sin k_x\frac{l}{2}}{k_x}\right]$, $\underset{l\to\infty}{J_n} = \frac{\pi}{2}\left[\delta(k_x+2q_n)+\delta(k_x-2q_n)+2\delta(k_x)\right]$

$H^{mno}_{mno} = -\frac{M_s^2 L}{\pi^2 A_{mno}} \int d^2\vec{k}\, \frac{k_x^2}{k^2} f(kL)\, e^{-ik_x\frac{l}{2}} e^{-ik_y\frac{w}{2}} \frac{\sin k_x\frac{l}{2}}{k_x} \frac{\sin k_y\frac{w}{2}}{k_y} \times$

$\left(\frac{1}{w}\to 0, \frac{L}{l}\to 0\right)$

$\times \int_0^l dx \cos^2 q_n x\, e^{ik_x x} \cdot \int_0^w dy \cos^2 q_m y\, e^{ik_y y} = -\frac{4}{\pi^2 \varepsilon_m \varepsilon_n wl} \int d^2\vec{k}\, \frac{k_x^2}{k^2} f(kL) \times$

$\times e^{-ik_x\frac{l}{2}} e^{-ik_y\frac{w}{2}} \frac{\sin k_x\frac{l}{2}}{k_x} \frac{\sin k_y\frac{w}{2}}{k_y} J_n(k_x) J_m(k_y)$, кроме $\delta(k_{x,y})$ делать под $\int d^2\vec{k}(\dots)$.

$\frac{\sin k_x\frac{l}{2}}{k_x} = \pi\delta(k_x)$ при $\frac{l}{2L}\to\infty$.

$H^{mno}_{mno} = -\frac{4}{\pi^2 \varepsilon_m \varepsilon_n wl} \int d^2\vec{k}\, \frac{k_x^2}{k^2} f(kL) e^{-i(k_x l + k_y w)\frac{1}{2}} \pi\delta(k_x)\pi\delta(k_y) J_n(k_x) J_m(k_y) =$

$= -\frac{4}{\varepsilon_m \varepsilon_n wl} f(0) J_n(0) J_m(0) = 0$, т.к. $f(0)=0$. Итого

$H^{mno}_{mno} = -\frac{4}{\pi^2 \varepsilon_m \varepsilon_n wl} \int d^2\vec{k}\, \frac{k_x^2}{k^2} f(kL) e^{-\frac{i}{2}(k_x l + k_y w)} \frac{\sin k_x\frac{l}{2}}{k_x} \frac{\sin k_y\frac{w}{2}}{k_y} \times$

$\times \frac{\pi^2}{4}\left[\delta(k_x+2q_n)+\delta(k_x-2q_n)+2\delta(k_x)\right]\left[\delta(k_y+2q_m)+\delta(k_y-2q_m)+2\delta(k_y)\right] = 0$

Члены $k_x=0, k_y\neq 0$ – вклада не дают, члены $k_x=0, k_y=0$ вкл. не дают, члены $k_x\neq 0, k_y\neq 0$ не дают вклада из-за $\sin q_n l = 0, \sin q_m w = 0$. Члены $k_y=0, k_x = \pm 2q_n$ – также вклада не дают. А член $k_y=0\ k=0$? Тоже не дает вклад, т.к. $f(0)=0$.

Т.е. в пределе $\frac{w}{L}\gg 1, \frac{l}{L}\gg 1$ гл. вклад в $H^{mno}_{mno} = 0$, хотя $\gamma^{mno}_{mno}, \hat{z}^{mno}_{mno}$ еще не привальные, $\gamma^{mno}_{mno}\neq 0$.

Частоты $\omega^2_{mn} = \left[\omega_H + H^{mno}_{mno} - \gamma^{mno}_{mno}\right]\left[\omega_H + H^{mno}_{mno} - \hat{z}^{mno}_{mno}\right]$ при $w,l\gg L$ с $H^{mno}_{mno}\neq 0$ не имеют смысла, т.к. H^{mno}_{mno} исследуем раньше, чем γ^{mno}_{mno} в одном и том же приближении.

$$H^{mno}_{mno} = -\frac{4}{\pi^2 \varepsilon_m \varepsilon_n wl} \int d^2\vec{k}\, \frac{k_x^2}{k^2} f(kL) e^{-\frac{i}{2}(k_x l + k_y w)} \frac{\sin k_x\frac{l}{2}}{k_x} \frac{\sin k_y\frac{w}{2}}{k_y} J_n(k_x) J_m(k_y),$$

где $J_n(k_x) = \int_0^l dx \cos^2 q_n x\, e^{ik_x x}$, $J_m(k_y) = \int_0^w dy \cos^2 q_m y\, e^{ik_y y}$. дает $H^{l'}_{e}$ для произвольных L, w, l.

см. расчет 1/II

Итак $H^{mno}_{mno}\neq 0$ в пределе $\frac{w}{L}\gg 1, \frac{l}{L}\gg 1$, когда $\hat{z}^{l}_{e_1}, \gamma^{l}_{e}$ берутся в главном, дисп. приближении. Это численно. Но эта формула дала хорошие ω_0, ω_1 24/I, где можно отказаться от идеи. $H_e = (H^{l'}_{e})$

Escaneado con CamScanner

Date. 25.01. Wires, спектральная плотность $\frac{W}{L}$ и т.д.

7/I я расск. $I(\omega) = \int_0^1 dx\, f(x) e^{i\omega x}$ при $\omega \to \infty$.

Регулярный метод стац. фазы дает Hörmander '81.

$$I(\alpha) = \int_a^b f(t) e^{i\alpha h(t)} dt \quad \text{при } \alpha \gg 1 \text{ вещ.}$$

1) $$I(\alpha) = \frac{i}{\alpha}\left[\frac{f(a)e^{i\alpha h(a)}}{h'(a)} - \frac{f(b)e^{i\alpha h(b)}}{h'(b)}\right] + O(1/\alpha^2), \quad h'(t) \neq 0.$$

Если $h'(a) = 0$, $t = a$ - стац. точка (max или min $h(t)$), то

$$I(\alpha) = \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2\alpha|h''(a)|}} f(a) e^{i\alpha h(a) + i\frac{\pi}{4}\operatorname{sign} h''(a)},$$

2) Если стационарная точка c : $a < c < b$, то $h'(c) = 0$

$$I(\alpha) = \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt{\alpha|h''(c)|}} f(c) e^{i\alpha h(c) + i\frac{\pi}{4}\operatorname{sign} h''(c)}$$

$$I(\omega) = \int_0^1 dx\, f(x) e^{i\omega x} = \left| \begin{matrix} h(x) = x,\ h'(x) = 1, \\ \text{стац. точек нет} \end{matrix} \right| = \frac{i}{\omega}\left[f(0)e^{i\omega\cdot 0} - f(1)e^{i\omega}\right] + O$$

$$= \frac{i}{\omega}\left[f(0) - f(1)e^{i\omega}\right]$$

$$F_m(\omega) = \int_0^1 dx \cos(\pi m x) e^{i\omega x} = \frac{i}{\omega}\left[1 - (-1)^m e^{i\omega}\right] + O\left(\frac{1}{\omega^2}\right)$$

- то именно такое разложение я и использовал 7/I, $\omega = \frac{W}{L}t$ - wires.

$$I_{mm'} = \operatorname{Re}\int_0^1 dx\, dx' \cos(\pi m x)\cos(\pi m' x') e^{i\omega(x-x')} = \operatorname{Re} F_m(\omega) F^*_{m'}(\omega) =$$

$$= \frac{2}{\omega^2}\left[1 - (-1)^m \cos\omega\right], \quad m, m' - \text{одной четности, [иначе } I_{mm'} = 0\text{]}.$$

но $I^{(\omega)}_{mm'} = \int_0^1 dx\, dx' \cos(\pi m x)\cos(\pi m' x')\cos\omega(x-x') = \left[1 + (-1)^{m+m'}\right]\frac{\left[1-(-1)^m\cos\omega\right]\omega^2}{(\omega^2 - \pi^2 m^2)(\omega^2 - \pi^2 m'^2)}$

$$= \frac{2\omega^2}{(\omega^2 - \pi^2 m^2)(\omega^2 - \pi^2 m'^2)}\left[1 - (-1)^m \cos\omega\right] = 4(-1)^{\frac{m-m'}{2}}\omega^2 \frac{\sin\frac{(\omega - m\pi)}{2}\cdot \sin\frac{1}{2}(\omega - \pi m')}{(\omega^2 - \pi^2 m^2)(\omega^2 - \pi^2 m'^2)}$$

Конечно, если $\omega = \frac{W}{L}t \gg \pi m, \pi m'$, то можно $I_{mm'} \approx \frac{2}{\omega^2}\left[1 - (-1)^m \cos\omega\right]$

Реальное $\frac{W}{L}$ для wires-BLS-Dem. $\frac{W}{L} = 90 \neq \omega$. — это асимп. точно при $\omega \to \infty$ и для малых m, m'.

Но смена $\omega = \frac{W}{L}t$, где $t \in [0, \infty]$. Поэтому $\omega \to \infty$ нарушается при $t \to 0$.

По методам стац. фазы можно вычислить пределы $m \gg 1$ (wires):

$$Z^{moo}_{moo} \sim \int_0^1 dx\, dx' \cos(\pi m x)\cos(\pi m x') \ln\frac{(x-x')^2}{(x-x')^2 + \rho^2}$$

$$\int_0^1 dx \cos(\pi m x) f(x, x') = \operatorname{Re}\int_0^1 dx\, f(x) e^{i\pi m x} = \operatorname{Re}\frac{i}{(\pi m)}\left[f(0) - f(1)e^{i\pi m}\right] + O$$

$$\int_0^1 dx' \cos(\pi m x') \int_0^1 dx \cos(\pi m x) f(x, x') = \text{не так просто} \qquad = f(1, x')\frac{\sin\pi m}{\pi m} =$$

получен след. член по $\frac{1}{m}$.

Date. . .

$f(x,x') = \ln \frac{(x-x')^2}{(x-x')^2+p^2}$, $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{2}{\Delta}\frac{p^2}{p^2+\Delta^2}$ сингулярна при $\Delta = x-x' = 0$.

К тому же $\frac{p^2}{p^2+\Delta^2} \xrightarrow[p\to 0]{} p\cdot\frac{p}{\Delta^2+p^2} = p\pi\delta(x-x')$, $\delta(x) = \lim_{\alpha\to 0}\frac{1}{\pi}\frac{\alpha}{\alpha^2+x^2}$.

$\frac{1}{\Delta^2+p^2} \approx \frac{\pi}{p}\delta(x-x')$, $\ln\frac{\Delta^2}{\Delta^2+p^2} = \ln\left[\Delta^2\frac{\pi}{p}\delta(\Delta)\right]$ — сингулярно.

Сингулярность $\frac{\partial f}{\partial x}$ не позволяет взять, следующий член асимп. разложения по $\left(\frac{1}{\pi m}\right)$.

предел $m \gg 1$ в общ. виде:

$$\frac{\hat{\tau}_{m00}}{\tau_{m00}} = \left(\frac{M_s^2 L}{4\pi A_{m00}}\right)\int d^2\vec{\rho}\, d^2\vec{\rho}'\cos q_m y\cdot\cos q_m y'\cdot g_{zz}(\vec{\rho}\vec{\rho}') =$$

$$= (\cdot)\int_0^L dx\,dx'\int_0^W dy\,dy'\cos q_m y\cdot\cos q_m y'\,\frac{1}{\pi}\int d^2\vec{k}\left(\frac{e^{-kL}-1}{kL}\right)\cos k_x(x-x')\cos k_y(y-y')$$

$$\lim_{m\to\infty}\int_0^W dy\cos q_m y\cdot\cos k_y(y-y') = w\int_0^1 dx\cos(\pi m x)\,F(x,x') = \left|F(x,x') = \cos k_y w(x-x')\right| =$$

$$= w\,\mathrm{Re}\int_0^1 dx\,F(x,x')e^{i\pi m x} = w\,\mathrm{Re}\,\frac{i}{\pi m}\left[F(0,x') - F(1,x')e^{i\pi m}\right] = 0 + O\left(\frac{1}{m^2}\right)$$

$\Rightarrow h(x) = x$, $h'(x) = 1$, $\alpha = \pi m$.

$$I(\alpha) = w\,\mathrm{Re}\int_0^1 dx\,e^{i\alpha x}F(x,x') = w\,\mathrm{Re}\left[\frac{1}{i\alpha}F(x,x')e^{i\alpha x}\Big|_0^1 - \frac{1}{i\alpha}\int_0^1 F'_x(x,x')e^{i\alpha x}dx\right]$$

$\mathrm{Re}\,\frac{1}{i\alpha}F(x,x')e^{i\alpha x}\big|_0^1 = 0$

$$= w\,\mathrm{Re}\left[-\frac{1}{i\alpha}\cdot\frac{i}{\alpha}\left(F'_x(0,x') - F'_x(1,x')e^{i\pi m}\right)\right] = -\frac{w}{\alpha^2}\left[F'_x(0,x') - (-1)^m F'_x(1,x')\right]$$

$$J_m = \int_0^W dy\,dy'\cos q_m y\cdot\cos q_m y'\cos k_y(y-y') = w^2\int_0^1 dx'\int_0^1 dx\,\cos(\pi m x')\cos(\pi m x)F(x,x') =$$

$$= w\int_0^1 dx'\cos(\pi m x')\left(\frac{-w}{\alpha^2}\right)\left[F'_x(0,x') - (-1)^m F'_x(1,x')\right] =$$

$$= -\frac{w^2}{\alpha^2}\,\mathrm{Re}\int_0^1 dx'\,e^{i(\pi m x')}\underbrace{\left[F'_x(0,x') - (-1)^m F'_x(1,x')\right]}_{f(x')} = -\frac{w^2}{\alpha^2}\frac{(-1)}{\alpha^2}\times$$

$$\times\left[f'_{x'}(x'=0) - (-1)^m f'_{x'}(x'=1)\right] = \frac{w^2}{\alpha^4}\left[F''_{xx'}(0,0) - (-1)^m F''_{xx'}(1,0) -\right.$$

$$\left. - (-1)^m\left\{F''_{xx'}(0,1) - (-1)^m F''_{xx'}(1,1)\right\}\right] = \frac{w^2}{\alpha^4}\left[F''_{xx'}(0,0) + F''_{xx'}(1,1) -\right.$$

$$\left. - (-1)^m\left\{F''_{xx'}(1,0) + F''_{xx'}(0,1)\right\}\right], \quad F(x,x') = \cos k_y w(x-x')$$

$$F''_{xx'}(x,x') = -\frac{\partial^2}{\partial x\partial x'}\cos k_y w(x-x') = -k_y^2 w^2\cos k_y w(x-x')$$

$$J_m = \frac{w^2}{\alpha^4}(-k_y^2 w^2)\cdot 2\cdot\left[1 - (-1)^m\cos k_y w\right] = -\frac{k_y^2 w^2}{(\pi m)^4}\cdot\frac{w^2}{\text{(знак?)}}\cdot 2\left[1-(-1)^m\cos k_y w\right] =$$

$= w^2\, I_{mm}(\omega)$ при $m \gg \omega$, $\omega = k_y w$ — но это разложение бесполезно, т.к. по $\int_0^\infty dk_y(\ldots)$ расходится.

Escaneado con CamScanner

Date. 26 · 01 · M. complab data, hom. data - $H_c(\varphi_H)$

→ Начнем писать статью по M(H) взаимодействующих доменов на EMMA с Усовым. Мой вклад - МФД $H(\varphi_H)$ hom. data. Вернемся к расчету этой МФД от 30/IV – 3/V 99 г.

$\tau = \frac{2\pi R}{T} = \pi \frac{D}{D+d}$, $\tau = 2{,}86$ Соответ 1/1,1 решетка цилиндр. доменов как у Hillebrands, $L/R = 0{,}2$.

При $H=0$ $\min W_m$ дает AF(φ) фаза из APL'99.

При $H>0$ появляются УФ γ-, ε- фазы и F-фаза для сильных

Аналитическая линия потери устойчивости F- и γ- фаз есть

$$h_c(\varphi_H) = \begin{cases} 4|B|\left[|\cos 2\varphi_H| - \lambda_c\right] \\ 0, \quad |\cos 2\varphi_H| < \lambda_c \end{cases}, \quad \lambda_c = \frac{|a+a_d|}{|B|}, \quad h_c \geq 0, \quad \lambda = \cos 2\varphi_H$$

a, a_d и B как в статье APL'99. $h = 2M_s H \nu$, $\nu = \frac{V_d}{V_{эл}}$.

Т.к. работаем в 4-х долевом приближении, то $\nu = \frac{1}{4} v_0 = \frac{1}{4} \frac{\pi R^2}{T^2} =$

$$h_c\left(\varphi_H, \frac{d}{R}\right) = 4|B(d)|\left[|\cos 2\varphi_H| - \lambda_c(d)\right]$$

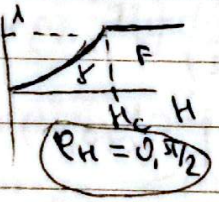
1/1,1 решетка Соотв. $d/R = \frac{(1{,}1-1)\,\mu m}{1\,\mu m/2} = 0{,}2$ — сильное взаимодействие

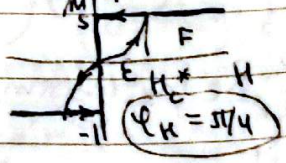
1) Можно построить $h_c(\varphi_H = 0, \frac{\pi}{2}; d/R) = 4|B(d)|\left[\lambda - \lambda_c(d)\right]$ — как вдоль надеж с d/R для γ-F-перехода. Аналогично для ε-F пер

2) $\tau = 2{,}86$ мм 1/1,1 решетка — построить $h_c\left(\varphi_H, \frac{d}{R} = 0{,}2\right)$.

$$\frac{H_c(\varphi_H, d)}{M_s} = \frac{h}{2M_s^2 \nu} = \frac{1}{2M_s^2 \tau^2} \cdot 16\pi \cdot 4|B|\left[|\lambda| - \lambda_c\right] = \frac{1}{M_s^2}\left(\frac{32\pi}{\tau^2}\right)|B|\left[|\lambda| - \lambda_c\right]$$

В MCAD-file a, a_d, B eg. $\left(\frac{M_s^2}{4\pi}\right)$.





– из вида $M(\vec{H})$ видно, что ОЛН-$\varphi_H = \pi/4$.

При $\tau = 2{,}86$: $a(2{,}86) = -0{,}308$; $a_d(2{,}86) = -0{,}152$; $B(2{,}86) = -0{,}52$

$\lambda_c(2{,}86) = \frac{a+a_d}{B} = \frac{0{,}308 + 0{,}152}{0{,}521} = 0{,}883$. Уточнение $\tau = \pi/1.1 = 2{,}856$.

$$\frac{1}{M_s} H_c(\varphi_H, \tau = 2{,}86) = \frac{8}{\tau^2}|B(2{,}86)|\left[|\cos 2\varphi_H| - 0{,}883\right], \text{ где } B \text{ в eg. } \left(\frac{M_s^2}{4\pi}\right)$$

$\frac{1}{M_s} H_c(\varphi_H = 0, \pi/2) = 0{,}0604$, что совпад. с расчетом 3/III 99 г.

$L/R = 0{,}2$

φ_H	$\pi/2$	1,56	1,55	1,50	1,45	1,40	1,37	1,35	1,34	1,33	1
$\frac{1}{M_s} H_c(\varphi_H)$	0,0604	0,062	0,0594	0,0547	0,0450	0,0303	0,0191	0,0108	0,0063	0,0017	

Date. 21. 04.

Изчисляване спектъра на ЕМПЛ по Н-ф-я МФТ) bom.bds. 27.28/I

- Изобразяване ПВ по h изходящ от $M_s(\varphi)$ фрагмент, а не от $M_s(\beta)$ като работим.

Краен. линеен ф-л: $\frac{H_a(\varphi_H)}{M_s} = \frac{1}{M_s^2}\frac{2}{\pi}|B|\left[|\cos 2\varphi_H| - \lambda_c\right]$

Periang.dots Wires – SW – Single-предаване.

Двойно гранично СФ работи $\dot{m}_n(\vec{m}_n)_{y=0,w} = 0$, когато 30/I
няколко особени условия на границите $y = 0w$ на Π_d и ФГ нанасяне не нужно. $\vec{m}_n = 0$ – особена при SW с намагнитващи мат., фероманитно тяло. С известно закръгляване д-сто, когато $\vec{m}_n(y=0,w)=0$, но с известни основания двуцуцо фрагмент. $U_{\ell(\tau)} = M_s \sin q_m y \Rightarrow U_m(0,w) \sim$ Чедо Балтов $\int_0^w dy dy' \sin q_m y \cdot \sin q_{m'} y' \cos k_y (y-y')$ (см. 30/I). $\sim \sin q_m w = 0$

Взаимодействие с. СФ $\sim \cos k_x x$, где $x \in [-\frac{w}{2}, \frac{w}{2}]$, тъй

зам. $\cos k_x (x' + \frac{w}{2}) = \cos(k_x x' + k_x \frac{w}{2}) = \left|k_x = q_m = \frac{\pi m}{w}\right| = \cos(q_m y + \frac{\pi m}{2}) =$

$= \cos q_m y \cdot \cos\frac{\pi m}{2} - \sin q_m y \cdot \sin\frac{\pi m}{2} = \begin{cases} \sin q_m y, & m - \text{нечет.} \\ \cos q_m y, & m - \text{чет.} \end{cases}$ – с нечетно знаме

У Взаимодействие m – чак ред и нечет., тъй и дава $\vec{m}(y=0,w)=0$.

$$\Rightarrow \int_0^w dy dy' \sin q_m y \cdot \sin q_{m'} y' \cos k(y-y') = \int dy dy' \sin q_m y \sin q_{m'} y' \left[\cos ky \cos ky' + \sin ky \sin ky'\right]$$

$$= \int dy \sin q_m y \cdot \cos ky \cdot \int dy' \sin q_{m'} y' \cos ky' + \int dy \sin q_m y \sin ky \int dy' \sin q_{m'} y' \sin ky' =$$

$$= \left(-\frac{1}{2}\right)\left[\frac{\cos(q_m+k)y}{(q_m+k)} + \frac{\cos(q_m-k)y}{(q_m-k)}\right]_0^w \left(-\frac{1}{2}\right)[m+m'] + \frac{1}{2}\left[\frac{\sin(q_m-k)y}{(q_m-k)} - \frac{\sin(q_m+k)y}{(q_m+k)}\right]_0^w \frac{1}{2}[m+m'] =$$

$$= \frac{1}{4}\left[\frac{1}{(q_m+k)}\left\{\cos(q_m+k)w - 1\right\} + \frac{1}{(q_m-k)}\left\{\cos(q_m-k)w - 1\right\}\right][m \to m'] +$$

$$+ \frac{1}{4}\left[\frac{\sin(q_m-k)w}{q_m-k} - \frac{\sin(q_m+k)w}{q_m+k}\right][m \to m'] = \frac{1}{4}\left[\left\{(-1)^m \cos kw - 1\right\}\left(\frac{1}{q_m+k} + \frac{1}{q_m-k}\right)\right][m \to m'] +$$

$$+ \frac{1}{4}\left[-(-1)^m \sin kw \left\{\frac{1}{q_m-k} + \frac{1}{q_m+k}\right\}\right][m \to m'] = \frac{1}{4}\left[\left\{(-1)^m \cos kw - 1\right\}\frac{2q_m}{q_m^2-k^2}\right][m \to m'] +$$

$$+ \frac{1}{4}\left[-(-1)^m \sin kw \frac{2q_m}{q_m^2-k^2}\right][m \to m'] = \left\{(-1)^m \cos kw - 1\right\}\left\{(-1)^{m'} \cos kw - 1\right\}\frac{q_m q_{m'}}{(q_m^2-k^2)(q_{m'}^2-k^2)} +$$

$$+ (-1)^{m+m'} \sin^2 kw \frac{q_m q_{m'}}{(q_m^2-k^2)(q_{m'}^2-k^2)} = \frac{q_m q_{m'}}{(q_m^2-k^2)(q_{m'}^2-k^2)}\left[(-1)^{m+m'} \cos^2 kw - \left\{(-1)^m + (-1)^{m'}\right\}\cos kw +\right.$$

Escaneado con CamScanner

Date. . .

Wires (rectangular ...

$$\left. + 1 + (-1)^{m+m'} \sin^2 kw \right] = \frac{q_m q_{m'}}{(k^2 - q_m^2)(k^2 - q_{m'}^2)} \left[1 + (-1)^{m+m'} - \{(-1)^m + (-1)^{m'}\} \cos kw \right]$$

$$\int_0^w dy dy' \sin q_m y \sin q_{m'} y' \cos k(y-y') = \frac{q_m q_{m'} \left[1 + (-1)^{m+m'}\right]}{(k^2 - q_m^2)(k^2 - q_{m'}^2)} \left[1 - (-1)^m \cos kw \right]$$

(это работа с 30/Х. Но интеграл $\int dy dy' (\dots) \neq 0$ только если m, m' - одной чётности.

Т.к. $1 - (-1)^m \cos kw = (-1)^{\frac{m-m'}{2}} \cdot 2 \sin(k - q_m)\frac{w}{2} \sin(k - q_{m'})\frac{w}{2}$, (Стр. 10/I)

получим

$$I_{mm'} = \int_0^w dy dy' \sin q_m y \cdot \sin q_{m'} y' \cos k(y-y') = (-1)^{\frac{m-m'}{2}} 4 q_m q_{m'} \cdot \frac{\sin(k-q_m)\frac{w}{2} \cdot \sin(k-q_{m'})\frac{w}{2}}{(k^2 - q_m^2)(k^2 - q_{m'}^2)}$$

$\lim_{w\to\infty} \frac{\sin Q\frac{w}{2}}{Q} = \pi\delta(Q)$ и $\lim_{w\to\infty} \frac{\sin^2 Q\frac{w}{2}}{Q^2} = \pi\frac{w}{2}\delta(Q)$

получим $I_{mm}(k) \underset{\frac{w}{L}\to\infty}{=} (-1)^{\frac{m-m}{2}} 4 q_m^2 \frac{1}{(k+q_m)^2} \pi\frac{w}{2}\delta(k-q_m) = \pi\frac{w}{2}\delta(k-q_m)$

$$\hat{Z}^{moo}_{moo} = \frac{4}{\pi \varepsilon_m w L} \int_{-\infty}^{\infty} dk_y \left(\frac{e^{-|k_y|L} - 1}{|k_y|} \right) (\dots), \text{ Теперь } u_m(z) = M_s \sin q_m y \dots$$

$$\hat{Z}^{moo}_{moo} = \frac{M_s^2 L}{4\pi A_{moo}} \int d^2\vec{\rho}\, d^2\vec{\rho}'\, g_{zz}(\vec{\rho}, \vec{\rho}') \sin q_m y \sin q_m y' =$$

$$= \frac{M_s^2 L}{4\pi \frac{1}{8} V_d \varepsilon_m \cdot 4 M_s^2} \left(\frac{1}{\pi}\right) \int dx dx' \int dy dy' \int d^2\vec{k} \frac{(e^{-kL} - 1)}{kL} \cos k_x (x - x') \cos k_y (y - y') \sin q_m y \sin q_m y'$$

$$\int_0^e dx dx' \cos k_x (x - x') = 4 \frac{\sin^2 k_x \frac{e}{2}}{k_x^2} = \left| \text{для wires} \right| = 4 \cdot \pi \frac{e}{2} \delta(k_x) = 2\pi e \delta(k_x)$$

$$\hat{Z}^{moo}_{moo\ (wires)} = \frac{M_s^2 L \cdot 8}{4\pi V_d \varepsilon_m 4 \cdot M_s^2} \frac{1}{\pi L} \cdot 2\pi e \int_0^w dy dy' \int d^2\vec{k} \frac{(e^{-kL} - 1)}{k} \delta(k_x) \cos k_y (y - y') \sin q_m y \sin \dots$$

$$= \frac{1}{\pi \varepsilon_m w L} \int_{-\infty}^{\infty} dk_y \frac{(e^{-k_y L} - 1)}{|k_y|} \int_0^w dy dy' \cos k_y (y - y') \sin q_m y \cdot \sin q_m y' =$$

$$= \frac{2}{\pi \varepsilon_m w L} \int_0^{\infty} dk_y \frac{(e^{-k_y L} - 1)}{k_y} I_{mm}(k_y), \quad \hat{Z}^{moo}_{moo\ (\frac{w}{L}\to\infty)} = \frac{2}{\pi \varepsilon_m w L} \int_0^{\infty} dk_y \frac{(e^{-k_y L} - 1)}{k_y} \pi\frac{w}{2}\delta(k_y - q_m) =$$

$$= \frac{1}{\varepsilon_m} \frac{e^{-q_m L} - 1}{q_m L} = \frac{e^{-q_m L} - 1}{q_m L}$$ (м

$$\hat{Z}^{moo}_{moo\ (wires)\ m-\text{нечет.}} = \frac{4 q_m^2}{\pi \varepsilon_m w L} \int_{-\infty}^{\infty} dk_y \frac{(e^{-|k_y|L} - 1)}{|k_y|} \frac{\sin^2(k_y - q_m)\frac{w}{2}}{(k_y^2 - q_m^2)^2} \quad - \text{в } \sin q_m y \text{ предсказывает}$$

Раньше (3/I) было $\hat{Z}^{moo}_{moo} = \frac{4}{\pi \varepsilon_m w L} \int_{-\infty}^{\infty} dk_y |k_y| (e^{-|k_y|L} - 1) \frac{\sin^2(k_y - q_m)}{(k_y^2 - q_m^2)^2}$ - в $\cos q_m y$ предсказывает

В общих предсказаниях при $\frac{w}{L} \gg 1$ ($k_y \to q_m$): $\hat{Z}^{moo}_{moo} = \frac{e^{-q_m L} - 1}{q_m L}$, т.к. $k_y^2 \frac{\sin^2(k_y - q_m)\frac{w}{2}}{(k_y^2 - q_m^2)^2} \times \delta(k_y)$

Date. . 01 .

Не забыть вывод. $\vec{m}(y=qw)=0$ "m" - целое. для $\sin q_m y$ - предположить. "Ось z" ни любой.

Какие $\hat{Z}^{moo}_{moo}$ и ω_m - получаются в sin-представлении для Wires?

"m" целое только если для прибора сим. ф. отн. центра $y=\frac{w}{2}$ дана.

m	1	3	5	7	9	11
$\hat{Z}^{moo}_{moo}$	-0,987	-0,946	-0,922	-0,892	-0,863	-0,835
sin-ω_m	0,254	0,320	0,351	0,385		
f_m	0,236	0,266	0,297	0,319	0,339	- эксп. wires

$$\sin\text{-}\hat{Z}^{moo}_{moo} = \frac{4(m\pi)^2}{\pi p}\int_{-\infty}^{\infty} dt\ \frac{(e^{-p|t|}-1)}{|t|}\ \frac{\sin^2(t-\pi m)\frac{l}{2}}{(t^2-\pi^2m^2)^2} = \frac{2}{\pi p}\int_0^{\infty} dt\left(\frac{e^{-pt}-1}{t}\right)\times$$

$$\times\int_0^1 dx\,dx'\sin(\pi m x)\sin(\pi m x')\cos t(x-x')$$ - аналогично $\cos\text{-}\hat{Z}^{l}_{l}$ от 4/I.

Отметим, что $\hat{Z}^{moo}_{moo}$ почти не отлич. от $\hat{Z}^{moo}_{moo\,(\infty\text{-пл.})} = \frac{e^{-2mL}-1}{2mL}$ для целых m.

SW Wires

m	0	1	2	3	4	5
sin-$\hat{Z}^m_m$	0 (!)	-0,987	-0,970	-0,953	-0,937	-0,922
sin-ω_m		0,254	0,284	0,320	0,332	0,351
f_m	0,236	0,266	0,297	0,319	0,339	
ω^∞_m	0,227	0,261	0,290	0,315	0,337	0,356
$\hat{Z}^{moo}_{moo}$ (∞-пл.)	-1	-0,983	-0,966	-0,949	-0,933	-0,918

$\sin\text{-}\hat{Z}^m_m \simeq \hat{Z}^m_{m\,(\infty\text{-пл.})}$ целые $m=0$

← f_m эксп. BLS-wires

$\omega^s_m \approx \omega^\infty_m$

Видно, что sin-ω_m частоты лишь немного хуже объясняют эксперимент, чем ω^∞_m (∞-плоскость). Но лучше, чем cos-ω_m - частоты от 4,7/I.

Проблема осн. моды осталась. $m=0$ для $\sin q_m y$-предст. не имеет смысла.

Поэтому я ожидал sin-ω_1 - дает. $f_0=0,236$ эксп.

→ Интервалы между sin-ω_m очень близки к экспериментальным. Может все же sin-ω_1 соотв. эксп. $f_0=0,236$.

→ Если требовать $\vec{m}(x)$ - четная относ. центра дела, т.е. СФ $\cos q_m(y-\frac{w}{2})$, то СФ будут $\sin q_m y$ при m - нечет. и $\cos q_m y$ при m - чет. Тогда $0\le y\le w$

m	0-cos	1-sin	2-cos	3-sin	4-cos	5-sin
ω_m	0,268	0,254	0,323	0,310	0,357	0,351
f_m wires	0,236	0,266	0,297	0,319	0,339	

Сравн. sin- и cos- базисов для wires с эксп.

Частота sin-ω_1 < cos-ω_0 (!)

Если гипотеза о СФ ~ $\cos q_m(y-\frac{w}{2})$ верна, то f_0 соотв. sin-ω_1 моде, а cos-ω_0 моде (РНР-моде) соотв. f_1. sin-ω_1 и ω_3 можно гибридизировать.

Escaneado con CamScanner

Date. 31. 01.

Выбор СФ для rectang.dots (вместо wires).

1) Требуем $\left(\frac{\partial \vec{m}}{\partial n}\right)_{y=0,w} = 0$, тогда СФ ~ $\cos q_m y$, m - целое, $y \in [0,w]$

2) Требуем $(\vec{m}_n)_{y=0,w} = 0$, тогда СФ ~ $\sin q_m y$, m - целое

3) Требуем четность СФ отн. центра дока $y = \frac{w}{2}$, тогда СФ ~ $\begin{cases} \sin q_m y, & m - \text{нечет} \\ \cos q_m y, & m - \text{чет} \end{cases}$

В любом случае считаем $\vec{m} \neq f(z)$, $\vec{m} \sim \begin{cases} \cos q_s z \\ \sin q_s z \end{cases}$. Этому удовлетв. $\cos q_s z$ - моды с $s=0$, $s=1$ резко подбрасит ω_{mns} вверх из-за обмена

wires $q_1 = \frac{\pi}{w} = \frac{\pi}{1{,}8 \cdot 10^{-4}\,\text{см}} = 1{,}7 \cdot 10^4\,\text{см}^{-1} \approx 0{,}2 \cdot 10^5\,\text{см}^{-1}$

Интенсивность СФ $\cos q_m y$ — $I^c_m(q) \sim \frac{q^2}{(q+q_m)^2} \frac{\sin^2(q-q_m)w}{(q-q_m)^2} \frac{1}{w^2}$

Интенс. СФ $\sin q_m y$ $I^s_m(q) \sim \frac{q_m^2}{(q+q_m)^2} \frac{\sin^2(q-q_m)w}{(q-q_m)^2} \frac{1}{w^2}$

Если (для wires):

а) $I^c_{m=0}(q) = \frac{\sin^2 q}{q^2}$ — резкий пик при $q=0$ $I^c_{m=0}(0) = 1$,

но $I^{exp}_{m=\text{первое}}(q)$ имеет пик не при $q=0$, а при $\hat{q} \approx 0{,}12 \cdot 10^5\,\text{см}^{-1} \approx q_1$ (для wires)

б) А $I^{exp}_{\text{второе}}(q)$ имеет $I^{exp}_{\text{вт.}}(q=0) \neq 0$, тогда как все $I^{c,s}_{m\neq 0}(q=0) = 0$ - интенсивности при $q=0$ не имеют.

в) $I^{exp}_{\text{перв.}}$ и $I^{exp}_{\text{втор.}}$ имеют ≈ одинаковы, тогда как $\left(I^c_{m=0}\right)_{max} = 1$, а

$\left(I^c_{m=1}\right)_{max} = \left\{ \frac{q^2/w^2}{(q+q_m)^2} \frac{\sin^2(q-q_m)w}{(q-q_m)^2} \right\}_{max} = \left| q = q_m \right| = 1/4$

Все вместе а), б), в) говорит против интерпретации Славина PRB'99 эксп. пиков $\cos q_m y$ - представление с $m = 0,1,2,\ldots$

Альтернатива: перв. эксп. пик (wires) есть $\sin q_m y$ с $m=1$, а второй эксп. пик есть ФМР $\cos q_m y$ с $m=0$.

а) Эксп. пик $I^{exp}_{перв.}$ при $q = 0{,}12$ — в пользу альтернативы, но трудно объяснить $I^{exp}_{перв.}(q=0) \neq 0$ (см. 13/II)

б) $I^{exp}_{вт.}(q=0) \neq 0$ объясняется, а пик $I^{exp}_{вт.}(q)$ при $q = 0{,}3 \cdot 10^5\,\text{см}^{-1}$, а не при $q=0$ (где это возражение снято) можно объяснить гибридиз. $m=0$ с $m=2,4$.

в) $\left(I^c_{m=0}\right)_{max} = 1$ и $\left(I^s_{m=1}\right)_{max} = 1/4$ — это хуже. Но появление можно снять гибридиз. $m=0$, что дает. интенсивность $I^c_{m=0}$ тип.

Т. е. альтернативное объяснение не хуже традиционного с $\cos q_m y$, $m = 0,1,2,\ldots$

Date. 01. 02. Rectang. dots. $\sin q_m y$ - basis.

В полосу вносим магнитный $\cos \cdot \omega_0 \approx f_1$, но провед. $\sin \cdot \omega_1 > f_0$ и заметно

Надо потребовать $(\vec{m}_n)_{\rho=R} = 0$ и для основной моды цилиндр. доп. (см. 10/II).

$y \in [0,w]$, $\sin q_m y$ - pinning w/m $y=0,w$.

→ Сменим базис $\cos q_m y$ на $\sin q_m y$ для rectang. dots. (1/II)

Формулы для $\hat{Z}^{m'00}_{m00}$, $Y^{m'00}_{m00}$ были получены 15/I в $\cos q_m y$-базисе.

В главном приближении по $\frac{w}{L} \gg 1$, $\frac{l}{L} \gg 1$ ответы в обоих базисах должны совпадать, давая как и для wires, диагр. представление.

В $\vec{k}$-представлении в $\cos$- $\hat{Z}^{l}_{\ell}$, Y^{l}_{ℓ} достаточно для перехода к $\sin$- $\hat{Z}^{l}_{\ell}$, Y^{l}_{ℓ} заменить под знаком $\int dk_y$ $k_y^2 \to q_m^2$. Это явл. следствием:

$$I^{c}_{mm'}(k_y) = \int_0^w dy dy' \cos q_m y \cos q_{m'} y' \cos k_y (y-y') = 4(-1)^{\frac{m-m'}{2}} k_y^2 \frac{\sin(k_y - q_m)\frac{w}{2}}{(k_y^2 - q_m^2)} \frac{\sin(k_y - q_{m'})\frac{w}{2}}{(k_y^2 - q_{m'}^2)}$$

$$I^{s}_{mm'}(k_y) = \int_0^w dy dy' \sin q_m y \sin q_{m'} y' \cos k_y (y-y') = 4(-1)^{\frac{m-m'}{2}} q_m q_{m'} \frac{\sin(k_y - q_m)\frac{w}{2}}{(k_y^2 - q_m^2)} \frac{\sin(k_y - q_{m'})\frac{w}{2}}{(k_y^2 - q_{m'}^2)}$$

В коорд. представлении для нахождения $\sin$- $\hat{Z}^{\ell}_{\ell}$, $\sin$- Y^{ℓ}_{ℓ} достаточно заменить в ответе 15/I $\cos(\pi m x) \to \sin(\pi m x)$, $m \neq 0$ при этом.

$$\sin\text{-}\hat{Z}^{m00}_{m00} = \frac{1}{\pi p} \int_0^1 dx dx' \sin(\pi m x) \sin(\pi m x') \left[\ln \frac{(x-x')^2}{p^2 + (x-x')^2} + \text{..далее как 15/I} \right]$$

$$\sin\cdot Y^{m00}_{m00} = -1 - \frac{2}{\pi p} \int_0^1 dx dx' \sin(\pi m x) \sin(\pi m x') \left[\ln \frac{|x-x'|}{\sqrt{p^2 + (x-x)^2}} - \text{далее как 17/I} \right]$$

Для нахождения H^{m00}_{m00} воспользуемся ф. H^{mno}_{mno} от 24/I, где $n=0$ и $\cos q_m y \to \sin q_m y$ в $J_m(k_y)$. $J_{n=0}(k_x) = \int_0^l dx e^{ik_x l} = \frac{2}{k_x} e^{ik_x l/2} \sin k_x \frac{l}{2}$

$$H^{m00}_{m00} = -\frac{4}{\pi^2 \varepsilon_m w l} \int d^2\vec{k} \frac{k_x^2}{k^2} f(kl) e^{-ik_y \frac{w}{2}} \frac{\sin^2 k_x \frac{l}{2}}{k_x^2} \frac{\sin k_y \frac{w}{2}}{k_y} J_m(k_y)$$

Без всяких приближений по l, w, L. $J^{c,s}_m(k_y) = \int_0^l dy e^{ik_y y} \begin{pmatrix} \cos^2 q_m y \\ \sin^2 q_m y \end{pmatrix}$ - c - s

Но так как $g_{xx}(\vec{\rho}, \vec{\rho}')$ задается в коорд. представлении на осн. 15/I, то коорд. представление для величины H^{ℓ}_{ℓ} может быть нужно. Тогда удобно $g_{xx}(y,y')$.

$$H^{x}_{d}(\vec{\rho}) = \int d^2\vec{\rho}' g_{xx}(\vec{\rho}, \vec{\rho}') M^{x}_{s} \to H^{m00}_{m00} = \frac{L}{4\pi A_{m00} M_s} \int d^2\vec{\rho}\, u_{m00}(\rho) u^{x}_{m00}(\rho) H^{x}_{d}(\vec{\rho}) =$$

$$= \left(\frac{L M_s^2}{4\pi M_s A_{m00}} \right) \int_0^l dx dx' \int_0^w dy dy' \begin{pmatrix} \cos q_m y \cdot \cos q_{m'} y \\ \sin q_m y \cdot \sin q_{m'} y \end{pmatrix} M_s g_{xx}(\vec{\rho}, \vec{\rho}')$$

Расчеты dots. Точный ... 24/I

Date.

$$g_{xx}(\vec{\rho},\vec{\rho}') = \frac{1}{\ell}\int_0^{\ell} d\nu\, g_{xx}(\vec{\rho},\vec{\rho}') \quad \text{– по определению.}$$

$$H^{m'00}_{m00} = \left(\frac{4\ell M_s^2}{4\pi A_{m00}}\right)\int_0^W dy\,dy' \begin{pmatrix}\cos q_m y\cdot\cos q_{m'} y' \\ \sin q_m y\cdot\sin q_{m'} y'\end{pmatrix} g_{xx}(y,y')$$

$$H^{m'00}_{m00} = \frac{1}{2\pi\ell_m W}\int_0^W dy\,dy' \begin{pmatrix}\cos q_m y\cdot\cos q_{m'} y' \\ \sin q_m y\cdot\sin q_{m'} y'\end{pmatrix} g_{xx}(y,y')$$

$$g_{xx}(y,y') = \frac{4}{L\ell}\left[L\,\mathrm{arcsh}\frac{L}{\sqrt{\ell^2+\Delta^2}} - L\,\mathrm{arcsh}\frac{L}{|\Delta|} + \sqrt{\ell^2+\Delta^2} - |\Delta| + \sqrt{L^2+\Delta^2} - \sqrt{\ell^2+L^2+\Delta^2}\right], \Delta$$

(сопр. 15/I – 21/I)

Решение для rating dots я использовал $\cos q_m y$-базис с $m=0$, т.е. $\langle N_{xx}\rangle_{v_d}$ фактически.

Рассчитаем SW-частоты в $\sin q_m y$-базисе для $1\times 1{,}75$ μm (аналогично 17/I в cos-базисе). Замена $H^{m00}_{m00} \to \frac{1}{2}H^{000}_{000} = \frac{1}{4\pi M_s}\langle H^x_d\rangle_{v_d}$ не проходит, т.к. $m=0$ в $\sin q_m y$-базисе не имеет смысла.

$$g_{xx}(\vec{\rho},\vec{\rho}') = \frac{4}{L}\left[\frac{\rho}{u}\,\mathrm{arcsh}\frac{\rho}{\sqrt{u^2+\Delta^2}} - \frac{\rho}{u}\,\mathrm{arcsh}\frac{\rho}{|\Delta|} + \sqrt{1+\frac{\Delta^2}{u^2}} - \frac{|\Delta|}{u} + \sqrt{\frac{\rho^2}{u^2}+\frac{\Delta^2}{u^2}} - \sqrt{1+\frac{\rho^2}{u^2}+\frac{\Delta^2}{u^2}}\right], \Delta$$

$\rho = \frac{L}{W}$, $u = \frac{\ell}{W}$

$$g_{xx}(\vec{\rho},\vec{\rho}') = \frac{4}{L\cdot u}\left[\rho\,\mathrm{arcsh}\frac{\rho}{\sqrt{u^2+\Delta^2}} - \rho\,\mathrm{arcsh}\frac{\rho}{|\Delta|} + \sqrt{u^2+\Delta^2} - |\Delta| + \sqrt{\rho^2+\Delta^2} - \sqrt{u^2+\rho^2+\Delta^2}\right], \Delta$$

параллельный расчет м.з-начений по $\hat{z}^m_m, \hat{y}^m_m$ с огр. gf (4pi)

m	0	1	2	3	4	5
ω^c_m (17/I)	0,277	0,352	0,388	0,418	0,444	0,464
ω^s_m	(0,250)	0,246	0,332	0,386	0,426	0,455
f_m	0,173	0,249	0,319	0,392	0,472	–
	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	

← наследуемый расчет $\sin$-ω_m (H^{m00}_{m00} – ...)

Согласие ω^s_1 и f_1, ω^s_3 и f_3 – хорошее. Но как объяснить $f_0 = 0{,}173$? ω^c_0, ω^c_2 – плохо согл. с f_0, f_2. Немного $\omega^s_2 \approx f_2$.

Небольшой шаг: гибридизация $\omega^c_0\,\omega^c_2\,\omega^c_4$ почти $\omega^c_{0,2}$, но повысим ω^c_4, двигаясь согласие с эксп. BLS.

Еще безразмерность – перестать, идти 24/I. Но теперь H^{m00}_{m00} считаем только в $\sin q_m y$ (или $\cos q_m y$) – базисе.

m	0	1	2	3	4	5	6	7
$H^0_m = H^0_0\omega^c_m$	0,181	0,245	0,287	0,318	0,341	0,359	0,372	
ω^c_m	0,175; 0,175	0,258; 0,294	0,311; 0,361	0,356; 0,410	0,405; 0,448	0,416; 0,471	0,434; 0,491	0,453; 0,507
→ ω^s_m	(0,250)	0,234	0,299	0,347	0,383	0,410	0,429	
f_m	0,173	0,249	0,319	0,392			0,472	

Вычисл. расчет в духе 24/I (по 24/I для H^0_0)

← более точный расчет H^{m00}_{m00}, вычисл. ω^c_m от 12/I от ...

Escaneado con CamScanner

Date. 02 · 02 ·

Оказывается для этих ω_m^c Гаусса

Заметим, что $\cos\text{-}\omega_m$ хорошее, расчет хорошо согласуется с экспериментом. Убедиться расчета в том, что y_m^m, Z_m^m будут в пределе $\frac{h}{N} \to 0$, $\frac{k}{N} \to 0$ (в декар. виде), а $H_{m\infty}^{m\infty}$ более точно.

Еще можно отказаться от разложений по ρ в точном расчете ω_m^c (17/I) и ω_m^s матр. элементов $\hat{Z}_{m\infty}^{m\infty}$ и $y_{m\infty}^{m\infty}$. Ведь МСАО сравнивался с точными матр. элементами от 15/I. Это дало поправки к $\omega_m^{c,s}$. Но все равно $f_0 = 0{,}173$ из $\omega_0^c = 0{,}277$ или $\omega_1^s = 0{,}246$ не получить.

МФД hom. dots H-ℓ_H

Вернемся к расчету МФД H-ℓ_H hom. dots 2/III

Надо рассм. предел $H \to 0$ исходя из φ-фазы $AF(\varphi)$ и сравнить природу второй УФ.

Для ТВ $H \to 0$ расчет от 3/III 99 г. и позже надо исправить, взять осн. состояние есть $AF(\varphi)$, а не $AF(\beta)$.

$\delta_n \ll 1$

$F(\vec{H}) = W_m(\varphi_n) - \vec{M}\cdot\vec{H}$, $W_m(AF(\varphi))$ возмущаем $\varphi_n = \varphi_n^\circ(\varphi) + \delta_n$

$\varphi_n^\circ(\varphi)$ – есть параметризация $AF(\varphi)$ - APL'99 : $\varphi_1^\circ = \varphi$, $\varphi_2^\circ = -\varphi$, $\varphi_3^\circ = \pi+\varphi$, $\varphi_4^\circ = \pi-\varphi$

$AF(\beta)$: $\varphi_1^\circ = \pi+\beta$, $\varphi_2^\circ = -\beta$; $\varphi_3^\circ = \beta$; $\varphi_4^\circ = \pi-\beta$.

От углов δ_n (которые могут быть и не малы) перейдем к γ_n: $\begin{cases} 2\gamma_1 = \delta_1+\delta_3 \\ 2\gamma_2 = \delta_1-\delta_3 \\ 2\gamma_3 = \delta_2+\delta_4 \\ 2\gamma_4 = \delta_2-\delta_4 \end{cases}$ 2/IV

Расчет с осн. состоянием $AF(\varphi)$ был сделан 2/IV 99 г.

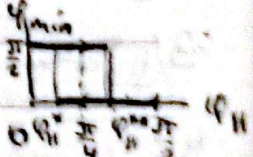
При малых полях H: $F(\delta_n \ll 1, \varphi) = F(0) - \frac{h^2}{8}\left[a' + (a-a')\cos 2\varphi\cos 2\varphi_H - a\cos^2 2\varphi\right]$

$a' = a_d - b > 0$, $k_u = 4(a + a_d - b) > 0$.

$F\left(\delta_n \ll 1, \varphi = 0, \frac{\pi}{2}\right) = F(0) - \frac{h^2}{8}\left[a' + (a-a')\cos 2\varphi_H \cdot (-1)^{0,1} - a\right] =$

$= F(0) - \frac{h^2}{2k_u}\left[1 - (-1)^{0,1}\cos 2\varphi_H\right]$. Min ТДП $F(\delta_n, \varphi)$ дает $\varphi = 0, \frac{\pi}{2}$,

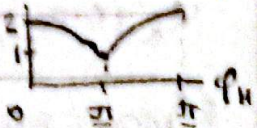
причем φ_{min} зависит от φ_H некоторым образом (см. 2/IV): $\varphi_{min} = \begin{cases} \pi/2, & \varphi_H < \pi/4 \\ 0, & \varphi_H > \pi/4 \end{cases}$



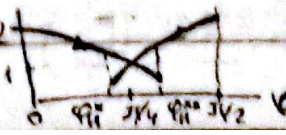
$F(\delta_n \ll 1, \varphi_{min}) = F(0) - \frac{h^2}{2k_u}\left[1 - \cos 2\varphi_{min}\cos 2\varphi_H\right] = F(0) - \frac{h^2}{2k_u}\left[1 + |\cos 2\varphi_H|\right]$

$\chi = -\frac{\partial^2 F}{\partial H^2} = -\frac{\partial^2 F}{\partial h^2}\left(\frac{\partial h}{\partial H}\right)^2 = \left(\frac{\partial h}{\partial H}\right)^2 \frac{1+|\cos 2\varphi_H|}{k_u}$, $\frac{\partial h}{\partial H} = 2M_s v$, $v = \frac{V_d}{V_{sa}}$.

$\chi(\varphi_H) = \frac{4M_s^2 v^2}{k_u}\left[1 + |\cos 2\varphi_H|\right] = \chi_0\left[1 + |\cos 2\varphi_H|\right]$ →



точнее $\chi(\varphi_H) = \chi_0\left[1 - \cos 2\varphi_{min}\cos 2\varphi_H\right]$ и

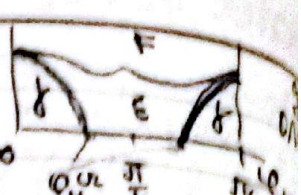


$\chi(\varphi_H = 0, \pi/2) > \chi(\pi/4)$.

Escaneado con CamScanner

Hom. dots

Date. 04. 02.

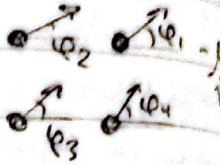


$\gamma(\varphi_H)$ - начальная фаза $\Rightarrow$ ОЛН $\varphi_H = 0, \pi/2 \,\|\, [0,1]$,
т.е. УФ-γ фаза легче возникает и поэтому имеет
с ростом H. $\cos 2\varphi_H^* = \frac{2|a|a'}{a^2+a'^2}$ с $h_c(\varphi_H^*) = 0$,
с φ_H^{cr}, определ. из $\cos 2\varphi_H^{cr} = \frac{a+a_d}{b}$, ничего общего не имеет.

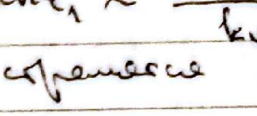
$\Rightarrow$ 2) Верхняя линия МФД H-φ_H есть линия потери устойчив.
ε-УФ. Согласно 3/V для γ-УФ $\mu \approx \varphi_H$, а для ε-УФ $\mu \approx \frac{\pi}{2}$

$\mu = \frac{1}{2}(\varphi_1+\varphi_2)$, $\nu = \frac{1}{2}(\varphi_1-\varphi_2)$, предполагая $\varphi_1=\varphi_4$, $\varphi_2=\varphi_3$ соотв.

γ-УФ переходит плавно в $F(\varphi_H)$ при росте H



ε-УФ состоит: $\mu \approx \frac{\pi}{2}$, т.е. $\varphi_1+\varphi_2 \cong \pi$, $\nu \cong \varphi_1 - \pi/2$,
откуда $\cos\nu = \sin\varphi_1 \approx \frac{h\sin\varphi_H}{k_u(\pi/2)}$, φ_H в окрестности $\pi/2$ $\left(\frac{\pi}{4} \le \varphi_H < \frac{\pi}{2}\right)$

φ_H для ε-УФ стремится к φ_H 

с разных
сторон, но так φ_K и не достигнет, т.к. ε-фаза теряет устойч.
Между $F(\varphi_H)$ и ε-УФ наблюдается ФП-I.

$W(\varepsilon\text{-УФ}) = W(F(\varphi_H)) - k_u(\mu) - \frac{h^2}{k_u(\mu)}\cos^2(\mu-\varphi_H)$, $k_u(\mu) = 4(a+a_d+b$

~~перейти на стр. 6/II~~

~~$W(\varepsilon) - W(F(\varphi_H)) = -k_u(\mu)\left[1 + \frac{h^2}{k_u^2(\mu)}\cos^2(\mu-\varphi_H)\right]$~~ - зависит от γ

$k_u(\pi/2) = 4(a+a_d-b) > 0$. Возможно ли $k_u(\mu^*) = 0$, т.е. $\cos 2\mu^* = \frac{a+a_d}{b} = \cos 2\varphi_H^{cr}$

Возможно ли падение μ до $\varphi_H^{cr} = 76^\circ$ (1,33 рад) (соотв. 26/I). Вряд ли.
μ принимает значения $> 1{,}5$. Если так, то $k_u(\mu) > 0$ и выполн.
ε-УФ выгоднее $F(\varphi_H)$ в области своей устойчивости (см. 6/II). ε-фаза -
это УФ антиферромагн. типа, т.к. $\varphi_1+\varphi_2 \approx \pi$ и $\varphi_{1,2}$ - невелики.
Надо найти точку $W_\gamma = W_\varepsilon$ хотя бы приближенно как 27/IV.

3/II Чтение новых слайдов по доменам. Ситуация.

4/II Дополним список hom. dots: 1) расчетам $H_c(d)_{\varphi_H = 0,\pi/2}$ и
2) расчетам K_u - прямоуг. решетки Сонбитта 2000.

1) Согласно 26/I $\frac{H_c(\varphi_H, d)}{M_S} = \frac{1}{M_S^2}\left(\frac{32\pi}{\tau^2}\right)|b|\left[|\cos 2\varphi_H| - \lambda_c(d)\right]$,

$\varphi_H = 0, \pi/2$, $\vec{H} \,\|\, [0,1] \rightarrow$ $\frac{1}{M_S}H_c\left(\frac{\pi}{2}, d\right) = \frac{1}{M_S^2}\left(\frac{32\pi}{\tau^2}\right)|b|\left[1-\lambda_c(d)\right] = \frac{1}{M_S^2}\left(\frac{32\pi}{\tau^2}\right)\left[a-$

В MCAD-file a, a_d, b в ед. $\left(\frac{M_S^2}{4\pi}\right)$, тогда $\frac{H_c(\pi/2, d)}{M_S} = \frac{8}{\tau^2}[a+a_d-b]$. $= \frac{1}{M_S^2}\frac{2}{\nu}[a+$

Escaneado con CamScanner

Date. ↓1/1.1 рек. Критич. полож. $\varphi_к = 0,\pi/2$, $L/R = 0,2$

d/R	0	0,01	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,40	0,5	0,7	1,0
H_c	0,101	0,098	0,087	0,076	0,067	0,060	0,054	0,048	0,040	0,034	0,025	0,017
M_s	π	3,126	3,065	2,932	2,822	2,856	2,793	2,732	2,618	2,513	2,327	2,094

Тетрагон. решетка hom. dots.

2) Ещё 10 [VIII] 98г. было получено для прямоугольной решетки цил. доль с однородной намагниченностью:

$$K_u = (2\pi)^3 \left(\frac{R}{S}\right)^2 M_s^2 \sum_{\vec{k}} f(kL)\, \frac{k_y^2 - k_x^2}{k^2}\, \frac{J_1^2(kR)}{k^2}, \quad S = T_1 T_2 \text{ - площадь элем. ячейки.}$$

$$K_u = -(2\pi)^3 \left(\frac{R}{S}\right)^2 M_s^2 \sum_{\vec{k}} f(kL)\, \frac{J_1^2(kR)}{k^2} \cos 2\varphi_k$$ — это сводится к "вычитанию" расчета K_u при $|S(k)|^2 \to 1$. В APL'99

$W_m(\varphi_0) = \text{const} + K_u \sin^2\varphi_0$, φ - направл. $\vec{M}_d$ ~ имеется в виду $F(\varphi_0)$ - фаза.

$T_1 = 2R + d_1$, $T_2 = 2R + d_2$. Нормировка W_m на ед. объема пленки, т.к. измер. интегр. $M(H)$

$$\frac{K_u}{M_s^2} = -(2\pi)^3 \left(\frac{R}{S}\right)^2 \sum_{\vec{k}} f(kL)\, \frac{J_1^2(kR)}{k^2} \cos 2\varphi_{\vec{k}}, \quad k_x = \frac{2\pi n_1}{T_1}, \quad k_y = \frac{2\pi n_2}{T_2}$$

Для доль Cowburn J. Phys. D – 2000: $D = 60$ nm, $L = 7$ nm, $T_2 = 180$ nm = const, T_1 – изменяется от 180 nm до 90 nm. (d_1 - изменяется).

$$\lambda = \frac{T_1}{T_2} = \frac{2R}{T_2} + \frac{d_1}{T_2}, \quad \ell = 2\pi \frac{L}{T_2}, \quad kL = 2\pi L \sqrt{\frac{n_1^2}{T_1^2} + \frac{n_2^2}{T_2^2}} = \frac{2\pi L}{T_2}\sqrt{\frac{n_1^2}{\lambda^2} + n_2^2}$$

$$\frac{1}{M_s^2} K_u(d_1) = -(2\pi)^3 \frac{R^2}{T_1^2 T_2^2} \sum_{\vec{k}} f\left(\ell\sqrt{\frac{n_1^2}{\lambda^2} + n_2^2}\right) \frac{J_1^2\left(\frac{2\pi R}{T_2}\sqrt{\frac{n_1^2}{\lambda^2} + n_2^2}\right)}{\left(\frac{2\pi}{T_2}\right)^2 \left(\frac{n_1^2}{\lambda^2} + n_2^2\right)} \frac{\left(\frac{n_1^2}{\lambda^2} - n_2^2\right)}{\left(\frac{n_1^2}{\lambda^2} + n_2^2\right)}$$

$$= -(2\pi) \frac{R^2}{T_1^2} \sum_{\vec{k}} f\left(\ell\sqrt{\frac{n_1^2}{\lambda^2} + n_2^2}\right) J_1^2\left(2\pi r\sqrt{\frac{n_1^2}{\lambda^2} + n_2^2}\right) \frac{(n_1^2/\lambda^2 - n_2^2)}{(n_1^2/\lambda^2 + n_2^2)^2}$$

$$\frac{1}{2\pi M_s^2} K_u(d_1) = \frac{R^2}{T_2^2} \sum_{n_1 n_2} f\left(\ell\sqrt{\frac{n_1^2}{\lambda^2} + n_2^2}\right) J_1^2\left(2\pi r\sqrt{\frac{n_1^2}{\lambda^2} + n_2^2}\right) \frac{(\lambda^2 n_2^2 - n_1^2)}{(\lambda^2 n_2^2 + n_1^2)^2}$$

Обозначим как 2/[XI]98 г. : $\frac{K_u}{2\pi M_s^2} = k_u$, $r = \frac{R}{T_2}$, n_1, n_2 - целые для малых доль

$$k_u(\lambda) = r^2 \sum_{n_1 n_2} f\left(\ell\sqrt{\frac{n_1^2}{\lambda^2} + n_2^2}\right) J_1^2\left(2\pi r\sqrt{\frac{n_1^2}{\lambda^2} + n_2^2}\right) \frac{(\lambda^2 n_2^2 - n_1^2)}{(\lambda^2 n_2^2 + n_1^2)^2}$$

$\lambda = \frac{T_1}{T_2} \le 1$ - характер. тетрагональность решетки. $\lambda = \frac{2R}{T_2} + \frac{d_1}{T_2} = 2r + r\left(\frac{d_1}{R}\right)$

$\lambda = r\left(2 + \frac{d_1}{R}\right)$, $r = \frac{R}{T_2} = \frac{1}{2 + (d_2/R)} < 1/2$

Escaneado con CamScanner

Date. 05 . 02 .

$d_2/R = 4$

Для доков Cowburn'2000: $\ell = 2\pi \frac{L}{T_2} = 2\pi \frac{7\,nm}{180\,nm} = 0{,}244$; $\gamma = \frac{R}{T_2} = \frac{30\,nm}{180\,nm} = \frac{1}{6}$

$$\sum_{\substack{n_1,n_2\\-\infty}}^{\infty} F(n_1^2,n_2^2) = F(0,0) + \sum_{\substack{n_1\\-\infty}}^{\infty} F(n_1^2,0) + \sum_{\substack{n_2\\-\infty}}^{\infty} F(0,n_2^2) + \sum_{\substack{n_1\neq 0, n_2\neq 0\\-\infty}}^{\infty} F(n_1^2,n_2^2) =$$

$$= 2\sum_{n_1>0} F(n_1^2,0) + 2\sum_{n_2>0} F(0,n_2) + 4\sum_{\substack{n_1>0\\n_2>0}} F(n_1^2,n_2^2)$$

$\left(\frac{d_1}{R}\right) = \frac{\lambda}{2} - 2$, у Cowburn $\frac{d_1}{R} = 1 \div 4$.

Cowburn's экв.

пр.ампул. решетка ($R=30$ nm, $L=7$ nm, $T_2=180$ nm)

d_2/R	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,67	1,0	1,33	2,0	4
$k_4 = \frac{K_4}{M_S^2}$ (2π)*	0,137	0,098	0,074	0,058	0,046	0,037	0,026	0,014	$7{,}9\cdot10^{-3}$	$2{,}6\cdot10^{-3}$	0
$\frac{H_A}{M_S} = \frac{2K_4}{M_S^2}$	0,274	0,196	0,148	0,116	0,092	0,074	0,052	0,028	0,016	$5{,}2\cdot10^{-3}$	0
$H_A^{эксп}$ - Cowburn'2000							? → ~50	>107	~13		0
							нет данных				
$H_A^{эксп}/M_S$ для $M_S = 820$ $Fe_{80}Ni_{20}$							–	~0,07	>0,012	~0,001	0

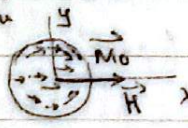
Сравнение с экс. Cowburn'2000 лишь качественное, т.к. в этой работе нет H_K, нет полных петель $M(H)$, $\frac{d_1}{R}$ слишком вел.

Но $H_A \approx 0{,}2 \cdot M_S$ для $\frac{d_1}{R} = 0{,}1$ или $H_A = 0{,}15 \cdot M_S$ для $\frac{d_1}{R} = 0{,}2$ Вполне разумно. Ведь для $FeNi$ это $H_A = 170 \div 120$ Э. Найти Cowburn'99

→ Можно еще рассмотреть квадрупольное взаимод. и K_4 слабо неоднородных цилиндр. доков (усов) или квадрупольное (Cowburn)

Квадрупольное взаимодействие слабонеоднородных доков-цил. (single-domain cylindrical dots)

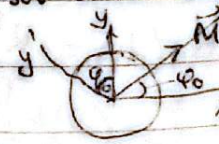
Flower" - осевая цилиндра с $\vec{M}_0 \perp Ox$ (Usov'ГММК-94):



$$m_y \sim J_2\left(\beta_{21}\frac{\rho}{R}\right)\sin 2\varphi$$

$$m_z \sim J_1\left(\beta_{11}\frac{\rho}{R}\right)\cos\varphi\cos\left(\frac{\pi z}{L}\right)$$

→



$m_{y'} =$

Для $\vec{M}_0 = M_0(\cos\varphi_0, \sin\varphi_0)$ получим

xy - система прямоуг. дек. координат.
- система коорд. решетки доков

$$\begin{cases} m_x = m_{x'}\cos\varphi_0 - m_{y'}\sin\varphi_0 = -m_{y'}\sin\varphi_0 \\ m_y = m_{y'}\cos\varphi_0 + m_{x'}\sin\varphi_0 = m_{y'}\cos\varphi_0 \end{cases}$$

$m_{y'} \sim \sin 2\varphi' \sim \sin 2(\varphi - \varphi_0)$, $\varphi' = \varphi - \varphi_0$ →

$$\begin{cases} m_x = -\mu_y J_2(\varkappa_{21}\rho)\sin 2(\varphi-\varphi_0)\sin\varphi_0 \\ m_y = \mu_y J_2(\varkappa_{21}\rho)\sin 2(\varphi-\varphi_0)\cos\varphi_0 \\ m_z = \mu_z J_1(\varkappa_{11}\rho)\cos\left(\frac{\pi z}{L}\right)\cos(\varphi-\varphi_0) \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_{y'} = \mu_y J_2(\varkappa_{21}\rho)\sin 2(\varphi-\varphi_0) \\ m_z = m_{z'} = \mu_z J_1(\varkappa_{11}\rho)\cos\left(\frac{\pi z}{L}\right)\cos(\varphi-\varphi_0) \end{cases}$$

Escaneado con CamScanner

Date. 06.02.

$\vec{M}(\vec{r}) = \vec{M}_0 + \vec{m}(\vec{r})$, $\vec{M}_0 = M_0(\cos\varphi_0, \sin\varphi_0)$ и на даст вклада в $Q_{\alpha\beta}$

В даст квадрупольный момент $Q_{\alpha\beta} = \int_{V_d} d^3\vec{r}\left[3M_\alpha x_\beta + 3M_\beta x_\alpha - 2\delta_{\alpha\beta}(\vec{M}\cdot\vec{r})\right]$, $\vec{M}\to\vec{m}$

$Q_{xx} = \int_{V_d} d^3\vec{r}\left[6m_x x - 2(\vec{m}\cdot\vec{r})\right] = 2\int d^3\vec{r}\left[-3\mu_y J_2(x_2\rho)\sin 2(\varphi-\varphi_0)\times\right.$

$\left.\times\sin\varphi_0\rho\cos\varphi - (m_x x + m_y y + m_z z)\right] =$ | $\int_0^{2\pi} d\varphi \sin m\varphi\cos n\varphi = 0$ $\forall m,n$ целых, член $\sim(m_x x)$ исчезает

$= -2\int d^3\vec{r}\left[\mu_y J_2(x_2\rho)\sin 2(\varphi-\varphi_0)\cos\varphi_0\cdot\rho\sin\varphi + \mu_z J_1(x_1\rho)\cos\frac{\pi z}{L}\cos(\varphi-\varphi_0)\, z\right] =$

$= 0$ из-за $\int d\varphi(\ldots)$

$= -2\mu_z \int_0^L dz \int_0^R d\rho\,\rho \int_0^{2\pi} d\varphi\, J_1(x_1\rho) z\cos\frac{\pi z}{L}\cos(\varphi-\varphi_0) = 0$ из-за $\int_0^{2\pi} d\varphi\cos(\varphi-\varphi_0) = 0$

$Q_{xy} = 3\int_{V_d} d^3\vec{r}\left[M_x y + M_y x\right] \sim \int d\varphi\left[A\sin 2(\varphi-\varphi_0)\sin\varphi + B\sin 2(\varphi-\varphi_0)\cos\varphi\right]$

$= 0$

$Q_{xz} = 3\int_{V_d} d^3\vec{r}\left[M_x z + M_z x\right] = 3\mu_z \int dz\cos\frac{\pi z}{L}\int d\rho\,\rho\int d\varphi(\ldots) = 0$

$= 0$, $\int_0^{2\pi} d\varphi\, m_x = 0$

$Q_{yy} = \int_{V_d} d^3\vec{r}\left[6m_y y - 2(\vec{m}\cdot\vec{r})\right] = 0$ из-за $\int_0^{2\pi} d\varphi(\ldots) = 0$, $Q_{yx} = Q_{xy} = 0$

$= 0$ $= 0$

$Q_{yz} = 3\int_{V_d} d^3\vec{r}\left[m_y z + m_z y\right] = 0$. $Q_{zz} = \int_{V_d} d^3\vec{r}\left[6m_z z - 2(\vec{m}\cdot\vec{r})\right] = 0$

$Q_{zy} = Q_{yz} = 0$, $Q_{zx} = Q_{xz} = 0$. Все компоненты $Q_{\alpha\beta} = 0$(!) для "flower" single-domain состояния. Условия: $m_{x,y}\sim\sin 2(\varphi-\varphi_0)$, $m_z\sim\cos\left(\frac{\pi z}{L}\right)\cos(\varphi-\varphi_0)$ – особый характер симметрии "flower"-state.

В этом смысле слабонеоднородное "flower"-state эквивалентно hom. доду, т.е. невозможно значение hom.dot – расчета. (interdot coupling)

Чтобы получить $Q_{\alpha\beta}$ нужны сильные неоднородности $M_d(\vec{r})$ типа double-domain или смешанного полем "вихря". 6/

H-Ph МФД

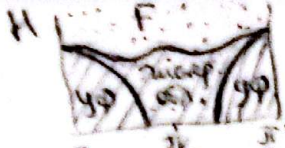
4/II При сравнении W для ε и $F(\varphi_H)$-фаз допущена неточность

Надо $W[\varepsilon_{\text{фазы}}$ в μ-параметризации$] = C' - k_u(\mu) - \frac{h^2}{k_u(\mu)}\cos^2(\mu-\varphi_H)$

$W[F(\varphi_H)] = C' - 2h$, что даст $W(\varepsilon) - W[F(\varphi_H)] = 2h - k_u(\mu) - \frac{h^2}{k_u(\mu)}\cos^2(\mu-\varphi_H)$

линия равновесия энергий $\varepsilon(\mu)$ и $F(\varphi_H)$ определяется

Escaneado con CamScanner



/// – об. устойчивость F

\\\ – об. устойчивость ψ_p

Date. . .

$\Delta = \mu - \varphi_H$

уравнение $2h - k_u - \frac{h^2}{k_u}\cos^2(\mu-\varphi_H) = 0$, $k_u = k_u(\mu) = 4(a+q+b\cos 2\mu)$

$h^2\cos^2\Delta - 2k_u h + k_u^2 = 0$, $h_{1,2} = \frac{1}{2\cos^2\Delta}\left[2k_u \pm \sqrt{4k_u^2 - 4\cos^2\Delta\cdot k_u^2}\right]$

сумма корней $h_{1,2}$ при $k_u(\mu)\geq 0$: $h_{1,2}(\mu,\varphi_H) = \frac{k_u(\mu)}{\cos^2(\mu-\varphi_H)}\left[1 \pm |\sin(\mu-\varphi_H)|\right]$

при $\varphi_H = \pi/2$, $\mu\to\pi/2$, $h_1 = h_2 = k_u(\pi/2)$, что правдоподобно. W-энергия фазы

и здесь очевидно. из $\frac{\partial F}{\partial\mu}=0$, $\frac{\partial^2 F}{\partial\mu^2}>0$ – условий min $W(\mu)$.

$$\frac{\partial F}{\partial\mu} = 8B\sin 2\mu\left[1 - \frac{h^2}{k^2(\mu)}\cos^2(\mu-\varphi_H)\right] + \frac{h^2}{k(\mu)}\sin 2(\mu-\varphi_H) = 0$$

1) $\varphi_H = \pi/2$, $\frac{\partial F}{\partial\mu} = 8B\sin 2\mu\left[1 - \frac{h^2}{k^2}\sin^2\mu\right] - \frac{h^2}{k}\sin 2\mu = \sin 2\mu\left[\dots\right] = 0$, $\mu = 0, \frac{\pi}{2}$

min дает $\mu = \pi/2$ и $\cos\delta = \frac{h}{k_u(\pi/2)}$ – δ-фаза, $W(\delta) = C' - k_u\left(\frac{\pi}{2}\right) - \frac{h^2}{k_u(\pi/2)}$

δ-фаза устойчива до $h_c = k_u(\pi/2)$ и $W(\delta-\varepsilon) = W(F(\pi/2))$ на границе устойчивости, $W(F(\pi/2)) = C' - 2h$.

2) $\varphi_H = \pi/4$, $\frac{\partial W}{\partial\mu} = 8B\sin 2\mu\left[1 - \frac{h^2}{k^2(\mu)}\cdot\frac{1}{2}(1+\sin 2\mu)\right] - \frac{h^2}{k(\mu)}\cos 2\mu = 0$,

(здесь $k(\mu) = 4[a+q+b\cos 2\mu]$ это ур-е решено не нужно.

W_m uniform dot arrays

Общее выражение для магнитостат. энергии решетки доменов от $\vec{B}/\vec{I}$ или $\vec{M}(\rho) = \vec{M}_0$ дает (для hom. dots): – или интегралах

$$W_m = -\frac{1}{2S}\sum_{nn'} M_n^\alpha M_{n'}^\beta \int_{S_n} d^2\vec{\rho} \int_{S_{n'}} d^2\vec{\rho}' \left(-\frac{1}{\pi}\right)\int d^2\vec{k}\,\frac{k_\alpha k_\beta}{k^2} f(kL)\, e^{i\vec{k}(\vec{\rho}-\vec{\rho}')} e^{i\vec{k}(\vec{R}_n - \vec{R}_{n'})},$$

$\vec{R}_n$ – здесь решетка, S_n – площадь n-домена.

$$\int_{S_n} d^2\vec{\rho}\, e^{i\vec{k}\vec{\rho}} = \frac{2\pi R}{k} J_1(kR)$$

$$W_m = -\frac{1}{2S}\left(-\frac{1}{\pi}\right)(2\pi R)^2 \sum_{nn'} M_n^\alpha M_{n'}^\beta \int d^2\vec{k}\, f(kL)\frac{k_\alpha k_\beta}{k^2}\frac{J_1^2(kR)}{k^2} e^{i\vec{k}(\vec{R}_n - \vec{R}_{n'})} =$$

$$= \frac{2\pi R^2}{S}\sum_{nn'} M_n^\alpha M_{n'}^\beta \int d^2\vec{k}\,\frac{k_\alpha k_\beta}{k^2}\frac{J_1^2(kR)}{k^2} e^{i\vec{k}(\vec{R}_n - \vec{R}_{n'})} f(kL)$$ hom. d

т.к. $\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = \frac{1}{2\pi}\int d^2\vec{k}\,\frac{1}{k} e^{-k|z-z'|} e^{i\vec{k}(\vec{\rho}-\vec{\rho}')}$ и можно перейти к $L\to R$ (тогда ур-е

$$W_m = \frac{2\pi R^2}{S}\sum_{nn'} M_n^\alpha M_{n'}^\beta F_{\alpha\beta}(\vec{R}_n - \vec{R}_{n'}), \quad F_{\alpha\beta}(R_n - R_{n'}) = \int d^2\vec{k} f(kL)\frac{k_\alpha k_\beta}{k^2}\frac{J_1^2}{k^2} \times \exp(i\vec{k}(\vec{R}$$

$$F_{\alpha\beta}(\vec{R}_n - \vec{R}_{n'}) = +\frac{\partial^2}{\partial x_n^\alpha \partial x_{n'}^\beta}\int d^2\vec{k}\,\frac{f(kL)}{k^2}\frac{J_1^2(kR)}{k^2} e^{i\vec{k}(\vec{R}_n - \vec{R}_{n'})} =$$ ← здесь можно $\int d\varphi_k(\dots)$.

Escaneado con CamScanner

Date.

$= \left| \underset{L\to 0}{\delta(kL) = \frac{1}{2}kL}, \; \underset{R\to 0}{J_1(kR) = \frac{1}{2}kR} \right| = + \frac{R^2 L}{8} \frac{\partial^2}{\partial X_n^\alpha \partial X_{n'}^\beta} \int d^2\vec{k} \frac{1}{k} e^{i\vec{k}(\vec{R}_n - \vec{R}_{n'})} =$

$= + \frac{1}{8} R^2 L \cdot 2\pi \frac{\partial^2}{\partial X_n^\alpha \partial X_{n'}^\beta} \frac{1}{|\vec{R}_n - \vec{R}_{n'}|}$

$W_m\,(\text{гексагон.}) = \frac{2\pi R^2}{S} \frac{2\pi}{8} R^2 L \sum_{nn'} M_n^\alpha M_n^\beta \frac{\partial^2}{\partial X_n^\alpha \partial X_{n'}^\beta} \frac{1}{|\vec{R}_n - \vec{R}_{n'}|} =$

$= \left| \underset{SL=V}{\mu_n = M_n V_d = \pi R^2 L \cdot M_n} \right| = \frac{1}{2V} \sum_{nn'} \mu_n^\alpha \mu_{n'}^\beta \frac{\partial^2}{\partial X_n^\alpha \partial X_{n'}^\beta} \frac{1}{|\vec{R}_n - \vec{R}_{n'}|} =$

$= \left| \vec{R}_n - \vec{R}_{n'} = \vec{R}_{nn'} \right| = \frac{1}{2V} \sum_{nn'} \mu_n^\alpha \mu_{n'}^\beta \left[\frac{\delta_{\alpha\beta}}{|\vec{R}_{nn'}|^3} - 3 \frac{R^\alpha_{nn'} R^\beta_{nn'}}{|\vec{R}_{nn'}|^5} \right] =$

$= \frac{1}{2V} \sum_{nn'} \left[\frac{\vec{\mu}_n \cdot \vec{\mu}_{n'}}{|R_{nn'}|^3} - 3 \frac{(\vec{\mu}_n \cdot \vec{R}_{nn'})(\vec{\mu}_{n'} \cdot \vec{R}_{nn'})}{|R_{nn'}|^5} \right]$ – правильный предел.

$F_{\alpha\beta}(\vec{\rho}) = \int d^2\vec{k}\, f(kL) \frac{k_\alpha k_\beta}{k^2} \frac{J_1^2(kR)}{k^2} e^{i\vec{k}\vec{\rho}}$

В принципе $W_m(x)$ аналогично APL'99, но вместо сум. по $\vec{G}$-векторам обратн. решетки как в APL, тут $\sum_{nn'}$ по векторам прямой решетки. $\vec{M}_n = f(n)$ и можно ввести разные конфигурации расположения $\vec{M}_n$ доков.

Для простейшей F-конфигурации $\vec{M}_n = \vec{M}$:

$W_m^{(F)} = 2\pi \frac{R^2}{S} M^\alpha M^\beta \sum_{nn'} F_{\alpha\beta}(R_n - R_{n'}) = \left| \sum_{nn'} e^{i\vec{k}(\vec{R}_n - \vec{R}_{n'})} = \left| \sum_n e^{i\vec{k}\vec{R}_n} \right|^2 = F(\vec{k}) \right| =$

$= 2\pi \frac{R^2}{S} M^\alpha M^\beta \int d^2\vec{k} \frac{k_\alpha k_\beta}{k^2} f(kL) \frac{J_1^2(kR)}{k^2} F(\vec{k})$

$F(-\vec{k}) = \left| \sum_n e^{-i\vec{k}\vec{R}_n} \right|^2 = \left| \sum_{n'} e^{i\vec{k}\vec{R}_{n'}} \right|^2 = F(\vec{k})$ если $\vec{R}_n$ и $-\vec{R}_n$ в решетке эквивалентны, как в любой норм. решетке – Square, honeycomb и т.д. Далее $F(\pm k_x, \pm k_y) = F(k_x, k_y)$

В Симметрии $\int d^2\vec{k}\, \Phi(\vec{k})$ не $\neq 0$ лишь если $\alpha = \beta$ и

$W_m(F) = 2\pi \frac{R^2}{S} \sum_\alpha (M^\alpha)^2 \int d^2\vec{k} \frac{k_\alpha^2}{k^2} f(kL) \frac{J_1^2(kR)}{k^2} F(\vec{k}) \sim (\vec{M} \cdot \vec{k})^2$ – и изотропна

Для мультипольного разложения надо $F_{\alpha\beta}(\vec{\rho})$ разложить по $\frac{L}{\rho}, \frac{R}{\rho} \ll 1$.

Такой метод расчета W_m может быть полезен и для неоднород. доков с $M_d(\vec{r})$ (вихрь, например), и в маг. поле. Тогда найдя $M_d(\vec{r}, \vec{H})$ одномер. дока, можно найти W_m всей решетки.

см. 8/III 2001г.

Date. 07 · 02 ·

9-9/III Написание статьи по SW cylindr. and rectangular dots для EMMA, с перечислением полных вариантов прогр. в ст. PRB

Замечание по цилиндр. дискам - SW:

1) В ст. SW - JMMM использовал дискр. представл. $V_{m,n}$ ($H^{mn\,kl}_{mn}$ - kl)

SW 2) В ст. SW - JAP исп. дискр. представление $V_{m,n}$ кроме FMR-моды $m=0, n=1$, для которой непрер. представл. (H^{mn}_{mn}) H^y_d использовал, но использовал $H_d(r) \Rightarrow \langle H_d(r)\rangle_{V_d}$ (это эквивалентно $H^{m'n'}_{mn} = \delta_{mm'}\delta_{nn'}H^{01}_{01}$)

3) В ст. EMMA-SW надо использовать непрерыв. представл. $V_{m,n}$ и потребовав отказаться от $\langle H_d(r)\rangle$ - приближения и прим. условие $\left(\frac{dm}{d\rho}\right)_{\rho=R}=0$ в пользу $m_\rho(\rho=R)=0$

10/II Вернемся к непрерывному расчету SW - цилиндр. дот. 12/II 12/III использовал соотнр. базис, это правдоподобно. Будем считать, что выч. $m_\rho(\rho=R)=0$, т.е. использовать α_{mn} из $J_m(\alpha_{mn})=0$, а не β_{mn} из ур. $J'_m(\beta_{mn})=0$. $H^{mn}_{mn} = H^{01}_{01} = \langle H^y_d\rangle_{V_d}$ тоже сохранил. Файл OMmn-ghost.mcd. Получил:

численное дискр. непрерыв. расчет P.G

$\omega_{01}=0{,}208$; $\omega_{02}=0{,}289$; $\omega_{03}=0{,}335$; $\omega_{04}=0{,}357$; $\omega_{05}=0{,}385$

$\omega_{21}=0{,}281$; $\omega_{22}=0{,}332$; $\omega_{23}=0{,}359$; $\omega_{11}=\begin{cases}0{,}253\\0{,}304\end{cases}$; $\omega_{12}=\begin{cases}0{,}313\\0{,}377\end{cases}$; $\omega_{13}=\begin{cases}0{,}350\\0{,}4\dots\end{cases}$

Для V2-решетки цил. дотов эксп. BLS: $f_0=0{,}206$; $f_1=0{,}239$; $f_2=0{,}349$; $f_3=0{,}\dots$

Наконец-то удалось описать f_0! но с f_1 дело не ладится.

Точное (4/VIII) $H^y_d(\rho,\varphi) = -(2\pi M_s R)\int dk\, f(kL)\, J_1(kR)\left[J_0(k\rho)+\cos 2\varphi\, J_2(k\rho)\right]$

$\langle H^y_d\rangle_{V_d} = \frac{1}{\pi R^2}\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^R d\rho\,\rho\, H^y_d(\rho,\varphi) = -\frac{(2\pi M_s)R}{\pi R^2}\int_0^R d\rho\,\rho\int dk\, f(kL)\, J_1(kR)\left[\pi J_0(k\rho)+0\right]$

$= -\frac{2\pi M_s R}{\pi R^2}\,2\pi R\int dk\, f(kL)\frac{J_1^2(kR)}{k} = -(4\pi M_s)\int dk\,\frac{f(kL)}{k}J_1^2(kR)$, т.к. $\int_0^R d\rho\,\rho J_0(k\rho) = \frac{R}{k}\dots$

$\langle H^y_d\rangle_{V_d} = -\omega_M\int dt\,\frac{f(\beta t)}{t}J_1^2(t) = -\omega_M F(\beta)$, что и использовалось в статье JAP-SW.

Урок. Непрерыв. сходится - SW' посчитать нужно

эксп. ω_{mn}	$\omega_{01}=0{,}231$	$\omega_{02}=0{,}287$	$\omega_{21}=0{,}297$	$\omega_{11}=0{,}327$	$\omega_{03}=0{,}329$	$\omega_{22}=0{,}377$
расч. ω_{mn}	$\omega_{01}=0{,}208$	$\omega_{02}=0{,}289$	$\omega_{21}=0{,}281$	$\omega_{11}=0{,}304$	$\omega_{03}=0{,}335$	$\omega_{22}=0{,}332$
эксп. f_m	$f_0=0{,}206$	$f_1=0{,}239$	$\langle H^y_d\rangle_V$ - здесь			$f_2=0{,}349$

Escaneado con CamScanner

$H_d^x(\vec\rho) \sim \sin 2\varphi$ и $\hat H^{m'n'}_{mn} \sim \int d\varphi \cos m\varphi \cos m'\varphi (\sin 2\varphi) = 0$

SW. Назв. и H_d^y

Date.

Видно, что хорошо видны. $\omega_{01}^{\text{звук}} = f_0$, $f_1 = \omega_{01}^{\text{свет}}$

$$H^{m'n'}_{mn} = \frac{1}{\omega_M A_{mn}} \int d^2\vec\rho \; H_d^y(\rho,\varphi)\, m_{mn}(\rho,\varphi)\, m^*_{m'n'}(\rho,\varphi)$$, если $m^d_{mn}(\vec\rho)$ не зависит от $d=x,y$.

$m_{mn}(\vec\rho) = M_S J_m(\varkappa_{mn}\rho)\cos m\varphi$ (или $e^{im\varphi}$, $\sin m\varphi$).

где $\langle H_d^y\rangle_{V_d}$ естественно возникает только при $\beta_{mn} J_m'(\beta_{mn}) = 0$, $\varkappa_{mn} = \frac{\beta_{mn}}{R}$,

т.к. $J_0\left(\beta_{01}\frac{\rho}{R}\right) = 1$ из-за $\beta_{01} = 0$. Иначе говоря $\langle H_d^y\rangle_{V_d}$ возникает во "всей" задаче.

$$H^{m'n'}_{mn} = \frac{M_S^2}{\omega_M A_{mn}} \int d^2\vec\rho \left(-\frac12\right)\omega_M R \int dk\, f(kL) J_1(kR)\left[J_0(k\rho) + \cos 2\varphi\, J_2(k\rho)\right] \times$$

$\times J_m(\varkappa_{mn}\rho) J_{m'}(\varkappa_{m'n'}\rho)\cos m\varphi \cdot \cos m'\varphi$ — видно к недиаг. по m-членам

$\int d\varphi \cos 2\varphi \cos m\varphi \cdot \cos m'\varphi = \frac12 \int d\varphi \cos 2\varphi \left[\cos(m-m')\varphi + \cos(m+m')\varphi\right] = |m,m'\neq 0|$

$= \frac12\left[\pi\delta_{|m-m'|,2} + \pi\delta_{m+m',2}\right]$, $\int d\varphi \cos m\varphi \cos m'\varphi = \pi\varepsilon_m\delta_{mm'}$

$$H^{m'n'}_{mn} = -\frac12 \frac{M_S^2 R}{A_{mn}} \int dk f(kL) J_1(kR) \int_0^R d\rho\rho \left[J_0(k\rho)\pi\varepsilon_m\delta_{mm'} + \right.$$

$$\left. + J_2(k\rho)\frac{\pi}{2}\left(\delta_{|m-m'|,2} + \delta_{m+m',2}\right)\right] J_m(\varkappa_{mn}\rho) J_{m'}(\varkappa_{m'n'}\rho)$$, $\delta_{m+m',2} =$

$= \delta_{mm'}\delta_{m1} + \underset{m0}{\delta}\underset{m'2}{\delta} + \underset{m2}{\delta}\underset{m0}{\delta}$.

$$H^{mn}_{mn} = -\frac{\pi}{2}\frac{M_S^2 R}{A_{mn}} \int dk f(kL) J_1(kR) \int d\rho\rho \left[J_0(k\rho)\varepsilon_m + \frac12 J_2(k\rho)\delta_{m1}\right] J_m^2(\varkappa_{mn}\rho)$$

$$H^{mn}_{mn} = -\frac{1}{2R a_{mn}\varepsilon_m} \int_0^\infty dk f(kL) J_1(kR) \int_0^R d\rho\rho \left[\varepsilon_m J_0(k\rho) + \frac12\delta_{m1} J_2(k\rho)\right] J_m^2(\varkappa_{mn}\rho)$$

Cosare Sigm. (это совп. с 11/VIII и 19/VIII.

В частности $H^{01}_{01} = -\frac{1}{2Ra_{01}} \int dk f(kL) J_1(kR) \int d\rho\rho J_0(k\rho) J_0^2(\varkappa_{01}\rho)$

Для $\beta_{01}=0$: $H^{01}_{01} = -\frac{1}{2R\cdot\frac12}\cdot \int dk f J_1(kR)\frac{R}{k} J_1(kR) = -\int dk \frac{f(kL)}{k} J_1^2(kR) = -F(\beta)$

Для $\varkappa_{01}\neq 0$ (числ.) $H^{01}_{01} = -\frac{1}{J_1^2(\alpha_{01})} \int dt f(\beta t) J_1(t) \int_0^1 dx\, x\, J_0(tx) J_0^2(\alpha_{01}x)$ — но $\neq F(\beta)$ — надо считать т.к. не совп. с $\langle H_d^y\rangle$

Поскольку $\hat H^{m'n'}_{mn} \sim H_d^x(\beta) \sim \int d\varphi \cos m\varphi \cos m'\varphi \sin 2\varphi = 0$, то

Зависимость H^{mn}_{mn} от m,n, т.е. отказ от $\vec H_d \to \langle\vec H_d\rangle_{V_d}$ представляется разумным и для $f'\neq 0$ и для числ. запрещения (возможным).

Но замена $H_d \to \langle H_d\rangle$ тоже правдоподобна, для осн. моды, но в грубом приближении.

Для числ. ~~$H^{01}_{01} = -0{,}025$~~, тогда как "точно" $H^{01}_{01} = -F(\beta) = -\frac{\langle M_{yy}\rangle}{4\pi} = -0{,}052$.

(использовав это H^{01}_{01}, исправим осн. моду числ: $\omega_{01} = 0{,}208$.

Escaneado con CamScanner

Date. 11 · 02 ·

Но для free ω_{mn} можно использовать значения $H^{01}_{01} \to H^{mn}_{mn}$ не менее, ведь free $\omega^{free}_{01} = 0{,}231$ отличается той же. Сосчитаем H^{free}_{mn}

free: $\omega_{01} = 0{,}233$; $\omega_{02} = 0{,}293$; $\omega_{03} = 0{,}342$; $\omega_{04} = 0{,}312$; $\omega_{05} = 0{,}392$

$\omega_{21} = 0{,}211$; $\omega_{22} = 0{,}336$; $\omega_{23} = 0{,}366$; $\omega_{24} = 0{,}330$; $\omega_{11} = \begin{cases} 0{,}281 \\ 0{,}336 \end{cases}$; $\omega_{12} = \begin{cases} 0{,}334 \\ 0{,}355 \end{cases}$; $\omega_{13} = \begin{cases} 0{,}362 \\ 0{,}426 \end{cases}$

Сосны (V2 free)

ω_m	$\omega^{basis}_{01} = 0{,}208$	$\omega^{free}_{01} = 0{,}233$	$\omega^{free}_{02} = 0{,}293$ $\omega_{21} = 0{,}211$	$\omega_{03} = 0{,}342$ $\omega_{22} = 0{,}336$ $\omega_{11} = 0{,}336$	$\omega_{04} = 0{,}312$ $\omega_{23} = 0{,}366$	$\omega_{05} = 0{,}392$ $\omega_{24} = 0{,}330$ $\omega_{12} = 0{,}395$
f_m	$f_0 = 0{,}206$	$f_1 = 0{,}239$		$f_2 = 0{,}349$		$f_3 = 0{,}395$

$f \langle H^{free}_{mn} \rangle$ – нет

Угол H^{free}_{mn} от ω для free для basis

Зависит

Видно, что хорошо обособленная энергия между f_0 и f_1 – самая информативная по расчету. Следующая по важности (1,1) мода хорошо совпадает с f_2. f_3 – комбинация трех слабых мод. Трудность: нельзя не наблюдаться на экспериментах моды с средней информативностью (0,2) и (2,1)?

11/VI Матрица элементов $H^{m'n'}_{mn}$ в $e^{im\varphi}$ и $\sin/\cos$-базисах (идеальная ф)

$$\int d\varphi \cos 2\varphi\, e^{im\varphi} e^{-im'\varphi} = \frac{1}{2}\int d\varphi \left[e^{i2\varphi} + e^{-i2\varphi}\right] e^{i(m-m')\varphi} = \pi\left[\delta_{m-m',2} + \delta_{m-m',-2}\right]$$

и нек фиксированных $m = m'$ через $J_2(k\rho)$.

$$\int d\varphi \cos 2\varphi \sin m\varphi \sin m'\varphi = \frac{\pi}{2}\left[\delta_{|m-m'|,2} - \delta_{m+m',2}\right] = \frac{(-\pi)}{2}\delta_{m_1}\delta_{mm'} + (\text{нечет})$$

$$H^{m'n'}_{mn}(e^{im\varphi}) = -\frac{1}{2}\frac{M_s^2 R}{A_{mn}} \int dk\, f(kL) J_1(kR) \int d\rho\rho \left[J_0(k\rho) 2\pi\delta_{mm'} + \right.$$

$$\left. + J_2(k\rho)\,\pi\,\delta_{|m-m'|,2} \right] J_m(\varkappa_{mn}\rho) J_{m'}(\varkappa_{m'n'}\rho)$$

$$H^{mn}_{mn}(e^{im\varphi}) = -\frac{1}{2}\frac{1}{RQ_{mn}} \int dk\, f J_1(kR) \int_0^R d\rho\rho J_0(k\rho) J_m^2(\varkappa_{mn}\rho)$$

$$H^{mn}_{mn}\begin{pmatrix}\cos m\varphi \\ \sin m\varphi\end{pmatrix} = -\frac{1}{2RQ_{mn}} \int dk\, f(kL) J_1(kR) \int_0^R d\rho\rho \left[J_0(k\rho) \pm \frac{1}{2}\delta_{m_1} J_2(k\rho)\right] J_m^2(\varkappa_{mn}\rho)$$

└ В согласии с расчетом 19/VIII.

$C_m - 1 = (0, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2})_{m_1}$ для $e^{im\varphi}$, $\cos m\varphi$, $\sin m\varphi$-базисов.

$$H^{mn}_{mn} = -\frac{1}{2RQ_{mn}} \int dk\, f(kL) J_1(kR) \int_0^R d\rho\rho \left[J_0(k\rho) + (C_m - 1) J_2(k\rho)\right] J_m^2(\varkappa_{mn}\rho)$$

для ним. фона в любом базисе.

Из $\hat{H}_d \to \langle \hat{H}_d \rangle_{V_d}$ следует $H^{m'n'}_{mn} = H^{01}_{01}(\beta_{mn} R_{eff}) = \frac{\langle H^V_d \rangle}{4\pi M_s} = -\delta_{mm'}\delta_{nn'} \int \frac{dk}{k} f(\beta t)$

Имеем с этими H^{mn}_{mn} в β_{mn} (free) базисе а и СЗ для SW – Пасковы с $\Phi_{mn}(\rho) = \cos m\varphi$.

Date. 12.02.

SW - cylinder

Собств. функции магнитостат. операторов (16-21/XII, 27-29/XII).

Общее ур. на СФ (*) есть: $\lambda^\alpha m_\alpha(\vec\rho) = \int d^2\vec\rho'\, g_{\alpha\beta}(\vec\rho,\vec\rho')\, m_\beta(\vec\rho')$, $\vec\rho,\vec\rho'\in V_d$.

Ранее исследовал $\alpha=\beta=z$: $\lambda^z S^z_\mu(\vec\rho) = \int d^2\vec\rho'\, g_{zz}(\vec\rho\vec\rho')\, S^z_\mu(\vec\rho')$ и

нашли СЗ $\lambda^z = 4\pi\dfrac{(e^{-\varkappa_{\mu\nu}L}-1)}{\varkappa_{\mu\nu}L}$ и СФ $S^z_\mu(\vec\rho)\sim J_\mu(\varkappa_{\mu\nu}\rho)$ (21/XII).

Возможными $\varkappa_{\mu\nu}$ являются $\varkappa_{\mu\nu}=\beta_{\mu\nu}/R$, $J'_\mu(\beta_{\mu\nu})=0$, т.е. где $\left(\dfrac{\partial m_z}{\partial\rho}\right)_{\rho=R}=0$.

Нас интересует $m_\rho = (\vec m)_n$.

$$\lambda^\rho m_\rho(\vec\rho) = \int d^2\vec\rho'\left[g_{\rho\rho}(\vec\rho\vec\rho')\,m_\rho(\vec\rho') + g_{\rho\varphi}(\vec\rho\vec\rho')\,m_\varphi(\vec\rho')\right]$$

$$\lambda^\varphi m_\varphi(\vec\rho) = \int d^2\vec\rho'\left[g_{\varphi\rho}(\vec\rho\vec\rho')\,m_\rho(\vec\rho') + g_{\varphi\varphi}(\vec\rho\vec\rho')\,m_\varphi(\vec\rho')\right]$$

– система интегр. ур. в общем от СФ m_z.

Электродин. гр. усл. $h^\rho_d + \underset{(\rho=R-0)}{4\pi m_\rho} = h^\rho_d(\rho=R+0)$, $h^\varphi_d(\rho=R-0) = h^\varphi_d(\rho=R+0)$

$$h^\rho_d(\vec\rho) = \int_{V_d} d^2\vec\rho'\left[g_{\rho\rho}(\vec\rho\vec\rho')\,m_\rho(\vec\rho') + g_{\rho\varphi}(\vec\rho\vec\rho')\,m_\varphi(\vec\rho')\right] = \lambda^\rho m_\rho(\vec\rho),\ \vec\rho\in V_d.$$

$$h^\rho_d(\vec\rho) = \begin{cases}\lambda^\rho m_\rho(\vec\rho), & \vec\rho\in V_d\\ \text{общее реш.}, & \vec\rho \text{ вне } V_d\end{cases}$$

м. гран. усл. $\Rightarrow (\lambda^\rho+4\pi)\,m_\rho(\rho=R-0) = \int_{V_d} d^2\vec\rho'\left[g_{\rho\rho}(R+0,\vec\rho')\,m_\rho(\vec\rho') + g_{\rho\varphi}(R+0,\vec\rho')\,m_\varphi(\vec\rho')\right]$ для СФ.

$$g_{\alpha\beta}(\vec\rho,\vec\rho') = \frac{1}{2\pi}\sum_\mu g^{\alpha\beta}_\mu(\rho,\rho')\,e^{i\mu(\varphi-\varphi')},\quad m_\alpha(\vec\rho) = \sum_\mu m^\alpha_\mu(\rho)\,e^{i\mu\varphi}$$

$$g^{\rho\rho}_\mu(\rho,\rho') = (2\pi)\left(-\frac12\right)\int_0^\infty dk\,\frac{f(kL)}{k}k^2\left[J_{\mu-1}(k\rho)-J_{\mu+1}(k\rho)\right]\left[J_{\mu-1}(k\rho')-J_{\mu+1}(k\rho')\right]$$

$$g^{\rho\varphi}_\mu(\rho,\rho') = (2\pi)\frac{i}{\rho'}\mu\int_0^\infty dk\,\frac{f(kL)}{k}k\left[J_{\mu-1}(k\rho)-J_{\mu+1}(k\rho)\right]J_\mu(k\rho')$$

$$g_{\beta\alpha}(\vec\rho,\vec\rho') = g_{\alpha\beta}(\vec\rho',\vec\rho) \to g^{\beta\alpha}_\mu(\rho,\rho') = g^{\alpha\beta}_{-\mu}(\rho',\rho) = g^{\alpha\beta\,*}_\mu(\rho',\rho)$$

$$g^{\varphi\rho}_\mu(\rho,\rho') = 2\pi\frac{(-i)}{\rho}\mu\int dk\,\frac{f(kL)}{k}k\left[J_{\mu-1}(k\rho')-J_{\mu+1}(k\rho')\right]J_\mu(k\rho)$$

$$g_{\varphi\varphi}(\vec\rho,\vec\rho') = -\frac{2}{\rho\rho'}\sum_\mu\mu^2 e^{i\mu(\varphi-\varphi')}\int dk\,\frac{f(kL)}{k}J_\mu(k\rho)J_\mu(k\rho') \to g^{\rho\rho}_\mu(\rho,\rho')$$

$$g^{\varphi\varphi}_\mu(\rho,\rho') = (2\pi)\frac{(-2)}{\rho\rho'}\mu^2\int dk\,\frac{f(kL)}{k}J_\mu(k\rho)J_\mu(k\rho')$$

Для первой (основной моды) $\mu=0$ и $g^{\varphi\rho}_{\mu=0} = g^{\rho\varphi}_{\mu=0} = g^{\varphi\varphi}_{\mu=0} = 0$, $g^{\rho\rho}_{\mu=0}\neq 0$

$$g^{\rho\rho}_0(\rho,\rho') = (2\pi)\left(-\frac12\right)\int dk\,k f(kL)\left[-2J_1(k\rho)\right]\left[-2J_1(k\rho')\right] = -4\pi\int dk\,k f(kL)J_1(k\rho)J_1(k\rho')$$

– также g^{zz}_0 можно дискретизировать как 21/XII и сделать для $g^{zz}_\mu(\rho,\rho')$.

м. гр. усл.: $(\lambda^\rho+4\pi)\underset{\rho=R-0}{\sum_\mu m^\rho_\mu(\rho)e^{i\mu\varphi}} = \int\frac{d^2\vec\rho'}{2\pi}\Big[\sum_\mu g^{\rho\rho}_\mu(\rho,\rho')e^{i\mu(\varphi-\varphi')}\sum_{\mu'} m^\rho_{\mu'}(\rho')e^{i\mu'\varphi'} +$

Escaneado con CamScanner

Date. . .

$$+\sum_{\mu} g^{\rho\varphi}_{\mu}(\rho,\rho')e^{i\mu(\varphi-\varphi')}\cdot\sum_{\mu'} m^{\varphi}_{\mu'}(\rho')e^{i\mu'\varphi'}\Big], \quad \int_0^{2\pi} d\varphi' e^{i(\mu'-\mu)\varphi'} = 2\pi\delta_{\mu\mu'}$$

$$(\lambda^{\rho}+4\pi)\sum_{\mu} m^{\rho}_{\mu}(\rho)e^{i\mu\varphi} = \sum_{\mu} e^{i\mu\varphi}\int \frac{d\rho'\rho'}{2\pi}\cdot 2\pi\Big[\underset{\rho=R-0}{g^{\rho\rho}_{\mu}(\rho,\rho')m^{\rho}_{\mu}(\rho')} + \underset{\rho=R+0}{g^{\rho\varphi}_{\mu}(\rho\rho')m^{\varphi}_{\mu}}\Big]$$

$$(\lambda^{\rho}+4\pi)\underset{\rho=R-0}{m^{\rho}_{\mu}(\rho)} = \int_0^R d\rho'\rho'\Big[g^{\rho\rho}_{\mu}(\rho,\rho')m^{\rho}_{\mu}(\rho') + \underset{\rho=R+0}{g^{\rho\varphi}_{\mu}(\rho,\rho')m^{\varphi}_{\mu}(\rho')}\Big]$$

Для $\mu=0$: $(\lambda^{\rho}+4\pi)\underset{\rho=R-0}{m^{\rho}_{0}(\rho)} = \int d\rho'\rho' \underset{\rho=R+0}{g^{\rho\rho}_{0}(\rho,\rho')m^{\rho}_{0}(\rho')}$ — м. гран. ус.

$$g^{\rho\rho}_{0}(\rho\rho') = -4\pi\int dk\, k\, f(kL)J_1(k\rho)J_1(k\rho') = (-4\pi)2\pi\sum_{\nu}\frac{1}{\alpha_{1\nu}A_{1\nu}}\alpha_{1\nu}f(\alpha_{1\nu}L)\cdot$$

$$\cdot J_1(\alpha_{1\nu}\rho)J_1(\alpha_{1\nu}\rho') = -4\pi\sum_{\nu}\frac{f(\alpha_{1\nu}L)}{a_{1\nu}}J_1(\alpha_{1\nu}\rho)J_1(\alpha_{1\nu}\rho')$$

(см. 21(III))

$$(\lambda^{\rho}+4\pi)\underset{\rho=R-0}{m^{\rho}_{0}(\rho)} = \int d\rho'\rho'\Big[(-4\pi)\sum_{\nu}\frac{f(\alpha_{1\nu}L)}{a_{1\nu}}J_1(\alpha\rho)J_1(\alpha\rho')\Big]\underset{\rho=R+0}{m^{\rho}_{0}(\rho')} =$$

$$= (-4\pi)\sum_{\nu}\frac{f(\alpha_{1\nu}L)}{a_{1\nu}}J_1(\alpha_{1\nu}R)\int d\rho'\rho' J_1(\alpha_{1\nu}\rho')m^{\rho}_{0}(\rho')$$

При какой дискретизации $m^{\rho}_{0}(\rho) = J_0(\alpha_{0\nu'}\rho)$ — ?

$$(\lambda^{\rho}+4\pi)\underset{\gamma_{0\nu'}}{J_0(\alpha_{0\nu'}R)} = (-4\pi)\sum_{\nu}\frac{f(\alpha_{1\nu}L)}{a_{1\nu}}J_1(\gamma_{1\nu})\underbrace{\int d\rho'\rho' J_1(\alpha_{1\nu}\rho')J_0(\alpha_{0\nu'}\rho')}_{\neq 0}$$

Пусть $I_{\nu\nu'} = \int d\rho\rho J_1(\alpha_{1\nu}\rho)J_0(\alpha_{0\nu'}\rho)$, тогда м.р. ус.:

$$(\lambda^{\rho}+4\pi)J_0(\gamma_{0\nu'}) = -4\pi\sum_{\nu}\frac{f(\alpha_{1\nu}L)}{a_{1\nu}}I_{\nu\nu'}J_1(\gamma_{1\nu})$$ —

— это уравнение имеет в частном решение $0=0$, если $\gamma_{\mu\nu} = d_{\mu\nu}$, $J_{\mu}(d_{\mu\nu}) = 0$

т.е. $\Phi \to m^{\rho}_{0}(\rho) = J_0\left(d_{0\nu}\frac{\rho}{R}\right)$. Эта СФ является собств. оператора удов. $m_{\rho}(\rho=R)=0$ — гран. ус.

Это собственно следует из однородности ур. для m^{ρ}_{0} и дискр. $g^{\rho\rho'}_{0}(\rho$ (гран. ус.)

Но: 1) ФГ вне цилиндра $g_{\Delta\rho}(\vec{\rho},\vec{\rho}')$ при $\rho>R$ имеет другой вид и не $\sim J_{\mu}(\rho)$ — ой ли, $\rho>R$ разложено в ФГ.

2) дискретизация $\int dk(\dots) \to \sum_{\nu} F(\alpha_{1\nu})$ не доказана.

Система на СФ, $\exists$ (*):

$$\begin{cases} \lambda^{\rho} m^{\rho}_{\mu}(\rho) = \int d\rho'\rho'\Big[g^{\rho\rho}_{\mu}(\rho,\rho')m^{\rho}_{\mu}(\rho') + g^{\rho\varphi}_{\mu}(\rho,\rho')m^{\varphi}_{\mu}(\rho')\Big] \\ \lambda^{\varphi} m^{\varphi}_{\mu}(\rho) = \int d\rho'\rho'\Big[g^{\varphi\rho}_{\mu}(\rho,\rho')m^{\rho}_{\mu}(\rho') + g^{\varphi\varphi}_{\mu}(\rho,\rho')m^{\varphi}_{\mu}(\rho')\Big] \end{cases}$$

Для $\mu=0$ моды $\begin{cases} \lambda^{\rho} m^{\rho}_{0}(\rho) = \int d\rho'\rho' g^{\rho\rho}_{\mu=0}(\rho,\rho')m^{\rho}_{0}(\rho') \\ \lambda^{\varphi} m^{\varphi}_{\mu=0}(\rho) = 0 \end{cases}$

известно $m_{\varphi}(\vec{\rho}) = -$ где $m_{\rho}(\vec{\rho})$

в силу $m_{\varphi}=0$

Escaneado con CamScanner

Date.

$\hat{g}^{pp}_0(\rho,\rho') = -4\pi \int_0^\infty dk\, k\, S(kL)\, J_n(k\rho)\, J_n(k\rho')$, $\rho < R$ $\quad \lambda_p m^p_n(\rho) = \int d\rho' \rho' \hat{g}^{pp}_n(\rho,\rho') m^p_n(\rho')$

и имеет начало как выглядит и $\lambda_z m^z_n(\rho) = \int d\rho' \rho' \hat{g}^{zz}_n(\rho,\rho') m^z_n(\rho')$ от 21/XII

но сейчас для $\hat{g}^{zz}$: $\hat{g}^{zz} = \frac{4\pi}{L} \int dk\, (e^{kL} - 1) J_n(k\rho) J_n(k\rho')$ - уже знаем ядро.

ур: $\hat{N}\vec{m}(\rho) = i\omega \hat{T}\vec{m} - H_d \hat{I}\vec{m} + M_s \int d^2\rho' \hat{G}_{(\rho\rho')} \vec{m}(\vec{\rho}')$

$\frac{1}{M_s}(\hat{N} - i\omega\hat{T} + H_d \hat{I})\vec{m}(\vec{\rho}) = \int d^2\rho' \hat{G}(\vec{\rho},\vec{\rho}')\vec{m}(\vec{\rho}')$

$\hat{G}\vec{m} = \begin{pmatrix} G_{xx} & 0 \\ 0 & G_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_\rho \\ \cos\varphi \\ m_z \end{pmatrix}$, $G_{xx} \frac{m_\rho(\vec{\rho}')}{\cos\varphi'} = \Big[\sin\varphi (G_{\varphi\rho}\cos\varphi' - G_{\varphi\varphi}\sin\varphi') +$

$+ \cos\varphi (G_{\rho\rho}\cos\varphi' - G_{\rho\varphi}\sin\varphi') \Big] \frac{m_\rho}{\cos\varphi'} = (\cdot)$, можно и в дек. координ. $\int d^2\rho' \hat{G}(\vec{\rho}\vec{\rho}')\vec{m}(\vec{\rho}') =$

ур: $(\hat{N} - i\omega\hat{T} + H_d \hat{I} - M_s \hat{\Lambda})\vec{m}(\vec{\rho}) = 0$, $\hat{\Lambda} = \begin{pmatrix} \lambda_x & 0 \\ 0 & \lambda_z \end{pmatrix}$. $= \begin{pmatrix} \lambda_x & 0 \\ 0 & \lambda_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_x \\ m_z \end{pmatrix}$

Сек. др. $\det\left[\hat{N} - i\omega\hat{T} + H_d\hat{I} - M_s\hat{\Lambda}\right] = \det\left[\begin{pmatrix} D + H_d - M_s\lambda_x & i\omega \\ -i\omega & D + H_d - M_s\lambda_z \end{pmatrix}\right] =$

$= \left| \begin{matrix} D = H - d\nabla^2 \to H \\ \text{для низших мод} \end{matrix} \right| = (H + H_d - M_s\lambda_x)(H + H_d - M_s\lambda_z) - \omega^2 = 0,$

$\omega^2 = (H + H_d - M_s\lambda_x)(H + H_d - M_s\lambda_z)$ -

- это совпадает с точностью до обозначений с ур. (46) Bryant '93.

21/XII Я даже могу дать $\lambda_z = 4\pi \frac{e^{-\varkappa_{\mu\nu}L} - 1}{\varkappa_{\mu\nu}L} = 4\pi Q^{\mu\nu}_{zz}$ (если дискретиз. возможна)

Хотя Нех вопросами, но $H_d(\vec{\rho}')$ и надо взять матрич. эл. $H_d(\vec{\rho}')$ на СФ магнитостат. задачи. Проблема в нахождении λ_z и λ_x без дискретизации ФГ.

Как λ_x выразить через λ_ρ? $m_x(\rho,\varphi) = m_\rho(\rho,\varphi)/\cos\varphi$

$\int d^2\vec{\rho}'\, G^{(\rho\rho')}_{xx} m_x(\rho') = \lambda_x m_x(\vec{\rho}) = \int d^2\vec{\rho}' \Big[\cos\varphi\, G_{\rho\varphi}(-\mathrm{tg}\varphi') m_\rho(\vec{\rho}') +$

$+ \sin\varphi\, G_{\varphi\varphi} \cdot (\mathrm{tg}\varphi') m_\rho + \cos\varphi\, G_{\rho\rho}(\rho\rho') m_\rho - \sin\varphi\, G_{\varphi\rho}(\rho\rho') m_\rho \Big] =$

$= \int d^2\vec{\rho}' \Big[\cos\varphi\, G_{\rho\varphi}(\vec{\rho}\vec{\rho}') m_\varphi(\vec{\rho}') - \sin\varphi\, G_{\varphi\varphi}(\vec{\rho}\vec{\rho}') m_\varphi(\vec{\rho}') +$

$+ \cos\varphi\, G_{\rho\rho}(\vec{\rho}\vec{\rho}') m_\rho(\vec{\rho}') - \sin\varphi\, G_{\varphi\rho}(\vec{\rho}\vec{\rho}') m_\rho(\vec{\rho}') \Big] =$

$= \int d^2\vec{\rho}' \Big[\cos\varphi \{ G_{\rho\rho} m_\rho(\vec{\rho}') + G_{\rho\varphi} m_\varphi(\vec{\rho}') \} - \sin\varphi \{ G_{\varphi\rho} m_\rho(\vec{\rho}') + G_{\varphi\varphi} m_\varphi(\vec{\rho}') \} \Big] =$

$= \cos\varphi \int d^2\vec{\rho}' \{\cdot 1\} - \sin\varphi \int d^2\vec{\rho}' \{\cdot 2\} = \lambda_\rho \overset{m_\rho(\vec{\rho})}{\cos\varphi} - \lambda_\varphi \overset{m_\varphi(\vec{\rho})}{\sin\varphi}$, где $G_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta}$ здесь.

$\lambda_x m_x(\vec{\rho}) = \lambda_\rho m_\rho(\vec{\rho})\cos\varphi - \lambda_\varphi m_\varphi(\vec{\rho})\sin\varphi = \lambda_\rho m_\rho \cos\varphi - \lambda_\varphi \sin\varphi(-\mathrm{tg}\varphi) \cdot m_\rho$

$= (\lambda_\rho \cos^2\varphi + \lambda_\varphi \sin^2\varphi) \frac{m_\rho(\vec{\rho})}{\cos\varphi}$, $\frac{m_\rho(\vec{\rho})}{\cos\varphi} = m_x(\vec{\rho})$, поэтому

$\lambda_x = \lambda_\rho \cos^2\varphi + \lambda_\varphi \sin^2\varphi$ это можно получить из $h_x = h_\rho\cos\varphi - h_\varphi\sin\varphi$

Escaneado con CamScanner

Date. 13.02.

Для λ_x и $\lambda_\rho, \lambda_\varphi$ от φ зависел по-хорошему. Поэтому $\lambda_\rho = \lambda_\varphi$ и $(\lambda_x = \lambda_\rho)$. Т.к. $m_y = 0$ и $h_y = 0$, то $h_x = (\vec{h})_{\text{в плоск.}}$

Т.е. снова найти λ_0 и λ_2 (нумерация как СЗ изотропной пленки) как получили дискр. набор частот $\omega_l^2 = \left(H + H_d^e - M_s \lambda_\rho^e\right)\left(H + H_d^e - M_s \lambda_z^e\right)$, которые диагональны и точны в той мере пока всех можно пренебрегать.

$\lambda_\rho m_0^\rho(\rho) = \int d\rho' \rho' g_0^{\rho\rho}(\rho,\rho') m_0^\rho(\rho')$ и $\lambda_z m_\mu^z(\rho) = \int d\rho' \rho' g_\mu^{zz}(\rho,\rho') m_\mu^z(\rho')$

$(\mu=0)$

– ур. для опр. СЗ λ_ρ, λ_z и СФ. $m_d(\vec{\rho}) = \sum_\mu m_\mu^d(\rho) e^{i\mu\varphi}$ – фурье по φ. $\alpha = \rho, z$.

Граница (см. 15/II сод.)

13/III Замечание к расчету SW rectang. dots 1×1,75 от 1/II:

если ограничить плоскость частоты SW относительно центра доли $y = \frac{w}{2}$, тогда частоты будут опис. $\cos\frac{\pi m y}{w}$ - модами при m – чет. $\left(\frac{\partial \vec{m}}{\partial n} = 0\right)$ и $\sin\frac{\pi m y}{w}$ - модами при m - нечет. $(\vec{m}_n = 0)$. И действительно

(между рисунками)

$\sin \cdot \omega_1 \approx f_1$, $\sin \cdot \omega_3 \approx f_3$. А cos-моды эвристич. расчета $\omega_0^c \approx f_0$, $\omega_2^c = f_2$ (точный cos-расчет хуже). Т.е. при таком подходе удается описать 4 экси. моды: $f_0(\omega_0^c)$, $f_1(\omega_1^s)$, $f_2(\omega_2^c)$, $f_3(\omega_3^s)$.

Интегрирование Wires (30/I) в рамках гипотезы не столь впечатляющее по выигрышу немного:

wires

ω_m	$\omega_1^s = 0{,}254$	$\omega_0^c = 0{,}268$	$\omega_3^s = 0{,}310$	$\omega_2^c = 0{,}323$	$\omega_5^s = 0{,}351$
f_m	0,236	0,266	0,297	0,319	0,339

Тут ω_m^c – хорошо опис. эксперимент, а ω_m^s – великоваты (вот если бы их на ≈0,1 понизить). Инвариантность этого алгоритм. подхода не хуже $\cos\frac{\pi m y}{w}$ - м-ды сложнее (см.

Вернемся к цилиндр. задаче. Ур-я на СФ и СЗ магнитост. операторы. Имеет ли смысл делать разные разложения для $m_z(\vec{\rho})$ и $m_x(\vec{\rho})$?



BLS backscattering geometry: $\vec{q} = \vec{q}_I - \vec{q}_S$, $\vec{q}_{II}$ – transferred в плоскости м.

$q_{II} = 2q_I \sin\theta$ – величина in-plane transferred w. vector

$$m_y(q) = \int_0^w dy \cos q_m y\, e^{iqy} = \frac{1}{2i}\left[\frac{1}{q+q_m}\left\{e^{i(q+q_m)w} - 1\right\} + \frac{1}{q-q_m}\left\{e^{i(q-q_m)w} - 1\right\}\right]$$

$$= \frac{1}{2i}\left[-\frac{2q}{q^2 - q_m^2} + (-1)^m e^{iqw}\frac{2q}{q^2 - q_m^2}\right] = \frac{1}{i}\frac{q}{q^2 - q_m^2}\left[(-1)^m e^{iqw} - 1\right] =$$

$$= \frac{q}{q^2 - q_m^2}\left[(-1)^m \sin qw + i\left\{1 - (-1)^m \cos qw\right\}\right], \quad I_m(q) \sim |m_y(q)|^2 =$$

$$= \frac{q^2}{(q^2 - q_m^2)^2}\left[\sin^2 qw + 1 - 2(-1)^m \cos qw + \cos^2 qw\right] = \frac{2q^2}{(q^2 - q_m^2)^2}\left[1 - (-1)^m \cos qw\right]$$

Date.

Интенсивности мод $\begin{Bmatrix}\cos q_m y\\ \sin q_m y\end{Bmatrix}$ для частиц data и wires

$$I_m^c(q) \sim \frac{2q^2}{(q^2-q_m^2)^2}\left[1-(-1)^m\cos qw\right] = 4|(-1)^m|q^2\ \frac{\sin^2(q-q_m)\frac{w}{2}}{(q^2-q_m^2)^2} =$$

$$= \frac{4q^2}{(q+q_m)^2}\cdot\frac{\sin^2(q-q_m)\frac{w}{2}}{(q-q_m)^2}, \quad I_{m(m\neq 0)}^c(q=q_m) = \frac{w^2}{4}, \quad I_{m=0}^c(q=q_m) = w^2 - \text{ФМР}$$

интенс. в 4 раза больше пиков с $m\neq 0$.

очевидно при $w\to\infty$ $\quad I_m^c(q) = \frac{4q^2}{(q+q_m)^2}\,\pi\frac{w}{2}\,\delta(q-q_m) = \frac{1}{2}\pi w\,\delta(q-q_m)$

$$I_m^c(q) \sim \frac{4q^2}{(q+q_m)^2}\,\frac{\sin^2(q-q_m)\frac{w}{2}}{(q-q_m)^2}$$ и для m_y-чет. и для m-нечет. подходит.

Для $\sin q_m y$: $\quad m_y(q) = \int_0^w dy \sin q_m y\, e^{iqy} = \frac{(-1)}{2}\left[\frac{1}{q+q_m}\left\{e^{i(+)w}-1\right\} - \frac{1}{q-q_m}\left\{e^{i(-)w}-1\right\}\right] =$

$$= -\frac{1}{2}\left[-\frac{(-2)q_m}{q^2-q_m^2} + e^{iqw}(-1)^m\frac{(-2q_m)}{q^2-q_m^2}\right] = \frac{q_m}{q^2-q_m^2}\left[e^{iqw}(-1)^m - 1\right]$$

$$I_m^s(q) \sim \frac{4q_m^2}{(q+q_m)^2}\,\frac{\sin^2(q-q_m)\frac{w}{2}}{(q-q_m)^2}, \quad I_{m(m\neq 0)}^s(q=q_m) = \frac{w^2}{4}, \quad I_0^s(q) = 0$$

не делает разницы между m-чет. и m-нечет., если $m>0$.

Для пиков. $q_{BLS}\sim 10^5\,см^{-1}$, $\frac{1}{2}qw \sim 10 \gg 1$ и пик при $q=q_m$ довольно резок.

$$I_m^s(0) \sim 4\,\frac{\sin^2\frac{1}{2}q_m w}{q_m^2} = 4\,\frac{\sin^2(m\frac{\pi}{2})}{q_m^2} \neq 0 \text{ при } m\text{-нечет.} - \text{а это важно}$$

т.к. снимает одно из возражений альтернатив. объяснения wires от 31/I (там $I_m^{c,s}$ - некоторые были). А именно: 1ый Экс. пик можно интерпретировать как $m=1$, $\sin q_m y$, из-за $I_1^s(0) = \frac{4}{q_1^2} = \frac{4}{\pi^2}w^2$.

$I_0^c(0) = w^2$, т.е. $I_1^s(0)$ и $I_0^c(0)$ - сравнимы, что и наб. на BLS-Эксп.

Альтернативное объяснение wires $\left(\begin{matrix}\sin q_m y \text{ с } m\text{-нечет}\\ \cos q_m y \text{ с } m\text{-чет.}\end{matrix}\right)$ (30/I) объясняет интенсивности BLS-мод SW лучше, чем объяснение Славина PRB'99. Только a_m^S великоваты. ($\sin q_m y$ на ср)

Для wires (СФ,СЗ): $\quad \lambda m_z(y) = \int_0^w dy' g_{zz}(y,y') m_z(y')$, $\quad g_{zz}(y,y') = \frac{2}{L}\ln\frac{(y-y')^2}{L^2+(y-y')^2}$

$$\lambda\frac{\partial m_z(y)}{\partial y} = \int dy'\frac{\partial g_{zz}(y,y')}{\partial y} m_z(y'), \quad \frac{\partial g_{zz}}{\partial y} = \frac{2}{L}\,\frac{L^2+(y-y')^2}{(y-y')^2}\,\frac{\left[2\Delta(L^2+\Delta^2) - \Delta^2\cdot 2\Delta\right]}{\left[L^2+\Delta^2\right]^2} =$$

$$= \frac{4L}{(y-y')\left[L^2+(y-y')^2\right]}, \quad \lambda\left(\frac{\partial m_z}{\partial y}\right)_{y=0} = -\int_0^w dy'\,\frac{4L}{y'\left[L^2+y'^2\right]} m_z(y'), \text{ ясно, что}$$

$m_z(y) \underset{y\to 0}{\sim} y^a$, иначе сингулярность ($a>0$), но это означает $m_z(0)=0$.

Не видно причин для $\left(\frac{\partial m_z}{\partial y}\right)_{y=0}=0$ как требует обмен. грав. усл.

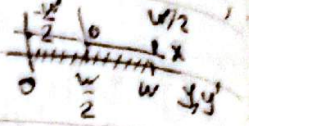
$$\lambda m_z(0) = \int_0^w dy' g_{zz}(0,y') m_z(y') = \frac{2}{L}\int_0^w dy' \ln\frac{y'^2}{L^2+y'^2} m_z(y') \approx \frac{2}{L} m_z(0)\int_0^w dy \ln\frac{y^2}{L^2+y^2},$$

что опять дает $m_z(0)=0$ если $\lambda_0 = \frac{2}{L}\int dy \ln\frac{y^2}{y^2+L^2}$ - что тоже разумно.

Escaneado con CamScanner

Date. . .

Из общих соображений можно сказать лишь, что так как ядра $g_{zz}(y,y')$, $g_\mu^{zz}(\rho,\rho')$, $g_0^{\rho\rho}$ симметричны, то $\exists\, \lambda_\alpha$ - вещественны, а СФ m_n^α ортогональны и образуют полный набор.



$g_{zz}(y,y') = F(y-y')$, $F(x)$ - четная.

$$\lambda[m_z(0)+m_z(w)] = \int_0^w dy' m_z(y')\left[F(y')+F(w-y')\right], \quad y' = x+\frac{w}{2} \quad (y = x+\frac{w}{2})$$

$F(y')+F(w-y') = F\left(x+\frac{w}{2}\right)+F\left(-x+\frac{w}{2}\right) = f(x)$

$f(-x) = F\left(-x+\frac{w}{2}\right)+F\left(x+\frac{w}{2}\right) = f(x)$ - четная, вне зависимости от вида $F(x)$.

$$\lambda\left[m_z\left(-\frac{w}{2}\right)+m_z\left(\frac{w}{2}\right)\right] = \int_{-w/2}^{w/2} dx\, f(x)\, m_z(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } m_z(x) \text{ - нечет.} \\ C, & \text{если } m_z(x) \text{ чет. ф.} \end{cases}$$

по этому гр. удовлетв. и $m_z(x)=\cos q_m x$ и $m_z(x)=\sin q_m x$

Для $\cos q_m x$ $\quad \lambda \cdot 2 m_z\left(\frac{w}{2}\right) = C \neq 0$, т.е. $m_z\left(x=\frac{w}{2}\right) \neq 0$.

$$\cos q_m x = \cos q_m\left(y-\frac{w}{2}\right) = \cos\left(q_m y - \frac{\pi m}{2}\right) = \begin{cases} \sin q_m y, & m \text{ - нечет} \\ \cos q_m y, & m \text{ - чет.} \end{cases}$$

Т.к. $m_z\left(x=\pm\frac{w}{2}\right) = \cos q_m \frac{w}{2} = \cos\frac{\pi m}{2} \neq 0$, что дает m - чет. и СФ $\cos q_m y$.

$\frac{\partial g_{zz}(y,y')}{\partial y} = \Phi(y-y')$, где $\Phi(x)$ - нечет.

$$\lambda\left[\left(\frac{\partial m_z}{\partial y}\right)_{y=0} + \left(\frac{\partial m_z}{\partial y}\right)_{y=w}\right] = \int_0^w dy' m_z(y')\left[-\Phi(y')+\Phi(w-y')\right]$$

$\Phi(w-y')-\Phi(y') = \Phi\left(\frac{w}{2}-x\right)-\Phi\left(\frac{w}{2}+x\right) = \varphi(x)$

$\varphi(-x) = \Phi\left(\frac{w}{2}+x\right)-\Phi\left(\frac{w}{2}-x\right) = -\varphi(x)$, нечет., вне зависимости от вида $\Phi(x)$

$$\lambda\left[\partial_x m_z\left(-\frac{w}{2}\right)+\partial_x m_z\left(\frac{w}{2}\right)\right] = \int_{-w/2}^{w/2} dx\, \varphi(x)\, m_z(x) = \begin{cases} 0, & m_z(x) \text{ - чет.} \\ C_1, & m_z(x) \text{ - нечет.} \end{cases}$$

Для $m_z(x)=\sin q_m x = \sin\left(q_m y - \frac{\pi m}{2}\right) = \begin{cases} \cos q_m y, & m \text{ - нечет} \\ \sin q_m y, & m \text{ - чет.} \end{cases}$ и

$\lambda\left[\partial_x m_z\left(-\frac{w}{2}\right)+\partial_x m_z\left(\frac{w}{2}\right)\right] = C_1 \neq 0$ или $2\lambda \cdot \partial_x m_z\left(\frac{w}{2}\right) = C_1 \neq 0$

или $\left(\frac{\partial m_z}{\partial y}\right)_{y=0,w} \neq 0$. $\quad \frac{\partial m_z}{\partial x} = \cos q_m x\Big|_{x=\frac{w}{2}} = -\cos q_m \frac{w}{2} \neq 0$ при m - чет только

Это дает СФ $m_z(x) = \sin q_m x = \sin q_m \frac{z}{y}$ с m - чет.

Комбинация гран. условий при $y=0,w$ ничего не дает и неверна, скорее всего.

→ Если предположить СФ имеющие вид $m_0(\rho) = a_\mu J_\mu(\varkappa_{\mu n}\rho)$, то

ядро - ФГ $g_0^{\rho\rho}(\rho\rho') = \sum_\nu \lambda_\rho^{\mu\nu} J_\mu(\varkappa_{\mu\nu}\rho) J_\mu(\varkappa_{\mu\nu}\rho')$ - диагонализуется

$$\lambda_\rho m_0^\rho(\rho) = \int d\rho' \rho' \sum_\nu \lambda_\rho^{\mu\nu} J_\mu(\varkappa_{\mu\nu}\rho) J_\mu(\varkappa_{\mu\nu}\rho')\, a_\mu J_\mu(\varkappa_{\mu n}\rho') =$$

$$= \sum_\nu \lambda_\rho^{\mu\nu} J_\mu(\varkappa_{\mu\nu}\rho) a_\mu \int d\rho' \rho' J_\mu(\varkappa_{\mu\nu}\rho') J_\mu(\varkappa_{\mu n}\rho') = a_\mu \sum_\nu \lambda_\rho^{\mu\nu} J_\mu(\varkappa_{\mu\nu}\rho) \frac{1}{a_\mu^2}\delta_{\nu n} =$$

$$= \frac{1}{a_\mu} \lambda_\rho^{\mu n} J_\mu(\varkappa_{\mu n}\rho) = \lambda_\rho a_\mu J_\mu(\varkappa_{\mu n}\rho), \text{ где } \lambda_\rho = \frac{1}{a_\mu^2}\lambda_\rho^{\mu n} \text{ - гр. решается, но } \varkappa_{\mu n} \text{ неизвестны}$$

Escaneado con CamScanner

Date. 14.02. 4

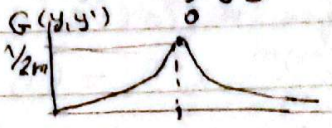
Ур-е $m_0(\rho) = J_0(\alpha_{01}\rho/R)$, но из вида $g_0^{gg}(\rho,\rho') = 2\pi\int dk\, k f(k)$ существенно возникает лишь $J_1(x_{10}\rho)$.

Решение ур. 2-го рода (Фредгольма) сумм. СФ, с 3 14/II
матем. операторов.

1) Проверить, разлагая $g(y,y')$ в степ. ряд, не является ли оно произведением функций одной степ. функцией
2) Избавиться от $\delta(k)$ в $g(\rho,\rho')$ интегрированием, возвратившись к определ. ф-ции
3) Разложить ядро и СФ по подходящей системе (СФ) ортогон. функций. - дискретной
4) Перейти от инт. уравнения к диф. ур. типа Ш.-Л.
5) Использовать $\ln R$, $R^2 = (x-x')^2+(y-y')^2$ разложение

Ф. Бесселя $J_m(xy)$ явл. решением ур. $\psi(y) = \lambda^2\int_0^\infty dy' y' G(y,y')\psi(y')$

с ядром $G(y,y') = \frac{1}{2m}\begin{cases}(y/y')^m, & y<y'\\ (y'/y)^m, & y>y'\end{cases}$



1) $g_{zz}(y,y') = \frac{2}{L}\ln\frac{(y-y')^2}{L^2+(y-y')^2}$, $g(y) = \ln\frac{y^2}{L^2+y^2}$

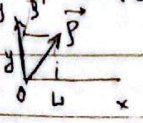


$\frac{\partial g}{\partial y} = \frac{2L^2}{y[L^2+y^2]}$, $g(y) = \lim_{y\to 0} g(y) + \left(\frac{\partial g}{\partial y}\right)_0 y = g(y=0+0) + \underset{\text{плохо}}{(\infty)}\cdot y$.

3) $\ln R_1 = \ln|\vec\rho - \vec\rho'| = \left|\begin{matrix}\vec\rho = (0,y)\\ \vec\rho' = (0,y')\end{matrix}\right| = \ln y - \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\left(\frac{y'}{y}\right)^n$, $y>y'$

$\ln R_2 = \ln|\vec\rho - \vec\rho'| = \left|\begin{matrix}\vec\rho = (L,y)\\ \vec\rho' = (0,y')\\ \cos\varphi = \frac{L}{\rho}\end{matrix}\right| = \ln\rho - \sum_{n=1}\frac{1}{n}\left(\frac{y'}{\rho}\right)^n\cos n\left(\varphi-\frac{\pi}{2}\right)$

$\rho^2 = L^2+y^2$. $\rho > y'$



$\frac{1}{2}\frac{L}{2}g_{zz}(y,y') = \ln\frac{|(y-y')|}{\sqrt{L^2+(y-y')^2}} = \ln|y-y'| - \ln\sqrt{L^2+(y-y')^2} =$

$= \ln y - \sum_n\frac{1}{n}\left(\frac{y'}{y}\right)^n - \ln\sqrt{L^2+y^2} + \sum_n\frac{1}{n}\left(\frac{y'}{\sqrt{L^2+y^2}}\right)^n\cos n\left(\varphi-\frac{\pi}{2}\right)$, $y>y'$ ($\rho>\rho'$ точнее)

$\frac{L}{4}g_{zz}(y,y') = \ln y' - \sum_n\frac{1}{n}\left(\frac{y}{y'}\right)^n - \ln y' + \sum_n\frac{1}{n}\left(\frac{\sqrt{y^2+L^2}}{y'}\right)^n\cos n\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)$; $\rho'>\rho$

Как интересует окрестность $y=0$. $\ln R_2 = \ln\rho_> - \sum_n\frac{1}{n}\left(\frac{\rho_<}{\rho_>}\right)^n\cos n(\varphi-\pi/2)$

$y'=y'$, $\rho(y) = \sqrt{L^2+y^2}$, $\rho(0) = L$. $\rho_> = \begin{cases}y', & y'>L\\ L, & y'<L\end{cases}$

$\frac{L}{4}g_{zz}(y\to 0,y') = \ln y' - \sum_n\frac{1}{n}\left(\frac{y}{y'}\right)^n - \ln\rho_>(y') + \sum_n\frac{1}{n}\left(\frac{\rho_<}{\rho_>}\right)^n\cos n(\varphi-\pi/2)$

Escaneado con CamScanner

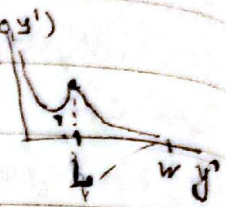
Date.

$$\frac{L}{4} g_{zz}(0,y') = \begin{cases} \ln y' - \ln L + \sum_n \frac{1}{n} \left(\frac{y'}{L}\right)^n \cos n(\varphi - \pi/2), & y' < L \\ \sum_n \frac{1}{n} \left(\frac{L}{y'}\right)^n \cos n(\varphi - \pi/2), & y' > L \end{cases}$$

При $y = 0$, $\cos\varphi = \frac{L}{\sqrt{L^2+y^2}} = 1$, $\varphi = 0$. И $\cos n\frac{\pi}{2} \neq 0$ для n-чет ($n=2m$)

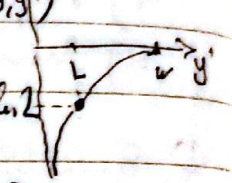
$$\cos n\frac{\pi}{2} = \cos 2m\frac{\pi}{2} = (-1)^m$$

$$\frac{L}{4} g_{zz}(0,y') = \begin{cases} \ln(y'/L) + \sum_{m=1} \frac{(-1)^m}{2m} \left(\frac{y'}{L}\right)^{2m}, & y' < L \\ \sum_{m=1} \frac{(-1)^m}{2m} \left(\frac{L}{y'}\right)^{2m}, & y' > L \end{cases}$$



$$\lambda m_z(0)\left(\frac{L}{4}\right) = \int_0^w dy' \left(\frac{L}{4}\right) g_{zz}(0,y') m_z(y') \approx \int_0^L dy' \ln\left(\frac{y'}{L}\right) m_z(y')$$

$$\frac{1}{2}\sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m} = -\frac{1}{2}\ln 2 < 0. \quad \int_0^L dy' \ln\left(\frac{y'}{L}\right) = L\int_0^1 dx \ln x = L(x\ln x - x)\Big|_0^1 = -L$$



$$\lambda m_z(0)\frac{L}{4} \approx m_z(0)\int_0^L dy' \ln\frac{y'}{L} = -L m_z(0), \quad \lambda = -4$$

или $m_z(0) = 0$,

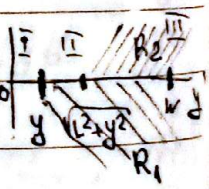
скорее $m_z(0) = 0$.

$$\sum_{m=1} \frac{(-1)^m}{m} x^{2m} = (-1)\sum_{m=1} \frac{(-1)^{m+1}(x^2)^m}{m} = -\ln(1+x^2)$$

$$\frac{L}{4} g_{zz}(0,y') = \begin{cases} \ln(y'/L) - \frac{1}{2}\ln\left(1+\frac{y'^2}{L^2}\right), & y' < L \\ -\frac{1}{2}\ln\left(1+\frac{L^2}{y'^2}\right), & y' > L \end{cases} = +\frac{1}{2}\ln\frac{y'^2}{L^2+y'^2}$$

– если сверху

Если $y \neq 0$ $\quad \rho_>^{(R_1)} = \begin{cases} y, & y > y' \\ y', & y' > y \end{cases}$, $\quad \rho_>^{(R_2)} = \begin{cases} \sqrt{y^2+L^2}, & y' < \sqrt{y^2+L^2} \\ y', & y' > \sqrt{y^2+L^2} \end{cases}$



I $\quad y' < y$, $\rho_>(R_1) = y$, $\rho_>(R_2) = \sqrt{y^2+L^2}$

II $\quad y < y' < \sqrt{L^2+y^2}$, $\rho_>(R_1) = y'$, $\rho_>(R_2) = \sqrt{y^2+L^2}$

III $\quad y' > \sqrt{L^2+y^2}$, $\rho_>(R_1) = y'$, $\rho_>(R_2) = y'$

Ряд разложения ФТ:

$$\frac{4}{L} g_{zz}(y,y') = \ln R_1 - \ln R_2 = \ln\rho_>(R_1) - \sum_n \frac{1}{n}\left(\frac{\rho_<}{\rho_>(R_1)}\right)^n - \ln\rho_>(R_2) + \sum_n \frac{1}{n}\left(\frac{\rho_<}{\rho_>(R_2)}\right)^n$$

$$= \begin{cases} \ln y - \sum_n \frac{1}{n}\left(\frac{y'}{y}\right)^n + \sum_n \frac{1}{n}\left(\frac{y'}{\sqrt{y^2+L^2}}\right)^n \cos n(\varphi - \frac{\pi}{2}) - \ln\sqrt{y^2+L^2}, & \text{I} \\ \ln y' - \sum_n \frac{1}{n}\left(\frac{y}{y'}\right)^n + \sum_n \frac{1}{n}\left(\frac{y'}{\sqrt{y^2+L^2}}\right)^n \cos(\cdot) - \ln\sqrt{y^2+L^2}, & \text{II} \\ \ln y' - \sum_n \frac{1}{n}\left(\frac{y}{y'}\right)^n + \sum_n \frac{1}{n}\left(\frac{\sqrt{y^2+L^2}}{y'}\right)^n \cos(\cdot) - \ln y', & \text{III} \end{cases} =$$

$$= \begin{cases} \ln\frac{y}{\sqrt{y^2+L^2}} - \sum_n \frac{1}{n}\left(\frac{y'}{y}\right)^n + \sum_n \frac{1}{n}\left(\frac{y'}{\sqrt{y^2+L^2}}\right)^n \cos n(\varphi - \pi/2), & y' < y \\ \ln\frac{y'}{\sqrt{y^2+L^2}} - \sum_n \frac{1}{n}\left(\frac{y}{y'}\right)^n + \sum_{n=1} \frac{1}{n}\left(\frac{y'}{\sqrt{y^2+L^2}}\right)^n \cos n(\varphi - \pi/2), & y < y' < \sqrt{L^2+y^2} \\ -\sum_n \frac{1}{n}\left(\frac{y}{y'}\right)^n + \sum_n \frac{1}{n}\left(\frac{\sqrt{y^2+L^2}}{y'}\right)^n \cos n(\varphi - \pi/2), & y' > \sqrt{L^2+y^2} \end{cases}$$

Escaneado con CamScanner

Date.

$\cos\varphi = \frac{L}{\sqrt{L^2+y^2}}$, $\cos n(\varphi - \frac{\pi}{2}) = (-1)\cos n\frac{\pi}{2}\cos n\varphi + \sin n\frac{\pi}{2}\sin n\varphi$

Инт. ур. : $\lambda_p m_p^0(R) = \int_0^R d\rho' \rho' g_0(\rho,\rho') m_\rho^0(\rho')$ при $\rho = R$.

$g_0(\rho,\rho') = -4\pi \int dk\, k f(kL) J_1(k\rho) J_1(k\rho')$ — расш. как ур. Гриф. 1-го рода.

$\lambda m(R) = \int_0^R d\rho' \rho' g_0(R,\rho') m(\rho')$, где $m(\rho') = \int_0^\infty dk' k' J_m(k'\rho') m(k')$ $(m=1)$

$\lambda m(R) = \int d\rho' \rho' (-4\pi) \int dk\, k f(kL) J_1(kR) J_1(k\rho') \int dk' k' J_1(k'\rho') m(k')$

$\int_0^R d\rho\, \rho J_1(k\rho) J_1(k'\rho) = \frac{\rho}{k^2-k'^2}\left[k' J_1(k\rho) J_0(k'\rho) - k J_0(k\rho) J_1(k'\rho)\right]_0^R =$

$= \frac{R}{k^2-k'^2}\left[k' J_1(kR) J_0(k'R) - k J_0(kR) J_1(k'R)\right] \approx \frac{2}{\pi}\frac{\sin(k-k')R}{(k^2-k'^2)}$ при $\frac{R}{2} \gg 1$

$\lambda m(R) = (-4\pi) \int dk\, k f(kL) \int dk' k' J_1(kR) m(k') \frac{2}{\pi}\frac{\sin(k-k')R}{(k^2-k'^2)} \approx$

$\approx (-4\pi) \int dk\, k f(kL) \int dk' k' J_1(kR) m(k') \frac{1}{k'} \delta(k-k') = (-4\pi)\int dk\, k f(kL) J_1(kR) m(k)$

$\lambda m(\rho) = \lambda \int dk\, k J_1(k\rho) m(k) = -4\pi \int dk\, k f(kL) J_1(k\rho) m(k)$, $\lambda = -4\pi f(kL)$?

Смогли получить функцию.

4) попробуем найти диф. ур. соответ. $\lambda m_2(y) = \int_0^W dy' g_{zz}(y,y') m_z(y')$

Общий вид ур. для ядра-ФГ : $\frac{d}{dy}\left[p(y)\frac{dg}{dy}\right] + q(y) g(y,y') = -\delta(y-y')$

$\frac{\partial g}{\partial y} = \frac{4L}{(y-y')\left[L^2+(y-y')^2\right]}$ $\Rightarrow \frac{1}{4L}\frac{\partial^2 g}{\partial y^2} = -\frac{1}{(y-y')^2\left[L^2+(y-y')^2\right]^2}\left[L^2+(y-y')^2+(y-y')\cdot 2(y-y')\right]$

$\frac{\partial^2 g}{\partial y^2} p(y) + \frac{dp}{dy}\frac{dg}{dy} + q(y) g = -\frac{4L\left[L^2+3(y-y')^2\right]}{(y-y')^2\left[L^2+(y-y')^2\right]^2} p(y) +$

$+ p'(y)\frac{4L}{(y-y')\left[L^2+(y-y')^2\right]} + q(y)\frac{g}{L}\ln\frac{(y-y')^2}{L^2+(y-y')^2} = -\delta(y-y')$

$p(y) = C \ln\frac{y^2}{y^2+L^2}$, не видно как подобрать $p(y), q(y)$.

② Инт. ур. :

$g_0(\rho,\rho') = -4\pi \int dk\, k\left[1 - \frac{1}{kL}(1-e^{-kL})\right] J_1(k\rho) J_1(k\rho') =$

$= -4\pi \int dk\, k J_1(k\rho) J_1(k\rho') + \frac{4\pi}{L}\int dk (1-e^{-kL}) J_1(k\rho) J_1(k\rho') =$

$= -4\pi \frac{1}{\rho}\delta(\rho-\rho') + \frac{4\pi}{L}\int dk (1-e^{-kL}) J_1(k\rho) J_1(k\rho')$

$\int_0^\infty dx\, x \ln\left(\frac{x^2+a^2}{x^2}\right) J_0(bx) = \frac{2}{b}\left[\frac{1}{b} - a K_1(ab)\right]$ — инт. $\int dx(\dots)$ для $g_{zz}(y,y')$.

$\int_0^\infty dk\, e^{-kL} J_1(k\rho) J_1(k\rho') = \frac{1}{\pi\sqrt{\rho\rho'}} Q_{1/2}\left(\frac{\rho^2+\rho'^2+L^2}{2\rho\rho'}\right)$, $Q_\alpha(x)$ — функция Лежандра 2-го рода

$Q_\alpha(x) = \frac{1}{2^{\alpha+1}}\int_{-1}^{1}\frac{(1-t^2)^\alpha}{(x-t)^{\alpha+1}} dt$, x — все кроме $[-1,1]$.

Escaneado con CamScanner

Date. 15.02.

Сим. вид $g_0(\rho,\rho')$ от 18/XII через $K(x)$

$$g_0(\rho,\rho') = -\frac{4\pi}{\rho}\delta(\rho-\rho') + \frac{4\pi}{L}\left[Q_{\frac12}\left(\frac{\rho^2+\rho'^2}{2\rho\rho'}\right) - Q_{\frac12}\left(\frac{\rho^2+\rho'^2+L^2}{2\rho\rho'}\right)\right]$$

$Q_\nu(x) \sim \frac{1}{x^{\nu+1}}$ при $x\to\infty$. $\quad Q_{1/2}(z) = \frac{1}{\sqrt2}\int_0^\pi \frac{\cos\theta\, d\theta}{\sqrt{z-\cos\theta}}$, $z \geq$ не вып. в $[-1,1]$

$Q_{\frac12}(x) \sim \ln(x-1)$ при $x\to 1$, т.е. $\rho\to\rho'$ дает $\ln|\rho-\rho'|$ сингулярно.

В ядре $g_0(\rho,\rho')$. И для цилиндра и для шара ядра интегр. ур-я на $(0,\infty)$ (шар), внутренняя область $\ln(\cdot)$ - сингулярность.

15/II Эта ln-сингулярность нельзя решить инт. ур. Численно. Остается использовать: а) гробные функции, далее $m = \text{const}$ → зад. №2. или б) разложение по λ или $1/\lambda$.

$$Q_{\nu_2}(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{\Gamma(\nu_2)}\int_1^\infty \frac{e^{-t}dt}{\sqrt{\operatorname{ch}t - z}}, \quad z = \operatorname{ch}d.$$

Ne: $\left|Q_{1/2}(\cos\varphi)\right| < \sqrt{4\pi}\frac{1}{\sqrt{\sin\varphi}}$ неравенство на $Q_{1/2}(z)$.

$$Q_\nu(z) \underset{|z|\gg 1}{=} \frac{\sqrt{\pi}}{2^{\nu+1}}\frac{\Gamma(\nu+1)}{\Gamma(\nu+3/2)}\frac{1}{z^{\nu+1}}\left[1+O\left(\frac{1}{z^2}\right)\right] \text{ для } z\gg 1.$$

(?) $Q_{1/2}(x) = -\frac{\pi}{2}P_{1/2}(-x)$, $\begin{cases}\vec\rho = (\rho,\varphi)\\ \vec\rho' = (\rho',\varphi')\end{cases} \to \cos(\varphi-\varphi') = \frac{\rho^2+\rho'^2}{2\rho\rho'}$ и можно использовать теорему сложения.

$Q^m_{n-1/2}(x)$ зад. тороидальными функциями.

$$\frac{\rho^2+\rho'^2+L^2}{2\rho\rho'} = \cos(\Phi-\Phi') = \cos\theta_1\cos\theta_2 + \sin\theta_1\sin\theta_2\cos(\varphi_1-\varphi_2)$$



$\vec r = (\vec\rho, L)$, $\vec r' = (\vec\rho', 0)$ → $\cos\hat{\vec r\vec r'} = \cos\theta\cos\theta' + \sin\theta\sin\theta'\cos(\varphi-\varphi')$

$\sin\theta = \frac{|\vec\rho|}{\sqrt{\rho^2+L^2}}$, $\cos\theta = \frac{L}{\sqrt{\rho^2+L^2}}$, $\cos\theta' = 0$. $\quad \theta' = \pi/2$ $= \sin\theta\cos(\varphi-\varphi') = \frac{\rho}{\sqrt{\rho^2+L^2}}\cos(\varphi-\varphi')$

$$Q_{1/2}\left(\cos(\hat{\vec r\vec r'})\right) = P_{1/2}(\cos\theta)P_{1/2}(\cos\theta') + 2\sum_{k=1}(-1)^k P^{-k}_{1/2}(\cos\theta')Q^k_{\frac12}(\cos\theta)\cdot$$

$$\cdot\cos k(\varphi-\varphi') = P_{1/2}(\cos\theta)P_{1/2}(0) + 2\sum_{k=1}(-1)^k P^{-k}_{1/2}(0)\,Q^k_{1/2}(\cos\theta)\cos k(\varphi-\varphi')$$

$$Q_{1/2}\left(\cos(\varphi-\varphi')\right) = P^2_{1/2}(0) + 2\sum_k (-1)^k P^{-k}_{1/2}(0)\,Q^k_{1/2}(0)\cos k(\varphi-\varphi')$$

$$P^{-k}_{1/2}(0) = \frac{2^{-k}\sqrt{\pi}}{\Gamma\left(\frac{1/2+k}{2}+1\right)\Gamma\left(\frac{-1/2+k+1}{2}\right)}, \quad Q^k_{1/2}(0) = -2^{k-1}\sqrt{\pi}\sin\tfrac12\pi\left(\tfrac12+k\right)\cdot$$

$$\cdot\frac{\Gamma\left(\frac12\left(k+3/2\right)\right)}{\Gamma\left(\frac12\left(\frac12-k\right)+1\right)}$$

$$Q_{1/2}\left[\cos(\varphi-\varphi')\right] - Q_{1/2}\left[\cos(\hat{\vec r\vec r'})\right] = P_{\frac12}(0)\left[P_{1/2}(0) - P_{1/2}(\cos\theta)\right] +$$

Date.

$$\cos(\varphi-\varphi') = \frac{\rho^2+\rho'^2}{2\rho\rho'}$$

$$+ 2\sum_{k=1} (-1)^k P^{-k}_{1/2}(0)\left[Q^k_{1/2}(0) - Q^k_{1/2}(\cos\theta)\right]\cos k(\varphi-\varphi'), \quad \cos\theta = \frac{L}{\sqrt{L^2+\rho^2}}$$

$$Q^k_{1/2}(x) = Q^k_{1/2}(0) + \left(\frac{dQ^k_{1/2}(x)}{dx}\right)_{x=0}\cdot x = Q^k_{\frac12}(0) + 2^k\sqrt{\pi}\cos\frac{\pi}{2}\left(k+\tfrac12\right)\times$$

$$\times \frac{\Gamma\left[\frac12\left(k+\frac12\right)+1\right]}{\Gamma\left[\frac12\left(\frac12-k+1\right)\right]}x = Q^k_{1/2}(0) + \sqrt{\pi}\,2^k\cos\frac{\pi}{2}(k+\tfrac12)\cdot\frac{\Gamma(k/2+5/4)}{\Gamma(3/4-k/2)}\cdot x, \quad \text{годится, если } \rho=R$$

$\cos\theta \ll 1$, $x \ll 1$.

$$P_{1/2}(x) = P_{1/2}(0) + x\cdot\left(\frac{\sqrt{2\pi}}{\Gamma(5/4)\Gamma(1/4)}\right)2\sin\left(\frac{\pi}{2}\cdot\frac12\right)\frac{\Gamma(5/4)}{\sqrt{\pi}\,\Gamma(3/4)}$$

$$Q_{1/2}\left(\frac{\rho^2+\rho'^2}{2\rho\rho'}\right) - Q_{1/2}\left(\frac{\rho^2+\rho'^2+L^2}{2\rho\rho'}\right) \underset{\cos\theta\ll1}{\equiv} P_{\frac12}(0)(-1)2\sin\frac{\pi}{4}\frac{\Gamma(5/4)}{\Gamma(3/4)\sqrt{\pi}}\cos\theta +$$

$$+\left\{2(-1)\sum_k (-1)^k P^{-k}_{1/2}(0)\sqrt{\pi}\,2^k\cos(k+1/2)\pi/2\,\frac{\Gamma(k/2+5/4)}{\Gamma(3/4-k/2)}\times\right.$$

$$\left.\times\cos k(\varphi-\varphi')\right\}\cdot\cos\theta = [\cdot]\cdot\frac{L}{\sqrt{L^2+\rho^2}}$$

$$\lambda_\rho m_\rho(\rho=R) = \int d\rho'\rho' m_\rho(\rho') g_0(R,\rho') = \int d\rho'\rho' m_\rho(\rho')\left\{-\frac{4\pi}{\rho}\delta(R-\rho') + \right.$$

$$\left. + \frac{4\pi}{L\pi\sqrt{R\rho'}}\left[Q_{1/2}(\cdot) - Q_{1/2}(\nu)\right]\right\} = -4\pi m_\rho(R) + \int\frac{4}{L\sqrt{R\rho'}}[\cdot]\frac{L}{\sqrt{L^2+R^2}}\rho' m_\rho(\rho')d\rho'$$

$$\left(\lambda_\rho+4\pi\right)m_\rho(R) = \frac{4}{\sqrt{L^2+R^2}}\frac{1}{\sqrt{R}}\int d\rho'\rho' m_\rho(\rho')\frac{1}{\sqrt{\rho'}}[\cdot]$$

Но $[\cdot]$ состоит из $\cos k(\varphi-\varphi')$. Самый простой $\cos(\varphi-\varphi') = \frac{\rho^2+\rho'^2}{2\rho\rho'} = \frac{R^2+\rho'^2}{2R\rho'}$ сингулярен при $\rho'=0$, $\cos k(\varphi-\varphi') = \cos^k(\varphi-\varphi') + \ldots$ еще более сингулярен.

Поэтому разложение по $\cos\theta \ll 1$ плохо.

→ Можно проще:

$$\left(\lambda_\rho+4\pi\right)m_\rho(\rho) = \int d\rho'\rho' m_\rho(\rho')\frac{4}{L\sqrt{\rho\rho'}}\left[Q_{1/2}(\cdot) - Q_{1/2}(\nu)\right]$$

$Q_{1/2}(\cdot) = Q\left(\frac{\rho^2+\rho'^2}{2\rho\rho'}\right) \sim \ln(\rho-\rho')$ – имеет сингулярность при $\rho=\rho'$.

Этот член главный под $\int d\rho'(\cdot)$ и $\left(\lambda_\rho+4\pi\right)\frac{\partial m_\rho}{\partial\rho} = \frac{4}{L}\int d\rho'\rho' m_\rho(\rho')\frac{\partial}{\partial\rho}\left[\frac{C\ln|\rho-\rho'|}{\sqrt{\rho\rho'}}\right]$

$$= \frac{4C}{L}\int d\rho' m_\rho(\rho')\frac{1}{|\rho-\rho'|} \quad \text{или} \quad \left(\lambda_\rho+4\pi\right)\left(\frac{\partial m_\rho}{\partial\rho}\right)_{\rho=R} \simeq \frac{4C}{L}\int_0^R d\rho'\frac{m_\rho(\rho')}{|R-\rho'|},$$

откуда видно, что $\left(\frac{\partial m_\rho}{\partial\rho}\right)_{\rho=R} = 0$ исключено. Для конечности $\left(\frac{\partial m_\rho}{\partial\rho}\right)_{\rho=R}$ надо $m_\rho(\rho') \sim |R-\rho'|^\alpha$, $\alpha>0$, т.е. вынужд. $m_\rho(\rho=R)=0$. Здесь $m_\rho = m^s_0(\rho)$ – квантуется ось. моды цилиндр. доза. Аналогично wires (13/II).

→ Вернемся к wires: $\lambda m_z(y) = \int_0^w dy' g_{zz}(y,y') m_z(y')$ и используем пробные функции для $m_z(y)$. Для пробной функции ось. моды wires Славина $m_z(y) = \cos\underset{m=0}{\gamma_m y} = \text{const}$. λ_0 – с/зн. и моды.

$$\lambda_0\int_0^w dy\, m_z(y) = \int_0^w dy\,dy' g_{zz}(y,y') m_z(y') \quad \text{или} \quad \lambda_0 w = \int_0^w dy\,dy' g_{zz}(y,y')$$

Escaneado con CamScanner

Date. . .

Wires — Balmas. hogrec

Wires: $\hat{Z}^{000}_{000} = -\frac{\langle N_{zz}\rangle}{4\pi} = \frac{1\cdot L}{4\pi A_{000}} \int d^2\vec{r}\, d^2\vec{r}'\, g_{zz}(x,x';y,y') = \frac{L}{4\pi \frac{1}{8} V_d \cdot 8} \int dy dy' \times$

$\times \int dx dx' g_{zz}(xx', yy') = \frac{Ll}{4\pi V_d} \int dy dy' g_{zz}(y,y') = \frac{1}{4\pi w} \int dy dy' g_{zz}(y,y')$

$\lambda_0 = \frac{1}{w} \int dy dy' g_{zz}(y,y') = -\langle \hat{N}_{zz}\rangle$, $\langle N_{zz}\rangle = f(\frac{L}{w})$ и λ_0 рассчитать

но $m_z(y) = \text{const}$ не может описывать основ. моду BLS-SW wires.

Т.е., предположение $m_z(y) = \text{const}$ абсолютно не реалистично для основ моды wires. Пусть λ_n, m_z^n - СЗ и СФ, $n = 0, 1, 2 \ldots$

$$\lambda_n m_z^n(y) = \int_0^w dy' g_{zz}(y,y') m_z^n(y'), \quad g_{zz}(y,y') = \sum_n \lambda_n m_z^n(y) m_z^n(y')$$

$$\lambda_n m_z^n(y) = \int dy' \sum_{n'} \lambda_{n'} m_z^{n'}(y) m_z^{n'}(y') m_z^n(y) = \sum_{n'} \lambda_{n'} m_z^{n'}(y) \int_0^w dy' m_z^n(y') m_z^{n'}(y')$$

Если нормировать СФ так, чтобы $\int_0^w dy' m_z^n(y') m_z^{n'}(y') = \delta_{nn'}$, то

$$\lambda_n m_z^n(y) = \sum_{n'} \lambda_{n'} m_z^{n'}(y) \delta_{nn'} = \lambda_n m_z^n(y) \text{ - тождество.}$$

Для нормир. СФ: $\lambda_n = \int_0^w dy dy' g_{zz}(y,y') m_z^n(y) m_z^n(y') = \langle n | \hat{g}_{zz} | n \rangle$

λ_n - только функционал от вида СФ $|n\rangle = m_z^n(y)$.

Для некорм. пробных функций $\lambda_n^z = \dfrac{\int_0^w dy dy' g_{zz}(yy') m_z^n(y) m_z^n(y')}{\int_0^w [m_z^n(y)]^2 dy}$

Для wires: $g_{yy}(y-y') = -4\pi\delta(y-y') - g_{zz}(y,y')$, тогда

$$\lambda_n^y = \frac{\int dy dy' g_{yy}(y,y') m_y^n(y) m_y^n(y')}{\int dy [m_y^n(y)]^2} = -4\pi - \frac{\int dy dy' g_{zz}(yy') m_y^n(y) m_y^n(y')}{\int dy [m_y^n(y)]^2}$$

Если предположить $m_y^n(y) = m^n(y)$, то $\lambda_n^y = -4\pi - \lambda_n^z$

$\lambda_n^y m_y^n(y) = \int_0^w dy' y' g_{yy}(y,y') m_y^n(y') = -4\pi m_y(y) - \int dy' g_{zz}(y,y') m_y^n(y')$

$-(\lambda_n^y + 4\pi) m_y^n(y) = \int dy' g_{zz}(y,y') m_y^n(y')$, то $\lambda_n^z m_z^n(y) = \int dy' g_{zz} m_z^n$

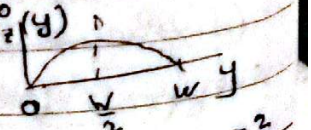
Эти ур. совпадают и $m_y^n(y) = m_z^n(y)$, если $\lambda_n^z = -(\lambda_n^y + 4\pi)$

Частоты SW от 12/II: $\omega_n^2 = [H - M_s \lambda_y^n][H - M_s \lambda_z^n]$ или

($H_d = H_d^x = 0$ для wires)

в ед. ω_M $\omega_n^2 = [\omega_H + 1 + \frac{1}{4\pi}\lambda_n^z][\omega_H - \frac{1}{4\pi}\lambda_n^z]$

Какие взять пробные функции? $m_y^0(y) = m_z^0(y) = y(w-y)$



$$\lambda_n^z = \frac{1}{N_n} \frac{2}{p} \int_0^1 dx dx' \ln\left[\frac{x-x'}{p^2+(x-x')^2}\right] m_z^n(x) m_z^n(x'), \quad N_n = \int_0^1 dx [m_z^n(x)]^2, \quad p = L/w, \; x = \frac{y}{w}$$

Escaneado con CamScanner

Date. 16.02. Wires (температурный коэффициент рассчитан через $\ln\frac{s^2}{x^2+p^2}$)

очевидно $\lambda_m^z = 4\pi \hat{L}^{mod}_{mod}$, m - номер СФ. Экс. $f_0 = 0{,}236$.

Проб. функция $m_y(y) = y(w-y)$ дает обрывки для ω_n.

Но $m_y(y) = \sin(\pi y/w)$ дает решение $\omega_1^s = 0{,}239$ (в отличие от ан-расчета wires 27/I, где для $\hat{L}^{mod}_{mod}$ я использовал $\int_0^\infty \ldots$)

$m_y(y) = \sin(3\pi y/w)$ дает $\omega_3^s = 0{,}238$ (!). $\sin(2\pi\frac{y}{w}) \to \omega_2^s = 0{,}273$.

$\sin(5\pi y/w) \Rightarrow \omega_5^s = 0{,}342$, $\sin(4\pi y/w) \to \omega_4^s = 0{,}332$ ..

λ - функционал от СФ (wires, $p = 0{,}011$) ($H = 300\,\Omega$, $p = L/w$)

Exp. f_m	0,236	0,266	0,297	0,319	0,339
ω_m^s	$\omega_1^s = 0{,}238$	$\omega_2^s = 0{,}273$	$\omega_3^s = 0{,}298$	$\omega_4^s = 0{,}332$	$\omega_5^s = 0{,}342$
ω_m^c	ω^c	$\omega_0^c = 0{,}263$	$\omega_1^c = 0{,}301$	$\omega_2^c = 0{,}322$	$\omega_3^c = 0{,}335$
$\omega_m^{\infty\text{-ph}}$	$\omega_0^\infty = 0{,}227$	$\omega_1^\infty = 0{,}261$	$\omega_2^\infty = 0{,}290$	$\omega_3^\infty = 0{,}315$	$\omega_4^\infty = 0{,}337$

См. 22/III 002. ($x \in [0,1]$)

По сравнению с Sin-ω_m расчетом 30/I, ω_m^s немного понизились. Т.е. понижение от 13/II сбылось. Для кабинки дает $\int dx dx' \ln\frac{(x-x')^2}{(\cdot)+p^2}$ - расход $\hat{L}^m_m$ при $\varepsilon \to 0$. Cos-ω_m частоты чуть-чуть увеличились по сравн. с расчетом 7/I.

Вывод: альтернативная гипотеза (от 30/I) для wires хорошо сработала для объяснения BLS-эксп. частот f_m. $\omega^s_{m=1,3,5}$ и $\omega^c_{m=0,2}$ хорошо описывают эксперимент. Лучше, чем ω^∞_m - Славина. Главное, что $f_0 = 0{,}236$ - основная мода опис. естественным образом. А Согласно 13/II и интенсивности Im SW мод описываются альтернат. подходом (через $\sin(\pi y/w)$ $\begin{cases}\sin q_m y, & m\text{-нечет.}\\ \cos q_m y, & m\text{-чет.}\end{cases}$) лучше, чем у Славина PRB'99.

(моды, четные относ. центра дет(wire))

Подберем СФ wires $\lambda m_z(x) = \frac{2}{p}\int_0^1 dx' \ln\left[\frac{(x-x')^2}{(x-x')^2+p^2}\right] m_z(x')$ 16/II

Неожиданно оказалось, что $\sin(\pi x)$ явл. хорошей СФ с $\lambda_1^s = (-4\pi)\cdot 0{,}930$

Таким λ_1^s соотв. частота $\omega_1^s = 0{,}238$ - основная мода wire.

$\sin(2\pi x)$ явл. СФ с $\lambda_2^s = 0{,}973(-4\pi)$. $\sin(3\pi x)$ мсад не считает, но видно что эта функция хуже удовл. чем уравнение. $\lambda_4^s = (-4\pi)0{,}942$ соотв. $\sin(4\pi x)$. $\sin(5\pi x)$ снова не считает (все уже считает).

$m(x) = x(1-x)$ не дает $\lambda(x) = \frac{u_2(x)}{u_1(x)} = \text{const}$. Но все же $\langle\lambda(x)\rangle = (-4\pi)\cdot 1$

Ни один из $\cos(\pi m x)$ мсад считать не хочет, видимо из-за $u_1(0) \neq 0$ (уже считал). СФ $\cos(\pi m x)$ лишь немного хуже $\sin(\pi m x)$. Только $\cos(\pi\cdot 0\cdot x) = 1$ значительно хуже и $\cos(\pi m x)$ и $\sin(\pi m x)$

$\cos(\pi x)$ частично, но разброс $\lambda(x)$ велик

Escaneado con CamScanner

$\lambda u_1(x) = \int_0^1 dx' g(x,x') u_1(x')$

Date. . .

Свойства функции x для теории $\lambda\varphi^4$

$\frac{x^2}{x^2+\rho^2} = \frac{2}{\rho} x^2 \left[\frac{\rho}{\rho^2+x^2}\frac{1}{\pi}\right] \underset{\rho\to 0}{\to} \frac{\pi x^2}{\rho}\delta(x)$, $\ln\frac{x^2}{x^2+\rho^2} = \ln\left(\lim_{\rho\to 0}\frac{\pi x^2}{\rho}\delta(x)\right)$ (асимптотика)

Но если ρ конечно главный вклад в $\int$ вносит окрестность точки $x=0$, тогда $\ln\frac{x^2}{x^2+\rho^2} \approx 2\ln\frac{|x|}{\rho}$

Тогда если $\frac{|x-x'|}{\rho} = \frac{1}{\rho}e^{-t}$, $\int_0^1 dx' g(|x-x'|)m(x') =$

$= \left|\begin{array}{l} x-x' = e^{-t},\ x>x',\ -dx' = -e^{-t}dt \\ x'-x = e^{-t},\ x<x',\ dx' = -e^{-t}dt \end{array}\right| = \int_{-\ln x}^{\infty} dt\, g(e^{-t}) m(x-e^{-t}) e^{-t} +$

$+ \int_{\infty}^{-\ln(1-x)} (-1) dt\, e^{-t} g(e^{-t}) m(x+e^{-t}) = \lambda m(x)$

$\lambda m(x) = \int_{-\ln x}^{\infty} dt\, e^{-t} g(e^{-t}) m(x-e^{-t}) + \int_{-\ln(1-x)}^{\infty} dt e^{-t} g(e^{-t}) m(x+e^{-t})$

Для $x=0$: $\lambda m(0) = \int_{+\infty}^{\infty} dt(\dots) + \int_0^{\infty} dt e^{-t} g(e^{-t}) m(e^{-t})$

$\lambda m(0) = \int_0^{\infty} dt\, e^{-t} g(e^{-t}) \underbrace{m(e^{-t})}_{=0}$, $g(e^{-t}) = \frac{2}{\rho}\ln\frac{(x-x')^2}{(x-x')^2+\rho^2} = \frac{2}{\rho}\ln\frac{e^{-2t}}{e^{-2t}+\rho^2} =$

$= -\frac{2}{\rho}\ln(1+\rho^2 e^{2t})$

$\lambda m(0) = -\frac{2}{\rho}\int_0^{\infty} dt e^{-t} \ln(1+\rho^2 e^{2t}) m(e^{-t})$ — будет ли $=0$?

$\Rightarrow x' = x+\delta$. Используем разложение вблизи точки сингулярности

$x' = x$: $m(x') = m(x+\delta) = m(x) + \delta m'(x) + \frac{1}{2}\delta^2 m''(x)$

$\lambda m(x) = \int_0^1 dx' g(x,x') \left[m(x) + \underset{\delta=(x'-x)}{\delta} m'(x) + \frac{1}{2}\delta^2 m''(x)\right]$, $\int dx' g(x,x') \approx$

$\int_0^1 dx' (x-x') \ln\frac{(x-x')^2}{(x-x')^2+\rho^2} = |x'-x=z| = \int_{-x}^{1-x} dz\, z \ln\frac{z^2}{z^2+\rho^2} = |z^2=t| =$

$= \frac{1}{2}\int dt \ln\frac{t}{t+\rho^2} = \frac{1}{2}\int dt\left[\ln t - \ln(t+\rho^2)\right] = \frac{1}{2}\left[t\ln t - t - (t+\rho^2)\ln(t+\rho^2) + t + \rho^2\right] =$

$= \frac{1}{2}\left[t\ln t - (t+\rho^2)\ln(t+\rho^2) + \rho^2\right]_{x^2}^{(1-x^2)} = \frac{1}{2}\left[(1-x^2)\ln(1-x^2) - (1-x^2+\rho^2)\ln(1-x^2+\rho^2) - x^2\ln x^2 + (x^2+\rho^2)\ln(x^2+\rho^2)\right]$

$\lambda\frac{\partial m(x)}{\partial x} = \int_0^1 dx' \frac{\partial g(x,x')}{\partial x} m(x') = \int_0^1 dx' \frac{4\rho}{(x-x')\left[\rho^2+(x-x')^2\right]} m(x')$

(отн. ошибка приближ.)

Число дуплетов Ср Work $\rho = 0{,}01$

	m=0	1	2	3	4	5
$\sin(\pi m x)$	–	0,011	0,017	0,009	0,047	
$\cos(\pi m x)$	0,009	0,134	0,029	0,027	0,011	
χ^S	–	0,999	0,963	0,955	0,937	
χ^c	0,989	0,930	0,945	0,931	0,933	

Дисперсия прибл.

$D = \sqrt{\int_0^1 dx \left[\lambda(x) - \langle\lambda(x)\rangle\right]^2}$

$u_2(x) = \int dx' g(x,x') u_1(x')$

$u_2(x) = \lambda(x) u_1(x)$

Escaneado con CamScanner

Date. 17.02.

Докажем эвой табл. нужно пересчитать точнее, так как они меняются в разных приближениях (разное число дискр. точек $\lim \int_0^1 \lambda(x) \to \sum_j \lambda(x_j)$). Но смысл $\min D(u)$ — минимальная пробная функция даст min дисперсии $\lambda(x)$, а для истинной СФ $D(u)=0$, т.к. $\lambda(x)=\text{const}$.

В силу $g(x,x') \sim \ln|x-x'|$, $m(x')=m(x)$ выбрас. из под знака $\int dx'(\dots)$

Вообще $\cos(\pi m x)$ надо исключить из числа кандидатов на СФ, т.к. они не удовлетворяют $m(x=0)=0$. Но надо $\sin(\pi m x)$ сравнивать с конкурентами, чтобы доказать что они лучшие СФ. $x \in [0,1]$

Видимо, СФ похожи на $\sin(\pi m x)$, $m=1,2,\dots$

Свойства СФ матричного оператора (wires) 17/II

Будем отсчитывать x, x' от центра wire $x_0=0$ (раньше было $x_0=1/2$):

$$\lambda m_z(x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx'\, g(x,x')\, m_z(x')$$

Проверим полезность $\lambda m_z(-x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx'\, g(-x,x') m(x') = \left| \begin{matrix} x' = -\xi \\ dx' = -d\xi \end{matrix} \right| =$

$$= -\int_{+1/2}^{-1/2} d\xi\, g(-x,-\xi) m(-\xi) = \int_{-1/2}^{1/2} d\xi\, g(-x,-\xi) m(-\xi) = \left| \begin{matrix} g(x,x') = F((x-x')^2) \\ g(-x,-x') = g(x,x') \end{matrix} \right| =$$

$$= \int_{-1/2}^{1/2} d\xi\, g(x,\xi)\, m(-\xi), \text{ т.е. } \lambda m(-x) = \int_{-1/2}^{1/2} d\xi\, g(x,\xi)\, m(-\xi)$$

Видно, что при λ - фиксир. $m(x)$ и $m(-x)$ удовлетворяют одному и тому же уравнению, $\Rightarrow$ $m_z(x) = m_z(-x)$ — нет

надо $m(-x) = \pm m(x)$, $x \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$

mw - напишем четность ядра. Четной функцией относительно центра ядра. Если $x \in [0,1]$, то такими функ. будут $\begin{cases} \sin(m\pi x), m\text{-нечет.} \\ \cos(m\pi x), m\text{-чет.} \end{cases}$

Но если совместить четность $m(x) = m(-x)$ отн. центра. и $m(0)=0$, то в качестве СФ можно оставить только $\sin(\pi m x)$ с m-нечет. и $\cos(\pi m x)$ с $m=0$. (нет, если $m(0)=0$).

Ибо $x \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ $\sin(\pi m x) \to \sin\left[\pi m (x - \frac{1}{2})\right] =$

$= \sin(\pi m x)\cos\frac{\pi m}{2} - \cos(\pi m x)\sin\frac{\pi m}{2} = (\text{знак}\pm)\cos(\pi m x)$ для m = нечет.

Ср $u_m(x) = \cos(\pi m x)$, $\frac{\partial u_m}{\partial x} = -\pi m \cdot \sin(\pi m x) = \left| x = \pm\frac{1}{2} \right| = \mp \pi m \sin\frac{\pi m}{2}$

$u_m(x = \pm\frac{1}{2}) = \cos\frac{\pi m}{2} = 0$ только для m - нечет.

Осталась возможными для СФ $x \in [-1/2, 1/2]$: $\begin{cases} u_m(x) = \cos(\pi m x), m\text{-нечет} \\ u_0(x) = 1 - \text{Фмр-мода - нет.} \end{cases}$

В исх. координатах $x \in [0,1]$ это $\sin(\pi m x)$, m-нечет. и $u_0(x) = 1$ (нет)

Но тогда наглядно как объяснить экси. $f_3 = 0{,}319$ (wires), и f_1 (wires) которая раньше объяснялась $\omega_2^{\cos}$ и теперь запрещенным. (1.5/II) 1 (нет, условий уже не важно?)

Здесь достаточно считать $m(x) = \cos(\pi m x)$ и не рассм. $\sin$, x'

Date. . .

$\lambda \cos(\pi m x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' g(x,x') \cos(\pi m x')$ при $x=0$ даст $\lambda_m = \int_{-1/2}^{1/2} dx\, g(x) \cos$

Разложение $m(x') = m(x) + m'(x)(x'-x) + \frac{1}{2} m''(x)(x'-x)^2$ где $x-x'$ дает

$$\lambda m(x) = \int_{-1/2(0)}^{1/2(1)} dx' g(x-x') \left[m(x) + m'(x)(x'-x) + \frac{1}{2} m''(x)(x'-x)^2 \right]$$

$$\lambda m(x) = m(x) \int dx' g(xx') + m'(x) \int dx' g(xx')(x'-x) + \frac{1}{2} m''(x) \int dx' g(xx')(x-x')^2$$

→ В центре дает $x=0$ $\lambda m(0) = m(0) \int_{-1/2}^{1/2} dx' g(0,x') + m'(0) \int dx' g(0,x') x' + \frac{1}{2} m''(0) \int dx' g(0,x')$

Важное предполож. $x=0$

т.к. $g(0,x)$ - чет. отн. x $\Rightarrow$ $\int dx' g(0,x') x' = 0$

$$\lambda m(0) = m(0) \int_{-1/2}^{1/2} dx' g(0,x') \quad \text{или} \quad \lambda m(\tfrac{1}{2}) = m(\tfrac{1}{2}) \int_0^1 dx' g(\tfrac{1}{2}, x')$$

$m(\frac{1}{2}) = \sin(\pi m x)_{x=1/2} = \sin(\frac{\pi m}{2}) \neq 0$. m - целое. След. $\lambda = \int_0^1 dx' g(\frac{1}{2}, x')$ -

— с хорошей точностью в "0" приближении. В "1" приближ.

при $x \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ $\lambda m(0) = m(0) \int_{-1/2}^{1/2} dx' g(0,x') + \frac{1}{2} m''(0) \int_{-1/2}^{1/2} dx' g(0,x') x'^2$

пусть $m(x) = \cos(\pi m x)$, $m^{[2s]}(x) = (\pi m)^{2s} (-1)^s \cos(\pi m x)$, $m^{[2s]}(0) = (-1)^s (\pi m)^{2s}$

$$\lambda m(0) = \sum_{s=0,1,2}^{\infty} (-1)^s \frac{(\pi m)^{2s}}{(2s)!} \int_{-1/2}^{1/2} dx\, g(0,x) x^{2s}, \quad \text{т.е. } C3$$

$$\lambda_{m\,(x=0)} = \sum_{s=0} (-1)^s \frac{(\pi m)^{2s}}{(2s)!} \int_{-1/2}^{1/2} dx\, g(0,x) x^{2s} = \sum_{s=0} (-1)^s \frac{(\pi m)^{2s}}{(2s)!} I_s -$$

сходится

$$\lambda_0 \text{ (ФМР мода)} = \int_{-1/2}^{1/2} dx\, g(0,x) = \frac{2}{p} \int_{-1/2}^{1/2} \ln \left[\frac{x^2}{x^2+p^2} \right] dx = \frac{2 \cdot 2}{p} \int_0^{1/2} dx \left[2 \ln x - \ln(x^2+p^2) \right]$$

$$= \frac{4}{p} \left[2x(\ln x - 1) - x \ln(x^2+p^2) + 2x - 2p \operatorname{arctg} \frac{x}{p} \right]_0^{1/2} =$$

$$= \frac{4}{p} \left[2 \cdot \frac{1}{2} \ln \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1}{4} + p^2\right) - 2p \operatorname{arctg} \frac{1}{2p} \right] = \frac{4}{p} \left[-\frac{1}{2} \ln(1+4p^2) - 2p \operatorname{arctg} \right]$$

при $p \ll 1$ $\lambda_0 \cong \frac{4}{p} \left[-\frac{1}{2} 4p^2 - 2p \left(\frac{\pi}{2} - 2p \right) \right] = \frac{4}{p} \left[-2p^2 - \pi p + 4p^2 \right] =$

$= -4\pi + 8p$, $\quad -\frac{\lambda_0}{4\pi} = 1 - \frac{2}{\pi} p$ (!) - вот так же, когда

Это размаг. фактор из статьи Славина PRB'99. $p = 4/w$

$$\lambda_0(p) = -\frac{2}{p} \ln(1+4p^2) - 8 \operatorname{arctg} \frac{1}{2p} = -4\pi D_{zz}^{ef}(p) \qquad N_{zz}^{ef} = 4\pi$$

Aharoni'2000: $4\pi D_z' = N_{zz}' = 4 \left[2 \operatorname{arctg}(2p) - \frac{1}{2p} \ln(1+4p^2) \right]$, $p \ll 1$.

(после $p \to \frac{1}{p}$)

$N_{zz}' = 4 \left[2 \cdot 2p - \frac{1}{2} p^{-1} \cdot 4p^2 \right] = 8p$ - предел совпад. $N_{yy}^{ef} = 4\pi - N_{zz}^{ef}$

Хотя предел $p \to 0$ совпадает с точн. до p, наш (D_{zz}^{ef}) $D_{yy}^{ef} = 1 - D_{zz}^{ef}$ не совпадает с ф. Aharoni'2000.

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

В Вассиле, где собств. $u_m(x)$ с $u_m(0) \neq 0$, т.е. решали СФ будет

$$\lambda_m = \frac{1}{u_m(0)} \int_{-1/2}^{1/2} g(x)\, u_m(x)\, dx, \quad \text{т.к. } g(x,x') = g(|x-x'|), \; u_{m1}(x) - \text{СФ}$$

Date.

Нужно найти $I_s^{(0)} = \int_{-1/2}^{1/2} dx\, g(0,x)\, x^{2s} = 2\int_0^{1/2} dx\, g(0,x)\, x^{2s} = I_s(p)$ $(x=0)$

$$\int_0^{1/2} dx\, x^{2s} \ln(x^2+p^2) = \frac{1}{2s+1}\left\{ x^{2s+1}\ln(x^2+p^2) + (-1)^s 2p^{2s+1}\operatorname{arctg}\frac{x}{p} - \right.$$
$$\left. -2\sum_{k=0}^{s}\frac{(-1)^{s-k}}{2k+1} p^{2s-2k} x^{2k+1}\right\}\Big|_0^{1/2} = \frac{1}{2s+1}\left\{ \frac{1}{2^{2s+1}}\ln\left(\frac{1}{4}+p^2\right) + (-1)^s 2p^{2s+1}\operatorname{arctg}\frac{1}{2p} - \right.$$
$$\left. -2\sum_{k=0}^{s}\frac{(-1)^{s-k}}{2k+1} p^{2s-2k}\frac{1}{2^{2k+1}}\right\}$$

$$2\int_0^{1/2} dx\, x^{2s}\ln x = \left\{ \dots \right\}_{p=0}, \to I_s = 2\cdot\frac{2}{p}\int_0^{1/2} dx \left[2\ln x - \ln(x^2+p^2)\right] x^{2s} =$$
$$= \frac{4}{p}\frac{1}{2s+1}\left\{ \frac{1}{2^{2s+1}}\left[\ln\frac{1}{4} - \ln\left(\frac{1}{4}+p^2\right)\right] + 2(-1)^s\left[-p^{2s+1}\operatorname{arctg}\frac{1}{2p}\right] + \right.$$
$$\left. + (-2)\left[\sum_{k=0}^{s}\frac{(-1)^{s-k}}{2k+1}\frac{(p\to 0)^{2s-2k}}{2^{2k+1}} - \sum_{k=0}^{s}\frac{(-1)^{s-k}}{2k+1}\frac{1}{2^{2k+1}}p^{2s-2k}\right]\right\} =$$
$$= \frac{4}{p}\frac{1}{2s+1}\left\{ \frac{(-1)}{2^{2s+1}}\ln\left[1+4p^2\right] + 2(-1)^{s+1}p^{2s+1}\operatorname{arctg}\frac{1}{2p} + \right.$$
$$\left. + (-2)(-1)^s\sum_{k=0}^{s}\frac{(-1)^k}{2^{2k+1}(2k+1)}\left[1-p^{2s-2k}\right]\right\}, \quad \text{в } \{\dots\} \text{ достаточно } \sim p^2 \text{ членов}$$

$$I_s(p) = \frac{1}{p}\frac{4(-2)}{2s+1}\left\{ \frac{1}{2^{2s+2}}\ln\left[1+4p^2\right] + (-1)^s p^{2s+1}\operatorname{arctg}\frac{1}{2p} + (-1)^s\sum_{k=0}^{s}\frac{(-1)^k}{2^{2k+1}(2k+1)}\left[1-p^{2(s-k)}\right]\right\}$$

$$\operatorname{arctg}\frac{1}{2p} = \frac{\pi}{2} - \sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\frac{1}{(2k+1)\left(\frac{1}{2p}\right)^{2k+1}} = \frac{\pi}{2} - 2p$$

(удержим $k=s-1$ точно и $k=s$)

$$I_s(p) = -\frac{8}{p}\frac{1}{(2s+1)}\left\{ \frac{1}{2^{2s}}p^2 + (-1)^s p^{2s+1}\left[\frac{\pi}{2}-2p\right] + (-1)^s\frac{(-1)^{s-1}}{2^{2s-1}(2s-1)}\left[1-p^2\right]\right\} \quad (s\geq 1)$$

Надо $\sum_{k=0}^{s}\frac{(-1)^{s-k}}{2^{2k+1}(2k+1)} = \frac{(-1)^s}{2}\sum_{k=0}^{s}\frac{(-1)^k}{2^{2k}(2k+1)} = f_s$ — неточно, оставить $(s\geq 1)$

$$I_s(p) = -\frac{8}{p}\frac{1}{(2s+1)}\left\{ \frac{1}{2^{2s}}p^2 + (-1)^s p^{2s+1}\left[\frac{\pi}{2}-2p\right] + f_s - p^2(-1)^s\frac{(-1)^{s-1}}{2^{2s-1}(2s-1)} - \right.$$
$$\left. - \frac{1}{(2s+1)2^{2s+1}}\right\} = \left|s\geq 1\right| = -\frac{8}{p}\frac{1}{2s+1}\left\{ \frac{1}{2^{2s}}p^2 + p^2\frac{1}{2^{2s-1}(2s-1)} + f_s - \frac{1}{(2s+1)2^{2s+1}}\right\}$$

Неточно надо f_s (ост. точно ч. $k=s$ при $p\to 0$) иначе: $f_s = \frac{1}{(2s+1)2^{2s+1}}$

$$I_s(p) = -\frac{8}{p}\frac{1}{2s+1}p^2\frac{1}{2^{2s}}\left[1+\frac{2}{2s-1}\right] = -\frac{8}{2^{2s}}(2s-1)^{-1}p = -2^{3-2s}\frac{1}{(2s-1)}p$$

$$\lambda_{m(m>0)}(p) = \underbrace{I_{s=0}(p)}_{\lambda_0} + \sum_{s=1}(-1)^s\frac{(\pi m)^{2s}}{(2s)!}I_s = \lambda_0 - 8p\sum_{s=1}^{\infty}(-1)^s\frac{(\pi m)^{2s}}{(2s)!}\frac{1}{2^{2s}(2s-1)}$$

Date. 18. 02.

СФ СЗ ~ Wires
инт. оператора

Параметрическое разложение λ_m авт. (πm). (πm) не очень велико
много решит. не работает.

$$\sum_{s=1}(-1)^s \frac{(\pi m/2)^{2s}}{(2s)!}\frac{1}{(2s-1)} = \sum_{s=1}(-1)^s \frac{z^{2s}}{(2s)!(2s-1)} = S(z)\cdot z, \quad z=\frac{\pi m}{2}$$

$$\frac{dS(z)}{dz} = \frac{d}{dz}\sum_{s=1}(-1)^s \frac{z^{2s-1}}{(2s)!(2s-1)} = \sum_{s=1}(-1)^s \frac{z^{2s-2}}{(2s)!} = \frac{1}{z^2}\sum_{s=1}(-1)^s \frac{z^{2s}}{(2s)!} =$$

$$= \frac{1}{z^2}\left[\cos z - 1\right], \quad S(z) = -\int \frac{dz}{z^2}(1-\cos z) + C = \frac{1}{z} + \int dz \frac{\cos z}{z^2} + C =$$

$$= \frac{1}{z} + \frac{1}{z\cdot 1!}\left\{(-1)\cos z\right\} + \frac{(-1)}{1!}Si(z) = \frac{1}{z}(1-\cos z) - Si(z) + C$$

$$\lambda_m = \lambda_0 - 8p\, z\cdot S(z) = \lambda_0 - 8p\left[1-\cos\left(\frac{\pi m}{2}\right) - \frac{\pi m}{2}Si\left(\frac{\pi m}{2}\right)\right] + C\frac{\pi m}{2}$$

$\to 0$, m-четное, $\lim_{m\to 0} = 0$

$$\boxed{\lambda_m = \lambda_0 - 8p\left[1-\cos\left(\frac{\pi m}{2}\right) - \frac{\pi m}{2}Si\left(\frac{\pi m}{2}\right)\right]}$$

СЗ на $\cos(\pi m x)$, $x\in[\frac{1}{2},\frac{1}{2}]$ (m-четное).

$$S(z) = \sum_{s=1}(-1)^s \frac{z^{2s-1}}{(2s)!(2s-1)} = \frac{1}{z}(1-\cos z) - Si(z) + C,$$

$$S(0) = 0, \quad -Si(0) + C = 0, \quad C = Si(0) = -\frac{\pi}{2} + \int_0^{x\to 0}\frac{\sin t}{t}dt = -\frac{\pi}{2}$$

$$Si(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t}dt$$ - функция огранич. при всех m.

Точнее: $\lambda_m^2 = \lambda_0 - 8p\left[1 - \frac{\pi m}{2}Si\left(\frac{\pi m}{2}\right)\right]$, $p\ll 1$, m-четное, $\lambda_0 = I_0$
$\lambda_m = 4\pi Z_{m00}^{m00}$

Хотя m=0 запрещено угл. ур., но ψ_0^c с λ_0 хорошо опис. эксп. ф-ю.

18/II Разложение $m(x')$: $\lambda m(x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx'\, g(x,x')\sum_{s=0}\frac{m^{[s]}(x)}{s!}(x'-x)^s$ –

можно рассм. как дир. ур. на $m(x)$ если оставить члены с малыми $s=0,1,2$. Но если нужно знать только спектр λ, то

в сил. четности $g(0,x')$: $\lambda m(0) = \sum_{s=0}\frac{m^{[2s]}(0)}{(2s)!}\int_{-1/2}^{1/2}dx' g(0,x')(x')^{2s} = \sum_{s=0}\frac{m^{[2s]}(0)}{(2s)!}I_s$, $I_s = \int_{-1/2}^{1/2}\{dx\, g(0,x)\}^{2s}$

Расчет 17/II в главном по $p\ll 1$ прибл. дает: $I_s = -\frac{8p}{2^{2s}(2s-1)}$, $s\geq 1$.

Если точнее (точное) СФ $u_m(x)$, то $\boxed{\lambda_m = \frac{1}{u_m(0)}\sum_{s=0}\frac{u_m^{[2s]}(0)}{(2s)!}I_s}$ – точное выражение для СЗ. $x=0$ – центр ур.

Но т.к. $u_m(x)$ – неизвестны и нет никаких оснований (кроме полноты и $u_m(0)=0$) считать $u_m(x) = \cos(\pi m x)$, $x\in[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]$.

Если предположить, что есть $u_0(x) = 1$ (а это не так), но все $u_0^{[2s]} = 0$ ($s\geq 1$) и $\lambda_0 = I_0$, то хорошо описывает эксп. ф-ю (на основе $\lambda(x=0)$ и $u_0(x)=1$)

Escaneado con CamScanner

Date.

А диктует ли BLS-экси. гетные или нечетные $m(x)$ отн. центра фазы образ?
FMR эксперимент — диктует гетные, $\int m(x)dx \neq 0$

А гетные ли на самом деле $U_m(\xi)$? Ведь $m(-x) = \lambda^{-1}\int_{-1/2}^{1/2} d\xi\, g(x,\xi) m(-\xi)$
(или говорили 17/II)
вокруг не означает $m(-x) = m(x)$; $m(-x) = -m(x)$ тоже
допустимо в силу однородности уравнения. $m(-x) = \pm m(+x)$,
т.е. СФ либо гетные, либо нечетные отн. центра фазы. Итого
$\sin(\pi m\xi)$ и $\cos(\pi m\xi)$ или $\sin(\pi m x), \cos(\pi m x)$ со всеми m - допустимы
$\xi \in [-1/2, 1/2]$ $x \in [0,1]$

Если требовать $m(0,w) = 0$, то СФ $\sin(\pi m x)$ со всеми m.
Вид - разложение λ_m зависит лишь от гетности $g(0,\xi)$ и сохраняется,
только $\lambda_m \cdot U_m(0) = \sum_{s=0} \frac{U^{[2s]}(0)}{(2s)!} I_s$, $U^{[2s]}(0) = 0$ для нечет. функции $\forall s$,
и др. для λ_m исчезают. в $0=0$. Т.е. нечет. - $\sin(\pi m\xi)$ моды
дискретности - ребаты на сфф. с гет.

$$\lambda \frac{\partial m(x)}{\partial x} = \int_{-1/2}^{1/2} dx' \frac{\partial g(x,x')}{\partial x} m(x') = \left| \begin{array}{l} g(x,x') = F(|x-x'|), \quad z = |x-x'| \\ \frac{\partial g}{\partial x} = \frac{\partial F}{\partial z}\frac{\partial}{\partial x}|x-x'| = \frac{\partial F(z)}{\partial z} sign(x-x') \end{array} \right| =$$

$$= \int_{-1/2}^{1/2} dx' F_z' \, sign(x-x') m(x') \Rightarrow \lambda \left(\frac{\partial m}{\partial x}\right)_{x=0} = -\int_{-1/2}^{1/2} dx' F_z' \cdot 5(x') m(x') = \begin{cases} 0, \text{ чет. моды} \\ \neq 0, \text{ нечет. моды} \end{cases}$$

$$\lambda m(0) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' g(0,x') m(x') = \begin{cases} \neq 0, \text{ чет. моды} \\ 0, \text{ нечет. моды} \end{cases}$$ (так и должно быть)

$$\lambda \frac{\partial m(x)}{\partial x} = -\int_{-1/2}^{1/2} dx' \frac{\partial g(x,x')}{\partial x'} m(x') = -g(x,x') m(x') \Big|_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} + \int_{-1/2}^{-1/2} dx' g(x,x') \frac{\partial m(x')}{\partial x'}$$

$$\lambda \left(\frac{\partial m(x)}{\partial x}\right)_{x=0} = -g(0,x') m(x') \Big|_{-1/2}^{1/2} + \int dx' g(0,x') \frac{\partial m(x')}{\partial x'} = \begin{cases} 0, \text{ чет. моды} \\ \neq 0, \text{ нечет. моды} \end{cases}$$

$$\lambda \left[\frac{\partial m(x)}{\partial x}\right]_{x=\pm\frac{1}{2}} = \pm \int_{-1/2}^{1/2} dx' F_z' \cdot m(x') = \begin{cases} \text{0, для нечет. мод} \\ F' \text{ сингулярна при } x' = x = \pm\frac{1}{2} \end{cases}$$
$F_z'(|\pm\frac{1}{2} - x'|)$

Итак, видно, что $m(x)$ будет аналитической, при $x = 0,1$ в частности.

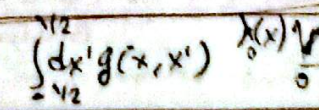
Пробными ф. могут быть $[x(1-x)]^s$, $\begin{cases} x^s, & x < 1/2 \\ (1-x)^s, & x > \frac{1}{2} \end{cases}$, $1 - |2(x-\frac{1}{2})|^s$
(нечетные отн. центра и $m(0,1) = 0$)

Какова диф. ур. даст разложение $m(x') = \sum_s \frac{m^{[s]}(x)}{s!}(x'^s - x)^s$

$$\lambda m(x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' g(x,x') \left[m(x) + m'(x)(x'-x)\right] = m(x)\int dx' g(x,x') +$$

$$+ m'(x)\int dx' g(x-x')(x'-x), \quad \boxed{m'(x)\cdot\varphi(x) + \varphi_1(x) m(x) = 0}$$ Вид $\varphi(x)$, $\varphi_1(x)$ см. сл. стр.

Если $m'(x)$ выбросить, получим $\lambda = \lambda_0(x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' g(x,x')$



Escaneado con CamScanner

Диф. ур. $m'(x) + \frac{\varphi_1(x)}{\varphi(x)} m(x) = 0$ н/у $x = \pm w/2$ даст и. чис. $\varphi(1/2)/\varphi(1/2) = -\frac{I_0 - \lambda}{I_1} = d(p)$ - pinning

Date. . .

$I_1(x) = \varphi(x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' g(x x') (x' - x)$, $\varphi_1(x) = \lambda(x) - \lambda = \int_{-1/2}^{1/2} dx' g(x, x') - \lambda = I_0(x) - \lambda$

$m'(x) = -\frac{\varphi}{\varphi} m(x)$, $m(x) = C e^{-\int dx \frac{\varphi}{\varphi_1}}$

$\frac{\varphi_1(x)}{\varphi(x)} = -\frac{1}{\int dx' g(x x')(x' - x)} \left[\int_{-1/2}^{1/2} dx' g(x x') - \lambda \right]$, $\varphi(0) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' g(0, x') x' = 0$

$\varphi(x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' g(x - x')(x' - x) = |x' - x = z| = \int_{-\frac{1}{2} - x}^{1/2 - x} dz\, g(0, |z|) z =$

$= \frac{2}{p} \int dz \ln \frac{z^2}{z^2 + p^2} \cdot z = \frac{2}{p} \int dz \cdot z \left[\ln z^2 - \ln (z^2 + p^2) \right] =$ (почему?)

$= -\frac{2}{p} \int dz z \left[\ln (z^2 + p^2) - \ln (z^2 + p^2)_{p=0} \right] = -\frac{2}{p} \frac{1}{2} \left[(z^2 + p^2) \ln (z^2 + p^2) - z^2 - \right.$

$\left. - z^2 \ln z^2 + z^2 \right]_{(\cdot)}^{(\cdot)} = -\frac{2}{p} \frac{1}{2} \left[(z^2 + p^2) \ln (z^2 + p^2) - z^2 \ln z^2 \right]_{-\frac{1}{2} - x}^{1/2 - x} =$

$= -\frac{2}{p} \frac{1}{2} \left[z^2 \ln \frac{z^2 + p^2}{z^2} + p^2 \ln (z^2 + p^2) \right]_{-(\frac{1}{2} + x)}^{1/2 - x} = -\frac{2}{p} \left[(\tfrac{1}{2} - x)^2 \ln \frac{(1/2 - x)^2 + p^2}{(1/2 - x)^2} - \right.$

$\left. - (x + 1/2)^2 \ln \frac{(1/2 + x)^2 + p^2}{(1/2 + x)^2} + p^2 \ln \left[\frac{(1/2 - x)^2 + p^2}{(1/2 + x)^2 + p^2} \right] \right] \cdot \frac{1}{2} = \varphi(x)$

$\lambda + \varphi_1(x) = \int dx' g(x, x') = |x' - x = z| = \int_{-\frac{1}{2} - x}^{1/2 - x} dz\, g(0, |z|) = \frac{2}{p} \left[2z \ln |z| - z \ln (z^2 + p^2) - \right.$

$\left. - 2p \operatorname{arctg} \frac{z}{p} \right]_{-1/2 - x}^{1/2 - x} = \frac{2}{p} \left[2(1/2 - x) \ln (1/2 - x) + 2(1/2 + x) \ln (1/2 + x) - \right.$

$\left. - (1/2 - x) \ln \left[(1/2 - x)^2 + p^2 \right] + (1/2 + x) \ln \left[(1/2 + x)^2 + p^2 \right] - 2p \operatorname{arctg} \frac{1/2 - x}{p} + 2p \operatorname{arctg} \frac{1/2 + x}{p} \right]$

$= \frac{2}{p} \left[\ln (\tfrac{1}{4} - x^2) + 2x \ln \left| \frac{1/2 + x}{1/2 - x} \right| - \frac{1}{2} \ln \left[\left((1/2 - x)^2 + p^2 \right) \left((1/2 + x)^2 + p^2 \right) \right] + \right.$

$\left. + x \ln \frac{(1/2 - x)^2 + p^2}{(1/2 + x)^2 + p^2} - 2p \operatorname{arctg} \left[\frac{1}{p} \frac{1}{1 - \frac{1}{p^2} \left[\frac{1}{4} - x^2 \right]} \right] \right]$

$\lambda + \varphi_1(x) = \frac{2}{p} \left[\frac{1}{2} \ln \left[\frac{(1/4 - x^2)^2}{\left((1/2 - x)^2 + p^2 \right) \left((1/2 + x^2) + p^2 \right)} \right] + x \ln \left[\frac{(1/2 + x)^2}{(1/2 + x)^2 + p^2} \right] + x \ln \left[\frac{(1/2 - x)^2}{(1/2 - x)^2 + p^2} \right] \right.$

$\left. - 2p \operatorname{arctg} \frac{(1/2 - x)}{p} - 2p \cdot \operatorname{arctg} \frac{(1/2 + x)}{p} \right]$, $\varphi_1(x) = \lambda_0(x)$ в "0" приближ.

при $(\frac{1}{4} - x^2) < p^2$ искать другая ф. лучше не сходится

Взять $\int \frac{\varphi_1(x)}{\varphi(x)} dx$ - квазиопределенный интеграл.

$\varphi_1(0) = \lambda_0$ даст $\lambda_0(p)$, вычисл. 17/11 $\varphi_1(x) \approx \text{const}$, да исп. $x = \pm 1/2$

→ Диф. ур. получается для $m(x)$ дикое и польза от него не видна (дискон. граничн. усл. при $x = \pm 1/2$).

Разложение СЗ по СФ и их производ. в центре дела: $\lambda_m = \frac{1}{u_m(0)} \sum_{s=0} \frac{u_m^{[2s]}(0)}{(2s)!} I_s$ —

- довольно сложно и результаты бно при $\cos(\pi m x) = u_m(x)$ разумны.

Escaneado con CamScanner

Wires

date. 20.02. (точн. до 1 членов мин. пор = 1/w

$\lambda_m = \lambda_0 - 8p\left[1 - \cos\left(\frac{\pi m}{2}\right) - \frac{\pi m}{2}\,\mathrm{Si}\left(\frac{\pi m}{2}\right)\right]$, $\lambda_0 = -4\pi + 8p$

$= -4\pi + 8p\left[\cos\left(\frac{\pi m}{2}\right) + \frac{\pi m}{2}\,\mathrm{Si}\left(\frac{\pi m}{2}\right)\right]$, $q_m = \pi m$, если $x = \frac{y}{w}$.

$Z^m_m(0) = \frac{1}{4\pi}\lambda_{m\,(x=0)} = -1 + \frac{p}{\pi}p\left[\cos\left(\frac{q_m}{2}\right) + \frac{1}{2}q_m\,\mathrm{Si}\left(\frac{1}{2}q_m\right)\right]$ для $x=0$ – расчета.

Если $Z^m_m(\text{отн.}) = \frac{e^{-q_m p} - 1}{q_m p}$ сравнить с $Z^m_m(0)$, то они практически совпадут для $1 \le m \le 5$. А если $Z^m_m(\text{отн.})$ разложить по p с точн. до p^1, то $Z^m_m(\text{отн.})$ и $Z^m_m(0)$ совпадут с очень хорошей точностью для $m \ge 1$. Но $Z^m_m(0)$ годится и для $m=0$, давая разум. фактор Слэтера. PRB.

Чтобы получить такое λ_m, надо чтобы $u^{[2s]}_m(0) = (\pi m)^{2s}(-1)^s u_m(0)$. Годился не только $\cos(\pi m x)$ в качестве СФ, но и $u_m(x) = \sin(\pi m x)$, $x = [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$.

$u^{[2s]}_m(x) = (\pi m)^{2s}(-1)^s \sin(\pi m x)$, $\lim_{x\to 0}\frac{u^{[2s]}(x)}{u_m(x)} = (\pi m)^{2s}(-1)^s \frac{\sin(\pi m x)}{\sin(\pi m x)} = (-1)^s(\pi m)^{2s}$.

Поэтому $\lambda_m = \sum_{s=0}(-1)^s\frac{(\pi m)^{2s}}{(2s)!}I_s$ и для $\cos(\pi m x)$ и для $\sin(\pi m x)$.

Для $\sin(\pi m x)$ только $m \ge 1$.

Конкурирующие два расчета wires ($\lambda_m = 4\pi\hat{Z}^m_m$) на $\frac{\sin}{\cos}(\pi m x)$:

① расчет с $\lambda_m = \int dx dx'\, g(x,x')u_m(x)u_m(x') = \int dx\,\lambda_m(x)u^2_m(x)$

$u_m(x)\lambda_m(x) = \int dx'\, g(x,x')u_m(x')$. $\lambda_m(x)$ – слабая функция x.

подход сделан 16/П. Осн. мода неоднородная – $\sin(\pi x)$, вторая ФМР – $\cos(0\cdot x)$.

② расчет $\lambda^{(x)}_m \to \lambda_m(x=0) = \lambda_m(0)$ с осн. модой $u_0(x) = \cos(0\cdot x) = 1$.

Сами $u_m(x) = \begin{cases}\cos(\pi m x)\\ \sin(\pi m x)\end{cases}$, $x=0$ в центре доя. Этот подход дает разум. фактор Слэтера для осков. моды.

Оба хорошо описывают эксп. BLS. Выбор между ними зависит от того возбуждается ли SW по всей длине дота – ①, или вблизи по середины $x=0$ – ②.

→ Альтернатива: найти точные СФ $u_m(x)$, так как $\cos(\pi m x)$, $\sin(\pi m x)$ лишь приближенные СФ, хотя и неплохие.

→ Можно разложить СФ $u_m(x)$ по x^n в окрестности $x=0$ центра дота (или краях $x=0, w$?). Получим систему лин. однород. уравнений для $m[n](0)$, условием совместности $\det(\ldots)=0$, которой будет спектр λ.

(сделал 09.07.20)

Date.

Это эквивалентно задаче Дирихле, но не в $\cos(\cdot)$, $\sin(\cdot)$ а в x^n - полном базисе. Спектр λ будет определяться $I_{2s}(0) = \int_{-1/2}^{1/2} dz\, g(0,z) z^{2s}$ и $I_s^{[n]}(0)$, где $I_s(x) = \int_{-1/2-x}^{1/2-x} dz\, g(0,z) z^s$.

Напомним если $u_0 = 1$, то $\lambda_0 = I_0(0)$ ($\lambda_0(p)$ подсчитано 17/II).

Явный вид $I_0(x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx'\, g(x,x')$ и $I_1(x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx'\, g(x,x')(x-x')$ найден 18/II. $I_s(x)$ аналитичны вблизи краев дома $x = \pm 1/2$, но аналитичны вблизи центра $x = 0$. Видимо это не верно и для СФ: неаналитичность при $x = \pm\frac{1}{2}$ (на краях дома).

Вид СФ при $x \to \pm\frac{1}{2}$ вызывает принципиальный интерес изучения этого, в частности, каким гран. условиям удовлетв. СФ.

$$I_0(x) = \frac{2}{p}\left[\frac{1}{2}\ln\left[\frac{(1/4-x^2)^2}{\{(\frac12-x)^2+p^2\}\{(\frac12+x)^2+p^2\}}\right] + x\ln\left[\frac{(\frac12+x)^2}{(\frac12+x)^2+p^2}\right] + x\ln\left[\frac{(\frac12-x)^2+p^2}{(\frac12-x)^2}\right] - 2p\operatorname{arctg}\frac{\frac12-x}{p} - 2p\operatorname{arctg}\frac{\frac12+x}{p}\right]$$

$$I_1(x) = -\frac{2}{p}\left[(\tfrac12-x)^2\ln\left[\frac{(\frac12-x)^2+p^2}{(\frac12-x)^2}\right] - (\tfrac12+x)^2\ln\left[\frac{(\frac12+x)^2+p^2}{(\frac12+x)^2}\right] + p^2\ln\left[\frac{(\frac12-x)^2+p^2}{(\frac12+x)^2+p^2}\right]\right]$$

будем отсчитывать x от левого края дома $x+\frac12 \to x$, $x-\frac12 \to x-1$



$$I_0(x) = \frac{2}{p}\left[\frac{1}{2}\ln\left[\frac{x^2(1-x)^2}{\{(x-1)^2+p^2\}\{x^2+p^2\}}\right] + (x-\tfrac12)\ln\frac{x^2}{x^2+p^2} + (x-\tfrac12)\ln\left[\frac{(x-1)^2+p^2}{(x-1)^2}\right] - 2p\operatorname{arctg}\frac{1-x}{p} - 2p\operatorname{arctg}\frac{x}{p}\right]$$

При $x \to 0$ (край дома): $I_0(x) = \frac{2}{p}\left[\frac12\ln\frac{x^2}{(1+p^2)(p^2+x^2)} - \frac12\ln\frac{x^2}{x^2+p^2} - \frac12\ln(1+p^2) - 2p\operatorname{arctg}\frac1p\right] + O(x)$

$= \frac{2}{p}\left[-\frac12\ln(1+p^2) - 2p\operatorname{arctg}\frac1p + \frac12\ln\frac{1}{1+p^2}\right] + O(x) = -\frac{2}{p}\left[\ln(1+p^2) + 2p\operatorname{arctg}\frac1p\right] + O(x)$

$I_0(x \to 0) = -\frac{2}{p}[\dots] + O(x)$, найдя след. член по x.

$$I_0(x) \cong \frac{2}{p}\left[\frac12\ln\left[\frac{x^2(1-2x)}{(1+p^2-2x)(x^2+p^2)}\right] - \frac12\ln\left[\frac{x^2}{x^2+p^2}\cdot\frac{(1+p^2-2x)}{1-2x}\right] + x\ln\frac{x^2}{p^2} + x\ln\left[\frac{1+p^2-2x}{1-2x}\right] - 2p\operatorname{arctg}\frac{1-x}{p} - 2p\operatorname{arctg}\frac{x}{p}\right] =$$

$$= \frac{2}{p}\left[\ln\frac{1-2x}{1+p^2-2x} + 2x\ln\frac{x}{p} + x\ln\left[\frac{1+p^2-2x}{1-2x}\right] - 2p\left[\operatorname{arctg}\frac1p - \frac{x}{p}\cdot\frac{p^2}{1+p^2}\right] - 2p\cdot\frac{x}{p}\right] =$$

$$= \frac{2}{p}\left[\ln\frac{1}{1+p^2}\cdot\frac{1-2x}{1-\frac{2x}{1+p^2}} + 2x\ln\frac{x}{p} + x\ln(1+p^2) - 2p\operatorname{arctg}\frac1p + (-1)\frac{2x}{1+p^2}\right] =$$

$$= \frac{2}{p}\left[\ln\frac{1}{1+p^2} - 2x + \frac{2x}{1+p^2} + 2x\ln\frac{x}{p} + x\ln(1+p^2) - 2p\operatorname{arctg}\frac1p - 2x\frac{1}{1+p^2}\right] = I_0(0) + \frac{2}{p}\left[2x\ln\frac{x}{p} + x\ln(1+p^2) - \dots\right]$$

Escaneado con CamScanner

$I_s(x)$ и диф. ур. ∞-порядка Вопли в PRB'02-Stajnes.

Date. 21.02.

Для $I_0(x\to 0) = I_0(0) + \frac{4}{\rho} x\ln x + O(x)$ - неаналитика при $x\to 0$.

$\lambda m(x) = \int_0^{1-x} dx' g(|x-x'|) m(x') = \left|\begin{matrix} x'-x = z \\ dx' = dz \end{matrix}\right| = \int_{-x}^{1-x} dz\, g(|z|) m(x+z)$

Если $m(x) = \sum_s \frac{m^{[s]}(0)}{s!} x^s$, то $\lambda m(x) = \int_{-x}^{1-x} dz\, g(|z|) \sum_s \frac{m^{[s]}(x)}{s!} z^s =$

$= \sum_s \int_{-x}^{1-x} dz\, g(|z|) z^s \frac{m^{[s]}(x)}{s!} = \sum_s \frac{m^{[s]}(x)}{s!} I_s(x), \quad I_s(x) = \int_{-x}^{1-x} dz\, g(z) z^s$

Из-за неаналитичности $I_s(x)$ надо предполагать и неаналитичность $m(x)$ при $x\to 0$ (край доски), в отличие аналитических вблизи нуля g.

$m(x) = m(0) + \mu x\ln x$ - ? попробуем. $m'(x) = \mu\ln x + \mu x\frac{1}{x} = \mu(\ln x + 1)$

$\lambda[m(0) + \mu x\ln x] = [m(0) + \mu x\ln x]\left[I_0(0) + \frac{4}{\rho} x\ln x\right] + \mu(\ln x + 1) I_1(x)$

$I_1(x) = -\frac{2}{\rho}\left[(x-1)^2 \ln\frac{(x-1)^2+\rho^2}{(x-1)^2} - x^2\ln\frac{x^2+\rho^2}{x^2} + \rho^2\ln\frac{(x-1)^2+\rho^2}{x^2}\right]$

$I_1(x\to 0) = -\frac{2}{\rho}\left[(1-2x)\ln\frac{1+\rho^2-2x}{1-2x} + \rho^2\ln\frac{\rho^2}{x^2}\right] = -\frac{2}{\rho}\left[\ln(1+\rho^2) - 2\rho^2\ln\frac{x}{\rho}\right] + O(x)$

$I_1(0) \to -\infty$. $\quad I_1(x) = I_1^0 + 4\rho\ln x$, $\quad I_1^0 = -\frac{2}{\rho}[\ln(1+\rho^2) + 2\rho^2\ln\rho]$

x^0: $\lambda m(0) = m(0) I_0(0) + \mu I_1^0$ $\Big\}$ $\to$ $\begin{cases} m(0)[I_0(0) - \lambda] + \mu I_1^0 = 0 \\ \frac{4}{\rho} m(0) + \mu[I_0(0) - \lambda] = 0 \end{cases}$

$x\ln x$: $\lambda\mu = \mu I_0(0) + \frac{4}{\rho} m(0)$ $\Big\}$

[$\ln x$: $0 = \mu(I_1^0 + 4\rho)$] $\quad \det\hat{R} = (I_0(0) - \lambda)^2 - I_1^0\frac{4}{\rho} = 0$

Сз $\lambda_\pm = I_0(0) \pm \sqrt{I_1^0 \frac{4}{\rho}}$, СФ: $m(0)\left[\pm\sqrt{4I_1^0/\rho}\right] + \mu I_1^0 = 0$

$m(x) = m(0)\left[1 \pm \frac{1}{I_1^0}\sqrt{\frac{4I_1^0}{\rho}} x\ln x\right]$, $\frac{\partial m(x)}{\partial x} = m(0)(\cdot)[\ln x + 1]$

$\frac{\partial m(x)}{\partial x} \sim m(0)\ln x \to \infty$ если $m(0) \neq 0$. Всегда $m(0) = 0$ - граничное условие для СФ.

Если $m(0) = 0$, то $\lambda = I_0(0) = -\frac{2}{\rho}\left[\ln(1+\rho^2) + 2\rho\operatorname{arctg}\frac{1}{\rho}\right] = -\frac{2}{\rho}[\rho^2 +$

$+ 2\rho\left(\frac{\pi}{2} - \rho\right)] = -\frac{4}{2}\pi + 2\rho$ - немонотонно, при $\rho\to 0$ $\lambda \to -4\pi$.

СФ $m(x) \sim x\ln x$ вблизи $x=0$ если допускать $\left(\frac{\partial m}{\partial x}\right)_{x=0} \to \infty$, что маловероятно!

21/II

Уж очень $g(x,x')$ похожа $\ln(\cdot)$ - ядро, которое для СФ - Полиномы Лежандра, а сами $m(x) \sim x\ln f(x)$ похожи на полиномы Лежандра Второго рода $Q_n(x)$ при $x\to 2x$.

$Q_0(x) = \frac{1}{2}\ln\frac{1+x}{1-x}$, $Q_1(x) = \frac{1}{2} x\ln\frac{1+x}{1-x} - 1$, $|x|<1$.

Escaneado con CamScanner

Date. . . Wow

$\frac{P}{2} g(x,x') = \ln \frac{(x-x')^2}{(x-x')^2+\rho^2} = 2\ln \frac{|x'-x|}{\sqrt{\Delta^2+\rho^2}} = 2\ln \frac{x|1-\frac{x'}{x}|\,|1+\frac{x'}{x}|}{|1+\frac{x'}{x}|\sqrt{\Delta^2+\rho^2}} =$

$= 2\ln \frac{1-\frac{x'}{x}}{1+\frac{x'}{x}} + 2\ln \frac{x|1+\frac{x'}{x}|}{\sqrt{\Delta^2+\rho^2}}$, $\ln \frac{1+2x}{1-2x}$ — нет синг. при $x=x'$.

Что если СФ $u_n(x) = Q_n(2x)$?, $x \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$

$u_0(x) = Q_0(2x) = \frac{1}{2}\ln \frac{1/2+x}{1/2-x}$ — нет. отн. x

$u_1(x) = Q_1(2x) = x \ln \frac{1/2+x}{\frac{1}{2}-x} - 1$ — нет. отн. x.

Нет, $Q_n(2x)$ сингулярны сами при $x = \pm\frac{1}{2}$ из-за $\ln(..)$.

Может $m(x) \underset{x\to 0}{\sim} x^s \ln x$, $x \in [0,1]$, но $s > 1$, чтобы $\left(\frac{\partial m}{\partial x}\right)_{x=0}$ и $m(0)$ были конечны. Сим. форма $u_n(x) = x^s(1-x)^s \ln x(1-x)$

→ Хорошими СФ также являются полиномы Лежандра $P_n^m(2x)$.

Очень хорош $P_1^1(2x) = (1-4x^2)^{1/2}$, $Du = 0{,}014$ (!) — $\lambda(x)$ практически пост.

$Du = 0{,}031$ для $u_0(x) = 1$ (ФМР) в этом же расчете (одинак. ф. для Du) значительно больше. (а это $P_0(2x)$)

$P_1(2x) \sim x$ дает $Du = 0{,}063$. И у $P_0(2x)$ и у $P_1(2x)$ $\lambda(x)$ сильно от x при $x = \pm\frac{1}{2}$

$P_2(2x)$ не хотел считать.

$P_2^1(2x)$ дает $Du = 0{,}062$. $P_3^1(2x)$ не хотел считать.

→ $P_1^1(2x) = (1-4x^2)^{1/2}$ дает $\lambda(0) = 0{,}994$ или частоту $\omega_0 = 0{,}240$ — близкую как к $f_0^{\text{эксп}} = 0{,}236$ так и к $\sin\text{-}\omega_1 = 0{,}238$.

В сист. координаты $x \in [-\frac{1}{2}, 1/2]$ $\sin(\pi m x)$ (m-нечет) → $\cos(\pi m x)$ (m-нечет) и $\cos(\pi x)$ дает значительно большую Du, чем $(1-4x^2)^{1/2}$.

Т.е. $(1-4x^2)^{1/2}$ предпочтительнее для СФ осн. моды, чем $\cos(\pi x)$.

Но $m_0(x) = (1-4x^2)^{1/2}$, $\frac{\partial m}{\partial x} = \frac{1\cdot(-4)2x}{2\sqrt{1-4x^2}} \to \infty$ при $|x| \to 1/2$,

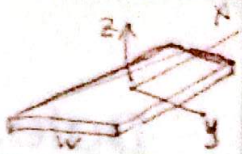
что недопустимо с точки зрения обмена. Увы! Но см. 28/I.

EMMA'00

22-23/II Написание Сл. на EMMA со Славиным и Усовым.

24-29/II Написание и оформл. EMMA статей со Славиным и Усовым. Отзыв на АФ статью Малова (прил. Свиту), статей по SWR, P3 и M.Coupling для Славина, резюме

Date. 01. 03. Rectang. dots



Решим снова PRB на SW-dot, которая найдена и в качестве 1/III
функция на APS meeting. $0x \parallel \vec{M}_0$ – для прямоуг. dots. Тогда (см 24/I):

$$H_d^x(\vec{\rho}) = M_s \int_{S_d} d^2\vec{\rho}'\, g_{xx}(\vec{\rho},\vec{\rho}') = M_s \int d^2\vec{\rho}' \left(-\frac{1}{\pi}\right) \int d^2\vec{k}\, \frac{k_x^2}{k^2} f(kL) e^{i\vec{k}(\vec{\rho}-\vec{\rho}')} =$$

$$= -\frac{M_s}{\pi} \int d^2\vec{k}\, \frac{k_x^2}{k^2} f(kL) e^{i\vec{k}\vec{\rho}} \int d^2\vec{\rho}'\, e^{-i\vec{k}\vec{\rho}'} = -\frac{M_s}{\pi} \int d^2\vec{k}\, \frac{k_x^2}{k^2} f(kL) e^{i\vec{k}\vec{\rho}} \times$$

$$\times 4 e^{-i/2(k_x l + k_y w)} \frac{\sin k_x \frac{l}{2}}{k_x} \frac{\sin k_y \frac{w}{2}}{k_y}$$

$$H_d^x(x,y) = -\frac{4}{\pi} M_s \int d^2\vec{k}\, f(kL) \frac{k_x^2}{k^2} \frac{\sin k_x \frac{l}{2}}{k_x} \frac{\sin k_y \frac{w}{2}}{k_y} e^{ik_x\left(x-\frac{l}{2}\right)} e^{ik_y\left(y-\frac{w}{2}\right)}$$

Если отсчитывать координаты от центра дота $x - \frac{l}{2} = \xi$, $y - \frac{w}{2} = \eta$, то

$$H_d^x(\xi,\eta) = -\frac{4}{\pi} M_s \int d^2\vec{k}\, f(kL) \frac{k_x^2}{k^2} \frac{\sin k_x \frac{l}{2}}{k_x} \frac{\sin k_y \frac{w}{2}}{k_y} \cos k_x \xi \cdot \cos k_y \eta$$ – поле вне SW без крышки для rect. dots

вне ξ, η согласно общей теореме от 31/XII.

$$\sin k_x \frac{l}{2} \cos k_x \xi = \frac{1}{2}\left[\sin\left(\frac{l}{2}+\xi\right)k_x - \sin\left(\xi-\frac{l}{2}\right)k_x\right] = \frac{1}{2}\left[\sin k_x x - \sin k_x (x-l)\right]$$

$$\sin k_y \frac{w}{2} \cos k_y \eta = \frac{1}{2}\left[\sin k_y y - \sin k_y (y-w)\right]$$

$$\int_0^\infty dk_x\, f(kL) \frac{k_x}{k_x^2+k_y^2} \sin a k_x = \int_0^\infty dk_x \left[1 - \frac{1}{\sqrt{k_x^2+k_y^2}L}\left(1 - e^{-\sqrt{k_x^2+k_y^2}L}\right)\right] \frac{k_x \sin a k_x}{k_x^2+k_y^2}$$

$$J = \int d^2\vec{k}\, f(kL) \cos^2\varphi_k \frac{1}{k^2 \cos\varphi_k \sin\varphi_k} \sin(ak\sin\varphi_k) \sin(bk\cos\varphi_k)$$

$$\sin(ak\cdot\sin\varphi) = 2\sum_{n=1}^{\infty} J_{2n-1}(ak) \sin(2n-1)\varphi$$

$$e^{iz\cos\varphi} = J_0(z) + 2\sum_{n=1}^{\infty} J_n(z) i^n \cos n\varphi = \cos(z\cos\varphi) + i\sin(z\cos\varphi)$$

$$\sin(z\cos\varphi) = \mathrm{Im}\left[J_0 + 2\sum_{n=1} i^n J_n(z)\cos n\varphi\right], \quad \mathrm{Im}\, i^n = \mathrm{Im}\, e^{i\frac{\pi}{2}n} =$$

$$= \mathrm{Im}\left[\cos\frac{\pi}{2}n + i\sin\frac{\pi n}{2}\right] = \sin\frac{\pi n}{2}$$

$$\sin(z\cos\varphi) = 2\sum_{n=1} J_n(z)\cos n\varphi \cdot \mathrm{Im}(i^n) = 2\sum_{n=1} \sin\frac{\pi n}{2} J_n(z)\cos n\varphi =$$

$$= \left|n = 2m-1\right| = 2\sum_{m=1} (-1)^m J_{2m-1}(z)\cos(2m-1)\varphi$$

$$J_L = \int d^2\vec{k}\, \frac{f(kL)}{k^2} \cos^2\varphi_k \frac{1}{\cos\varphi_k \sin\varphi_k} 2\sum_{n=1} J_{2n-1}(ak)\sin(2n-1)\varphi_k \times$$

$$\times 2\sum_{m=1} (-1)^m J_{2m-1}(bk)\cos(2m-1)\varphi_k \to \int_0^\infty dk\, \frac{f(kL)}{k} J_{2n-1}(ak) J_{2m-1}(bk) -$$ произведение

и $\frac{\sin(2n-1)\varphi_k}{\sin\varphi_k}$, и $\frac{\cos(2m-1)\varphi_k}{\cos\varphi_k}$. раскл. по степеням $\sin\varphi_k$ и $\int_0^{2\pi} d\varphi_k \cos^2\varphi_k F(\sin^2\varphi_k)$ – произведение.

Escaneado con CamScanner

Date.

Не можем усреднить H_d^x по x (или ξ) когда $\vec{q} \parallel Oy$ и $\perp \vec{M}_0$.

$$\frac{1}{\ell}\int_{-\frac{\ell}{2}}^{\ell/2} d\xi \cos k_x \xi = \frac{1}{\ell}\frac{\sin k_x \xi}{k_x}\Big|_{-\ell/2}^{\ell/2} = \frac{2}{\ell}\frac{\sin k_x \frac{\ell}{2}}{k_x}$$

$$\to \langle H_d^x(x,y)\rangle_x = H_d^x(y) = \frac{1}{\ell}\int_{-\ell/2}^{\ell/2} d\xi\, H_d^x(\xi,y) = -\frac{4}{\pi} M_s \int d^2\vec{k}\, f(kL)\frac{k_x^2}{k^2}\frac{\sin k_x\frac{\ell}{2}}{k_x}\cdot$$

$$\cdot \cos k_y y \cdot \frac{2}{\ell}\frac{\sin k_x \frac{\ell}{2}}{k_x} = -\frac{8}{\pi\ell} M_s \int d^2\vec{k}\, \frac{f(kL)}{k^2}\sin^2 k_x\frac{\ell}{2}\,\frac{\sin k_y\frac{w}{2}}{k_y}\cos k_y\left(y-\frac{w}{2}\right)$$

$$\sin^2 k_x\frac{\ell}{2} = \frac{1}{2}(1-\cos k_x\ell),\quad \cos k_x\ell = \cos(k\ell\cos\varphi_k) = \mathrm{Re}\, e^{ik\ell\cos\varphi_k} =$$

$$= J_0(k\ell) + 2\sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(k\ell)\cos 2n\varphi_k\,(-1)^n$$

$$\int d\varphi_k \sin^2 k_x\frac{\ell}{2}\,\frac{\sin(ak\sin\varphi_k)}{\sin\varphi_k} = -\frac{1}{2}\int d\varphi_k\left[1 + J_0 + \sum_{n=1}(\cdot)\cos 2n\varphi_k\right] F(\sin^2\varphi_k)$$

(-1+ ; полином)

$\sin^2\varphi_k = \frac{1}{2}(1-\cos 2\varphi_k)$ и $F(\sin^2\varphi_k) = F1(\cos 2\varphi_k)$ и $\int d\varphi_k(\dots)$ – чтобы можно было

$$\sin^2 k_x\frac{\ell}{2} = \frac{1}{2}\left[1 - J_0(k\ell) - 2\sum_{n=1} J_{2n}(k\ell)\cos 2n\varphi_k(-1)^n\right]$$

$$\cos k_y y = \cos(yk\sin\varphi_k) = J_0(ky) + 2\sum_{n=1} J_{2n}(ky)\cos 2n\varphi_k$$

$$\frac{\sin k_y\frac{w}{2}}{k_y} = \frac{1}{k\sin\varphi_k}\sin\left(k\frac{w}{2}\sin\varphi_k\right) = \frac{1}{k\sin\varphi_k}\,2\sum_{n=1} J_{2n-1}\left(k\frac{w}{2}\right)\sin(2n-1)\varphi_k$$

$$H_d^x(y) = -\frac{8}{\pi\ell} M_s \int d^2\vec{k}\, f(kL)\frac{k_x^2}{k^2}\,\frac{\sin^2 k_x\frac{\ell}{2}}{k_x^2}\,\frac{\sin k_y\frac{w}{2}}{k_y}\cos k_y y$$

Подынт. ф. имеет резкий max при $k_x\approx 0$, $ky\approx 0$ и убывает.

$$H_d^x(y) = -\frac{8}{\pi\ell} M_s\left(\frac{\ell}{2}\right)^2\left(\frac{w}{2}\right)\int d^2\vec{k}\, f(kL)\cos^2\varphi_k\cos k_y y =$$

$$= -\frac{M_s}{\pi}\ell w\int_0^{\infty} dk\,k\,f(kL)\int_0^{2\pi} d\varphi_k\cos^2\varphi_k\left[J_0(ky) + 2\sum_{n=1} J_{2n}(ky)\cos 2n\varphi_k\right]$$

$$\int d\varphi_k(\dots) = \frac{1}{2}\int d\varphi_k(1+\cos 2\varphi_k)\left[J_0 + 2\sum_{n=1} J_{2n}\cos 2n\varphi_k\right] =$$

$$= \frac{1}{2}\int d\varphi_k\left[J_0 + 2\sum_{n=1} J_{2n}\cos 2n\varphi_k\cos 2\varphi_k\right] = \frac{1}{2}2\pi\left[J_0(ky) + J_2(ky)\right]$$

$$H_d^x(y) \approx -\frac{M_s}{\pi}\ell w\int_0^{\infty} dk\,k\,f(kL)\,\underbrace{\pi\delta_{n1}}\left[J_0(ky) + J_2(ky)\right]$$

– расходится на верх. пределе.

$$\cos q_m y\cdot\cos q_{m'} y = \cos q_m\left(y+\frac{w}{2}\right)\cos q_{m'}\left(y+\frac{w}{2}\right) = \cos\left(q_m y + \frac{\pi m}{2}\right)\cos\left(q_{m'}y + \frac{\pi m'}{2}\right) =$$

$$= \frac{1}{2}(-1)^{\frac{m-m'}{2}}\left[\cos(q_m - q_{m'})y + (-1)^m\cos(q_m + q_{m'})y\right]$$ для m, m' одной чётн.

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

далее.

$$J_{mm}(k_y) = e^{-ik_y w/2}\int_0^w dy\,\cos^2 q_m y\, e^{ik_y y} = (\dots)\frac{1}{2}\int_0^w dy\, e^{ik_y y}\left[1+\frac{1}{2}\left(e^{i2q_m y}+e^{-i2q_m y}\right)\right] =$$

$$= \sin k_y\frac{w}{2}\left[\frac{k_y}{k_y^2-4q_m^2}+\frac{1}{k_y}\right] = \frac{\sin k_y\frac{w}{2}}{k_y}\left[\frac{k_y^2}{k_y^2-4q_m^2}+1\right] = 2\frac{\sin k_y\frac{w}{2}}{k_y}\left(\frac{k_y^2-2q_m^2}{k_y^2-4q_m^2}\right)$$

Для wires CP: $\lambda m(x) = \frac{2}{p}\int_0^1 dx'\ln\frac{(x-x')^2}{(x-x')^2+p^2}m(x')$.

$x-x'=\xi$, $x'-x=\xi$; $\lambda m(x) = \frac{2}{p}\int_{-x}^{1-x} d\xi\,\ln\frac{\xi^2}{\xi^2+p^2}m(x+\xi)$

$$\ln\frac{\xi^2}{\xi^2+p^2} = -\ln\left(1+\frac{p^2}{\xi^2}\right) = -\ln\left(1+\frac{\xi^{-2}}{u^2}\right),\quad u=1/p$$

$$\int_0^\infty du\,u\ln\left(1+\frac{\xi^{-2}}{u^2}\right)J_0(bu) = \frac{2}{b}\left[\frac{1}{b}-\xi^{-1}K_1\left(\frac{b}{\xi}\right)\right],\quad a=\xi^{-1}$$

$$K_1(z) \underset{z\to 0}{\simeq} \frac{1}{z}+\frac{z}{2}\left[\ln\frac{z}{2}-\frac{1}{2}\psi(1)-\frac{1}{2}\psi(2)\right] \approx \frac{1}{z}+\frac{z}{2}\ln\frac{z}{2}$$

$$\lim_{b\to 0}\left[\frac{1}{ab}-K_1(ab)\right] = -\frac{ab}{2}\ln\frac{ab}{2} = -\frac{b}{2\xi}\ln\frac{b}{2\xi}.$$

$$\frac{2}{b}\left[\frac{1}{b}-aK_1(ab)\right] = \frac{2a}{b}\left[\frac{1}{ab}-K_1(ab)\right] = \frac{2}{b\xi}\frac{(-b)}{2\xi}\ln\frac{b}{2\xi} = -\frac{1}{\xi^2}\ln\frac{b}{2\xi}$$

расходится при $b\to 0$ и от $J_0(bu)$ не избавиться.

Если $\xi\to 0$ $K_1\left(\frac{b}{\xi}\right) = K_1(z) \underset{z\to\infty}{\simeq} \sqrt{\frac{\pi}{2z}}e^{-z} = \sqrt{\frac{\pi}{2}\frac{\xi}{b}}\,e^{-\left(\frac{b}{\xi}\right)}$

$$\int_0^\infty du\,u\ln\left[1+\frac{\xi^{-2}}{u^2}\right]J_0(bu) = \frac{2}{b^2}\left[1-\frac{b}{\xi}K_1\left(\frac{b}{\xi}\right)\right] \approx \frac{2}{b^2}\frac{(-b)}{\xi}\sqrt{\frac{\pi\xi}{2b}}e^{-\frac{b}{\xi}} +$$

$$+\frac{2}{b^2} = \frac{2}{b^2}\left[1-\left(\frac{b}{\xi}\right)^{1/2}\left(\frac{\pi}{2}\right)^{1/2}e^{-b/\xi}\right]$$ послед. член незначителен, но $\to 0$ при $\xi\to 0$.

$$\lambda m(x) = -2u\int_{-x}^{1-x} d\xi\,\ln\left(1+\frac{\xi^{-2}}{u^2}\right)m(x+\xi),\quad u=1/p.\quad \lambda=\lambda(u)$$

и $m(x)=m(x,u)$

$$\int_0^\infty du\,J_0(bu)\,\lambda(u)\,m(x,u) = -2\int d\xi\int_0^\infty du\,u\,J_0(bu)\ln\left[1+\frac{\xi^{-2}}{u^2}\right]m(x+\xi,u) =$$ зависит от u как не знаем.

$$= -2\int d\xi\, m(x+\xi) + \frac{2}{b^2}\left[1-\frac{b}{\xi}K_1\left(\frac{b}{\xi}\right)\right]$$ (если не зависит от u) — ну и что это?

Или иначе: если $\int_0^\infty dx\,x\,J_0(xy)\ln\left(\frac{x^2+a^2}{x^2}\right) = \frac{2}{y}\left[\frac{1}{y}-aK_1(ay)\right] = \bar{F}(y)$

$\int_0^\infty dx\,x\,J_0(xy)\,F(x) = \bar{F}(y)$, то $F(x) = \int_0^\infty dy\,y\,\bar{F}(y)J_0(xy)$ или это аналог.

$$\ln\left(\frac{x^2+a^2}{x^2}\right) = \int_0^\infty dy\,y\,J_0(xy)\frac{2}{y}\left[\frac{1}{y}-aK_1(ay)\right] = 2\int_0^\infty dy\,J_0(xy)a\left[\frac{1}{ay}-K_1(ay)\right]$$

$$\ln\left(\frac{\xi^2+p^2}{\xi^2}\right) = 2p\int_0^\infty dy\,J_0(\xi y)\left[\frac{1}{py}-K_1(py)\right]$$ — здесь уже $J_0(\xi y)$

Date. . .

Никакой особенности при $\xi = 0$ не имеет, но $\rho \to 0$ нельзя.

Можно и $\ln \frac{\xi^2}{\xi^2+\rho^2} = -2\int_0^\rho dz \frac{z}{z^2+\xi^2}$ - это даже проще.

$\lim_{z\to 0} \frac{z}{z^2+\xi^2} = \pi\delta(\xi)$, $z < \rho$ и $z \to$ эквивал. $\rho \to 0$.

$$\lambda m(x) = \frac{2}{\rho}\int_{-x}^{1-x} \ln\frac{\xi^2}{\xi^2+\rho^2} m(x+\xi)\,d\xi = -\frac{4}{\rho}\int_0^\rho dz \int_{-x}^{1-x} d\xi \frac{z}{z^2+\xi^2} m(x+\xi)$$

$$\lambda m(x) = -\frac{4}{\rho}\int_0^\rho dz \int_0^1 dx' \frac{z}{z^2+(x-x')^2} m(x') \underset{\left(\frac{z}{\rho}=u\right)}{=} -4\int_0^1 du \int_0^1 dx' \frac{\rho u}{\rho^2u^2+(x-x')^2} m(x')$$

и $\frac{\rho u}{(\rho u)^2+(x-x')^2} \underset{\rho\to 0}{=} \pi\delta(x-x')$, $\lambda m(x) = -4\pi\int_0^1 du \int_0^1 dx' \delta(x-x') m(x') = -4\pi m(x)$

т.е. при $\rho \to 0$ $\lambda = -4\pi$, что нашли ранее.

$$\lambda m(x) = -\frac{4}{\rho}\int_0^\rho dz \int_0^1 dx' \frac{z}{z^2+(x-x')^2} m(x'), \quad \lambda m(x) = \int_0^1 dx' g(x,x') m(x')$$

Ядро $g(x,x') = -\frac{4}{\rho}\int_0^\rho dz \frac{z}{z^2+(x-x')^2} = -4\rho\int_0^1 du \frac{u}{\rho^2u^2+(x-x')^2} \xrightarrow{\rho\to 0} -4\pi\delta(x-x')$

$$\frac{1}{z^2+\xi^2} = \frac{1}{(z-i\xi)(z+i\xi)} = \left[\frac{1}{z-i\xi} + \frac{1}{z+i\xi}\right]\frac{1}{2z}$$

$$\frac{1}{z^2+(x-x')^2} = \sum_{n,n'} a_{nn'} \cos(\pi n x)\cos(\pi n' x'), \quad a_{nn'} = (\cdot)\int_0^1 dx dx' \frac{\cos(\pi n x)\cos(\pi n' x')}{z^2+(x-x')^2}$$

$$\frac{1}{z^2+\xi^2} = \sum_n b_n \cos(\pi n \xi), \quad b_n = (\cdot)\int_{-1}^1 d\xi \frac{\cos(\pi n\xi)}{z^2+\xi^2} = (\cdot)\int d\xi (\cdot)$$

$$\int_{-1}^1 d\xi \frac{\cos(\pi\xi n)}{z+i\xi} = \frac{1}{i}\left[\cos\left(\frac{\pi n z}{i}\right) Ci\left[\frac{\pi n}{i}(z+i\xi)\right] + \sin\left(\frac{\pi n z}{i}\right) Si\left[\frac{\pi n}{i}(z+i\xi)\right]\right]_{-1}^1 =$$

$$= \frac{1}{i}\left[\cos(i\pi n z)\,Ci\left(\pi n(\xi - iz)\right) - \sin(\pi i n z)\,Si\left(\pi n(\xi - iz)\right)\right]_{-1}^1 =$$

$$= \frac{1}{i}\left[ch(\pi n z)\,Ci\left(\pi n(\xi - iz)\right) - i\,sh(\pi n z)\,Si\left(\pi n(\xi - iz)\right)\right]_{-1}^1$$ — можно пробовать,

а здесь взять $Re[\dots] = \int d\xi \left[\frac{1}{z+i\xi} + \frac{1}{z-i\xi}\right](\cdot)$.

$$\int_0^\infty dx e^{-xs}\frac{1-\cos ax}{x} = \frac{1}{2}\ln\left(1+\frac{a^2}{s^2}\right)$$ - еще одно представл. $s>0$.

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_0^\infty dx \cos(x\xi)\ln\left(\frac{a^2+x^2}{b^2+x^2}\right) = \sqrt{2\pi}\,\frac{e^{-b\xi}-e^{-a\xi}}{\xi}, \quad \xi>0,\ a,b>0 \\ \ln\left(\frac{a^2+x^2}{b^2+x^2}\right) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_0^\infty d\xi \cos(x\xi)\sqrt{2\pi}\,\frac{e^{-b\xi}-e^{-a\xi}}{\xi} \end{cases}$$ — это я чисто догадался

Для wires $\rho = 0{,}011 \to 0$ и $g(x,x') \cong -4\pi\delta(x-x')$ - практически $\delta(x)$-функ. и вид СФ значения не имеет, можно брать $\cos(\pi n x)$ с $\frac{\sin\pi n}{\pi n} = 0\ \forall n$.
Но для цилиндра $\rho \to \beta = 0{,}08$ велико и важен вид СФ.

При условии $\vec{m}_n = 0$ авт. доопределенным и к ур. на СФ (из ним. $W_{m\text{-}out}$) операторы отношения не имеет. Но $m_n = 0$ можно получить и из самого вида ур. на СФ.

Для цилиндра если потребовать $\vec{m}_n\big|_{гран.} = 0$, это эквивал. $m_\beta(\beta = R) = 0$ и $m_z(z = 0,L) = 0$. $m_z(0,L) = 0$ несовместимо с условием $\vec{m}$ не зависит от z, m_z не зависит от z, $m_z(z) = const$ (кроме тривиального $m_z(z) = 0$). Последовательное $\vec{m}_n = 0$ приводит к $m_z(z) \sim \sin\left(\frac{n\pi}{L} z\right)$ и $\langle m_z(z)\rangle_z \neq 0$ для n-нечет. Чтобы было $q_z \neq 0$ надо $q_\perp$ - transferred $\neq 0$, но так и есть при BLS, backscat. geometry.

Если $q_z = 0$, то $\left\langle \frac{\partial^2 m_z}{\partial z^2} \right\rangle_z = \frac{1}{L}\left(\frac{\partial m_z}{\partial z}\right)\Big|_0^L = \left| m_z \sim \sin q_z z,\ q_z = n\pi/L \right| =$

$= \frac{q_z}{L}(\cos q_z z)\Big|_0^L = \frac{q_z}{L}(\cos q_z L - 1) = \frac{q_z}{L}((-1)^n - 1) = \left|n\text{-нечет.}\right| = (-2)\frac{q_z}{L}$

см. 5/VI. А m_x зависит от z? Если $m_x(z) \sim \sin q_z z$, то $\left(\frac{\partial^2 m_x}{\partial z^2}\right) = -2\frac{q_z}{L}$ этой и $H \to H + \alpha M_s\left(\frac{2q_z}{L}\right)$, $H_{ex}^{доп} = \alpha M_s \frac{2\pi}{L^2} = 2{,}5\,10^{-13}\,см^{-2} \cdot 4\pi \cdot 10^3\,э \frac{2\pi}{(40\,нм)^2} \approx 800$ э - очень большой сдвиг даже для $n = 1$.

А такие высокие поля не реализуются, ведь и резко меняется. Если SW надо объяснить. Выходит $m_z(0,L) \neq 0$ — плохо для цил.

Две линеариз. системы УД (18/VIII):

① Эвристическая $H_d \to \langle H_d\rangle_v$

② "усреднения" $\langle\dots\rangle_z$ и $m \neq f(z)$

$\left[\frac{\langle H_d^x\rangle_z}{\omega\gamma}\right]^2 \ll 1$ предположения, это хорошо выполн. при $\omega \sim 3\cdot 10^3$ э и $\beta \ll 1$

$$\Longrightarrow \begin{cases} -i\omega m_x = M_s h_z - m_z\left[H + \langle H_d^y\rangle_z\right] \\ -i\omega m_z = -M_s h_x + m_x\left[H + \langle H_d^y\rangle_z\right] \end{cases}$$

Обе имеют достоинства и недостатки. Эвристическую систему и $m \neq f(z)$ $\langle\dots\rangle_z$ в h_d я использовал в ст. JAP. В JMMM и EMMA ст. я использовал более обоснованную систему ②, но в JMMM H_d^y - неверная и матрич. элементы считались дискретно.

Wires

$$g(x,x') = \frac{2}{p}\ln\frac{(x-x')^2}{(x'-x')^2 + p^2} = -\frac{2}{p}\ln\left[1 + \frac{p^2}{(x-x')^2}\right] = -\frac{2}{p}\cdot 2\int_0^\infty dt\, e^{-t|x-x'|}\frac{1-\cos pt}{t}$$

$$\lambda m(x) = -\frac{4}{p}\int_0^1 dx'\int_0^\infty dt\, e^{-t|x-x'|}\frac{1-\cos pt}{t}m(x'), \quad \lambda\int_0^\infty dt\, e^{-tx}\tilde{m}(t) = -\frac{4}{p}\int_0^1 dx'\int_0^\infty dt\, \cdot$$

$$e^{t|x-x'|}\int_0^\infty dt'\, e^{-tx'}\tilde{m}(t')\frac{1-\cos pt}{t}, \quad \frac{1-\cos pt}{pt} = 2\frac{\sin^2\frac{pt}{2}}{pt}$$

Date. 01 . 03 .

Wires: $g(x,x') = -\frac{4}{\rho}\int_0^\rho d\zeta \frac{\zeta}{\zeta^2+(x-x')^2}$, $F(\rho) = \int_0^\rho d\zeta \frac{\zeta}{\zeta^2+\xi^2}$

$F'(\rho) = \frac{\rho}{\rho^2+\xi^2}$ $(\to \pi\delta(\xi)$ при $\rho\to 0)$, $F''(\rho) = \frac{d}{d\rho}\frac{\rho}{\rho^2+\xi^2}$, $F'''(\rho) = \frac{d^2}{d\rho^2}\frac{\rho}{\rho^2+\xi^2}$

$F(\rho) = F(0) + F'(0)\rho + F''(0)\frac{\rho^2}{2} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{F^{(n)}(0)}{n!}\rho^n$

$g(x,x') = g(\xi) = -\frac{4}{\rho}\left[F(0) + \left(\frac{\rho}{\rho^2+\xi^2}\right)_{\rho\to 0}\rho + \frac{d}{d\rho}\left(\frac{\rho}{\rho^2+\xi^2}\right)_{\rho\to 0}\frac{\rho^2}{2} + \dots\right]$

Для $G(\rho) = \frac{F'(\rho)}{2\pi} = \frac{\rho}{\rho^2+\xi^2}\frac{1}{2\pi}$, $g(\xi) = -4\pi\left[G(\rho) + G'(\rho)\frac{\rho}{2} + G''(\rho)\frac{\rho^2}{3!} + \dots\right]$,

$= -4\pi\left[\delta(\xi) + \frac{1}{\xi^2}\cdot\frac{\rho}{2}\cdot\frac{1}{2\pi} + \dots\right]$ – видно, что хотя главный член при $\rho\to 0$ есть $\delta(\xi)$, разложение по ρ не работает при $\xi\to 0$.

Сходящийся

Если $g(x,x') = -\frac{4}{\rho}\int_0^\infty dt\, e^{-t|x-x'|}\frac{1-\cos\rho t}{t}$, попробуем найти дифф. ур. для $g(x)$

$\frac{\partial^2 g(x,x')}{\partial x^2} = -\frac{4}{\rho}\int dt \frac{\partial^2}{\partial x^2} e^{-t|x-x'|}\frac{1-\cos\rho t}{t} = -\frac{4}{\rho}\int_0^\infty dt\left[te^{-t|x-x'|} - 2\delta(x-x')\right](1-\cos\rho t)$.

$= \frac{8}{\rho}\int_0^\infty dt\,(1-\cos\rho t)\,\delta(x-x') - \frac{4}{\rho}\int_0^\infty dt\, t(1-\cos\rho t)\,e^{-t|x-x'|} -$

расходится

Симметрия при $x = x'$.

$g(\xi) = -\frac{4}{\rho}\int_0^\rho d\zeta \frac{\zeta}{\zeta^2+\xi^2}$, $g'(\xi) = -\frac{4}{\rho}\int_0^\rho d\zeta\,\zeta\frac{(-1)}{(\zeta^2+\xi^2)^2}2\xi$

$g''(\xi) = -\frac{4}{\rho}(-1)2\int d\zeta\zeta\left[\frac{1}{(\zeta^2+\xi^2)^2} + \xi\frac{(-2)}{(\zeta^2+\xi^2)^3}2\xi\right] = \frac{8}{\rho}\int d\zeta\zeta\frac{1}{(\zeta^2+\xi^2)^2}\left[1 - \frac{4\xi^2}{\zeta^2+\xi^2}\right]$

2-6/III Написание, редакт. и отправка статьи на EMMA с Усовым и Славным. Написание со. PRB – APS формат.

7/III Вернемся к SW в цилиндре в духе СФС и оператора 12/II

$\omega^2 = (H + H_d - M_s\lambda_x)(H + H_d - M_s\lambda_z)$

Возбуждение магнитостатическое в СФ $J_m(\alpha_{mn}\rho/R)$, $J_m(\alpha_{mn}) = 0$.

Тогда согласно 21/XII $\lambda_z^{mn} = 4\pi\left(\frac{e^{-\varkappa_{mn}L}-1}{\varkappa_{mn}L}\right)$, $\lambda_z^{mn} = 4\pi Q_{mn}^{mn}$, Q_{mn}^{mn} – фактор размагничивания или предела $1/R\to 0$.

$\frac{1}{4\pi}\lambda_z^{mn} = f(\varkappa_{mn}L) - 1$, будем считать $\lambda_x = \lambda_y = \lambda_\rho = 4\pi\left[-\frac{1}{2}C_m f(\varkappa_{mn}L)\right]$

$C_m = (0, 1/2)\delta_{m1} + 1$ для цилиндр. сосуд. Так что $\lambda_x + \lambda_y + \lambda_z = -1$ кроме $m=1$ в сосуд. вид.

Это даст $\omega_{mn}^2 = \left[H + H_{mn}^{mn} + 1 - f(\varkappa_{mn}L)\right]\left[H + H_{mn}^{mn} + \frac{1}{2}C_m f(\varkappa_{mn}L)\right]$

↑ отмасса измерительная на $J_m(\alpha_{mn}\rho/R)$

Date. SW-ω кристалл с $\vec{m}_n = 0$, H^{mn}_{mn} и дисер. P^ℓ_ℓ, Q^ℓ_ℓ.

$\omega_{01} = 0,275$, $\omega_{02} = 0,328$, $\omega_{03} = 0,363$, $\omega_{04} = 0,383$
$\omega_{11} = 0,387$ $\omega_{12} = 0,414$ $\omega_{13} = 0,452$
$\omega_{21} = 0,322$, $\omega_{22} = 0,359$; $\omega_{23} = 0,393$

$f_0 = 0,206$; $f_1 = 0,239$; $f_2 = 0,349$; $f_3 = 0,395$.

Видно, что f_0 и f_1 никак нулем не объяснить (даже H_{mn}, P,Q-дисер.)

Если вместо нечетных расчет P^ℓ_ℓ, Q^ℓ_ℓ как 10/II, то:

$\omega_{01} = 0,264$, $\omega_{02} = 0,321$, $\omega_{03} = 0,355$, $\omega_{04} = 0,370$
$\omega_{11} = 0,384$, $\omega_{12} = 0,407$, $\omega_{13} = 0,447$
$\omega_{21} = 0312$, $\omega_{22} = 0,354$, $\omega_{23} = 0,381$

так тоже f_0, f_1 1/2-реш. кристаллов не объяснить.

Поэтому использование $H^{mn}_{mn} = \langle H^y_d \rangle_v$ как 10/II предсказывает получение для объяснения $f_0 = 0,206$ и вынести в ст. PRB.

Поход в библ. KIST. Сингул. инт. уравнение и ФГ.

→ Вернемся к общим расчетам частотных. &/III

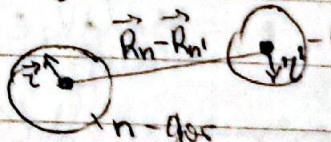
Энергия решетки дается из 13/I и 6/II. Для SW расчет нужно не сама энергия, а дин. поле $\vec{H}_d$.

$$H^\alpha_d(\vec{r}) = \int_{film} d^3\vec{r}\,' G_{\alpha\beta}(\vec{r},\vec{r}\,') M_\beta(\vec{r}\,')$$. Решетка $M_\beta(\vec{r}) = \sum_{\text{номер доса}} M^{(n)}_\beta(\vec{r}-\vec{r}_n)$

$$M^{(n)}(\vec{r}-\vec{r}_n) = \begin{cases} M_1(\vec{r}), & \vec{r}\in V_n \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

$$H^\alpha_d(\vec{r}) = \int_{film} d^3\vec{r}\,' \underbrace{G_{\alpha\beta}}_{(\vec{r},\vec{r}\,')} \sum_n M^n_\beta(\vec{r}\,'-\vec{r}_n) = \sum_n \int_{film} d^3r'\, G_{\alpha\beta}\, M^{(n)}_\beta(r'-r'_n) =$$

$$= \sum_n \int_{V_n} d^3r'\, G_{\alpha\beta}(\vec{r},\vec{r}\,')\, M^{(n)}_\beta(r')$$



Поле на n-доле:

$$H^\alpha_d(\vec{r}) = \sum_{n'} \int_{V_{n'}} d^3\vec{r}\,' G_{\alpha\beta}(\vec{R}_n + \vec{r}, \vec{R}_{n'} + \vec{r}\,') M^{(n')}_\beta(\vec{r}\,')$$

Внутри доловые переменные $\vec{r}$ сидим. с R,L.

→ отсюда $\times M^{(n)}_\alpha$ и $\sum_n(\cdot)$, $\int_{V_n} d^3\vec{r}$ – можно получить ф. для W_m, аналогично 13/I (13/I я убрал зависим. от z)

$$G_{\alpha\beta}(\vec{r},\vec{r}\,') = -\frac{\partial^2}{\partial x_\alpha \partial x_\beta}\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|} = -\frac{1}{2\pi^2}\int d^3\vec{K}\,\frac{K_\alpha K_\beta}{K^2} e^{i\vec{K}(\vec{r}-\vec{r}\,')}$$ по K_z, пока не интегр.

$$G_{\alpha\beta}(\vec{K}) = -\frac{1}{2\pi^2}\frac{K_\alpha K_\beta}{K^2} \rightarrow H^\alpha_d(\vec{r}) = \sum_{n'}\int_{V_{n'}} d^3\vec{r}\,' \int d^3\vec{K}\, G_{\alpha\beta}(\vec{K}) e^{i\vec{K}(\vec{R}_n - \vec{R}_{n'})} e^{i\vec{K}(\vec{r}-\vec{r}\,')} \times M_\beta(\vec{r}\,')$$

Date. 09.03.

$$H_d^{\alpha(n)}(\vec{r}) = \int d^3K\, G_{d\beta}(\vec{K}) e^{i\vec{K}(\vec{R}_n+\vec{\tau})} \sum_{n'} e^{-i\vec{K}\vec{R}_{n'}} \int_{V_{n'}} d^3r' e^{-i\vec{K}\vec{r}'} M_\beta(\vec{r}')$$

Если как б/п доп однород $M_\beta(\vec{r}')$ не зависит от $\vec{r}'$, то $\int_{V_{n'}} d^3r' e^{-i\vec{K}\vec{r}'} =$

$$= \int_0^L dz\, e^{-iK_z z} \int d^2\rho\, e^{-i\vec{k}\vec{\rho}'} = \frac{i}{K_z}(e^{-iK_z L}-1)\frac{2\pi R}{k} J_1(kR) = D(K_z,k)$$

$$\sum_{n'} e^{-i\vec{K}\vec{R}_{n'}} = \sum_{\vec{G}_n} \delta_{\vec{K},\vec{G}_n}, \quad \vec{G}_n - \text{вектор обр. решетки}$$

$$H_d^{\alpha(n)}(\vec{r}) = \int d^3K\, G_{d\beta}(\vec{K}) e^{i\vec{K}(\vec{R}_n+\vec{\tau})} \sum_{n'} M_\beta^{n'} e^{-i\vec{K}\vec{R}_{n'}} D(\vec{K}) =$$

$$= \left|\begin{array}{l}\text{если } M_\beta^{n'} \text{ не зависит} \\ \text{от номера домена } n'\end{array}\right| = M_\beta \int d^3K\, G_{d\beta}(\vec{K}) D(\vec{K}) e^{i\vec{K}(\vec{R}_n+\vec{\tau})} \sum_{\vec{G}_n} \delta_{\vec{K},\vec{G}_n} =$$

$$= M_\beta \sum_{\vec{G}_n} G_{d\beta}(\vec{G}_n) D(\vec{G}_n) e^{i\vec{G}_n\vec{\tau}} = \sum_{\vec{G}_n} H_d^\alpha(\vec{G}_n) e^{i\vec{G}_n\vec{\tau}}$$

— Фурье комп. доп. поля

У магнитов есть Фурье-комп. намагничивания одинаковых однородных доменов, так что $H_d^\alpha(\vec{G}_n)$ легко найти $\vec{G}_n = (\frac{2\pi m}{T}, \frac{2\pi n}{T}, 0)$.

Осталось. Надо $\sum_{n'} e^{-i\vec{K}\vec{R}_{n'}} = \sum_{n'} e^{-iK_z\cdot 0} e^{-i\vec{k}\vec{R}_{n'}} = \sum_{n'} e^{-i\vec{k}\vec{R}_{n'}} =$

$= \sum_{G_n} \delta_{\vec{k},\vec{G}_n}$, $\vec{R}_n$ — обрат. 2D-решетку и G_n — также 2D-решетку.

Поэтому

$$H_d^{\alpha(n)}(\vec{r}) = M_\beta \int d^3K\, G_{d\beta}(\vec{K}) D(\vec{K}) e^{i\vec{K}(\vec{R}_n+\vec{\tau})} \sum_{\vec{G}_n} \delta_{\vec{k},\vec{G}_n} =$$

$$= M_\beta \sum_{\vec{G}_n} \int dK_z\, G_{d\beta}(\vec{G}_n,K_z) D(\vec{G}_n,K_z) e^{iK_z z} e^{i\vec{G}_n\vec{\rho}} = \sum_{\vec{G}_n} H_d^\alpha(G_n,z) e^{i\vec{G}_n\vec{\rho}}$$

$$H_d^\alpha(\vec{G}_n,z) = M_\beta \int dK_z e^{iK_z z} G_{d\beta}(\vec{G}_n,K_z) D(G_n,K_z)$$ — магнитов поля

Коэф. намагничивания $U(G_n,z) = U_{mn}(z)$, $\vec{G}_n = \frac{2\pi}{T}(m,n)$ — вектор обрат. реш.

$$\vec{H}_d(\vec{r}) = \nabla U(\vec{r}) = \nabla \sum_{m=1}\sum_{n=0} U_{mn}(z)\cos\left(\frac{2\pi y}{T}n\right)\sin\left(\frac{2\pi x}{T}m\right) -$$

— найти не сложно, но надо $H_d(\vec{r}) = H_d(\vec{\rho},z)$ разлож. по $I_m(x\rho)e^{im\varphi}$, где $\rho < R$ т.е. разлож. $H_d(\vec{r})$ внутри домена „n".

9/III Решетка

Проверим пределы $D\to\infty$ ($T\to\infty$) у магнитов.

$T = 2R + d$, $T\to\infty$ означает $d\to\infty$ при конечном радиусе доп. R.

$$\sum_{mn} F(m,n) \to \int dk_x\, dk_y\, F(k_x,k_y)$$

$\frac{2\pi}{T}m \to k_x$, $\frac{2\pi}{T}n \to k_y$, $\frac{2\pi}{T}(m^2+n^2)^{1/2} \to k = \sqrt{k_x^2+k_y^2}$

Escaneado con CamScanner

Статья 2. о динам. м. поля взаимодействия доменов в решетке

Здесь $|z| \le L/2$

Дано. $\varphi_{mn}(\vec{r}) \to \frac{P_{\vec{k}}}{k^2}\left[1 - e^{-kL/2}\operatorname{ch} kz\right]$, $P_{\vec{k}} \sim \frac{k_x}{k} J_1(kR)$

$\psi(\vec{r}) \sim \int dk_x dk_y \frac{k_x}{k} J_1(kR) \frac{1}{k^2}\left[1 - e^{-kL/2}\operatorname{ch} kz\right] \sin(k_x x)\cos(k_y y) =$

$= \int_0^\infty \frac{dk}{k}\left[1 - e^{-kL/2}\operatorname{ch} kz\right] J_1(kR) \int_0^{2\pi} d\varphi_k \cos\varphi_k \sin(kx\cos\varphi_k)\cos(ky\sin\varphi_k) \sim$

$\sim \int_0^\infty \frac{dk}{k} J_1(kR)[\dots] \frac{x}{\rho} J_1(k\rho) = \cos\varphi \int_0^\infty \frac{dk}{k} J_1(kR) J_1(k\rho)\left[1 - e^{-kL/2}\operatorname{ch} kz\right]$

и аналогично потенциал ($\vec{M}_0 \parallel oy$) $\varphi_m(\vec{r}) = -(2\pi M_0 R)\sin\varphi \int_0^L dz' \int dk\, e^{-k|z-z'|} J_1(k\rho) J_1(kR)$

$z \in [0, L]$

$\int_0^L dz' e^{-k|z-z'|} = \int_0^z dz' e^{+k(z'-z)} + \int_z^L dz' e^{-k(z'-z)} = e^{-kz}\frac{1}{k}e^{kz'}\Big|_0^z +$

$+ e^{kz}\frac{(-1)}{k}e^{-kz'}\Big|_z^L = \frac{e^{-kz}}{k}\left[e^{kz} - 1\right] - \frac{e^{kz}}{k}\left[e^{-kL} - e^{-kz}\right] = \frac{1}{k}\left[2 - e^{-kz} - e^{k(z-L)}\right]$

$\varphi_m(\vec{r}) = -(2\pi M_0 R)\sin\varphi \int_0^\infty dk \frac{1}{k} J_1(k\rho) J_1(kR)\left[2 - e^{-kz} - e^{k(z-L)}\right]$ –

или $\sin\varphi \to -\cos\varphi$ это совпадает с ф. Усова JMMM '94.

$1 - e^{-kL/2}\operatorname{ch} kz = \frac{1}{2}\left[2 - e^{-kL/2}(e^{kz} + e^{-kz})\right] = \left|z \to z - \frac{L}{2}\right| = \frac{1}{2}\left[2 - e^{-kz} - e^{k(z-L)}\right]$

т.е. видим ф. Чеснова при $T \to \infty$ и $z \in$ цилиндру – верно!

$H_d^{\alpha(n)}(\vec{r}) = \sum_{n'} \int d^3\vec{r}'\, G_{\alpha\beta}(\vec{R}_{nn'} + \vec{r}, \vec{r}')\, M_\beta^{(n')}(\vec{r}')$, $\vec{R}_{nn'} = \vec{R}_n - \vec{R}_{n'}$

$M_\beta^{(n)}(\vec{r}', t) = M_s^\beta(\vec{r}') + \vec{m}^{(n)}(\vec{r}', t)$, $\vec{M}_0(\vec{r}') \propto M_s \vec{j} = \text{const}$ и от n' не зависит

$\to H_d^{\alpha(n)}(\vec{r}) = \underbrace{H_d^{0\,\alpha(n)}(\vec{r})}_{\text{статик.}} + \underbrace{h_d^{\alpha(n)}(\vec{r})}_{\text{динам. ч.}} = \sum_{n'} \int d^3\vec{r}'\, G_{\alpha\beta}^{nn'}(\vec{r}, \vec{r}')\, M_\beta^0 +$

$+ \sum_{n'} \int G_{\alpha\beta}^{nn'}(r, r')\, m_\beta^{(n')}(r')\, d^3\vec{r}'$ → Статик. часть дин. поля $H_d^{0\,\alpha(n)}(\vec{r}) = M_\beta^0 \sum_{n'} \Gamma_{d\alpha\beta}^{nn'}(\vec{r})$

Динамич. часть дин. поля $h_d^{\alpha(n)}(\vec{r}) = \sum_{n'} \int d^3\vec{r}'\, G_{\alpha\beta}^{nn'}(\vec{r}, \vec{r}')\, m_\beta^{(n')}(\vec{r}')$

Здесь $\Gamma_{d\alpha\beta}^{nn'}(\vec{r}) = \int d^3\vec{r}'\, G_{\alpha\beta}^{nn'}(\vec{r}, \vec{r}')$, $G_{\alpha\beta}^{nn'}(\vec{r}, \vec{r}') = G_{\alpha\beta}(\vec{R}_{nn'} + \vec{r}, \vec{r}')$

Появился еще один индекс "n" – номер домена в решетке.

Ф-ла 8/III $H_d^{0\,\alpha(n)}(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}_n} H_d^\alpha(\vec{G}_n, z) e^{i\vec{G}_n\vec{\rho}}$ и от n не зависит, т.к. все домены одинаковы.

$H_d^\alpha(\vec{G}_n, z) = M_\beta^0 \int dK_z e^{iK_z z} G_{\alpha\beta}(\vec{G}_n, K_z) D(G_n, K_z) = M_\beta^0 \int dK_z e^{iK_z z} \frac{(-1)}{2\pi^2} \frac{K_\alpha K_\beta}{K^2} \frac{2\pi R_i'}{K_z k}\left(e^{-iK_z L} - 1\right) \times$

Здесь $K_x, K_y \to G_x, G_y$ $\times J_1(kR)$

Escaneado con CamScanner

Date. Вектор от $\rho_{ген.}$ $\vec{G} = (G_x, G_y)$ $\beta = x, y$ т.к. $\vec{M}_0^\beta \parallel$ плоскости

$$D(k_z, k) = \frac{2\pi R}{k} J_1(kR) \int_{-L/2}^{L/2} dz\, e^{-ik_z z} = \frac{2\pi R}{k} J_1(kR)\, \frac{2\sin k_z \frac{L}{2}}{k_z}$$

$d = z$

$$H_d^\beta(\vec{G}, z) = -\frac{1}{2\pi^2} M_\beta^0 \int_{-\infty}^{\infty} dk_z e^{ik_z z} \frac{k_z G_\beta}{k_z^2 + G^2} \frac{2\pi R}{G} J_1(GR) \frac{2\sin k_z \frac{L}{2}}{k_z}$$

$$I_z = \int_{-\infty}^{\infty} dk_z\, e^{ik_z z} \frac{\sin k_z \frac{L}{2}}{k_z^2 + G^2} = \int_{-\infty}^{\infty} dk_z \frac{\sin k_z z \cdot \sin k_z \frac{L}{2}}{k_z^2 + G^2} = 2\frac{\pi}{4G}\left[e^{-|z - L/2|G} - e^{-(z + \frac{L}{2})G}\right]$$

$$H_d^z(\vec{G}, z) = -\frac{1}{2\pi^2} M_\beta^0 \frac{2\pi R}{G} J_1(GR)\, G_\beta \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{2G}\left[e^{-|z - L/2|G} - e^{-(z + L/2)G}\right] =$$

$$= -M_\beta^0 G_\beta \frac{R}{G^2} J_1(GR)\left[e^{-|z - L/2|G} - e^{-(z + L/2)G}\right] = -M_\beta^0 R \frac{G_\beta}{G^2} J_1(GR)\left[e^{-(L - z)G} - e^{-zG}\right]$$

$$H_d^z(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} e^{i\vec{G}\vec{\rho}} H_d^z(\vec{G}, z) = -M_\beta^0 R \sum_{\vec{G}} e^{i\vec{G}\vec{\rho}} \frac{G_\beta}{G^2} J_1(GR)\left[e^{-(L - z)G} - e^{-zG}\right]$$

$\vec{G} = \frac{2\pi}{T}(m, n)$. Для каждого члена $\int dz (\dots)$, когда $\left\langle H_d^z(\vec{\rho}_1, z)\right\rangle_z = 0$.

$$H_d^y(\vec{G}, z) = -\frac{1}{2\pi^2} M_{\beta = y}^0 \cdot \int dk_z e^{ik_z z} \frac{G_y^2}{k_z^2 + G^2} \frac{2\pi R}{G} J_1(GR) \frac{2\sin k_z \frac{L}{2}}{k_z} =$$

Берем $\vec{M}_0 \parallel oy$

$$= -\frac{1}{2\pi^2} M_y^0 G_y^2 \frac{4\pi R}{G} J_1(GR) \int_{-\infty}^{\infty} dk_z e^{ik_z z} \frac{1}{k_z^2 + G^2} \frac{\sin k_z \frac{L}{2}}{k_z}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} dk_z \frac{\cos k_z z \sin k_z L/2}{k_z (k_z^2 + G^2)} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dk_z \frac{\left[\sin (L/2 - z) k_z + \sin (L/2 + z) k_z\right]}{k_z (k_z^2 + G^2)} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{2G^2}\left[1 - e^{-(L/2 - z)G} + 1 - e^{-(L/2 + z)G}\right] = \frac{\pi}{2G^2}\left[2 - e^{-(L - z)G} - e^{-zG}\right]$$

$$H_d^y(\vec{G}, z) = -\frac{1}{2\pi^2} M_S G_y^2 \frac{4\pi R}{G} J_1(GR) \frac{\pi}{2G^2} [\dots] = -RM_S \frac{G_y^2}{G^2} \frac{J_1(GR)}{G}\left[2 - e^{-(L - z)G} - e^{-zG}\right]$$

$$H_d^y(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} H_d(\vec{G}, z) e^{i\vec{G}\vec{\rho}} = -RM_S \sum_{\vec{G}} e^{i\vec{G}\vec{\rho}} \frac{G_y^2}{G^2} \frac{J_1(GR)}{G}\left[2 - e^{-(L - z)G} - e^{-zG}\right]$$

Усредняя по z дает $\frac{1}{L}\int_0^L dz [\dots] = 2 f(GL)$ как обычно и

$$\rightarrow H_d^y(\vec{\rho}) = \langle H_d^y(\vec{r})\rangle_z = -RM_S \sum_{\vec{G}} \cos(\vec{G}\vec{\rho}) \frac{G_y^2}{G^2} \frac{J_1(GR)}{G} f(GL)$$

– Возникает сумма по обр. решетке $\vec{G} = \frac{2\pi}{T}(n_1, n_2)$

Но удобней решетка $H_d^\alpha(\vec{r}) = \sum_{n'} \Gamma_{d\beta}^{nn'}(\vec{r}) M_\beta^0$

$$e^{i\vec{G}\vec{\rho}} = e^{iG\rho\cos(\varphi - \varphi_G)} = \sum_\mu i^\mu e^{i\mu(\varphi - \varphi_G)} J_\mu(G\rho) \quad \text{и формально}$$

$$H_d^y(\vec{\rho}) = -RM_S \sum_\mu i^\mu \sum_{\vec{G}} e^{i\mu(\varphi - \varphi_G)} \sin^2\varphi_G J_\mu(G\rho) J_1(GR) \frac{f(GL)}{G} -$$

Escaneado con CamScanner

note.

$$H_d^{\alpha}(\vec{r}) = \underbrace{\Gamma_{\alpha\beta}^{nn}(\vec{r})\, M_\beta^0}_{\text{вклад своего узла}} + \underbrace{\sum_{n'\neq n} \Gamma_{\alpha\beta}^{nn'}(\vec{r}) M_\beta^0}_{\text{вклад окружения}}$$

$\Gamma_{\alpha\beta}^{nn'}(\vec{r}) = \int d^3\vec{r}'\, G_{\alpha\beta}(\vec{R}_{nn'}+\vec{r}, \vec{r}')$, $n\neq n'$ — можно разложить по $\left(\frac{\vec{r}}{R_{nn'}}, \frac{\vec{r}'}{R_{nn'}}\right)$.

$$\frac{1}{|\vec{R}_{nn'}+\vec{r}-\vec{r}'|} = \frac{1}{|\vec{R}_{nn'}+\Delta\vec{r}|} = \sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{(\Delta r)^\ell}{(R_{nn'})^{\ell+1}} P_\ell(\cos\gamma), \quad \gamma = \widehat{\Delta\vec{r}, \vec{R}_{nn'}}$$

$$\frac{1}{|\vec{R}_{nn'}+\vec{r}-\vec{r}'|} = \frac{1}{R_{nn'}}\left[1 + \frac{\vec{R}_{nn'}\cdot(\vec{r}-\vec{r}')}{R_{nn'}^2} + \frac{3[(\vec{r}-\vec{r}')\cdot\vec{R}_{nn'}]^2 - |r-r'|^2 R_{nn'}^2}{2R_{nn'}^4} + \dots\right]$$

$$G_{\alpha\beta}(\vec{R}_{nn'}+\vec{r}, \vec{r}') = -\frac{\partial}{\partial r_\alpha}\frac{\partial}{\partial r'_\beta}\frac{1}{|\vec{R}_{nn'}+\vec{r}-\vec{r}'|} = -\frac{1}{2R_{nn'}^5}\frac{\partial}{\partial r_\alpha}\frac{\partial}{\partial r'_\beta}\left[3\{(\vec{r}-\vec{r}')\cdot\vec{R}_{nn'}\}^2 - |\vec{r}-\vec{r}'|^2 R_{nn'}^2\right] = -\frac{1}{2R_{nn'}^5}\left[3\cdot(-2)R_{nn'}^2 - \dots\right]$$

$$\frac{\partial}{\partial x_\alpha}\frac{\partial}{\partial x'_\beta}\left[(\vec{r}-\vec{r}')\cdot\vec{R}\right]^2 = \frac{\partial}{\partial x_\alpha} 2\left[(\vec{r}-\vec{r}')\cdot\vec{R}\right](-R)_\beta = -2R_\beta R_\alpha$$

$$\frac{\partial}{\partial x_\alpha}\frac{\partial}{\partial x'_\beta}|\vec{r}-\vec{r}'|^2 = \frac{\partial}{\partial x_\alpha} 2(\vec{r}-\vec{r}')(-\vec{i}_\beta) = -2\vec{i}_\beta\cdot\vec{i}_\alpha = -2\delta_{\alpha\beta}$$

$$G_{\alpha\beta}(\vec{R}_{nn'}+\vec{r}, \vec{r}') \underset{n\neq n'}{=} -\frac{\partial^2}{\partial x_\alpha \partial x'_\beta}\frac{1}{2R_{nn'}^5}\left[3\{(\vec{r}-\vec{r}')\cdot\vec{R}_{nn'}\}^2 - |\vec{r}-\vec{r}'|^2 R_{nn'}^2\right] =$$

$$= -\frac{1}{2R_{nn'}^5}\left[3(-2)R_{nn'}^\alpha R_{nn'}^\beta - R_{nn'}^2(-2)\delta_{\alpha\beta}\right] = \frac{1}{R_{nn'}^5}\left[3R_{nn'}^\alpha R_{nn'}^\beta - R_{nn'}^2\delta_{\alpha\beta}\right]$$

и не зависит от $\vec{r}, \vec{r}'$

В частном приближении при $d/R \gg 1$: $\Gamma_{\alpha\beta}^{nn'}(\vec{r}) \cong \frac{V_d}{R_{nn'}^3}\left[3\frac{R_{nn'}^\alpha R_{nn'}^\beta}{R_{nn'}^2} - \delta_{\alpha\beta}\right]$

$$H_d^{\alpha}(\vec{r}) = \Gamma_{\alpha\beta}^{nn}(\vec{r})M_\beta^0 + V_d\sum_{n'\neq n}\frac{1}{R_{nn'}^3}\left[3\frac{R_{nn'}^\alpha(\vec{R}_{nn'}\cdot\vec{M}_0)}{R_{nn'}^2} - M_\alpha^0\right] -$$

— поле взаимод. с решеткой просто сумма дип. полей от частных диполей с моментом $\vec{M}_0 V_d$, расположенных в узлах $\vec{R}_n$ — 2D решетки. Для квадрат. решетки, вроде, такая сумма $= 0$(?) и разложение начинается с квадруп. члена

Нет, для квадр. решетки $\sum_{n'} \Gamma(\cdot) \neq 0$ даже для M_α^0. (22) др. решетки

Дип. дин. поле в гекс. приближении:

$$h_d^{\alpha(n)}(\vec{r}) = \sum_{n'}\int d^3\vec{r}'\, G_{\alpha\beta}(\vec{R}_{nn'}+\vec{r}, \vec{r}')\, m_\beta^{(n')}(\vec{r}') =$$

$$= \sum_{n'\neq n}\int d^3\vec{r}'\, m_\beta^{(n')}(\vec{r}')\frac{1}{R_{nn'}^3}\left[\frac{3R_{nn'}^\alpha R_{nn'}^\beta}{R_{nn'}^2} - \delta_{\alpha\beta}\right] + \int d^3\vec{r}'\, G_{\alpha\beta}(\vec{r}, \vec{r}')\, m_\beta^{(n)}(\vec{r}')$$

свой вклад, $n=n'$

$$h_d^{\alpha(n)}(\vec{r}) = \int_{V_d^{(n)}} d^3\vec{r}'\, G_{\alpha\beta}(\vec{r}, \vec{r}')\, m_\beta^{(n)}(\vec{r}') + \sum_{n'\neq n}\frac{V_d}{R_{nn'}^3}\left[3\frac{R_{nn'}^\alpha(\vec{R}_{nn'}\cdot\langle\vec{m}^{(n')}\rangle_{\vec{r}'})}{R_{nn'}^2} - \langle m_\alpha^{(n')}\rangle_{\vec{r}'}\right]$$

главный вклад в дип. поле при вклад. м. взаимодействия

Date. 11. 03.

Магнитное взаимодействие в 2D-квадрат. решетке (корр. длина $\gamma_R > 1$)

///// Для цилиндр. доменов $\langle m_d(\vec{r}) \rangle_{V_d} \sim \int dzz \int d\varphi \int_m (x_{mn}\rho) \begin{pmatrix} e^{im\varphi} \\ \cos m\varphi \end{pmatrix}$ будет $\neq 0$ только при $m=0$, т.е. в магнитостат. невзаимодействующем ферромагнетике только радиально-сим. $J_0(x_{on}\rho)$ модуль. (здесь $\vec{r}, \vec{r}'$ – внутри-доменные переменные $\rho \in [0,R]$, $z \in [0,L]$.

Далее $\sum_{n\neq 0} \frac{1}{R_n^3}\left[\frac{3R_n^\alpha (\vec{R}_n \cdot \vec{M}_n)}{R_n^2} - M_n^\alpha\right] = S_\alpha$, где $\vec{R}_n$ – вектор 2D-квадрат. решетку, а $\vec{M}_n$ – зависит, в общ. случае, от n.



$$S_z = \sum_{n\neq 0} \frac{1}{R_n^5}\left[3Z_n(\vec{R}_n\cdot\vec{M}_n) - M_n^z R_n^2\right] = -\sum_{n\neq 0}\frac{M_n^z}{R_n^3}$$

$\vec{R}_n = \frac{2\pi}{T}(n_1, n_2)$, $\vec{R}_n = (X_n, Y_n, 0)$

$$S_x = \sum_{\substack{n\neq 0 \\ (n_1, n_2 \neq 0)}} \frac{1}{R_n^5}\left[3X_n(X_n M_n^x + Y_n M_n^y) - R_n^2 M_n^x\right] =$$

$$= \left| \begin{matrix} \text{если } M_n^x = M_{-n}^x \\ \text{или } M_n^x \text{ не зависит от } n \end{matrix} \right| = \sum_{n\neq 0} \frac{M_n^x}{R_n^5}\left[3X_n^2 - R_n^2\right] \equiv \sum_{n\neq 0} M_n^x \frac{X_n^2}{R_n^5} \neq 0$$

Для 3D-кубич. решетки и $\vec{M}_n$ не зависит от n, $\vec{M}_n = \text{const}$ всем комп. $S_\alpha = 0$ (см. Jackson). Но для 2D-квадрат. решетки даже при $\vec{M}_n = \text{const}$ ($\vec{M}_0$ например), $S_z = -M^z \sum_{n\neq 0}\frac{1}{R_n^3}$, $S_{x,y} = M^{x,y}\sum_{n\neq 0}\left(\frac{X_n^{x,y}}{R_n^5}\right)^2 \neq 0$ и $S_\alpha \neq 0$.

$$S_z + S_x + S_y = -M^z\sum_n \frac{1}{R_n^3} + M^x \sum_n \frac{X_n^2}{R_n^5} + M^y \sum_n \frac{Y_n^2}{R_n^5} \neq 0$$

$$\vec{S} = \sum_n \frac{1}{R_n^5}\begin{pmatrix} X_n^2 & 0 & 0 \\ 0 & Y_n^2 & 0 \\ 0 & 0 & -R_n^2 \end{pmatrix}\vec{M} = \hat{\chi}\vec{M}, \quad Sp(\hat{\chi}) = 0.$$



– параметры разложения $\mathring{H}_d^\alpha, h_d^\alpha(\vec{r})$ зав. $\left(\frac{R}{R_n}\right)$ или $\left(\frac{R}{T}\right)$.

Если $\frac{d}{R} \gg 1$, то $\left(\frac{R}{T}\right) = \frac{R}{2R+d} = \frac{1}{2+\left(\frac{d}{R}\right)} \ll 1$ и все $\frac{R}{R_n} < \frac{R}{T}, \frac{R}{R_n} \ll 1$.

Пусть $\vec{M}_0 = M_0(\cos\varphi_0, \sin\varphi_0)$, тогда $H_d^\alpha(\vec{r}) = \begin{pmatrix} \text{вклад} \\ \text{своего дом.} \end{pmatrix} + \sum_n \frac{V_d}{R_n^3} \times$

$$\times\left[\frac{3R_n^\alpha M_0(X_n\cos\varphi_0 + Y_n\sin\varphi_0)}{R_n^2} - M_0^\alpha\right], \quad \vec{M}_0 \parallel \vec{H}_{ext} \text{ и нас}$$

интересует составл. $\mathring{H}_d^\alpha$ вдоль $\vec{M}_0$, т.е. $(\mathring{\vec{H}}_d \cdot \vec{M}_0)\frac{1}{M_0}$:

$$\mathring{H}_d(\text{вдоль } \vec{M}_0) = (1) + \sum_n \frac{V_d}{R_n^3}\left[3\frac{(\vec{R}_n\cdot\vec{M}_0)^2}{R_n^2} - M_0^2\right]\frac{1}{M_0} = \left|\vec{R}_n = R_n(\cos\varphi_n, \sin\varphi_n\right|$$

$$= (1) + M_0\sum_n \frac{V_d}{R_n^3}\left[3\cos^2(\varphi_n - \varphi_0) - 1\right]$$ – зав. не зависимость от φ, т.е. анизотропия спектра SW!

$$\mathring{H}_d(\text{вдоль } \vec{M}_0) = (\text{isotropic}) + 3M_0\sum_n \frac{V_d}{R_n^3}\left[\cos^2\varphi_n\cos^2\varphi_0 + \sin^2\varphi_n\sin^2\varphi_0 + \cos\varphi_n\sin\varphi_n\sin 2\varphi_0\right]$$

$= 0$ из-за $E(k)$

Escaneado con CamScanner

Date.

- перекрестный член $\sum_n \chi_n \gamma_n f(R_n) = 0$, а косф. при $\cos^2\varphi_0$, $\sin^2\varphi_0$ одинаковы при $\sum_n (\cdot) \longrightarrow$ т.е. H_d (сосавл. вдоль $\vec{M}_0$) изотропна в главном по $\left(\frac{R}{r}\right) \ll 1$ приближении и спектр SW - изотропен.

- диаг. дип. поля сложнее: $h_d^\alpha = \left(\text{вклад своего диа}\right) + \sum_n \frac{V_d}{R_n^3}\left[\frac{3R_n^\alpha(\vec{R}_n\vec{\mu}_n)}{R_n^2} - \mu_n^\alpha\right]$, где $\vec{\mu}_n = \langle \vec{m}^{(n)}(\vec{r}) \rangle_{V_d}$ может зависеть от "n".

Нас интересует составляющая $\vec{h}_d \perp \vec{M}_0$: $\vec{h}_{(\perp\vec{M}_0)} = \vec{h} - \frac{\vec{M}_0}{M_0^2}(\vec{h}\cdot\vec{M}_0)$

$h_d^\alpha(\perp\vec{M}_0) = h_d^\alpha - \frac{M_0^\alpha}{M_0^2}(\vec{h}_d\cdot\vec{M}_0)$, $(\vec{h}_d\cdot\vec{M}_0) = (\cdot) + \sum_n \frac{V_d}{R_n^3}\left[3\frac{(\vec{R}_n\cdot\vec{M}_0)(\vec{R}_n\vec{\mu}_n)}{R_n^2} - \vec{\mu}_n\vec{M}_0\right]$

$h_d^\alpha(\perp\vec{M}_0) = (\cdot) + \sum_n \frac{V_d}{R_n^3}\left[\frac{3R_n^\alpha(\vec{R}_n\cdot\vec{\mu}_n)}{R_n^2} - \mu_n^\alpha\right] - \frac{M_0^\alpha}{M_0^2}\sum_n \frac{V_d}{R_n^3}\left[\frac{3}{R_n^2}(\vec{R}_n\vec{M}_0)(\vec{R}_n\vec{\mu}_n)\right]$ (=0)

$= \left(\text{Свой вклад}\right) + \sum_n \frac{V_d}{R_n^3}\left[\frac{3}{R_n^2}\left\{R_n^\alpha - \frac{M_0^\alpha}{M_0^2}(\vec{R}_n\vec{M}_0)\right\}(\vec{R}_n\cdot\vec{\mu}_n) - \mu_n^\alpha\right] = \left|\vec{\mu}_n \perp \vec{M}_0\right|$

$= (\cdot) + \left(\text{isotropic on } \varphi_0\right) + \sum_n \frac{V_d}{R_n^3}\frac{3}{R_n^2}(\vec{R}_n\cdot\vec{\mu}_n)\frac{1}{\mu_n}(\vec{R}_n\cdot\vec{\mu}_n) = (\text{isotropic}) + 3\sum_n \frac{V_d}{\mu_n R_n^5}(\vec{R}_n\cdot\vec{\mu}_n)^2$

$\vec{R}_n\cdot\vec{\mu}_n = R_n(\cos\varphi_n, \sin\varphi_n)\cdot\mu_n(-\sin\varphi_0, \cos\varphi_0) = R_n\mu_n\sin(\varphi_n - \varphi_0)$

$h_d^\alpha(\perp\vec{M}_0) = (\text{isotropic}) + 3\sum_n \frac{V_d\mu_n}{R_n^3}\sin^2(\varphi_n - \varphi_0)$ — как мы? Ведь есть μ_n^z.

$\vec{\mu}_n = \mu_n(\sin\theta_{\mu_n}\cos\varphi_{\mu_n}, \sin\theta_{\mu_n}\sin\varphi_{\mu_n}, \cos\theta_{\mu_n}) = \mu_n(-\sin\theta_{\mu_n}\sin\varphi_0, \sin\theta_{\mu_n}\cos\varphi_0, \cos\theta_{\mu_n})$

$\vec{R}_n(\perp\vec{M}_0) = \vec{R}_n - \frac{\vec{M}_0}{M_0^2}(\vec{R}_n\vec{M}_0) = \frac{1}{\mu_n^{\text{плоск.}}}(\vec{R}\cdot\vec{\mu}_n^{\text{плоск.}})$ ← компонента $\vec{\mu}_n$ в плоск. дела xy.

$(\vec{R}_n\cdot\vec{\mu}_n) = (\vec{R}_n\cdot\vec{\mu}_n^{\text{пл.}}) = R_n(\cos\varphi_n, \sin\varphi_n)\mu_n^{\text{пл.}}(-\sin\varphi_0, \cos\varphi_0) =$

$= R_n\mu_n^{\text{пл.}}\sin(\varphi_n - \varphi_0)$, $\mu_n^{\text{пл.}} = \mu_n\sin\theta_{\mu_n}$.

$h_d^z(\perp\vec{M}_0) = (\text{isotropic}) + (-1)\sum_n \frac{V_d}{R_n^3}\mu_n^z$

$h_d^{\alpha(\text{пл.})}(\perp\vec{M}_0) = (\text{isotr.}) + \sum_n \frac{V_d}{R_n^3}\left[\frac{3}{R_n^2}\frac{1}{\mu_n^{\alpha(\text{пл.})}}(\vec{R}_n\cdot\vec{\mu}_n)^2 - \mu_n^{\alpha(\text{пл.})}\right] =$

$= (\text{isotr.}) + \sum_n \frac{V_d}{R_n^3}\left[3\mu_n^{\text{пл.}}\sin^2(\varphi_n - \varphi_0) - \mu_n^{\alpha(\text{пл.})}\right] = \left|\mu_n^{\alpha(\text{пл.})} = \pm|\vec{\mu}_n^{\text{пл.}}|\right| =$

$= (\text{isotr.}) + 3\sum_n \frac{V_d}{R_n^3}\mu_n^{\text{пл.}}\sin^2(\varphi_n - \varphi_0)$ — неясно даст ли анизотропию по φ_0, т.к. $\mu_n^{\text{пл.}}$ может зависеть от "n" - номера дела. Но за анизотропию, если и есть, не будет 4-fold. Точнее будет:

$(\vec{R}_n\cdot\vec{\mu}_n) = (\text{сосавл. } \vec{R}_n \perp \vec{M}_0) = R_n^\alpha - \frac{M_0^\alpha}{M_0^2}(\vec{R}_n\cdot\vec{M}_0)$ и $\left\{R_n^\alpha - \frac{M_0^\alpha}{M_0^2}(\vec{R}_n\cdot\vec{M}_0)\right\}^2 =$ *

$= (R^\alpha)^2 + \frac{M_0^{\alpha 2}}{M_0^2}(\vec{R}_n\cdot\vec{M}_0)^2 - 2\frac{R_n^\alpha M_0^\alpha}{M_0^2}(\vec{R}_n\vec{M}_0)$

где $\vec{\mu}_n$ - сосавл. $\vec{\mu}_n$ в плоскости.

Escaneado con CamScanner

Мультипольное разложение $\varphi_m(\vec{r})$ и $\vec{H}_m(\vec{r})$

Date. 12.03. Мультипольное разложение потенциала

$$\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = \frac{1}{r}\left[1 + \frac{\vec{r}\cdot\vec{r}'}{r^2} + \frac{3(\vec{r}\cdot\vec{r}')^2 - r^2r'^2}{2r^4} + \dots\right]$$

Общее реш. ур. магнитостатики $\varphi_m(\vec{r}) = -\nabla_{\vec{r}}\cdot\int_V \frac{\vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\,d^3\vec{r}'$

$$\varphi_m(\vec{r}) = -\nabla_{\vec{r}}\cdot\left[\int d^3\vec{r}'\,\vec{M}(\vec{r}')\left\{\frac{1}{r} + \frac{\vec{r}\cdot\vec{r}'}{r^3} + \frac{3(\vec{r}\vec{r}')^2 - r^2r'^2}{2r^5}\right\}\right]$$

$$\nabla_{\vec{r}}\left(\frac{1}{r}\right) = \frac{\partial}{\partial\vec{r}}\left(\frac{1}{r}\right) = -\frac{\vec{r}}{r^3},\quad \nabla_{\vec{r}}\left(\frac{\vec{r}\cdot\vec{r}'}{r^3}\right) = (\vec{r}\cdot\vec{r}')\frac{\partial}{\partial\vec{r}}\left(\frac{1}{r^3}\right) + \frac{1}{r^3}\frac{\partial}{\partial\vec{r}}(\vec{r}\cdot\vec{r}') =$$

$$= (\vec{r}\cdot\vec{r}')\frac{(-3)}{r^4}\frac{\vec{r}}{r} + \frac{1}{r^3}\vec{r}' = \frac{1}{r^3}\left[\vec{r}' - 3\frac{(\vec{r}\cdot\vec{r}')\vec{r}}{r^2}\right]$$

$$\nabla_{\vec{r}}\left[\frac{3(\vec{r}\vec{r}')^2 - r^2r'^2}{2r^5}\right] = \frac{1}{2}\left[3(\vec{r}\vec{r}')^2 - r^2r'^2\right]\frac{(-5)}{r^6}\frac{\vec{r}}{r} + \frac{1}{2r^5}\left[3\cdot 2(\vec{r}\vec{r}')\vec{r}' - r'^2\cdot 2\vec{r}\right] = -\frac{5}{2}\frac{\vec{r}}{r^7}\left[3(\vec{r}\vec{r}')^2 - r^2r'^2\right] + \frac{1}{r^5}\left[3(\vec{r}\vec{r}')\vec{r}' - \vec{r}r'^2\right]$$

$$\varphi_m(\vec{r}) = \left|\nabla_{\vec{r}}\cdot\left(\vec{M}(\vec{r}')f(\vec{r})\right) = \vec{M}(\vec{r}')\cdot\nabla_{\vec{r}}f(\vec{r})\right| = -\int d^3\vec{r}'\,\vec{M}(\vec{r}')\cdot\left[-\frac{\vec{r}}{r^3} + \frac{1}{r^3}\left(\vec{r}' - 3\frac{(\vec{r}\vec{r}')\vec{r}}{r^2}\right) + \frac{1}{r^5}\left\{3(\vec{r}\vec{r}')\vec{r}' - \vec{r}r'^2\right\} - \frac{5}{2}\frac{\vec{r}}{r}\left\{3(\vec{r}\vec{r}')^2 - r^2r'^2\right\}\right]$$

$$\hat{G}(\vec{r},\vec{r}') = -\frac{\partial}{\partial\vec{r}}\frac{\partial}{\partial\vec{r}'}\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = -\frac{\partial^2}{\partial\vec{r}\,\partial\vec{r}'}\left[\frac{1}{r} + \frac{(\vec{r}\cdot\vec{r}')}{r^3} + \frac{3(\vec{r}\vec{r}')^2 - r^2r'^2}{2r^5} + \dots\right]$$

Только так, ведь при разложении по $\frac{r'}{r}$ теряется симметрия $\vec{r}$ и $\vec{r}'$.

$$\nabla_{\vec{r}}\nabla_{\vec{r}}\cdot\left[\vec{M}(\vec{r}')\cdot f(\vec{r})\right] = \nabla_{\vec{r}}\left[\vec{M}(\vec{r}')\cdot\nabla_{\vec{r}}f\right] = \left(\vec{M}(\vec{r}')\cdot\nabla_{\vec{r}}\right)\nabla_{\vec{r}}f + \vec{M}(\vec{r}')\times\underbrace{\left(\nabla_{\vec{r}}\times\nabla_{\vec{r}}f\right)}_{=0} = \left(\vec{M}(\vec{r}')\cdot\nabla_{\vec{r}}\right)\nabla_{\vec{r}}f$$

$$\vec{H}_m(\vec{r}) = -\nabla_{\vec{r}}\varphi_m(\vec{r}) = \nabla_{\vec{r}}\nabla_{\vec{r}}\cdot\int d^3\vec{r}'\frac{\vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = \int d^3\vec{r}'\left(\vec{M}(\vec{r}')\cdot\nabla_{\vec{r}}\right)\nabla_{\vec{r}}\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} =$$

$$= \left|\nabla_{\vec{r}}\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = -\nabla_{\vec{r}'}\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\right| = -\int d^3\vec{r}'\left(\vec{M}(\vec{r}')\cdot\nabla_{\vec{r}}\right)\nabla_{\vec{r}'}\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \quad \text{— далее.}$$

Выведем ФГ $H^\alpha_m(\vec{r}) = \int d^3\vec{r}'\,G_{\alpha\beta}(\vec{r},\vec{r}')M_\beta(\vec{r}')$, $G_{\alpha\beta}(r,r') = -\frac{\partial^2}{\partial x_\alpha\partial x_\beta}$

1) $\hat{G}(\vec{r},\vec{r}')$ (диф. по $\vec{r}$ и $\vec{r}'$) $= -\frac{\partial}{\partial\vec{r}}\cdot\left[\frac{\vec{r}}{r^3} + \frac{1}{2r^5}\left(3\cdot 2(\vec{r}\vec{r}')\vec{r} - r^2\cdot 2\vec{r}'\right) + \dots\right] = -\frac{\partial}{\partial\vec{r}}\cdot\left[\frac{\vec{r}}{r^3} + \frac{1}{r^5}\left(3(\vec{r}\vec{r}')\vec{r} - r^2\vec{r}'\right)\right] = -\left[\frac{1}{r^3} + \vec{r}\,\frac{(-3)}{r^4}\,\vec{r} - \text{неверно}\right]$

$\frac{\partial}{\partial\vec{r}}\cdot = \mathrm{div}(\cdot)$

$\mathrm{div}(\dots)$ надо вычислять как $-\frac{\partial^2}{\partial x_\alpha\partial x_\beta}$ как выше.

2) $\varphi_m(\vec{r})$, а потом $\vec{H}_m(\vec{r}) = -\nabla_{\vec{r}}\varphi_m(\vec{r})$, $\int d^3\vec{r}'\,M(\vec{r}') = V_d\langle\vec{M}\rangle$

$$\varphi_m(\vec{r}) = V_d\frac{\langle\vec{M}\rangle\cdot\vec{r}}{r^3} + (-1)\int d^3\vec{r}'\,\vec{M}(\vec{r}')\cdot\frac{1}{r^3}\left[\vec{r}' - 3\frac{(\vec{r}\vec{r}')\vec{r}}{r^2}\right] + \dots$$

Escaneado con CamScanner

Date.

первый член, главный, потенциал хорег. диполя с $\vec{\mu} = \langle \vec{M} \rangle V_d$ – его спина II/III.

$$\int d^3\vec{r}\, \vec{M}(\vec{r}) \cdot \left[\frac{\vec{r}'}{} - \frac{3(\vec{r}\vec{r}')\vec{r}}{r^2} \right] = \int d^3\vec{r}' \left[M_\alpha \cdot x'_\alpha - \frac{3}{r^2} M_\alpha \cdot x_\alpha (x_\beta x'_\beta) \right] =$$

$$= \int d^3\vec{r}' \left[(\vec{M}\cdot\vec{r}') - 3\frac{x_\alpha x_\beta}{r^2} M_\alpha x'_\beta \right] = \int d^3r' \left[(\vec{M}\cdot\vec{r}') - \frac{3}{2}\frac{x_\alpha x_\beta}{r^2}\left(M_\alpha x'_\beta + M_\beta x'_\alpha\right) \right] =$$

$$= \int d^3r' \left[\vec{M}\cdot\vec{r}' \right] - \frac{3}{2}\frac{x_\alpha x_\beta}{r^2} \int d^3r' \left(M_\alpha x'_\beta + M_\beta x'_\alpha \right) = \int d^3r' \left[\vec{M}\cdot\vec{r}' \right] -$$

$$-\frac{1}{2}\frac{x_\alpha x_\beta}{r^2}\left[Q_{\alpha\beta} + \int 2\delta_{\alpha\beta} (\vec{M}\cdot\vec{r}') d^3r' \right] = -\frac{1}{2} Q_{\alpha\beta}\frac{x_\alpha x_\beta}{r^2} + \int d^3\vec{r}' (\vec{M}\cdot\vec{r}') \left[1 - \sum_{\alpha\beta} \frac{x_\alpha x_\beta}{r^2}\delta_{\alpha\beta} \right] =$$

$$= \left| \sum_{\alpha\beta} x_\alpha x_\beta \delta_{\alpha\beta} = \sum_\alpha x_\alpha^2 = r^2 \right| = -\frac{1}{2} Q_{\alpha\beta}\frac{x_\alpha x_\beta}{r^2}$$

$$\varphi_m(\vec{r}) = V_d \frac{\langle \vec{M} \rangle \cdot \vec{r}}{r^3} - \frac{1}{r^3}\left(-\frac{1}{2}\right) Q_{\alpha\beta}\frac{x_\alpha x_\beta}{r^2} = V_d \frac{\langle \vec{M}\rangle \cdot \vec{r}}{r^3} + \frac{1}{2}\frac{1}{r^5} Q_{\alpha\beta} x_\alpha x_\beta$$

где $Q_{\alpha\beta} = \int_{V_d} d^3\vec{r}' \left[3M_\alpha(\vec{r}') x'_\beta + 3M_\beta(\vec{r}') x'_\alpha - 2\delta_{\alpha\beta} (\vec{M}(r)\cdot\vec{r}') \right]$ – квадрупольный момент диска.

Это выражение есть в кн. Good-Nelson'71 и я его использовал еще 12/VIII 98 г.

$$\vec{H}_d(\vec{r}) = -\nabla_{\vec{r}} \varphi_m(\vec{r}) = \frac{1}{r^3}\left[\frac{3\vec{r}(\vec{\mu}\cdot\vec{r})}{r^2} - \vec{\mu} \right] - \frac{1}{2} Q_{\alpha\beta} \nabla_{\vec{r}} \left(\frac{x_\alpha x_\beta}{r^5} \right)$$

$$H^\gamma_d(\vec{r}) = \frac{1}{r^3}\left[\frac{3x_\gamma (\vec{\mu}\cdot\vec{r})}{r^2} - \mu_\gamma \right] - \frac{1}{2}\frac{1}{r^5} \sum_{\alpha\beta} Q_{\alpha\beta} \left[\delta_{\alpha\gamma} x_\beta + \delta_{\beta\gamma} x_\alpha - \frac{5}{r^2} x_\alpha x_\beta x_\gamma \right]$$

Здесь $\vec{\mu} = \int d^3r' \vec{M}(\vec{r}') = V_d \langle \vec{M} \rangle$ – дип. момент диска. Вне поле диска.

Для расчета SW $\overset{0}{H}{}^\gamma_d(\vec{r})$ не содержит квадруп. вклада, т.к. $Q_{\alpha\beta} \equiv 0$ для $M_0(\vec{r}) = \text{const}$ или "flower" state согласно S/II.

$$\langle \vec{M} \rangle \sim \int d^2\vec{\rho}\, J_m(x_{mn}\rho) e^{im\varphi} = \delta_{m0} \int_0^R d\rho\rho\, J_0(x_{0n}\rho) = \delta_{m0} R^2 \frac{J_1(\beta_{0n})}{\beta_{0n}} =$$

$$= -\delta_{m0} R^2 \frac{J'_0(\gamma_{0n})}{\gamma_{0n}}, \text{ если } \gamma_{mn} = \beta_{mn} - \text{корни } J'_m(x) = 0, \text{ т.е. "free" bound.c.}$$

$\beta_{01} = 0$ $J_1(\beta_{01}) = \frac{1}{2}\beta_{01}$ и $\langle \vec{M} \rangle = 0$ $\forall n$ кроме $n=1$

$\langle \vec{M} \rangle \sim \delta_{m0}\delta_{n1}\frac{R^2}{2}$ для "free" bound.cond.

т.е. – дип. взаимодействие mw-диска с внешними дозами создает (0,1)-мода. Все остальные моды однородное имеют дип. момент $\vec{\mu} = \langle \vec{m} \rangle = 0$.

$$Q_{zz} = \int_{V_d} d^3\vec{r} \left[6m_z z - 2(\vec{m}\cdot\vec{r}) \right] = \int_{V_d} d^3\vec{r} \left[6m_z z - 2(m_z z + m_x x) \right] = \underbrace{-2\int d^3r\, m_x x}_{\vec{m} \text{ не зависит от } z} = 0, \text{ если}$$

$$Q_{zx} = Q_{xz} = \int d^3\vec{r} \left[3m_x z + 3m_z x \right] = 3L M_s \int d^2\vec{\rho}\, J_m(x_{mn}\rho) e^{im\varphi} \rho\cos\varphi =$$

$$3LM_s \int_0^R d\rho\rho^2 J_m(x_{mn}\rho) \int_0^{2\pi} d\varphi \left(\frac{e^{im\varphi}}{\cos m\varphi} \right) \cos\varphi = 3\pi L M_s \delta_{m1} \int_0^R d\rho\rho^2 J_1(x_{1n}\rho) = 3\pi L M_s \delta_{m1}^{x} \times R^3 \frac{J_2(\gamma_{1n})}{\gamma_{1n}}$$

(или $\delta_{m1,1}$ для $e^{im\varphi}$)

Date. 13.05.

$$Q_{xx} = \int d^3\vec{r}\left[6m_x x - 2(m_x x + m_z z)\right] = 4\int d^3\vec{r}\, m_x x = \frac{4}{3}Q_{xx} \neq 0$$

$$Q_{yy} = \int d^3\vec{r}\left[-2(m_x x + m_z z)\right] = -2\int d^3\vec{r}\, m_x x = Q_{zz} = -\frac{2}{3}Q_{xx}$$

$$Q_{zy} = Q_{yz} = \int d^3\vec{r}\left[3m_z y\right] = 3\int d^3\vec{r}\, M_3 J_m(\pi_{mn}\rho)\begin{pmatrix}e^{im\varphi}\\ \cos m\varphi\end{pmatrix}\rho\sin\varphi = 0$$

где $\cos m\varphi$ ...

$$Q_{xy} = Q_{yx} = \int d^3\vec{r}\left[3m_x y\right] = Q_{xy} = Q_{yz}$$ — и то, где $e^{im\varphi}$ ... но $=0$ где $\cos m\varphi$

$$h_d^{\alpha} \sim \sum_{\alpha\beta} Q_{\alpha\beta}\left[\delta_{\alpha\gamma}x_\beta + \delta_{\beta\gamma}x_\alpha - \frac{5}{r^2}x_\alpha x_\beta x_\gamma\right] = \sum Q_{zz}\left[2\delta_{z\gamma}z - \frac{5}{r^2}z^2 x_\gamma\right] +$$

$$+ Q_{xx}\left[2\delta_{x\gamma}x - \frac{5}{r^2}x^2 x_\gamma\right] + Q_{yy}\left[2\delta_{y\gamma}y - \frac{5}{r^2}y^2 x_\gamma\right] +$$

$$+ 2Q_{xz}\left[\delta_{x\gamma}z + \delta_{z\gamma}x - \frac{5}{r^2}xz\,x_\gamma\right] = Q_{xz}\left[-\frac{2}{3}\left(2\delta_{z\gamma}z - \frac{5}{r^2}z^2 x_\gamma\right) +\right.$$

$$\left. + \frac{4}{3}\left(2\delta_{x\gamma}x - \frac{5}{r^2}x^2 x_\gamma\right) - \frac{2}{3}\left(2\delta_{y\gamma}y - \frac{5}{r^2}y^2 x_\gamma\right) + 2\left(\delta_{x\gamma}z + \delta_{z\gamma}x - \frac{5}{r^2}xz\,x_\gamma\right)\right]$$

Квадруп. вклад в $h_d^z \sim Q_{xz}\left[-\frac{2}{3}(2z \quad) - \frac{5}{r^2}\frac{2}{3}z(-z^2+2x^2-y^2) -\right.$

$$\left. - \frac{10}{r^2}z^2 x + 2x\right] = Q_{xz}\left[-\frac{4}{3}z + 2x - \frac{10}{r^2}z^2 x - \frac{10}{3}\frac{z}{r^2}(2x^2 - z^2 - y^2)\right] =$$

$$= Q_{xz}\left[-\frac{10}{r^2}zx(x+z) + 2(x+z)\right] = 2Q_{xz}(x+z)\left[1 - \frac{5}{r^2}zx\right]$$

$\langle h_d^z \rangle_z \sim 2Q_{xz}x$ - ? [Здесь $\vec{r}$ имеет смысл $\vec{R}_{nn'}$ или $\vec{R}_n$ — нет, $e^{im\varphi}|_{m=0}$]

$\vec{r}$ - квазиусреднённая координата для подсчёта внешнего поля от $n=0$ диска, расположенного при $\vec{r}=0$.

$\vec{r}'$ - внутренняя переменная для расчёта $\langle\vec{M}\rangle$, $Q_{\alpha\beta}$ и т.д.

$|\vec{r}| \gg |\vec{r}'|$ по смыслу мультипольного разложения



$$\langle h_d^z(\vec{r})\rangle_z \sim 2Q_{xz}x\left[1 - 5\left\langle\frac{z^2}{r^2}\right\rangle_z\right]$$

Квадруп. вклад в $h_d^x \sim Q_{xz}\left[-\frac{5}{r^2}\frac{2}{3}z(2x^2 - y^2 - z^2) + \frac{8}{3}x + 2z - \frac{10}{r^2}x^2 z\right] = Q_{xz}\left[-\frac{20}{r^2}x^2 z + \frac{8}{3}(2z\right.$

$\langle h_d^x \rangle_z = 0$. $h_d^{x,z}(\vec{r})$ - поле от mw-$\vec{m}$ центрального диска ($\vec{r}=0$) в точке $\vec{r}$, где могут быть другие диски

13/III

Полезно: R. Plonsey, R. E. Collin "Princ. and Appl. El fields"

$$\varphi_m(\vec{r}) = -\int_V d^3\vec{r}'\,\vec{M}(\vec{r}')\cdot\nabla\left(\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\right) = -\frac{1}{4\pi}\int_V d^3\vec{r}'\,\nabla^2\left(\frac{\vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\right) = \begin{cases}\vec{M}(\vec{r}), & \vec{r}\in V\\ 0, & \vec{r}\text{ вне }V.\end{cases}$$

— годится и для $\vec{r}\in V$ и $\vec{r}$ вне V.

Если $L f(\vec{r}) = -g(\vec{r})$ гран. зад. с ФГ $G(\vec{r},\vec{r}')$, то

Из вида $\varphi_m(\vec{r})$ ясно. Возможность $G(\vec{r},\vec{r}')$ - ФГ Неймана, удовл. $\frac{\partial G}{\partial n}\big|_{S=0}$

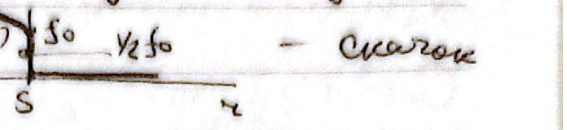
Диадные ФГ

Дата. 15 · 03 ·

$$\int d^3\vec{r}'\, G(\vec{r},\vec{r}')\, g(\vec{r}') + \int_S dS' \left[G(\vec{r},\vec{r}') \frac{\partial f(\vec{r}')}{\partial n'} - f(\vec{r}') \frac{\partial G(\vec{r},\vec{r}')}{\partial n'} \right] = \begin{cases} f(\vec{r}), & \vec{r} \in V \\ 0, & \vec{r} \text{ вне } V \end{cases},$$

где ФГ $\hat{L}\, G(\vec{r},\vec{r}') = -\delta(\vec{r}-\vec{r}')$. И/м $g(\vec{r}) = 0$ получим

$$\hat{I} f(\vec{r}) = \begin{cases} f(\vec{r}), & \vec{r} \in V \\ 0, & \vec{r} \text{ вне } V \end{cases}$$



на поверхности S равной f_0. $\hat{I} f(\vec{r}) = \frac{1}{2} f(\vec{r})$ если $\vec{r} \in S$.

$$\hat{I} f(\vec{r}) = \int_S dS' \left[G(\vec{r},\vec{r}') \frac{\partial f(\vec{r}')}{\partial n} - f(\vec{r}') \frac{\partial G(\vec{r},\vec{r}')}{\partial n'} \right] \text{ — И. Могила.}$$

Тождество Вейля (Weyl):

$$\frac{e^{ik_0 r}}{r} = \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d^2\vec{k}\, e^{i\vec{k}\vec{\rho}}\, \frac{e^{ik_z|z|}}{k_z},$$

где $k_z^2 = k_0^2 - \vec{k}^2$, $\vec{r} = (\vec{\rho}, z)$. И/м $k_0 = 0$ дает нам спектральное представление ФГ. Может для однород. эл.-маг. моды нельзя $k_0 = 0$?

⇒ Работа над докладом APS, ремонт. письмом Славика, письмом Z. Zhang и J. Pelz. Видит в библ. KIST и KAIST. 13-14/III

Напомнить. ФГ $\hat{G}(\vec{r},\vec{r}') = -\nabla\nabla \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$ является частным случаем диадных ФГ (dyadic Green's functions). Общий вид диадной ФГ: $\hat{G}_{dj}(\vec{r},\vec{r}') = \left(\hat{I} + \frac{1}{k_0^2}\nabla\nabla\right) g(\vec{r},\vec{r}')$, где $g(\vec{r},\vec{r}') = \frac{e^{ik_0|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \frac{1}{4\pi}$, $k_0 = \omega/c$.

15/III

Из ур-я $\nabla\times\nabla\times\vec{E}(\vec{r}) - k^2\vec{E}(\vec{r}) = i\omega\mu\vec{J}(\vec{r})$ следует

$$\vec{E}(\vec{r}) = i\omega\mu \int_V d^3\vec{r}'\, \vec{J}(\vec{r}')\, \hat{G}_e(\vec{r}',\vec{r}), \text{ где } \hat{G}_e(\vec{r},\vec{r}') = \left[\hat{I} + \frac{1}{k^2}\nabla\nabla\right] g(\vec{r},\vec{r}')$$

Вычисл. $\nabla_r\nabla\times\hat{G}_e(\vec{r},\vec{r}') - k^2\hat{G}_e(\vec{r},\vec{r}') = \hat{I}\delta(\vec{r}-\vec{r}')$, $g(\vec{r},\vec{r}') = \frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}'|}}{4\pi|\vec{r}-\vec{r}'|}$

$\vec{E}\to\vec{H}_d$, $i\omega\mu\vec{J}\to\vec{M}$: $\vec{H}_d(\vec{r}) = \int d^3\vec{r}'\, \hat{G}_e(\vec{r},\vec{r}')\cdot\vec{M}(\vec{r}')$

Напомнить. ФГ получим как $4\pi k^2 \vec{G}_e(\vec{r},\vec{r}') = \hat{G}(\vec{r},\vec{r}') = \left[k^2\hat{I} + \nabla\nabla\right] g(\vec{r},\vec{r}')$ (при $k\to 0$) $\times 4\pi$

$\nabla\times\nabla\times\vec{E} = -\nabla^2\vec{E} + \nabla\nabla\cdot\vec{E}$

$\nabla\cdot\vec{H}_d = 0$, $\nabla\cdot\vec{H}_d = -4\pi\nabla\cdot\vec{M}$

$$\nabla\times\nabla\times\vec{H}_d = -\nabla^2\vec{H}_d + \nabla\nabla\cdot\vec{H}_d = -\nabla^2\vec{H}_d + \nabla(-4\pi\nabla\cdot\vec{M}) = 0$$

$$\nabla^2\vec{H}_d = -4\pi\nabla\nabla\cdot\vec{M} \text{ — векторное ур. Пуассона.}$$

$\hat{G}(\vec{r},\vec{r}') = +\nabla\nabla\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$ и $\vec{H}_d(\vec{r}) = \int_V d^3\vec{r}'\, \hat{G}(\vec{r},\vec{r}')\cdot\vec{M}(\vec{r}')$

$$\nabla_r^2\vec{H}_d(\vec{r}) = \int_V d^3\vec{r}'\, \nabla_r^2\hat{G}(\vec{r},\vec{r}')\vec{M}(\vec{r}') = -4\pi\nabla\nabla\cdot\vec{M}(\vec{r})$$

Escaneado con CamScanner

Date. . .

$\nabla\times\nabla\times\hat{G}(\vec{r},\vec{r}') = \hat{I}\delta(\vec{r},\vec{r}')$ (или 0), $-\nabla^2 G + \nabla\nabla\cdot\hat{G} = \hat{I}\delta(\vec{r}-\vec{r}')$

$+\nabla^2\hat{G} = +\nabla\nabla\cdot\hat{G} = +\nabla\nabla\cdot\nabla\left(\nabla\frac{1}{|r-r'|}\right) = +\nabla\nabla\left(\nabla^2\frac{1}{|r-r'|}\right) = -4\pi\nabla\nabla\delta(r-r')$

$\nabla^2_r\vec{H}_d(r) = \int d^3r'\,\nabla\nabla\cdot\hat{G}(\vec{r},\vec{r}')\vec{M}(\vec{r}') = -4\pi\nabla\nabla\int d^3\vec{r}'\,\delta(\vec{r}-\vec{r}')\vec{M}(\vec{r}') =$

$= -4\pi\nabla\nabla\cdot\vec{M}(\vec{r})$

$\hat{G}(\vec{r},\vec{r}') \underset{k\to 0}{=} 4\pi k^2 G_e(r,r')$, поэтому ФГ магнитостат. уравн.

$\nabla\times\nabla\times(4\pi k^2 G_e) - 4\pi k^2 k^2 G_e = 4\pi k^2\hat{I}\delta(\vec{r}-\vec{r}')$ – здесь $k=k_0=\frac{\omega}{c}$.

$\nabla\times\nabla\times\hat{G}(\vec{r},\vec{r}') - k^2\hat{G}(\vec{r},\vec{r}') = 4\pi k^2\hat{I}\delta(\vec{r}-\vec{r}')$ при $k\to 0$,

т.е. уравнению $\nabla\times\nabla\times\hat{G} = 0$ или $\nabla^2\hat{G} - \nabla\nabla\cdot\hat{G} = 0$.

Надо заменить $\vec{E}(r) = 4\pi k^2\vec{H}_d(\vec{r})$, тогда $\vec{H}_d$ удовл.

$\nabla\times\nabla\times(4\pi k^2\vec{E}) - 4\pi k^2 k^2\vec{E} = 4\pi k^2\vec{M}(\vec{r})$

$\nabla\times\nabla\times\vec{H}_d - k^2\vec{H}_d = 4\pi k^2\vec{M}(\vec{r})$ при $k\to 0$, т.е.

$\nabla\times\nabla\times\vec{H}_d = 0$. Т.е. можно использовать все свойства общей диадной ФГ $\hat{G}_e(\vec{r},\vec{r}')$, получая из нее $\hat{G}(r,r') = \lim_{k\to 0} 4\pi k^2\hat{G}_e(\vec{r},\vec{r}')$

Что это дает для магнитостат. СФ?

Для СФ $\vec{H}_d(\vec{r}) = \lambda\vec{M}(\vec{r})$ и $\nabla\times\nabla\times\vec{H}_d = 0 \to$ $\lambda\nabla^2\vec{M} = -4\pi\nabla\nabla\cdot\vec{M}$

Гр. усл. на S: $H_d^t(r-0) = H_d^t(r+0)$, $H_d^n(r-0) + 4\pi M_n(r-0) = H_d^n(r+0)$, $\vec{n}$ – нормаль к S.

$\left(1+\frac{4\pi}{\lambda}\right)H_d^n(r-0) = H_d^n(r+0)$, $1+\frac{4\pi}{\lambda} = \mu_{ef} = \mu_1$, $\mu_1 H_d^n(r-0) = \mu_2 H_d^n$ (1)

Для простейшей задачи rectang. dots, wire $\vec{m} = \begin{pmatrix} m_x \\ m_z \end{pmatrix}$, не зависит от z и от y



$\nabla\cdot\vec{m} = \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y} + \frac{\partial m_z}{\partial z} = \frac{\partial m_x}{\partial x}$

$\nabla\nabla\cdot\vec{m} = \text{grad}(\text{div}\,\vec{m}) = \vec{i}\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial m_x}{\partial x} = \vec{i}\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2}$

$\vec{i}$: $\lambda\nabla^2 m_x = \lambda\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} = -4\pi\nabla\nabla\cdot\vec{m} = -4\pi\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2}$, $\vec{k}$: $\lambda\frac{\partial^2 m_z}{\partial x^2} = 0$

Система ур. для СФ-wire $\begin{cases} (\lambda_x + 4\pi)\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} = 0 \\ \lambda_z\frac{\partial^2 m_z}{\partial x^2} = 0 \end{cases}$. СФ $\vec{m}(m_x, m_z)$, но m_x и m_z удовл. разным диф. уравнениям!

Если взять обмен. гран. условия $\frac{\partial\vec{m}}{\partial x}\Big|_{x=0,w} = 0$, то получим $m_z(x) = \text{const}$,

а $m_x(x) = \text{const}$, если $\lambda_x \neq -4\pi$.

$m_z = \text{const}$ и произвольное ур. $\lambda m_z(x) = \int dx' g_{zz}(x,x') m_z(x')$ на СФ.

$\lambda_x = -4\pi$. Но $\lambda_z = -4\pi$ можно получить лишь при $p = 1/w \to 0$.

Может это означает что $\vec{H}_d(\vec{r}) = \lambda\vec{m}(\vec{r})$ возможно только в пределе $p\to 0$? А в остальных случаях связь $\vec{H}_d$ и $\vec{M}$ нельзя выписать?

Надо λ_x, λ_z и еще $\to$ или зависимость от z нельзя выписать?

Escaneado con CamScanner

Date.

Локальное (для wires) $\vec{H}_d(\vec{r}) = \lambda \vec{m}(\vec{r})$ плоха тем, что $\vec{H}_d$ зависит только от x, при $\vec{m}(x)$ и $\vec{H}_d \parallel \vec{m}_n$, $\vec{m}_n$ - СФ.

$\nabla^2 \vec{H}_d = -4\pi \nabla(\nabla \cdot \vec{M}(\vec{r}))$ имеет решение $\vec{H}_d(\vec{r}) = \nabla\nabla_0 \int_V d^3\vec{r}' \frac{\vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$,

$\hat{G}(\vec{r},\vec{r}') = \nabla\nabla \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$ - магнитостат. ФГ, которая получается из диполь. ФГ в пределе $\lim_{k_0 \to 0} 4\pi k_0^2 \hat{G}_e(\vec{r},\vec{r}')$. $k_0 = \omega/c$.

$|\vec{r}| \gg k_0 = \frac{\omega}{c}$ условие применимости магнитостат. приближения.

Для $\nu \approx 10$ ТГц $k_0 = \frac{2\pi\nu}{c} \sim 2\text{-}3\ см^{-1}$ - очень мал, ведь $q \sim 10^5\ см^{-1}$.

С другой стороны условие магнитостат. приближения $k_0 R \ll 1$, $k_0 R \approx 2 см^{-1} \times 0{,}5\ мкм \approx 10^{-4} \ll 1$ (для доменов) хорошо выполняется для доменов с $R \gtrsim 1$ мкм.

$\hat{G}(\vec{r},\vec{r}') = 4\pi \lim_{k_0 \to 0} \left[\hat{I} k_0^2 + \nabla\nabla\right] g(\vec{r},\vec{r}') = \nabla\nabla \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$, если по k_0 нет особенностей

$g(\vec{r},\vec{r}') = \frac{1}{4\pi} \frac{e^{ik_0|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = \frac{1}{4\pi} \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d^2\vec{k}\, e^{i\vec{k}(\vec{\rho}-\vec{\rho}')} \frac{e^{ik_z|z-z'|}}{k_z}$, $k_z = \sqrt{k_0^2 - k^2}$

$k_z = \sqrt{k_0^2 - k^2} = i\sqrt{k^2 - k_0^2}$ и $g(\vec{r},\vec{r}') = \frac{1}{4\pi} \int \frac{d^2\vec{k}}{2\pi} e^{i\vec{k}(\vec{\rho}-\vec{\rho}')} \frac{e^{-\sqrt{k^2-k_0^2}|z-z'|}}{\sqrt{k^2-k_0^2}} = \frac{e^{ik_0|\vec{r}-\vec{r}'|}}{4\pi|\vec{r}-\vec{r}'|}$

Ф Грина. соотв. ур. с $\delta(\vec{r}-\vec{r}')$: $\nabla\times\nabla\times\hat{G}(\vec{r},\vec{r}') - k_0^2 \hat{G}(\vec{r},\vec{r}') = 4\pi k_0^2 \delta(\vec{r}-\vec{r}')$.

Магнитост. энергия double-domain зерна

→ Вернемся к неоднородным состояниям цилиндр. зерна. Так ли прав Усов, утверждая, что single-domain state ("flower") при росте R переходит сразу в "vortex"? Нет ли каких-то промежуточных конфигураций $\vec{M}_0(\vec{r})$ типа d.-d. зерна со стенкой Нееля.

1) Для однородного зерна $W_m = -\frac{1}{2}\int_V d^3\vec{r}\, \vec{H}_d \vec{M} = 2\pi M_s^2 F(\beta) V_d$, $(c\ \vec{M}_0 = M_s \vec{j})$

$F(\beta) = \int_0^\infty \frac{dt}{t} f(\beta t) J_1^2(t)$, $\beta = L/R$.



2) Для double-domain (d.-d.) зерна  $W_m = -\frac{1}{2}\int d^3\vec{r}\, \vec{H}_d \cdot \vec{M}$

Пусть $\vec{M}(\vec{r}) = \begin{cases} M_s \vec{i}, & 0 \le \varphi < \pi \\ -M_s \vec{i}, & \pi < \varphi < 2\pi \end{cases}$, тогда $H_d^x(\vec{r}) = \int d^3r'\, G_{xx}(\vec{r}\vec{r}') M_x$

$W_m^{d.d.} = -\frac{1}{2}\int d^3\vec{r}\, H_d^x(\vec{r}) M_x(\vec{r}) = -\frac{1}{2}\int d^3\vec{r} M_x(\vec{r}) \int d^3\vec{r}'\, G_{xx}(\vec{r},\vec{r}') M_x(\vec{r}') =$

$= -\frac{1}{2}\int d^3\vec{r}\, d^3\vec{r}'\, G_{xx}(\vec{r},\vec{r}') M_x(\vec{r}) M_x(\vec{r}')$. $M_x(\vec{r})$ не зависит от z и $\int dz dz'$ можно взять.

Escaneado con CamScanner

Date. . .

$$W_m^{dd.} = -\frac{1}{2}L\int d^2\vec{\rho}\, d^2\vec{\rho}'\, g_{xx}(\vec{\rho},\vec{\rho}')\, M_x(\vec{\rho})\, M_x(\vec{\rho}') =$$

$$= -\frac{1}{2}LM_s^2 \int d\rho\,\rho\, d\rho'\rho' \left[\int_0^{\pi} d\varphi \int_0^{\pi} d\varphi'\, g_{xx}(\vec{\rho},\vec{\rho}') + \int_{\pi}^{2\pi} d\varphi \int_{\pi}^{2\pi} d\varphi'\, g_{xx}(\vec{\rho}\vec{\rho}') - \right.$$

$$\left. - \int_{\pi}^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} d\varphi'\, g_{xx}(\vec{\rho}\vec{\rho}') - \int_0^{\pi} d\varphi \int_{\pi}^{2\pi} d\varphi'\, g_{xx}(\vec{\rho}\vec{\rho}') \right]$$, прошлое через $\int dS$ как 4/III и 4/VIII 99г.

$$\vartheta(\varphi) = (\vec{M}_0 \cdot \vec{n}) = M_s \vec{i} \begin{cases} +1, \varphi\in[0,\pi] \\ -1, \varphi\in[\pi,2\pi] \end{cases} (\cos\varphi, \sin\varphi) = M_s \cos\varphi \cdot \begin{cases} +1, \varphi\in[0,\pi] \\ -1, \varphi\in[\pi,2\pi] \end{cases}$$

$$\varphi_m(\vec{r}) = -\int_{\rho'=R} dS \frac{(\vec{M}_0\cdot\vec{n})}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = -\int_0^{2\pi} d\varphi' \int dz' \frac{(M_0\cdot\vec{n})}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = -\int d\varphi' \int dz' \frac{M_s \cos\varphi'\, d\varphi}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$$

$$= -\int_0^{\pi} d\varphi' \int dz' \frac{M_s\cos\varphi'}{|\vec{r}-\vec{r}'|} + \int dz' \int_{\pi}^{2\pi} d\varphi' \frac{M_s\cos\varphi'}{|\vec{r}-\vec{r}'|}, \quad \rho'=R$$

$$\int_0^{\pi} d\varphi' \frac{\cos\varphi'}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = \int_0^{\pi} d\varphi' \cos\varphi' \int dk e^{-k|z-z'|} \sum_{\mu} J_\mu(k\rho) J_\mu(kR) e^{i\mu(\varphi-\varphi')}$$

$$\int_0^{\pi} d\varphi' \cos\varphi' e^{-i\mu\varphi'} = \frac{1}{2}\int_0^{\pi} d\varphi' \left[e^{i(1-\mu)\varphi'} + e^{-i(1+\mu)\varphi'} \right] = \frac{1}{2}\frac{1}{i(1-\mu)} e^{i(1-\mu)\varphi'}\Big|_0^{\pi} +$$

$$+ \frac{1}{2}\frac{1}{(-i)(1+\mu)} e^{-i(1+\mu)\varphi'}\Big|_0^{\pi} = \frac{1}{2}\frac{(-i)}{1-\mu}\left[e^{i(1-\mu)\pi} - 1 \right] + \frac{1}{2}\frac{i}{1+\mu}\left[e^{-i(1+\mu)\pi} - 1 \right] =$$

$$= \frac{1}{2}\frac{i}{\mu-1}\left[(-1)^{\mu-1} - 1 \right] + \frac{1}{2}\frac{i}{\mu+1}\left[(-1)^{\mu+1} - 1 \right] = \frac{1}{2} i \left[(-1)^{\mu+1} - 1 \right]\left[\frac{1}{\mu-1} + \frac{1}{\mu+1} \right] =$$

$$= i\left[(-1)^{\mu+1} - 1 \right] \frac{\mu}{\mu^2-1} = \left| \mu - \text{чет.}, \text{иначе} = 0 \right| = (-2i)\frac{\mu}{(\mu^2-1)}$$

$$\int_0^{\pi} d\varphi' \frac{\cos\varphi'}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = \int dk e^{-k|z-z'|} \sum_{(\mu\text{-чет.})} J_\mu(k\rho) J_\mu(kR) (-2i) \frac{\mu}{\mu^2-1} e^{i\mu\varphi}$$ ч/з-за $\int_0^{2\pi}$ в ядре

Ядро $\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = \int dk \sum_{\mu\geq 0} \theta_\mu J_\mu(k\rho) J_\mu(k\rho') \cos\mu(\varphi-\varphi') e^{-k|\Delta z|}$

$$J_\mu = \int_0^{\pi} d\varphi' \cos\varphi' \cos\mu(\varphi-\varphi') = \cos\varphi \int_0^{\pi} d\varphi' \cos\varphi' \cos\mu\varphi' + \int_0^{\pi} d\varphi' \cos\varphi' \sin\mu\varphi' \cdot \sin\mu\varphi$$

$e^{i\mu\varphi} = i\sin\mu\varphi + \cos\mu\varphi$

~~остаётся чет. часть~~

$$\int_0^{\pi} d\varphi' \frac{\cos\varphi'}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = 2\int dk e^{-k|z-z'|} \sum_{\mu\text{-чет.}} J_\mu(k\rho) J_\mu(kR) \frac{\mu\sin\mu\varphi}{\mu^2-1}$$

$$\int_{\pi}^{2\pi} d\varphi' \frac{\cos\varphi'}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = \int d\varphi' \cos\varphi' \int dk e^{-k|z-z'|} \sum_{\mu} J_\mu J_\mu e^{i\mu(\varphi-\varphi')}$$

$$\int_{\pi}^{2\pi} d\varphi' \cos\varphi' e^{-i\mu\varphi'} = \frac{1}{2}\frac{i}{\mu-1}\left[1 - e^{i(1-\mu)\pi} \right] + \frac{1}{2}\frac{i}{\mu+1}\left[1 - e^{-i(1+\mu)\pi} \right] = (+2i)\frac{\mu}{(\mu^2-1)}$$

~~т.е. тем $\in \int_{\pi}^{2\pi} d\varphi'(\cdot)$ в $\varphi_m(\vec{r})$ равен тому $\in \int_0^{\pi} d\varphi'(\cdot)$~~

Escaneado con CamScanner

Итак. $\varphi_m(\vec r) = -2\int_0^{\pi} d\varphi' \int dz' \frac{M_s \cos\varphi'}{|\vec r - \vec r'|} = -4M_s \int dz' \int dk\, e^{ik|z-z'|} \sum_{\mu=\text{чет}} J_\mu J_\mu \frac{\mu \sin\mu\varphi}{\mu^2-1}$

напр. где напряжение $W_m = -\int d^3\vec r\, \varphi_m(\vec r)\, \rho_m(\vec r)$, $\rho_m(\vec r) = \left\{\begin{matrix} \operatorname{div}\vec M \\ \vec M \vec n \big|_{\rho=R} \end{matrix}\right\}$

$W_m = -\int_{\rho=R} dS\, \varphi_m(\vec r)(\vec M_0 \cdot \vec n) = -\int_0^{2\pi} d\varphi \int dz\, \varphi_m(\rho=R,\varphi,z)\, \delta(\varphi) =$

$= \frac{1}{2}\int_0^{\pi} d\varphi \int dz\, (-4M_s) \int dz' e^{ik|z-z'|} \sum_{\mu=\text{чет}} J_\mu(kR) J_\mu(kR) \frac{\mu \sin\mu\varphi}{\mu^2-1} (+M_s\cos\varphi) -$

$\frac{1}{2}\int_0^{\pi} d\varphi \int dz\, (-4M_s) \int dz' e^{ik|z-z'|} \sum_{\mu=\text{чет}} J_\mu^2(kR) \frac{\mu \sin\mu\varphi}{\mu^2-1} (-M_s\cos\varphi)$

$\int_0^{\pi} d\varphi \sin\mu\varphi\cos\varphi = -\frac{1}{2}\left[\frac{\cos(\mu+1)\varphi}{(\mu+1)} + \frac{\cos(\mu-1)\varphi}{(\mu-1)}\right]_0^{\pi} = -\frac{1}{2}\left[\frac{(-1)^{\mu+1}-1}{\mu+1} + \frac{(-1)^{\mu-1}-1}{\mu-1}\right] \underset{\mu=\text{чет}}{=} -\frac{1}{2}(-2)\left[\frac{1}{\mu+1}+\frac{1}{\mu-1}\right] = \frac{2\mu}{\mu^2-1}$, такой же инт. с $\int_{\pi}^{2\pi} d\varphi(\dots) = -\frac{2\mu}{\mu^2-1}$

$W_m = 2\cdot 4M_s^2 \int dk \int dz\, dz'\, e^{-k|z-z'|} \sum_{\mu=\text{чет}} J_\mu^2(kR) \frac{2\mu^2}{(\mu^2-1)^2} = \left| \int dz\, dz' e^{-k|z-z'|} = \frac{2L}{k} f(kL) \right| =$

$= 32 M_s^2 L \int_0^{\infty} \frac{dk}{k} f(kL) \sum_{\mu=\text{чет}} \frac{\mu^2}{(\mu^2-1)^2} J_\mu^2(kR)$ — проверить множители.

В пределе $\frac{L}{R} \to \infty$ должен получиться результат Aharoni (p. 119):

$\mathcal{E}_M = 4R^2 M_s^2$. $\mathcal{E}_M/\pi R^2 = \frac{4}{\pi} M_s^2$ — плотность энергии.

$W_m = 32 M_s^2 \int_0^{\infty} \frac{dt}{t} f(\beta t) \sum_{\mu=\text{чет}} \frac{\mu^2}{(\mu^2-1)^2} J_\mu^2(t)$, $f(\beta t) \to 1$, $\beta = 4/R \to \infty$.

$\int_0^{\infty} \frac{dt}{t} J_\mu^2(t) = \left| 6.538,\ \text{Grad.-R.} \right| = \frac{1}{2\mu}$, под $\sum_\mu(\cdot)$ чет. функции μ: $\sum_{\mu\neq 0}(\cdot) \to 2\sum_{\mu>0}$

$W_m(4R\to\infty) = C M_s^2 \sum_{\mu=\text{чет}} \frac{\mu}{(\mu^2-1)^2}$

$\sum_{\mu>0} \frac{\mu}{(\mu^2-1)^2} = \left| \begin{matrix} \mu = \text{чет} \\ \mu = 2n \\ n = 1,2,\dots \end{matrix} \right| = 2\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{[(2n)^2-1]^2} = \frac{1}{4}\sum_{n=1}\left[\frac{1}{(2n-1)^2} - \frac{1}{(2n+1)^2}\right] = 1/4$

$W_m(4R\to\infty) = C M_s^2 \cdot 1/4$ и должно $= \underset{\text{Ahar.}}{\frac{\mathcal{E}_M}{\pi R^2}} = \frac{4}{\pi} M_s^2$, $C = \frac{16}{\pi}$

$W_m^{d.d.}(\beta) = 2\left(\frac{16}{\pi}\right) M_s^2 \sum_{\mu>0,\ \mu=\text{чет}} \frac{\mu^2}{(\mu^2-1)^2} \int_0^{\infty} \frac{dt}{t} f(\beta t) J_\mu^2(t)$ — магнитостат. энергия d.-d. взаимод. на ед. его объема.

Т.к. для single-domain дела: $W_m^{s.d.}(\beta) = 2\pi M_s^2 \int_0^{\infty} \frac{dt}{t} f(\beta t) J_1^2(t)$

$W_m^{s.d.}(\beta\to\infty) = 2\pi M_s^2 \frac{1}{2} = \pi M_s^2$ и $W_m^{s.d.}/W_m^{d.d.} = \pi^2/4$ при $\beta\to\infty$ согласно Aharoni.

Escaneado con CamScanner

Date. 16. 03.

Но предел $\beta \to \infty$ неприменим, т.к. домены с M_s в нашем методе не будут. надо $\beta < \beta_c = 1{,}81$. Для реальных доменов $\beta \sim 0{,}1$.

$$\frac{1}{M_s^2} W_m^{d.d}(\beta) = \frac{8 \cdot 16}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{\left[(2n)^2 - 1\right]^2} \int_0^{\infty} \frac{dt}{t} f(\beta t) J_{2n}^2(t)$$

Сравним $W_m^{d.d.}(\beta)$ с $W_m^{s.d.}(\beta)$ — Фаза W-isoliz-dl.med

Например для $\beta = 0{,}08$. $\frac{1}{M_s^2} W_m^{s.d.} = 0{,}319$, $\frac{1}{M_s^2} W_m^{d.d.} = 0{,}236$.

И $W_m^{Sd}(\beta)$ и $W_m^{dd}(\beta)$ растут с β. Их отношение $\frac{W_m^{Sd}}{W_m^{dd}} = \frac{\pi^2}{4}$ при $\beta \to \infty$ но с уменьшением β $\frac{W_m^{Sd}}{W_m^{dd}}$ уменьшается. При $\beta = 0{,}08$ $\frac{W_m^{Sd}}{W_m^{dd}} = 1{,}35$.

Энергия сечки Нееля в d.-d. фазе

→ Чтобы сравнивать W_m^{dd} с W_m^{Sd} и $W(\text{vortex})$, надо к W_m^{dd} добавить энергию домен. сечки Нееля.

Используем ф. (8.1.12) Aharoni: $\gamma_N = \frac{\pi C}{q}(\sqrt{2}-1) + \pi^3 M_s^2 q \left[1 - \frac{2q}{L} \ln\left(1 + \frac{L}{2q}\right)\right]$

где q - толщина сечки.

Вклад сечки в плотность энергии $W^{d.w.} = \frac{1}{V_d} \gamma_N S = \frac{D L}{\pi R^2 L} \gamma_N = \frac{2}{\pi R} \gamma_N$



$$W^{d.w.} = \frac{2C}{qR}(\sqrt{2}-1) + 2\pi M_s^2 \frac{q}{R}\left[1 - \frac{2q}{L}\ln\left(1 + \frac{L}{2q}\right)\right]$$

Для FeNi с $L = 40$ nm $q \approx 20$ nm, $\gamma_N \approx 5$ эрг/см² → $W^{d.w.} = \frac{2}{\pi \cdot 0{,}5\,\mu m} 5 \frac{эрг}{см^2} = \frac{20}{\pi} 10^4 \frac{эрг}{см^3}$

$$\frac{1}{M_s^2} W^{d.w.} = \frac{20}{\pi} 10^4 \frac{1}{(0{,}81 \cdot 10^3)^2 \, см^2} \frac{эрг}{см^3} = \frac{20}{\pi \cdot (0{,}81)^2} \cdot 10^{-2} = 9{,}7 \cdot 10^{-2} = 0{,}097$$

Тогда выходит ($L = 40$ nm, $R = 0{,}5\,\mu m$) $W^{dd} = W_m^{dd} + W^{d.w.} = 0{,}236 + 0{,}097 = 0{,}333 > W_m^{S.d.} = 0{,}319$

и d.-d. структура невыгодна при $L = 40$ nm, $R = 0{,}5\,\mu m$: $W^{dd} > W^{Sd} > W^{vortex}$

В ед. M_s^2 $W^{dd}(\beta) = W_m^{dd}(\beta) + W^{d.w.}(\beta)$, $W^{d.w}(\beta) = 2(\sqrt{2}-1)\frac{C/M_s^2}{qL}\beta + 2\pi \frac{q}{L}\beta\left[1 - \frac{q}{\beta R}\right.$

$$W^{d.w.}(\beta) = 2(\sqrt{2}-1)\frac{(C/M_s^2)}{qL}\beta + 2\pi\frac{q}{L}\beta\left[1 - \frac{1}{\beta}\frac{2q}{R}\ln\left(1 + \beta\frac{R}{2q}\right)\right] \quad \times \ln\left(1 + \frac{\beta R}{2q}\right.$$ — ничего так

$$W^{d.w.}(\beta) = 2(\sqrt{2}-1)\frac{(C/M_s^2)}{qR} + 2\pi\frac{q}{R}\left[1 - \frac{1}{\beta}\frac{2q}{R}\ln\left(1 + \beta\frac{R}{2q}\right)\right], \quad (q/R = \delta)$$

$$W^{d.w.}(\beta) = 2(\sqrt{2}-1)\frac{(C/M_s^2 R^2)}{\delta} + 2\pi\delta\left[1 - \frac{2\delta}{\beta}\ln\left(1 + \frac{\beta}{2\delta}\right)\right]$$

Но само $\delta = f(\beta, R)$ надо определить из минимума $W^{d.w.}$

При $\beta \to 0$ ($L \to 0$) $\gamma_N = \pi\sqrt{2CK_1(\sqrt{2}-1)} \approx 0{,}24 \frac{эрг}{см^2}$ → $W^{d.w} = \frac{1}{M_s^2}\frac{2}{\pi R}\gamma_N \approx 9{,}5 \cdot 10^{-2}$

Escaneado con CamScanner

Энергия и топология стенки Нееля в double-domain доме

Note.

$W^{d.d.}$ будет значительно выгоднее, чем $W^{s.d.}$. А для $W^{s.d.}$ выгоднее „vortex", если R не слишком велико.

Но при $\beta \to 0$ $q = \sqrt{2 \cdot 0{,}4 \frac{C}{K_1}} = \sqrt{2 \cdot 0{,}4 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \frac{эрг}{см} \frac{см^3/эрг}{10^3}} = 2\sqrt{0{,}4 \cdot 10^{-9} см^2} = 2\sqrt{0{,}4} \cdot 10^{-5} см = \approx 4 \cdot 10^{-5} см = 0{,}4 мкм$

(стенка) $(\sim R)$ большая. По смыслу расчёта (W^{dd}_{nn}) д.с. $q \ll R$.

$C/M_S^2 = R_0^2$ — в обозначениях Усова.

$$W^{d.w.}(\beta) = 2(\sqrt{2}-1)\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \frac{1}{\delta} + 2\pi\delta\left[1 - \frac{2\delta}{\beta}\ln\left(1+\frac{\beta}{2\delta}\right)\right] + \delta\left(\frac{K_1}{M_S^2}\right)$$

Для общ. случая $\delta = \frac{q}{R}$:

$$(R_0/R)^2(\sqrt{2}-1)\frac{1}{\delta^2} = \left(\frac{K_1}{M_S^2}\right)\frac{1}{2} + \pi\left[1 - \frac{4\delta}{\beta}\ln\left(1+\frac{\beta}{2\delta}\right) + \frac{\delta}{\delta+\frac{1}{2}\beta}\right]$$

$$(\sqrt{2}-1)\left(\frac{R_0}{R}\right)^2\frac{1}{\delta^2} = \frac{1}{2}k_1 + \pi\left[\frac{4\delta+\beta}{2\delta+\beta} - \frac{4\delta}{\beta}\ln\left(1+\frac{\beta}{2\delta}\right)\right], \quad k_1 = (K_1/M_S^2).$$

При $\beta \ll 2\delta$ разлож. $\ln(\cdot)$ даст $(\sqrt{2}-1)\left(\frac{R_0}{R}\right)^2\frac{1}{\delta^2} = \frac{1}{2}k_1 - \frac{\pi}{6}\frac{\beta^2}{\delta^2}$ или

$\delta^2 = \frac{2}{k_1}\left[(\sqrt{2}-1)\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 + \frac{\pi}{6}\beta^2\right]$, подставим это δ в исх. $W^{d.w.}(\beta)$

$k_1 = \frac{K_1}{M_S^2} = \frac{10^3 эрг/см^3}{(0{,}8\cdot 10^3)^2 эрг/см^3} \sim 2\cdot 10^{-3} \ll 1$ и чтобы $\delta \ll 1$ надо и $\beta \ll 1$ и $\left(\frac{R_0}{R}\right) \ll 1$

Для FeNi обм. длина $R_0 = \sqrt{C}/M_S = \frac{\sqrt{2}\cdot 10^{-3}}{0{,}8\cdot 10^3} см \approx 2\cdot 10^{-6} см \approx 20$ nm. (18 nm)

$R \gg R_0$ при k_1 не очень малых — в пользу „vortex". ~~R_0 (FeNi) = 18 nm~~

$\delta^2 \approx \frac{2(\sqrt{2}-1)}{k_1}\left(\frac{R_0}{R}\right)^2$ и $\delta \approx \sqrt{\frac{2(\sqrt{2}-1)}{k_1}}\frac{R_0}{R} = 20\left(\frac{R_0}{R}\right) \ll 1$ при $R > 100 R_0 = 2$ мкм

Т.е. в пределе $\beta \ll 2\delta$ $W^{d.w.} \approx k_1\delta$ мала ($\sim 10^{-3}$), но для разумного δ выходит $R > 100 R_0$ должно быть велико.

Такая структура $\beta \ll 1$ с $\delta \sim 1$ ($q \sim R$) возможна и может оказаться выгодной (конкурировать с single-dom. и „vortex"), но она мало похожа на W^{dd}_{nn}, $q \ll R$ d.-d. дом.





$\beta \gg \delta$

$$(\sqrt{2}-1)\left(\frac{R_0}{R}\right)^2\frac{1}{\delta^2} = \frac{1}{2}k_1 + \pi\left[1 - 4\frac{\delta}{\beta}\ln\frac{\beta}{2\delta}\right] \simeq \frac{1}{2}k_1 + \pi \approx \pi$$

$\delta^2 = \frac{(\sqrt{2}-1)}{\pi}\left(\frac{R_0}{R}\right)^2$, $\delta = \sqrt{\frac{(\sqrt{2}-1)}{\pi}}\left(\frac{R_0}{R}\right) \approx 0{,}4\left(\frac{R_0}{R}\right)$ будет $\ll 1$ при $R > 10 R_0$ — разумно

$$W^{d.w.}(\beta \gg \delta) = \delta\left[2(\sqrt{2}-1)\left(\frac{R_0}{R}\right)^2\frac{1}{\delta^2} + 2\pi\right] = \delta\left[2(\sqrt{2}-1)\left(\frac{R_0}{R}\right)^2\frac{\pi}{(\sqrt{2}-1)(R_0/R)^2} + 2\pi\right] \simeq 4\pi\delta$$

$W^{d.w.}(\beta \gg \delta) \approx 4\pi\delta = 4\pi \cdot 0{,}4\left(\frac{R_0}{R}\right) \simeq 5\left(\frac{R_0}{R}\right)$ позволяет конкурировать

~~Другим W ($W^{s.d.}$, W^{vortex}) лишь при $R > 20 R_0 = 0{,}4$ мкм~~

$\beta \sim \delta$ и $\beta \ll 1$, $\delta \ll 1$ — самый разумный случай.

Escaneado con CamScanner

Date. . .

Сравнение энергий избыт. газов в single-bar, double-bar и solder сплавах

Численно решим ур. для δ и найдем $W^{d.w.}(\beta, R)$. Пусть $\beta = 0{,}1$

Найдем δ, W_{sw}, $W^{d.w.}$ для разных R ($\tau = R/R_0$)

Энергия связи d.d. для $\beta = 0{,}1$

$\tau = \frac{R}{R_0}$	50	40	30	25	20	15	32
$\delta = \frac{1}{R}$	0,011	0,016	0,025	0,036	0,060	0,18	0,022
$W^{d.w.}$ ($\frac{J}{m^3}$)	0,073	0,081	0,108	0,121	0,137	0,153	0,103

τ_{cr}

Только $\frac{R}{R_0} > 30$ дают заниженную энергию $W^{d.w.}$

$W^{sd} - W_m^{dd} = 0{,}319 - 0{,}270 = 0{,}049$

Условие $\frac{R}{R_0} = \tau_c$ для которого $W^{sd} = W_m^{dd}$

Энергия для связи Isolated

$\beta = 0{,}05$

τ	50	40	30	25	20	60	65
δ	0,018	0,031	0,091	0,29	0,65	0,013	0,011
$W^{d.w.}$	0,061	0,069	0,077	0,073	0,080	0,054	0,051

τ_{cr}

Здесь $W^{sd} = 0{,}219$; $W_m^{dd} = 0{,}167$

$W^{sd} - W_m^{dd} = 0{,}054$

$\beta = 0{,}2$

$\tau = \frac{R}{R_0}$	45	40	30	25	20	17	15
δ	0,010	0,012	0,017	0,022	0,031	0,040	0,050
$W^{d.w.}$	0,089	0,098	0,126	0,146	0,175	0,197	0,215

τ_{cr}

$W^{sd} - W_m^{dd} = 0{,}629 - 0{,}433 = 0{,}196$

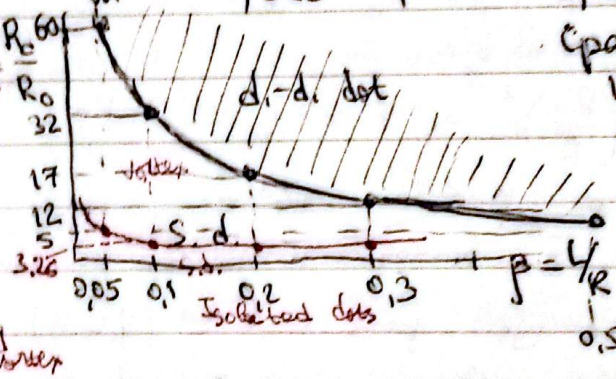
Для $\beta = 0{,}3$ $W^{sd} - W_m^{dd} = 0{,}828 - 0{,}545 = 0{,}283$ → получим $\tau_c = 12$

при $\delta = 0{,}055$.

Для $\beta = 0{,}5$

$W^{sd} - W_m^{dd} = 1{,}138 - 0{,}701 = 0{,}437$

$\tau_{cr} = 8$ при $\delta = 0{,}077$



Сравнить: $W^{sd}(\beta, R)$ и $W^{dd}(\beta, R) = W_m^{dd} + W^{dw}$

W_m^{dd} ↑ энергия ср. d.d. дота пары



Расчет τ_{cr} перехода s.d.-vortex по формуле Usova выдает

β	0,05	0,1	0,2	0,3	0,5	0,08
$\frac{R_c}{R_0} = \tau_{cr}$	4,44	3,26	2,42	2,05	1,68	3,60

— кривая $\tau_{cr}(\beta)$ Usova, при $\tau > \tau_{cr}$ возможен "vortex"

Для дота демонстрирова $\beta = 0{,}08$ и $\tau_{cr} = 3{,}60$ → $R_{cr} = 3{,}60 \cdot R_0 \approx 3{,}6 \cdot 18 = 65$ nm

Формула Usova верна при $\frac{L}{R_0} = \beta \tau_{cr} < 1$.

$R_{cr} = 65$ nm при $\beta = 0{,}08$.

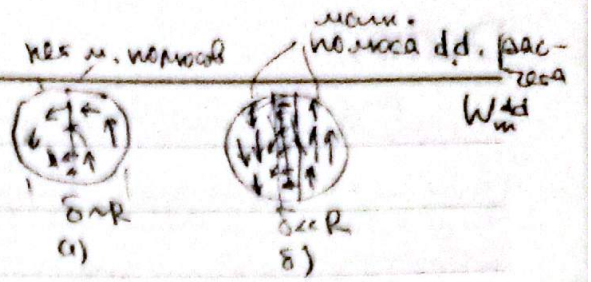
У Демонстрирова $R = 500$ nm $> R_{cr}$ и доты в "vortex" сост.

"Vortex" выгодна по энергии у d.-d. дота со схемой Isolated. Так же может при $\frac{R}{R_0} \approx 1$ и $\delta \approx 1$ возможно не-vortex состояние для доп. схемы Isolated для которых W_m^{dd} не нужен, т.к. перекрывается

Escaneado con CamScanner

Date. 21.03.

нужно сделать (дом со сделкой).



1) Стоит структуру типа б) с $\delta \gg R$ и $W^{dd} \approx W_m^{dd} + W^{d.w.}$

структура типа а) с $\delta \sim R$ имеет малую W_{ex} и малую W_m, т.к. нет $\vec{M}$, но поверхн. полюсов. Структура а) далека от d.d.-модели.

Теперь d.-d. структуру можно спасти только за счет междоменных взаимодействий: $W_{tot} = W(isol.dom) + W_{int}$.

$W^{dd}(isol.d.) < W^{dd}(isol.d.)$, но $W_{int}^{dd} < 0$ и значительна при $d/R \ll 1$, тогда как $W_{int}^{vortex} \simeq 0$ (проверить). Включение W_{int} ($d/R \to 0$) резко снижает W_{tot} d.d.-решетки, но не влияет на vortex-dots решетку.

Учтивая Усабу: 1) о расчете магнитостат. взаимодействия 17-18/III
ряда конечных диполей с $q_m \sim \langle M \rangle$ — такое взаимодействие
в d.d. решетке ведет к $H_{ef} = H_{ext} + \lambda \langle M \rangle$ неполной подмаг-
ничивающему полю, если все диски одинаковы и их $\langle M \rangle$ — парал-
лельны (F-фаза). $\lambda = f(T, R)$; 2) о возможности несимметр.
намагничивания вихрей в цилиндр. доме и промежуточной состоянии
между single-domain и vortex в виде цепочки ~R стенки Неела
→ подготовка доклада APS для Славина. ("bucket")

→ перевод и редактир. доклада-тезисов в Natal. Puc. APS 19/III - 29/III

Мультипольное разложение с $\vec{r}$ вблизи $\vec{R}_n$, $\vec{r}'$ вблизи $\vec{R}_{n'}$:

$$\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = \frac{1}{|\vec{R}_n - \vec{R}_{n'}|} + \left[(\vec{r}-\vec{R}_n) + (\vec{r}'-\vec{R}_{n'})\right] \cdot \nabla\left(\frac{1}{r}\right)\Big|_{\vec{R}_n - \vec{R}_{n'}} +$$

$$+ (\vec{r}-\vec{R}_n)(\vec{r}-\vec{R}_{n'}) \cdot \nabla\nabla\left(\frac{1}{r}\right)\Big|_{\vec{R}_n - \vec{R}_{n'}} + \dots$$ — фактически использовал 9/III дрейфа доз $\vec{R}_n$.

9) Сравним полные энергии крепежек (квадратных) 21/III
прямоугольных доз, находящихся в
1) single-domain state, AF(ϕ) - фаза, $W = W_m^{s.d.}$
2) double-domain state с $\vec{M}_0 \parallel [10]$, $W = W_m^{dd} + W^{d.w.}$
3) "vortex" state, $W = W_m + W_{ex}$, isolated dot energies c. "vortex"
при $H=0$, d.w. - domain wall берем как 16/III в приближении Акаги.

Date. . .

Рем. рассеяние $\vec{n} = \frac{\vec{r}_{ij}}{|\vec{r}_{ij}|}$ $\mu = 2m\ell$, $\vec{\mu}_i = \mu\vec{e}_i$

Допустим Исследуем и решетку inhom. dots можно

Зависимость решетки кинетику диполей $\ell_{0+q_m} \subset 2m\ell \sim \langle M \rangle$.

Величину удельное дипольное расположение Klyuenko 93 gas

Гидр. кинетик диполей на квадратной решетке:

$$U_{ij} = \frac{\mu^2}{T^3}\left[\vec{e}_i\vec{e}_j - 3(\vec{n}\vec{e}_i)(\vec{n}\vec{e}_j) + \frac{3}{2}\vec{n}(\vec{e}_i - \vec{e}_j)\left[2\vec{e}_i\vec{e}_j - 5(\vec{n}\vec{e}_i)(\vec{n}\vec{e}_j) - 1\right]\xi + \right.$$

(соотв. дип. взаим. эр. диполей)

$$+\frac{3}{4}\left[1 - 4(\vec{e}_i\vec{e}_j) + 2(\vec{e}_i\vec{e}_j)^2 + 5(\vec{n}\vec{e}_i)(\vec{n}\vec{e}_j)\left(4 - 4\vec{e}_i\vec{e}_j + 7(\vec{n}\vec{e}_i)(\vec{n}\vec{e}_j)\right) - \right.$$

$$\left.\left. - \frac{5}{3}\left((\vec{n}\vec{e}_i)^2 + (\vec{n}\vec{e}_j)^2\right)\left(3 - 6(\vec{e}_i\vec{e}_j) + 14(\vec{n}\vec{e}_i)(\vec{n}\vec{e}_j)\right)\right]\xi^2 + \dots \right], \quad \xi = \frac{\ell}{T}$$

Рассм. не $AF(\varphi)$ - вырожденную фазу с 4-х долевой анизотр, а ферромагн. фазу $F(\varphi_0)$: $\vec{\mu}_i = \mu(\cos\varphi_0, \sin\varphi_0)$, т.е. все $\vec{e}_i = \frac{\vec{\mu}_i}{\mu}$ || друг другу. Тогда

$$U_{ij} = \frac{\mu^2}{T^3}\left[1 - 3(\vec{n}\vec{e})^2 + \frac{3}{4}\left[1 - 4 + 5(\vec{n}\vec{e})^2\left(4 - 4 + 7(\vec{n}\vec{e})^2\right) - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{5}{3}2(\vec{n}\vec{e})^2\left(3 - 6 + 14(\vec{n}\vec{e})^2\right)\right]\xi^2 + \dots\right] = \frac{\mu^2}{T^3}\left[1 - 3(\vec{n}\vec{e})^2 + \right.$$

$$\left. + \frac{3}{4}\xi^2\left[-3 + 35(\vec{n}\vec{e})^4 - \frac{10}{3}(\vec{n}\vec{e})^2\left(-3 + 14(\vec{n}\vec{e})^2\right)\right]\right] =$$

$$= \frac{\mu^2}{T^3}\left[1 - 3(\vec{n}\vec{e})^2 + \frac{3}{4}\xi^2\left(-3 + 10(\vec{n}\vec{e})^2 - \frac{35}{3}(\vec{n}\vec{e})^4\right)\right]$$

$(\vec{n}\cdot\vec{e}) = (\cos\varphi_{r_{ij}}, \sin\varphi_{r_{ij}})(\cos\varphi_0, \sin\varphi_0) = \cos(\varphi_{r_{ij}} - \varphi_0)$

$(\vec{n}\vec{e})^2 = (\cos\varphi_{r_{ij}}\cos\varphi_0 + \sin\varphi_{r_{ij}}\sin\varphi_0)^2 = \cos^2\varphi_{r_{ij}}\cos^2\varphi_0 + \sin^2\varphi_{r_{ij}}\sin^2\varphi_0 +$
$+ \cos\varphi_{r_{ij}}\sin\varphi_{r_{ij}}\sin 2\varphi_0$ — ч/з $\sum_{r_{ij}}(\cdot)$ по квадр. реш. чем с $\cos^2\varphi_r$ будет = чему с $\sin^2\varphi_r$, а член $\cos\varphi_{r_{ij}}\sin\varphi_{r_{ij}} \sim x_{ij}y_{ij}$ исчезнет

$(\vec{n}\vec{e})^4 = \cos^4\varphi_r\cos^4\varphi_0 + \sin^4\varphi_r\sin^4\varphi_0 + \cos^2\varphi_r\sin^2\varphi_r\sin^2 2\varphi_0 +$
$+[\cos^3\varphi_r\sin\varphi_r\cos^2\varphi_0\sin 2\varphi_0 + 2\sin^3\varphi_r\cos\varphi_r\sin^2\varphi_0\sin 2\varphi_0 + 2\cos^2\varphi_r\sin^2\varphi_r\cos^2\varphi_0\sin^2\varphi_0$

исчезнут ч/з $\sum_{r_{ij}}(\dots)$, $\cos^{2n}\varphi_r = \sin^{2n}\varphi_r$ под $\sum_{r_{ij}}(\cdot)$.

Неисчезающие ч. в $(\vec{n}\vec{e})^4 = 2\cos^4\varphi_r\left[\cos^4\varphi_0 + \sin^4\varphi_0\right] + \cos^2\varphi_r\sin^2\varphi_r \times$
$\times\left[\sin^2 2\varphi_0 + 2\cos^2\varphi_0\sin^2\varphi_0\right]$, $\cos^4\varphi_0 + \sin^4\varphi_0 = (\sin^2\varphi_0 + \cos^2\varphi_0)^2 - 2\sin^2\varphi_0\cos^2\varphi_0$
$= 1 - 2\sin^2\varphi_0\cos^2\varphi_0$

$$(\vec{n}\vec{e})^4 = \cos^4\varphi_r\left[1 - \frac{1}{2}\sin^2 2\varphi_0\right] + \cos^2\varphi_r\sin^2\varphi_r\left[\sin^2 2\varphi_0 + \frac{1}{2}\sin^2 2\varphi_0\right] =$$

Escaneado con CamScanner

2016.

$$= \cos^4\varphi_r + \left[\cos^4\varphi_r\left(-\tfrac{1}{2}\right) + \tfrac{3}{2}\cos^2\varphi_r \sin^2\varphi_r\right]\sin^2 2\varphi_0 =$$

$$= \cos^4\varphi_r + \tfrac{1}{2}\cos^2\varphi_r\underbrace{\left[3\sin^2\varphi_r - \cos^2\varphi_r\right]}_{4\sin^2\varphi_r - 1}\sin^2 2\varphi_0 \,, \quad r \to r_{ij}$$

$$W_m^{us} = \frac{1}{2}\sum_{ij} u_{ij} = \frac{1}{2}\sum_{ij}\frac{\mu^2}{r_{ij}^3}\left[1 - 3(\vec{n}_{ij}\vec{e})^2 + \frac{3}{4}\frac{l^2}{r_{ij}^2}\left(-3 + 10(\vec{n}_{ij}\vec{e})^2 - \frac{35}{3}(\vec{n}_{ij}\vec{e})^4\right)\right] =$$

$$= \frac{\mu^2}{2}\sum_{ij}\frac{1}{r_{ij}^3}\left[1 - 3(\vec{n}_{ij}\vec{e})^2\right] + \frac{\mu^2}{2}\frac{3}{4}l^2\sum_{ij}\frac{1}{r_{ij}^5}\left[-3 + 10(\vec{n}_{ij}\vec{e})^2 - \frac{35}{3}(\vec{n}_{ij}\vec{e})^4\right]$$

$$W_m^{us} = W_m^0 - \frac{35}{4}\frac{\mu^2 l^2}{2}\sum_{ij}\frac{(\vec{n}_{ij}\vec{e})^4}{r_{ij}^5}$$ — здесь содерж. анизотропия.

Далее на ячейке $(\vec{n}\cdot\vec{e})^4 = \cos^4(\varphi_r - \varphi_0) = \frac{3}{8} + \frac{1}{2}\cos 2(\varphi_r - \varphi_0) + \frac{1}{8}\cos 4(\varphi_r - \varphi_0)$

$(\vec{n}\vec{e})^2 = \cos^2(\varphi_r - \varphi_0) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2(\varphi_r - \varphi_0)$

$\sum_{\text{ячейка рем.}} f(r)\cos 2(\varphi_r - \varphi_0) = \sum_r f(r)\left[\underbrace{\cos 2\varphi_r \cos 2\varphi_0}_{(x^2-y^2)} + \underbrace{\sin 2\varphi_r \sin 2\varphi_0}_{(xy)}\right] = 0$

$$W_m^{us} = \frac{1}{2}\sum_{ij} u_{ij} = \frac{1}{2}\sum_{ij}\frac{\mu^2}{r_{ij}^3}\left[1 - 3\cdot\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\frac{l^2}{r_{ij}^2}\left(-3 + 10\cdot\frac{1}{2} - \frac{35}{3}\left[\frac{3}{8} + \frac{1}{8}\cos 4(\varphi_r - \varphi_0)\right]\right)\right] =$$

$$= \frac{1}{2}\sum_{ij}\frac{\mu^2}{r_{ij}^3}\left[-\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\frac{l^2}{r_{ij}^2}\left(-\frac{19}{8} - \frac{35}{24}\cos 4\varphi_r \cos 4\varphi_0\right)\right] = W_m^0 - \frac{35}{32}\mu^2 l^2 \underbrace{\frac{1}{2}\sum_{ij}\frac{\cos 4\varphi_r}{r_{ij}^5}\cos 4\varphi_0}_{\text{из-за } ij \text{ и } 2(\cdot)}$$

$$W_{m(\varphi_0)}^{us} = W_m^0(\text{isotropic}) - \frac{35}{32}\frac{\mu^2 l^2}{2}\left(\sum_{ij}\frac{\cos 4\varphi_r}{r_{ij}^5}\right)\cos 4\varphi_0$$ — для $F(\varphi_0)$ фазы.

решетка конечная длиной l.

$\sum_{ij} f(\vec{r}_{ij}) = N\sum_{n\neq 0} f(\vec{r}_n)$ — сумма по всем соседям дома с $r_n = 0$

(N — число домов в реш.)

Плотность $\frac{1}{V}\sum_{ij} f(r_{ij}) = \frac{N}{NV_{ar.}}\sum_n f(r_n) = \frac{1}{V_{ar.}}\sum_n f(r_n)$ как 15/IV 99.

$$\frac{1}{V}W_m^{us}(\varphi_0) = \frac{1}{V}W_m^0 - \frac{35}{64}\frac{\mu^2 l^2}{V_{ar.}}\sum_{n\neq 0}\frac{\cos 4\varphi_{r_n}}{r_n^5}\cos 4\varphi_0 =$$

$$= \text{Const} + K_4^{ef}\cos 4\varphi_0 \,, \quad \left(K_4^{ef} = -\frac{35}{64}\frac{\mu^2 l^2}{V_{ar.}}\sum_{n\neq 0}\frac{\cos 4\varphi_{r_n}}{r_n^5}\right)$$

это выражение похоже на K_4^{qq} d.-d. дома, посл. 14/IV и письмо 1/IX 99 г.

Тогда было $K_4^{qq} = -\frac{35}{24}\frac{Q^2}{V_{ar.}}\sum_n\frac{\cos 4\varphi_{r_n}}{r_n^5}$ в квадруп. приближении

K_4^{ef} и K_4^{qq} (d.d.) $\sim -\sum_n\frac{\cos 4\varphi_{r_n}}{r_n^5} < 0$, но состояния будет при $\varphi_0 = 0, \pi/2$ плоским рем.

эф. квадруп. момент конечного диполя $Q_{ef} \sim \mu l = \langle M\rangle_V V_d l$, в отличие от $Q = 4LR^3 M_s$ для d.-d. дома. Но $\langle M\rangle_V$ может $= M_s$ и K_4^{ef} нет?

Escaneado con CamScanner

Date. 22. 03.

Сравнение энергий решеток взаимодействующих S.-d., d.-d. и Vortex ур.

Но для AF(φ) - фазы конечных доз, рассчитанной Клушиным'93 и новой F(φ₀) - фазы с $\langle \vec{M} \rangle_{V_d} = \vec{\mu}/V_d$ анизотропии Согласно APL'99 быть не может, а есть вырождение по φ, φ₀. и не существенно $\mu = q_m l$, $\vec{\mu} = \langle \vec{M} \rangle V_d$ или $\vec{\mu} = \vec{M}_s V_d$ — — важно, что каждому ион. доз в решетке (конечному, не точечному) ставится в соответствие постоян. вектор $\vec{\mu}$ — маг. момент доз.

Т.е. анизотропия W_m, полученная и Клушиным'93 для AF(φ) и новой для F(φ₀) - фазы в квадрупольном приближении является артефактом. Никакой анизотропии при учете всех мультиполей для кв. решетки нет согласно APL'99 (при H=0, конечно)

Но $\langle M \rangle_{V_d}$ для "vortex" доза $=0$ при $H=0$ и $H_\mu^{es}(H=0) = 0$

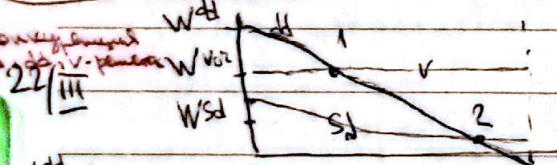
Анизотропия могла бы быть при $0 < H < H_c$ (перехода УФ → F(φ₀)) но Усов не считает, что он сразу попадает в F(φ₀) фазу с $\langle \vec{M} \rangle \parallel \vec{H}$ а в F(φ₀) - фазе анизотропии уже нет.

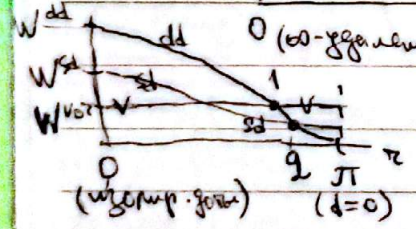
Метод конечного $\mu = q_m l \sim \langle M \rangle_{V_d}$ иона в приближении дип.-дип. взаимодействия доз ($d \gtrsim R$) вполне годится, но уже при описании квадруп.-квадруп. взаимодействия доз метод дает сбой, приводя к несуществующей анизотропии в F(φ₀) фазе. Но ф-я взаимодействия vortex'доз нет при $\langle M \rangle < M_s$ согласно 14/VIII 82 г.

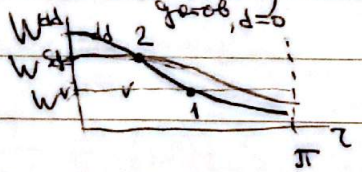
Схема энергий S.-d., d.-d. и vortex-решеток доз при взаимодействии

$$\tau = \frac{2\pi R}{T} = \frac{\pi}{1 + (d/2R)}$$

Конкурирующая за 22/III V-решетка







π (max сближение доз, d=0)

Вопросы:
1) есть ли т.1 $dd \to V^{dd}$ переходя
2) есть ли т.2 "$dd \to sd$" переход
3) что раньше т.1 или т.2 если $W^{sd} > W^{vor}$
4) действительно ли W^{vor} не зависит от $\frac{d}{R}$

Вывод Усова: $\left\{ \begin{array}{l} d\rho = 0 \\ d\varphi = f(\rho) \\ dz \neq 0 \end{array} \right\} \to \left\{ \begin{array}{l} M_x = -M_s f(\rho) \sin\varphi \\ M_y = M_s f(\rho) \cos\varphi \\ M_z(\rho), \ f(\rho) = 1 \text{ вне "core"} \end{array} \right\}$ т.к. $H_x = H_\rho \cos\varphi - H_\varphi \sin\varphi$, $H_y = H_\rho \sin\varphi + H_\varphi \cos\varphi$

$\vec{M}(\vec{\pi})$ - vortex не зависит от z (в пределах доза), но есть $M_z \neq 0$.

Тогда магнитостат. энергия изомер. доза по Усову: $\frac{W_m}{M_s^2 V_d} = \frac{4\pi B^3}{LR^2} [g(0) - g(\frac{L}{B})]$

Магнитостат. энергия решетки на ед. объема имеет,

Согласно 12/I: $W_m = 2\pi \sum_{\vec{k}} \frac{f(kL)}{k^2} |(\vec{k}\vec{M}_{\vec{k}})|^2 + 2\pi \sum_{\vec{k}} [1 - f(kL)] |M^z_{\vec{k}}|^2$, $\vec{k}$ - вектор плоской обрат. решетки, а члены $\sim M^z_{-\vec{k}}(\vec{M}_{\vec{k}}\vec{k})$ сокращаются при замене $\vec{k} \to -\vec{k}$.

$$M^x_{\vec{k}} = \frac{1}{S_{эл}} \int d^2\vec{\rho} M_x(\vec{\rho}) e^{i\vec{k}\vec{\rho}} = \frac{1}{S}(-M_s) \int d\rho\rho \int d\varphi f(\rho) \sin\varphi e^{ik\rho} \sim (-i\sin\varphi_{\vec{k}})$$ по свойствам ф. Бесселя и согласно 11/VIII 82г.

11. энергия Казимира (дальнодействующая) (вычисление энергии Казимира)

Дано: $M_k^{xy} \sim (i\cos\varphi_k^*) \cdot \left(\frac{\vec{k}}{k}\cdot\vec{M}_k\right) = (\cos\varphi_k, \sin\varphi_k)\cdot A\begin{pmatrix} -i\sin\varphi_k \\ i\cos\varphi_k \end{pmatrix} = A(-\cos\varphi_k\sin\varphi_k + \cos\varphi_k\sin\varphi_k) = 0$ как и/вм эл-т, т.е. в силу диагональности матрицы рассеяния, есть M_k^z и $M_{\vec{k}}^z$. Поэтому

$W_m^{vac} = 2\pi\sum_{\vec{k}}[1-f(kL)]\,|M_{\vec{k}}^z|^2$ – энергия Казимира (Casim. + Wm Kazim. по теории возмущений)

$M_k^z = \frac{1}{S_{эл}}\int d^2\rho\, M^z(\rho)\, e^{i\vec{k}\vec{\rho}}$, $M_z(\rho) = \begin{cases} \pm M_S\sqrt{1-\left(\frac{2b\rho}{b^2+\rho^2}\right)^2}, & \rho \le b \\ 0, & \rho > b \end{cases}$

$M_k^z = \frac{1}{S_{эл}}\int d^2\rho\, M_z(\rho)\, e^{i\vec{k}\vec{\rho}}$, $M_z(\rho) = \begin{cases} \left(\frac{b^2-\rho^2}{b^2+\rho^2}\right)(\pm M_S), & \rho \le b \\ 0, & \rho > b \end{cases}$. $M_z(\rho) = \pm M_S F(\rho)$, начало координат.

$M_{\vec{k}}^z$ даст min W_m^{vac}? Очень chessboard?

$M_{\vec{k}}^z = \int d^2\rho\left(\frac{b^2-\rho^2}{b^2+\rho^2}\right)e^{i\vec{k}\vec{\rho}} = \left|\int_0^{2\pi} d\varphi e^{i\vec{k}\vec{\rho}} = 2\pi J_0(k\rho)\right| = 2\pi\int_0^b d\rho\,\rho\left(\frac{b^2-\rho^2}{b^2+\rho^2}\right)J_0(k\rho)$

$k\rho \le b \ll R$, $k\rho = \frac{2\pi}{2\pi}\sqrt{n_1^2+n_2^2}\,\rho < \frac{\pi\sqrt{n_1^2+n_2^2}}{2R+d}\,b$, $\frac{\pi b}{2R+d} \ll 1$, но n_1, n_2 могут $\gg 1$.

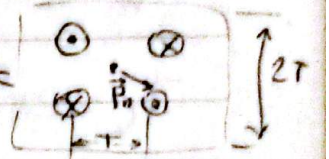
$J_k = 2\pi\int_0^b d\rho\,\rho\,\frac{b^2-\rho^2}{b^2+\rho^2}J_0(k\rho) = \left|\rho = b\,\mathrm{tg}\frac{t}{2},\ d\rho = b\frac{dt}{\cos^2\frac{t}{2}}\cdot\frac{1}{2}\right| =$

$= 2\pi\int_0^{\pi/2} dt\,\frac{b}{2}\frac{1}{\cos^2\frac{t}{2}}\,b\,\mathrm{tg}\frac{t}{2}\,\frac{1-\mathrm{tg}^2\frac{t}{2}}{1+\mathrm{tg}^2\frac{t}{2}}J_0\left(kb\,\mathrm{tg}\frac{t}{2}\right) = \pi b^2\int_0^{\pi/2} dt\,\frac{\sin\frac{t}{2}}{\cos^3\frac{t}{2}}\cos t\, J_0\left(kb\,\mathrm{tg}\frac{t}{2}\right)$

$M_{\vec{k}}^z = (\pm M_S)\,J_k$, $J_k = 2\pi\int_0^b d\rho\,\rho\left(\frac{b^2-\rho^2}{b^2+\rho^2}\right)J_0(k\rho)$ – через как и ослаб.

Вычислим $M_{\vec{k}}^z$ для "checkerboard" составной решетки, полагая, что checkerboard дает min W_m как и для hom. dots с $\pm\vec{M}$ статьи Shin.

$M_{\vec{k}}^z = \frac{1}{S_{эл}}\int_{S_{эл}} d^2\rho\, M_z(\vec{\rho})\, e^{i\vec{k}\vec{\rho}} = \frac{1}{S_{эл}}\sum_n\left[\int_{S_n} d^2\rho\, M_z^n(\vec{\rho})\, e^{i\vec{k}(\vec{\rho}+\vec{\rho}_n)}\right] =$ (M_z^n внутри дот. перпендик.)



$= \frac{1}{S_{эл}}\sum_n e^{i\vec{k}\vec{\rho}_n}\cos\theta_n\int_{S_n} d^2\vec{\rho}\,|M_z^n(\rho)|\,e^{i\vec{k}\vec{\rho}} = \frac{1}{S_{эл}}\,s(\vec{k},\theta_n)\,\hat{M}^z(\vec{k})\,T^2 = \frac{M_S}{S_{эл}}J_k\,s(\vec{k})$

Для hom. dot 1-рассеяние ч/з $\sum_{99_2}$. было $M_{\vec{k}}^z = \frac{M_S}{S_{эл}}\frac{2\pi R}{k}J_1(kR)\,s(\vec{k})$,

и $\int_{S_\Delta} d^2\vec{\rho}\,|M^z(\vec{\rho})|\,e^{i\vec{k}\vec{\rho}} = M_S\frac{2\pi R}{k}J_1(kR)$

$W_m(\theta_n) = 2\pi\sum_{\vec{k}}[1-f]\,|M_{\vec{k}}^z|^2 = 2\pi\sum_{\vec{k}}[1-f]\,\frac{|s(\vec{k},\theta_n)|^2}{S_{эл}^2}\left|\int_{S_\Delta} d^2\vec{\rho}\,|M^z(\rho)|\,e^{i\vec{k}\vec{\rho}}\right|^2 =$ (конец)

$= \frac{2\pi}{S^2}\sum_{\vec{k}}[1-f]\left|s(\vec{k},\theta_n)\int_{S_\Delta} d^2\rho\, M^z(\rho)\,e^{i\vec{k}\vec{\rho}}\right|^2 = 2\pi\frac{M_S^2}{S^2}\sum_{\vec{k}}[1-f]\,J_k^2\,|s(k,\theta_n)|^2$,

$F(k) = 2\pi\frac{M_S^2}{S_{эл}^2}[1-f(kL)]\,J_k^2$ – более общее выражение, чем в сл. 1 hom. dots

Date. . .

11. Энергия checkerboard - фазы решетки вортех - диполей

$$J_k = \frac{1}{M_s}\int_{S_d} d^2\rho\, M^2(\hat\rho) e^{i\vec k\vec\rho}, \quad \text{где нам. dot } J_k = \int_{S_d} d^2\rho\, e^{i\vec k\vec\rho} = \frac{2\pi k}{k} J_1(kb)$$

Для vortex-dot Usova $J_k = 2\pi\int_0^b d\rho\rho\left(\frac{b^2-\rho^2}{b^2+\rho^2}\right)J_0(k\rho)$, $1-f(kL) = f'(kL)$

Используя $F(k)$ в виде $F(k) = 2\pi\frac{M_s^2}{S_{ar.}^2}[1-f(kL)]J_k^2$ можно использ. ф. свертки SRT-ham.dots.

$$W_m^{Vort}(checkerb) = W_m^0(AF) - 4a + 2a_d = 4\sum_{\vec k\neq 0} F(k) - 4A_{12} + 2A_{13}$$

$$A_{nn_1} = 2\sum_{\vec k\neq 0} F(k)\cos\vec k(\vec\rho_n - \vec\rho_{n_1}), \quad \vec k = \frac{2\pi}{2\tau}(n_1, n_2)$$

$$\cos\vec k(\vec\rho_1 - \vec\rho_2) = \cos\pi n_1 = (-1)^{n_1}, \quad \cos\vec k(\vec\rho_1 - \vec\rho_3) = \cos\pi(n_1+n_2) = (-1)^{n_1+n_2}$$

$$W_m^{Vort}(checkerb) = 4\sum_{\vec k\neq 0} F(k) - 4\cdot 2\sum_{\vec k\neq 0} F(k)(-1)^{n_1} + 2\cdot 2\sum_{\vec k\neq 0} F(k)(-1)^{n_1+n_2} =$$

$$= 4\sum_{\vec k\neq 0} F(k)\left[1 - 2(-1)^{n_1} + 2(-1)^{n_1+n_2}\right] = 4\sum_{\vec k\neq 0} F(k)\left[1-(-1)^{n_1}\right]\left[1-(-1)^{n_2}\right] =$$

($(-1)^{n_1}$ и $(-1)^{n_2}$)

$$= 4\cdot 4\sum_{\vec k(n_1,n_2)\text{-нечет.}} F(k) = 16\sum_{n_1,n_2\text{ нечет}} F(k),$$ это не сразу $\Rightarrow$ ну $W_m = \sum_k F(k)S(k)$, если $S(\vec k) = \begin{cases}1, n_1n_2\text{-нечет}\\ 0, \text{иначе}\end{cases}$

$$W_m^{Vort}(checkerb) = 16\sum_{n_1,n_2\text{-нечет.}} F(k), \quad F(k) = 2\pi\frac{M_s^2}{S_{ar.}^2}[1-f(kL)]J_k^2$$

$$W_m^{Vort}(checkerb.) = 16\cdot 4\cdot\sum_{\substack{n_1,n_2>0\\ \text{нечет.}}} F(k), \quad S_{ar.} = 4T^2$$

$$J_k = 2\pi b^2\int_0^1 dx\, x\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)J_0(kbx) = 2\pi b^2 I(kb), \quad I(kb) = \int_0^1 dx\, x\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)J_0(kbx)$$

$$W_m^{Vort}(c.b.) = 16\cdot 4\,\frac{M_s^2}{16T^4}(2\pi)(2\pi b^2)^2\sum_{\substack{n_1,n_2>0\\ \text{нечет.}}}[1-f(kL)]I^2(kb) =$$

$$= (2\pi)^3\cdot 4M_s^2\frac{b^4}{T^4}\sum_{n_1,n_2>0\text{ нечет.}}[1-f(kL)]I^2(kb)$$ — плотность магнитостат. энергии на ед. V пленки.

На ед. объема дела $\tilde W_m^{Vort} = \frac{V_1}{V_d}W_m = \frac{T^2L}{\pi R^2 L}W_m = \frac{T^2}{\pi R^2}W_m^{Vort}$ плот. полной м. энергии

$$\tilde W_m^{Vort} = 32\pi^2 M_s^2\frac{b^4}{R^2T^2}\sum_{n_1,n_2>0\text{ нечет.}}[1-f(kL)]I^2(kb)$$ — на ед. объема дела

Для изомер. vortex дела $\tilde W_m^{Vort}(isol.) = \frac{4\pi b^3}{4R^2}M_s^2\left[g(0) - g\left(\frac{L}{b}\right)\right]$,

где $g(t)$ - функция Усова.

Разность $\tilde W_m^{Vort} - \tilde W_m^{Vort}(isol.) = \tilde W_m^{Vort}(interaction)$ — дает энергию и. взаимодействия при сближ. доп в решетку

Escaneado con CamScanner

Note. 23.02 $R_0 = \sqrt{\tilde{c}/M_s}$

Но $\tilde{b} = f(R, l, L)$ – вариац. параметр неизвестен пока. А определ. из расчета на изолир. доме. Но для решетки coupled доменов $\tilde{b}$ может быть другим. $\tilde{b}$ тот же, что и для изолир. дома, если $M_s^2(r^2)$ определялась доменом, не изолир. для решетки coupled доменов.

Для изолир. vortex-дома: $\frac{W^{vor}(isol)}{M_s^2} = \frac{1}{M_s^2}(\tilde{W}_m + W_{ex}) = \frac{4\pi\tilde{b}^3}{LR^2}\left[g(0) - g\left(\frac{L}{\tilde{b}}\right)\right] + \left(\frac{R_0}{R}\right)^2\left[2 - \ln\left(\frac{\tilde{b}}{R}\right)\right]$. $\left(\frac{\tilde{b}}{R} = x\right)$ дает ур-е на x:

$\frac{1}{M_s^2}W^{vor}(x) = \frac{4\pi}{\beta}x^3\left[g(0) - g\left(\frac{\beta}{x}\right)\right] + \left(\frac{R_0}{R}\right)^2\left[2 - \ln x\right]$ для изолир. дома

$\frac{1}{M_s^2}\frac{\partial W^{vor}}{\partial x} = \frac{4\pi}{\beta}3x^2\left[g(0) - g\left(\frac{\beta}{x}\right)\right] + \frac{4\pi}{\beta}x^3(-1)g_z'(z)\frac{\beta(-1)}{x^2} - \left(\frac{R_0}{R}\right)^2\frac{1}{x} = 0$

$\frac{12\pi}{\beta}x^2\left[g(0) - g\left(\frac{\beta}{x}\right)\right] + 4\pi g_z'(z)\,x - \left(\frac{R_0}{R}\right)^2\frac{1}{x} = 0$. $(z = \beta/x)$

Видно, что $x = \frac{\tilde{b}}{R} = f\left(\beta, \left(\frac{R_0}{R}\right)\right)$.

Для решетки vortex-доменов $\left(\tilde{W}_m^{vor}(x) = 32\pi^2 M_s^2 x^4 \left(\frac{R}{T}\right)^2 \sum_{n_1 n_2 > 0 \text{ нет}}\left[1 - f(kR\beta)\right] I^2(kRx)\right)$

$kR = \frac{\pi}{T}\sqrt{n_1^2 + n_2^2}\,R = \pi\sqrt{n_1^2+n_2^2}\,\frac{R}{T}$, полная энергия решетки vortex на ед. объема дома!?

$\Rightarrow W^{vor}(x) = \tilde{W}_m^{vor}(x) + \left(\frac{R_0}{R}\right)^2\left[2 - \ln x\right]$, $\left(x = \frac{\tilde{b}}{R}\right)$ – минимиз. по $\tilde{b}$ для $d \to 0$, max coupling

Для $d=0$, $T = 2R + d = 2R$ $\left(\frac{W^{vor}}{M_s^2}(x) = 8\pi^2 x^4 \sum_{n_1 n_2 > 0 \text{ нет.}}\left[1 - f\left(\frac{\pi}{2}\sqrt{n_1^2+n_2^2}\,\beta\right)\right] I^2\left(\frac{\pi}{2}\sqrt{n_1^2+n_2^2}\,x\right) + \left(\frac{R_0}{R}\right)^2\left[2 - \ln x\right]\right)$

Построим полную энергию решетки vortex-доменов, при $\frac{d}{R} = 0$, и минимизируем ее по $\tilde{b}$. 23/III

Checkerboard сост. решетки доменов M_z – компоненты.

$\frac{1}{M_s^2}W^{vor}(x) = 8\pi^2 x^4 \sum_{n_1 n_2 > 0 \text{ нет.}}\left[1 - f\left(\frac{\pi}{2}\beta\sqrt{n_1^2+n_2^2}\right)\right] I^2\left(\frac{\pi}{2}x\sqrt{n_1^2+n_2^2}\right) + \left(\frac{R_0}{R}\right)^2\left[2 - \ln x\right]$

Берем $\beta = 0{,}2$; $(R_0/R) = 0{,}1$. Получим $W_{min}^{vor} = 0{,}052$ при $x = \frac{\tilde{b}}{R} = 0{,}06$.

Проверим ф. Усова для $W_m^{vor}(isol)$ и $g(L/\tilde{b})$. Нужно сравнить с $W^{vor}(isol.)$

Для isol dot с $d/R = 10$ получим $W_{min}^{vor}(d/R=10) = 0{,}060$ при $x = \frac{\tilde{b}}{R} = 0{,}025$ (неверно) см. 24/III

Отсюда $W^{vor}(int) = W^{vor}\left(\frac{d}{R}=0\right) - W^{vor}_{d/R=10}(isol) = 0{,}052 - 0{,}060 = -0{,}008$ (неверно)

в ед. M_s^2 и $\beta = 0{,}2$; $(R_0/R) = 0{,}1$. Увеличение $d/R = 20$ дает $W^{vor}(d/R=20) = 0{,}061$ с $\tilde{b}/R = 0{,}020$ (неверно)

Но уточнен. $W^{vor}(int) = 0{,}052 - 0{,}061 = -0{,}009$ (неверно)

Реш. coupled dots с вихрями „$\tilde{b}$" больше (радиус вихря), но $W^{vor}(int)$ – мала.

Date. . .

Сами значения полной энергии Vortex - решетки дают $\frac{1}{\pi b^2} W^{vor} = 0{,}052 - 0{,}061$ на ед. объема доля для $(R_0/R) = 0{,}1$ (цилиндрический заряд) очень низки. Т.е. при таком R_0/R ни s.d. ни d.d. доли конкурировать с vortex - решетки не могут.

Согласно 16/III $\frac{R_c}{R_0}$ для перехода s.d. → Vortex в изотр. фазе всего 2,42 для $\beta = 0{,}2$.

→ Возьмем $(R_0/R) = 1/3$. Тогда и с d.d. фазой может vortex конкурир. Получим $W^{vor}_{min} = 0{,}477$ (!) при $\frac{b}{R} = 0{,}17$, $\psi/R = 0$

$$\mathcal{B}(\rho) = \pm M_s \frac{b^2 - \rho^2}{b^2 + \rho^2}$$

Надо проверить правильность нормировки W^{vort}_m. Для этого рассчитаем W^{vor}_m (isol.), заодно и ф. Усова проверим для W^{vor}_m

$$W^{vor}_m = \frac{1}{2V_d} \int d^3r \int d^3r' \frac{\rho_m(\vec r)\,\rho_m(\vec r')}{|\vec r - \vec r'|} \qquad \rho_m(\vec r) = \begin{cases} -\operatorname{div} \vec M(\vec r) = 0, & r \in V \\ -\operatorname{Div} \vec M(\vec r) = (\vec M \cdot \vec n), & r \in S \end{cases}$$

$$-\operatorname{Div} \vec M = \mathcal{B}(\vec r)$$



$$W^{vor}_{m\,(int)} = \frac{1}{2V_d} \int_{z=0} dS \int_{z=L} dS' \frac{(\vec M(\vec r)\cdot\vec n)(\vec M(\vec r')\cdot\vec n')}{|\vec r - \vec r'|} = \frac{1}{2V_d} \int_{z=0} d^2\vec\rho \int_{z=L} d^2\vec\rho' \frac{\mathcal{B}(\vec\rho)\mathcal{B}(\vec\rho')}{|\vec r - \vec r'|} =$$

$$= \frac{1}{2V_d} \int_{z=0} d^2\vec\rho \int_{z'=L} d^2\vec\rho'\, \mathcal{B}(\vec\rho)\mathcal{B}(\vec\rho') \sum_\mu \int dk\, e^{-k|z-z'|} e^{i\mu(\varphi-\varphi')} J_\mu(k\rho) J_\mu(k\rho')$$

$$W^{vor}_m = W_m(\text{disk 1}) + W_m(\text{disk 2}) + W_m(\text{int}) \qquad \text{between disks at } z = 0, L$$

$$W^{vor}_m = \frac{1}{2V_d} \int_{z=0} dS \int_{z=0} dS' \frac{\mathcal{B}(\vec\rho)\mathcal{B}(\vec\rho')}{|r - r'|} + \frac{1}{2V_d} \int_{z=L} dS \int_{z=L} dS' \frac{\mathcal{B}(\rho)\mathcal{B}(\rho')}{|r-r'|} + \frac{1}{V_d} \int_{z=0} dS \int_{z'=L} dS' \frac{\mathcal{B}(\vec\rho)\mathcal{B}(\vec\rho')}{|r-r'|}$$

Магнитостат. энергия с M_z.

$$W_m(\text{int}) = \frac{1}{V_d} \int_{S_1} d^2\vec\rho \int_{S_2} d^2\vec\rho'\, \mathcal{B}(\vec\rho)\mathcal{B}(\vec\rho') \sum_\mu \int_0^\infty dk\, e^{-kL} e^{i\mu(\varphi-\varphi')} J_\mu(k\rho) J_\mu(k\rho') =$$

$$= |\mathcal{B} \text{ не зависит от } \varphi| = \frac{1}{V_d} \int d\rho\rho\, d\rho'\rho'\, \mathcal{B}(\rho)\mathcal{B}(\rho') \int dk\, e^{-kL} J_\mu J_\mu \sum_\mu \int_0^{2\pi} d\varphi d\varphi' e^{i\mu(\varphi-\varphi')} =$$

$$= \frac{(2\pi)^2}{V_d} \int_{S_1} d\rho\rho \int_{S_2} d\rho'\rho'\, \mathcal{B}(\rho)\mathcal{B}(\rho') \int dk\, e^{-kL} J_0(k\rho) J_0(k\rho') \quad - \text{здесь } \mathcal{B}(\rho)\mathcal{B}(\rho') < 0, \text{ т.к. } \mathcal{B} = \pm M_s$$

$$W_m(1) = W_m(2) = \frac{(2\pi)^2}{2V_d} \int_{S_{1,2}} d\rho\rho \int_{S_{1,2}} d\rho'\rho'\, \mathcal{B}(\rho)\mathcal{B}(\rho') \int dk\, J_0(k\rho) J_0(k\rho')$$

$$W^{vor}_m = \frac{(2\pi)^2}{V_d} M_s^2 \int_0^b d\rho\rho \int_0^b d\rho'\rho' \left(\frac{b^2-\rho^2}{b^2+\rho^2}\right)\left(\frac{b^2-\rho'^2}{b^2+\rho'^2}\right) \int_0^\infty dk\, (1 - e^{-kL}) J_0(k\rho) J_0(k\rho') =$$

Но $\mathcal{J}_k = 2\pi \int_0^b d\rho\rho \left(\frac{b^2-\rho^2}{b^2+\rho^2}\right) J_0(k\rho) = 2\pi b^2 I(kb)$, см. 10/IX 001.

$$W^{vor}_m = \frac{(2\pi)^2 b^4}{V_d} M_s^2 \int dk\, (1 - e^{-kL}) I^2(kb) = \frac{(2\pi)^2 b^3}{V_d} \int_0^\infty dt \left(1 - e^{-t\frac{L}{b}}\right) I^2(t) \qquad kb = t$$

24.03. $V_d = \pi R^2 L$ $I(t) = \int_0^1 dz z \left(\frac{1-z^2}{1+z^2}\right) J_0(zt)$

$W_m^{vor}(isol) = \frac{4\pi b^3}{R^2 L}\left[g(0) - g\left(\frac{L}{b}\right)\right]$, $g(x) = \int_0^\infty dt\, e^{-tx} I^2(t)$

это совпадает с ф. Усова, если определить $g(x)$ вот так

$W_m^{vor}(isol) = \frac{4\pi}{\beta} x^3 \left[g(0) - g\left(\frac{\beta}{x}\right)\right]$, $x = b/R$ здесь, при $\frac{d}{R} \to 1$ $W_m^{vor} \neq W_m^{vor}(isol)$?

сферич. изотроп. фаза:

$F(k)$: $\sum_{n_1 n_2 > 0 \text{ vor.}} F(n_1, n_2) \xrightarrow[T\to\infty]{} \int_{\text{по } k \in [0, \pi/2]} dk_x dk_y F(k)$, $\vec{k} = \frac{\pi}{T}(n_1, n_2)$, n_1, n_2 - целые, $dk_\perp = \frac{2\pi}{T}$

$\sum_{n_1 n_2 > 0 \text{ vor.}} F(n_1, n_2) = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \int dk_x dk_y F(k)$ $\frac{\pi}{T}\sqrt{2} < k < \infty$.

24/III

$W_m^{vor} = 32\pi^2 M_S^2 \frac{b^4}{R^2 T^2} \sum_{n_1 n_2 > 0 \text{ vor.}} [1 - f(kL)] I^2(kb) \underset{T\to\infty}{=} 32\pi^2 M_S^2 \frac{b^4}{R^2 T^2} \frac{T^2}{(2\pi)^2} \times$

$\times \int_0^\infty dkk \int_0^{\pi/2} d\varphi_k \left[1 - f(kL)\right] I^2(kb) = 4\pi M_S^2 \frac{b^4}{R^2} \int_0^\infty dk k \left[1 - f(kL)\right] I^2(kb) =$

$= \left| 1 - f(kL) = \frac{1 - e^{-kL}}{kL} \right| = 4\pi M_S^2 \frac{b^4}{R^2 L} \int_0^\infty dk \left[1 - e^{-kL}\right] I^2(kb) = W_m^{vor}(isol)$ –

– Верно.

Так как $\vec{k}=0$ в $W_m^{vor} \sim (M^2_{k=0})^2$ может играть роль.

Ведь $M^2_{k=0} \sim \langle M^2 \rangle_S = 0$ для checkerboard AF state, но $\neq 0$ для ферромагн. фаза.

В расчете W_{min}^{vor} и b^{**} при $d \neq 0$ ошибка. Я использовал в vor-lattice, где $W_m^{vor} \sim 8\pi^2 x^4 \sum_{n_1 n_2}(..)$ для $\forall d$, хотя это верно только для $d=0$. надо $W_m^{vor} \sim 32\pi^2 x^4 \left(\frac{R}{T}\right)^2 \sum_n (..)$

$\frac{R}{T} = \frac{R}{2R+d} = \frac{1}{2 + (d/R)} = \frac{1}{2\pi} z(d)$, $z(d) = \frac{2\pi}{2 + d/R}$

$\frac{1}{M_S^2} W_m^{vor}(x) = 32\pi^2 x^4 \frac{z^2}{(2\pi)^2} \sum_{n_1 n_2 > 0 \text{ vor.}} [1 - f(kR\beta)] I^2(kRx)$, $kR = \sqrt{n_1^2 + n_2^2}\frac{\pi R}{T} = \frac{z(d)}{2}\sqrt{(\cdot)}$

$W_m^{vor}(x, d) = 8x^4 z^2(d) \sum_{n_1 n_2 > 0 \text{ vor.}} \left[1 - f\left(\beta \frac{z(d)}{2}\sqrt{n_1^2 + n_2^2}\right)\right] I^2\left(x \frac{z(d)}{2}\sqrt{n_1^2 + n_2^2}\right)$

– полная энергия решетки вихрей для "checkerb." state.

воспроизводит $W_{min}^{vor} = 0{,}052$, $\frac{b}{R} = 0{,}06$ от 23/III ($\beta = 0{,}2$, $R_0/R = 0.1$) с M_2 из Бухты

ошибка в силе, но изотроп. фаз ($d/R = 10$ или 20) надо пересчитать.

Я также использовал сразу $W_{isol}^{vor}(x) = \frac{4\pi}{\beta} x^3 \left[g(0) - g\left(\frac{\beta}{x}\right)\right] + \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 [2 - \ln x]$,

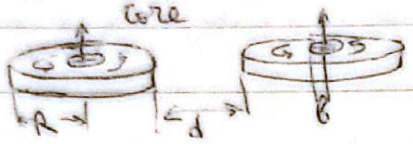
минимизируя ее по $x = b/R$. Это дает $W_{isol}^{vor}(min) = 0{,}047$ при $x = \frac{b}{R} = 0{,}095$.

$W_{isol}^{vor} < W_{eat}^{vor}$ – странно, означает $W_{int}^{vor} > 0$.

Эффект минимизации по "b"?

Date. 26.03.

Если взять $E = (R_0/R) = 1/3$, то для изолир. дота $W^{vor}_{isol} = 0{,}422$ при $\frac{b}{R} = 0{,}$ – меньше нижн. энергия < W^{vor} для решетки с $d=0$ ($W^{vor} = 0{,}477$). Уточнение дает: $W^{vor}(d=0, E=1/3) = 0{,}475$ и $\frac{b}{R} = 0{,}15$.



Для vortex-dots дело при $d=0$ расстояние между краями cores (радиусом $b \approx 0{,}1R$) будет $2(R-b) \approx 1{,}8R$. А взаимодействуют именно cores, где $M_z(\rho) \neq 0$, т.к. M_x, M_y не дают вклада в W^{vor}_m из-за $(\vec{k}\cdot\vec{M}_k) = 0$. В первом приближении примем vortex-dots недеформируемыми, т.е. $W^{vor}_m(int) \approx 0$.

26/III (21-22/III) Вернемся к плану и сравним полные энергии S: d, d.-d. и vortex-решеток дотов, квадратных.

Будем полагать $d/R = 0$, т.е. max coupling между дотами.

Свободные параметры: R/R_0 и $\beta = L/R$.

Сравниваем энергии: 1) Single-domain dots $W^{Sd} = W^{Sd}_m$ [AF(0)] APL'99;

2) double-dom. dots $W^{dd} = W_m(\vec{M}_0 \| [10]) + W^{d.w.}$; 3) vortex dots $W^{Vd} = W^{vor}_{(isol.)} = W^{vor}_m + W_{ex}$

F(0)-фаза; энергия домен стенки

→ Примем нормировку энергии на ед. объема дота $V_d = \pi R^2 L$ – при этом естественно выглядят однородная энергия типа $W^{d.w.}$ и с неодн. дотом легче сравнивать.

W (на ед. объема дота) $= \frac{V_1}{V_d} W$ (на ед. объема пленки) $= \frac{T^2}{\pi R^2} W$ (ед. $V_{пл.}$)

(V_1 – объем пленки на 1 дот)

$\frac{V_1}{V_d} = \frac{T^2}{\pi R^2} = \frac{1}{\pi}\left(\frac{2\pi}{z}\right)^2 = \frac{4\pi}{z^2}$, $z = z(d) = \frac{2\pi}{2+(d/R)}$, $z(0) = \pi$

W^{Sd} не содержит обменного вклада и зависит лишь от β

Если зафиксировать $\beta = 0{,}2$, то получим $\frac{W^{Sd}}{M_s^2}(\beta=0{,}2) = 0{,}231$.

W^{dd} и W^{Vd} зависят от $\frac{R}{R_0}$ через $W^{d.w.}(\delta)$ и $W^{V}_{ex}(b)$, соответ.

И надо провести минимизацию по толщине стенки домена для $W^{dd}_{(\delta)} = W^{dd}_m + W^{d.w.}(\delta)$ и по радиусу „core" of vortex для $W^{Vd}(b)$

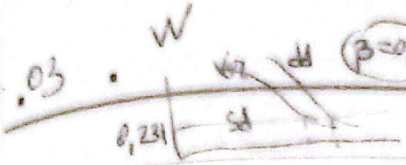
$W^{Sd}(\beta)$ удобно решать с листом β – Файл W-hand-min.mcd

$W^{Sd}(\beta=0{,}2; d=0) = 0{,}231$, а $W^{Sd}(\beta=0{,}2, d\to\infty) = 0{,}629$ → т.е. магнитост. взаимодействие в AF(0)-фазе single-dom. дотов резко уменьшило энергию Sd-дота на ед. его объема. Кривая R-L Sd→vor" Усова сильно изменится при $d/R = 0$

Escaneado con CamScanner

$$W^{vor} = W^{vor}\left(\beta, \frac{\delta}{R}, \frac{R}{R_0}\right)$$

.03 · W



– какие доны "vor" или "dd" и имеют min W и раньше пересекаются с W^{sd} при увеличении R/R_0 ?

$W^{vor}(\frac{R}{R_0}, \beta=0,2)$ сравнивается с W^{sd} ($\beta=0,2$) и/м $(R/R_0)_{vor} = 4,2$, что для идеальных доно ф. Усова дает $\frac{R_c}{R_0} = 2,42$ (для $\beta=0,2$).

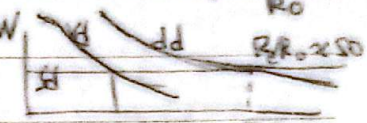
$W^{dd} = W_m^{dd}[F(0)] + W^{dw}(\delta) = \frac{4}{3\pi} 0,167 + W^{dw}(\delta) = 0,213 + W^{dw}(\delta)$

$\frac{4}{3\pi} = \frac{4}{\pi}$ при $d=0$. (см. 23/XI 93г.)

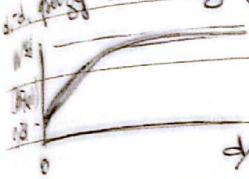
Как сказано 16/III для $\beta=0,2$ W^{dw} 

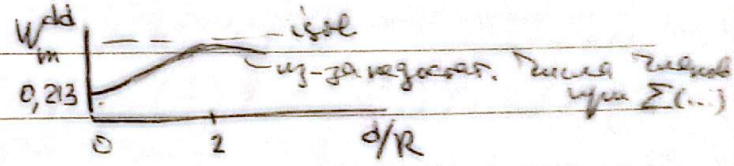
сильно и велико и/м $\frac{R}{R_0}=4-5$,

поэтому для разумных $\frac{R}{R_0}$ $W^{dd} > W^{vor}, W^{sd}$ и



т.е. и/м $\beta=0,2$ и Coupling (d=0) не делает возможным min из-за большой $W^{d.w.}$.





d.-d. пара не выдерживает конкуренции с "vortex" даже при $\frac{d}{R} \to 0$. Причина: сильная большая $W^{d.wall}$ уйдет полностью. Энергия – и в W_m^{dd} и в W^{dw} слагаемых общей энергии $W^{dd} = W_m^{dd} + W^{dw}$.

Можно расширить схему для учета W^{dw}:  но это будет уже не d.-d. дот.

Rigid "v. model" → МОД R-L coupled dots (важно!)

→ Магнитостат. взаимодействие S.-d. доно сильно 27/III увеличивает их энергию (особенно и/м $\frac{d}{R} \to 0$), т.е. расширяет область выгодности sd. – фазы по сравнению с "vortex" фазой на R-L МФД.

Для coupled dots $R_c(L)$ растет.

Для $d/R=0$ сравн. W^{sd} и W^{vor} (isol) – критич. радиус перехода sd → vd.

$\beta = W/R$	0,04	0,05	0,08	0,1	0,2	0,3	0,5	1
R_0 (d=0)	7,27	6,67	5,62	5,20	4,20	3,77	3,37	3,01
δ/R vortex (d=0)	0,09	0,11	0,13	0,14	0,18	0,22	0,27	0,36
$W^{sd}(\beta)$ (d=0)	0,091	0,106	0,143	0,162	0,231	0,274	0,323	0,375
W^{dd} (max)	0,183	0,219	0,319	0,379	0,629	0,828	1,138	1,641
R_c/R_0 (isol)	0,13	0,14	0,18	0,21	0,29	0,37	0,47	0,65
R_c/R_0 (isol)	4,95	4,47	3,59	3,25	2,40	2,03	1,66	1,30

Для идеал. доно R_c практически совп. с вычисл. по ф. Усова (ЕММА'2000) $R_c(\beta)$ здесь радиус при котором $W^{sd} = W^{vor}$

Escaneado con CamScanner

Vortex Yaba – сферический Skyrmion, от которого

Вычисление инт. фун. W_m^{vortex}

Date. 28.03.

$$\int_0^\infty \frac{dx}{x} J_\mu(ax) J_\mu(bx) = \frac{1}{2\mu}\left(\frac{a}{b}\right)^\mu, \quad 0<a<b, \quad \mu > 1/2.$$

$$I(t) = \int_0^1 dz\, z \frac{1-z^2}{1+z^2} J_0(tz) = \int_0^1 dz\, z\, J_0(tz) - 2\int_0^1 dz\, z \frac{z^2}{1+z^2} J_0(tz)$$

$$\int_0^1 dz\, z \frac{z^2}{1+z^2} J_0(tz) = |z^2 = x| = \frac{1}{2}\int_0^1 dx \frac{x}{1+x} J_0(t\sqrt{x}) = \frac{1}{2}\int_0^1 dx \frac{x}{1+x} \sum_{s=0} \frac{(-1)^s}{(s!)^2} \frac{t^{2s} x^s}{2^{2s}}$$

$$= \frac{1}{2}\sum_{s=0} \frac{(-1)^s t^{2s}}{2^{2s}(s!)^2} \int_0^1 dx \frac{x^{s+1}}{1+x} = \sum_{s=0} a_s \left[\frac{x^{s+1}}{(s+1)} - \frac{x^s}{(s)} + \dots + (-1)^s x + (-1)^{s+1} \ln(1+x)\right]$$

Имеем $\int_0^1 dx \frac{x^{s+1}}{1+x} = \beta(s+2) = (-1)^{s+1}\ln 2 + \sum_{k=1}^{s+1} \frac{(-1)^{k+s+1}}{k}$

$$\beta(s+2) = \sum_{k=0}^\infty \frac{(-1)^k}{k+s+2} \rightarrow \boxed{I(t) = \frac{J_1(t)}{t} - \sum_{s=0} \frac{(-1)^s \beta(s+2)}{2^{2s}(s!)^2} t^{2s}}$$

и не видно как избавиться в простую функцию

$$2\beta(x) = \psi\left(\frac{x+1}{2}\right) - \psi\left(\frac{x}{2}\right), \quad \underset{при\, x\to\infty}{\psi(x)} = \ln x - \sum_{k=0}\left[\frac{1}{x+k} - \ln\left(1+\frac{1}{x+k}\right)\right] =$$

$$\approx \ln x - \frac{1}{2}\sum_{k=0} \frac{1}{(x+k)^2} \approx \ln x + O\left(\frac{1}{x^2}\right), \quad 2\beta(s+2) = \psi\left(\frac{s}{2}+\frac{3}{2}\right) - \psi\left(\frac{s}{2}+1\right) =$$

$$\approx \ln\left(\frac{s+3}{2}\right) - \ln\left(\frac{s+2}{2}\right) = \ln\left(\frac{s+3}{s+2}\right), \quad \underset{s\gg 1}{\beta(s+2)} = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{s+3}{s+2}\right) = \frac{1}{2}\ln\left(1+\frac{1}{s+2}\right) \approx \frac{1}{2}\frac{1}{(s+2)}$$

$$I(t) = \int_0^1 dz\, z\left(\frac{1-z^2}{1+z^2}\right) J_0(tz) = 2\int_0^1 dz\, z \frac{1}{1+z^2} J_0(tz) - \int_0^1 dz\, z\, J_0(tz) =$$

$$= 2\cdot\frac{1}{2}\int_0^1 dx \frac{J_0(t\sqrt{x})}{1+x} - \frac{J_1(t)}{t} = \int_0^1 \frac{dx}{1+x} \sum_{s=0} \frac{(-1)^s t^{2s} x^s}{(s!)^2 2^{2s}} - \frac{J_1(t)}{t} =$$

$$= \sum_{s=0} \frac{(-1)^s \beta(s+1)}{(s!)^2 2^{2s}} t^{2s} - \frac{J_1(t)}{t} = \frac{J_1(t)}{t} - \sum_{s=1} \frac{(-1)^s \beta(s+2)}{(s!)^2 2^{2s}} t^{2s}$$

$$\frac{J_1(t)}{t} = \sum_{s=0} \frac{(-1)^s}{(s!)(s+1)!} \frac{t^{2s}}{2^{2s+1}}$$

$$I(t) = \sum_{s=0} \frac{(-1)^s \beta(s+1)}{(s!)^2 2^{2s}} t^{2s} - \sum_{s=0} \frac{(-1)^s}{s!(s+1)!} \frac{t^{2s}}{2^{2s+1}} = \sum_{s=0} \frac{(-1)^s}{(s!)^2 2^{2s}} \left[\beta(s+1) - \frac{1}{2(s+1)}\right]$$

$$\boxed{I(t) = \sum_{s=0}^\infty a_s t^{2s}, \quad a_s = \frac{(-1)^s}{(s!)^2 2^{2s}}\left[\beta(s+1) - \frac{1}{2(s+1)}\right]} \quad \text{— очень быстро убывающее с } s$$

Ясно при $s\gg 1$ $\beta(s+1) = \frac{1}{2(s+1)} + O\left(\frac{1}{s^2}\right)$

Имеем $g(x) = \int_0^\infty dt\, e^{-tx} I^2(t) = \int_0^\infty dt\, e^{-tx} \int_0^1 dz\, z \frac{(1-z^2)}{(1+z^2)} J_0(tz) \int_0^1 dz' z' \left(\frac{1-z'^2}{1+z'^2}\right) J_0(tz') =$

$$= \int_0^1 dz\, z\left(\frac{1-z^2}{1+z^2}\right)\int_0^1 dz' z'\left(\frac{1-z'^2}{1+z'^2}\right)\int_0^\infty dt\, e^{-tx} J_0(zt) J_0(z't) = \int_0^1 dz\, dz' z z' \left(\frac{1-z^2}{1+z^2}\right)\left(\frac{1-z'^2}{1+z'^2}\right) \frac{\pi}{\sqrt{x^2+zz'}} K(x),$$

где $x^2 = \frac{4zz'}{(z+z')^2+x^2}$ — не нужно

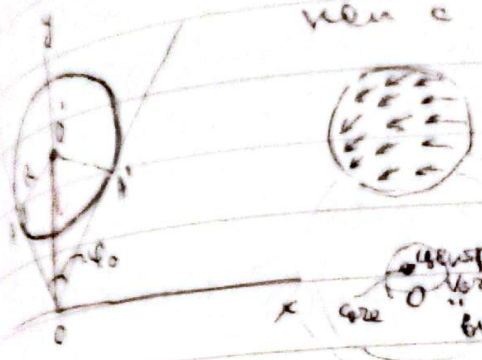
Escaneado con CamScanner

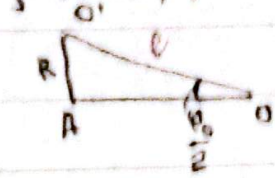
Неоднородное состояние в цил. фазе
(вихрь)

30.03. 23/III

... обзор по skyrmions и magnetostat. coupling.

Рассмотрим модель неоднородного цилиндр. домена 30/III
с одним вихрем (вихревой границей сечения). Вихрь имеет центр вне домена,
что позволяет избежать сингулярности в ядре.





$R = AO \cdot \operatorname{tg}\frac{\varphi_0}{2}$

$OO' = \frac{R}{\sin\frac{\varphi_0}{2}} = \ell$

центр вихря
O "вихрь вне домена"

поверхн. домена $\rho(\varphi) = \ell\sin\varphi \pm$

$\pm\sqrt{\ell^2\sin^2\varphi - \ell^2 + R^2}$, $\frac{\varphi_0}{2} \le \varphi \le \frac{\varphi_0}{2}$

$$\ell^2\sin^2\varphi - \ell^2 + R^2 = R^2\left[\frac{1}{\sin^2\frac{\varphi_0}{2}}\sin^2\varphi - \frac{1}{\sin^2\frac{\varphi_0}{2}} + 1\right] = \frac{R^2}{\sin^2\frac{\varphi_0}{2}}\left[\sin^2\varphi + \cos^2\frac{\varphi_0}{2}\right]$$

$$\rho_2(\varphi) = R\frac{\sin\varphi}{\sin\frac{\varphi_0}{2}} \pm \frac{R}{\sin\frac{\varphi_0}{2}}\sqrt{\sin^2\varphi + \cos^2\frac{\varphi_0}{2}} = R\frac{1}{\sin\frac{\varphi_0}{2}}\left[\sin\varphi \pm \sqrt{\sin^2\varphi - \cos^2\frac{\varphi_0}{2}}\right]$$

$x^2 + (y-\ell)^2 = R^2$, $\rho^2 + \ell^2 - 2y\ell = R^2$, $\rho^2 - 2\rho\sin\varphi\ell + (\ell^2 - R^2) = 0$

$$\rho_2(\varphi) = \frac{1}{2}\left[2\sin\varphi\ell \pm \sqrt{(2\sin\varphi\ell)^2 - 4(\ell^2 - R^2)}\right] = \ell\sin\varphi \pm \sqrt{\ell^2\sin^2\varphi - \ell^2 + R^2}$$

$\varphi \le \frac{\pi}{2} + \frac{\varphi_0}{2}$ — предельн. угол φ. При $\varphi_0 \to 0$ - hom. dot
А при $\varphi_0 \to \pi$ - центр вихря на границе домена.

Вихрь Хейба: $\begin{cases} M_x = -M_s f(\rho)\sin\varphi \\ M_y = M_s f(\rho)\cos\varphi \\ M_z(\rho) \neq 0 \end{cases}$ при $\rho \ge B$ $f(\rho) = \sin\theta(\rho) = 1$ $\begin{cases} M_x = -M_s\sin\varphi \\ M_y = M_s\cos\varphi \\ M_z = 0 \end{cases}$

(вращение идет по часовой)

или $M_\varphi = M_s$, $M_\rho = 0$, $M_z = 0$ вне "core"

Гильберт $E_{ex} = A\int dV(\nabla\vec{m})^2 = A\int dV\left[(\nabla m_x)^2 + (\nabla m_y)^2 + (\nabla m_z)^2\right]$

цилиндр. $m_\varphi = 1$, $m_\rho = 0$, $m_z = 0$ и $E_{ex} = A\int dV\left[\left(\frac{\partial m_\rho}{\partial\rho}\right)^2 + \left(\frac{\partial m_\varphi}{\partial\rho}\right)^2 + \left(\frac{\partial m_z}{\partial\rho}\right)^2 + \left(\frac{\partial m_\rho}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial m_\varphi}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial m_z}{\partial z}\right)^2 + \frac{1}{\rho^2}\left\{\left(\frac{\partial m_\rho}{\partial\varphi} - m_\varphi\right)^2 + \left(\frac{\partial m_\varphi}{\partial\varphi} + m_\rho\right)^2 + \left(\frac{\partial m_z}{\partial\varphi}\right)^2\right\}\right]$

$E_{ex} = A\int_{V_d} dV\left[\frac{1}{\rho^2}(m_\varphi)^2\right]$ или $E_{ex} = \frac{1}{2}\alpha\int_{V_d} d^3\vec{r}\left[\frac{1}{\rho^2}(M_\varphi)^2\right]$

это не вся эн. энергия см. 6/IV

энергия границ. условия $W_{ex} = \frac{C}{2}\int_{V_d} d^3\vec{r}\,\frac{(m_\varphi)^2}{\rho^2} = \frac{C}{2}\int dz\int_{S_d} d^2\vec{\rho}\,\frac{1}{\rho^2} = \frac{1}{2}LC\int_{S_d} d^2\vec{\rho}\,\frac{1}{\rho^2}$

$\int d^2\vec{\rho}\,\frac{1}{\rho^2} = \int_{\pi/2-\varphi_0/2}^{\pi/2+\varphi_0/2} d\varphi\int_{\rho_-(\varphi)}^{\rho_+(\varphi)}\frac{d\rho}{\rho} = \int d\varphi\,\ln\rho\Big|_{\rho_-(\varphi)}^{\rho_+(\varphi)} = \int_{(\pi-\varphi_0)/2}^{(\pi+\varphi_0)/2} d\varphi\,\ln\left[\frac{\sin\varphi + \sqrt{\sin^2\varphi - \cos^2\frac{\varphi_0}{2}}}{\sin\varphi - \sqrt{\sin^2\varphi - \cos^2\frac{\varphi_0}{2}}}\right]$

$C = \alpha M_s^2$

Date. . .

$\varphi' = \varphi - \frac{\pi}{2} \to \int d^2\rho' \frac{1}{\rho^2} = \int_{-\varphi_0/2}^{\varphi_0/2} d\varphi' \ln\left[\frac{\cos\varphi' + \sqrt{\cos^2\varphi' - \cos^2\varphi_0/2}}{\cos\varphi' - \sqrt{\cos^2\varphi' - \cos^2\varphi_0/2}}\right] = 2\int_0^{\varphi_0/2}$

$= \left|\begin{matrix} (\cos\varphi_0/2 = a) \\ x = \cos\varphi' \\ dx = -\sin\varphi' d\varphi' \\ d\varphi' = \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \end{matrix}\right| = -\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \ln\left[\frac{x+\sqrt{x^2-a^2}}{x-\sqrt{x^2-a^2}}\right] = \left|\begin{matrix} \varphi_0 \to \varphi_0 \\ \text{не забудь.} \end{matrix}\right| =$

$= -2\int_A^a \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \ln\left[\frac{x+\sqrt{x^2-a^2}}{x-\sqrt{x^2-a^2}}\right] = 2\int_a^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \ln\left[\frac{x+\sqrt{x^2-a^2}}{x-\sqrt{x^2-a^2}}\right]$

$J(a) = 2\int_a^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \ln\left[\frac{x+\sqrt{x^2-a^2}}{x-\sqrt{x^2-a^2}}\right] = \left|\begin{matrix} x = a\,ch\,t \\ x^2 - a^2 = a^2(ch^2t - 1) = a^2 sh^2 t \\ dx = a\,sht\,dt \end{matrix}\right| =$

$= 2\int_0^{ch^{-1}a} \frac{a\,sht\,dt}{\sqrt{1-a^2ch^2t}} \ln\left|\frac{cht + sht}{cht - sht}\right| = 2a\int_0^{ch^{-1}a} dt \frac{sht}{\sqrt{1-a^2ch^2t}} \ln\left[\frac{1+tht}{1-tht}\right] =$

$= \left|\ln\frac{1+z}{1-z} = 2\,Arcth\,z = 2\,Arcth(tht) = 2t\right| = 4a\int_0^{ch^{-1}a} dt \frac{t\,sht}{\sqrt{1-a^2ch^2t}}$ - нет инт.

Тогда $J(\varphi_0) = \int_0^{\varphi_0} d\varphi \ln\left[\frac{\cos\varphi + \sqrt{\cos^2\varphi - \cos^2\varphi_0}}{\cos\varphi - \sqrt{\cos^2\varphi - \cos^2\varphi_0}}\right] = \left|\frac{a+b}{a-b} = \frac{(a+b)^2}{a^2-b^2}\right| =$

$= \int_0^{\varphi_0} d\varphi \ln\left[\frac{(\cos\varphi + \sqrt{\ldots})^2}{\cos^2\varphi - (\cos^2\varphi - \cos^2\varphi_0)}\right] = \int_0^{\varphi_0} d\varphi \left[2\ln\left\{\cos\varphi + \sqrt{\cos^2\varphi - \cos^2\varphi_0}\right\} - \ln\cos^2\varphi\right]$

$= 2\int_0^{\varphi_0} d\varphi \ln\left[\cos\varphi + \sqrt{\cos^2\varphi - \cos^2\varphi_0}\right] - \varphi_0 \ln\cos^2\varphi_0 = -2\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_0\right)\ln\cos\varphi_0 - 2\int_0^{\varphi_0} \ln\cos\varphi$

$= \left|\varphi_0 < \pi/2\right| = -2\frac{\pi}{2}\ln\cos\varphi_0 \; (-\varphi_0 \ln\cos\varphi_0) = -2\left(\frac{\pi}{2} + \varphi_0\right)\ln\cos\varphi_0 = -\pi\ln\cos\varphi_0$

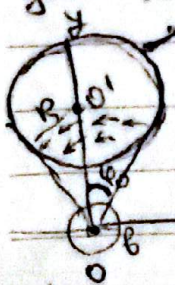


$\int \frac{d^2\vec{\rho}}{\rho^2} = \int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} d\varphi \ln\left[\frac{\cos\varphi + \sqrt{\cos^2\varphi - \cos^2\varphi_0}}{\cos\varphi - \sqrt{\cos^2\varphi - \cos^2\varphi_0}}\right] = 2\int_0^{\varphi_0} d\varphi \ln\left[\frac{\cos\varphi + \sqrt{\ldots}}{\cos\varphi - \sqrt{\ldots}}\right]$

$= 2J(\varphi_0) = -2\pi\ln\cos\varphi_0$

$W_{ex}(\varphi_0) = \frac{1}{2}LC\int_{S_1} \frac{d^2\vec{\rho}}{\rho^2} = \frac{1}{2}LC(-2\pi)\ln\cos\varphi_0 = -\pi LC\ln\cos\varphi_0$

И дает нам. дет, $\varphi_0 \to 0$ $W_{ex}(\varphi_0) \to 0$ - верно. $\varphi_0 < \pi/2$ т.к. при $\varphi_0 \to \pi/2 - 0$ - гор касается центра внутри (бол)



Надо найти сумм. $W_m(\varphi_0)$. $\operatorname{div}\vec{M} = 0$ внутри гор

$(\vec{M}\cdot\vec{n})$ -? $\vec{n} = \vec{\rho}'$, ('-сист. коорд. с O' центром)

$M_{\rho'}$ -? В сист. сист. коорд. есть только $M_\varphi \neq 0$.

$OO' = l$ ~~$l\rho - e$~~ гора $x^2 + (y-l)^2 = R^2$

бок. поверхность

Date.

$\vec{n}(x,y) = \frac{1}{R}\left[x\hat{x} + (y-\ell)\hat{y}\right] = \frac{1}{R}\left[x(\hat{\rho}\cos\varphi - \hat{\varphi}\sin\varphi) + (y-\ell)\cdot\right.$
$\left.\cdot(\hat{\rho}\sin\varphi + \hat{\varphi}\cos\varphi)\right] = \frac{\rho}{R}\left[\hat{\rho}\left\{\cos^2\varphi + \sin^2\varphi\right\} + \hat{\varphi}\left\{-\cos\varphi\sin\varphi + \cos\varphi\sin\varphi\right\}\right] +$
$+\frac{(-\ell)}{R}\left[\hat{\rho}\sin\varphi + \hat{\varphi}\cos\varphi\right] = \frac{\rho\hat{\rho}}{R} - \frac{\ell}{R}\left[\hat{\rho}\sin\varphi + \hat{\varphi}\cos\varphi\right] =$
$= \frac{1}{R}(\rho - \ell\sin\varphi)\hat{\rho} - \frac{\ell}{R}\cos\varphi\cdot\hat{\varphi}$, т.е. $\left\{\begin{array}{l} n_\rho = \frac{1}{R}(\rho - \ell\sin\varphi) \\ n_\varphi = -\frac{\ell}{R}\cos\varphi \end{array}\right\}$

$(\vec{M}\cdot\vec{n}) = M_\rho n_\rho + M_\varphi n_\varphi + M_z n_z = M_\varphi n_\varphi = -M_s\frac{\ell}{R}\cos\varphi$, $\left(\ell = \frac{R}{\sin\varphi_0}\right)$

(внеш. намагниченность однородна $\Rightarrow \nabla\cdot\vec{M} = 0$) $\vec{M} = (M_\varphi\hat{\varphi})$, $M_\varphi = M_s$.

$(\vec{M}\cdot\vec{n}) = -M_s\frac{\ell}{R}\cos\varphi$ — это то же самое, когда $\frac{\ell}{R} \gg 1$ и как будто $\varphi_0 \to 0$

$\varphi \to \frac{\pi}{2} + \varphi_0$, как это в пределе φ_0 получается. $\cos\frac{\pi}{2}$.

$\varphi_m(\vec{r}) = \oint_{S_{вн}} \frac{(\vec{M}\cdot\vec{n})(r')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\,ds' \quad (\vec{r}'\in S_{вн}^{(1)})$, $ds' = dz'd\varphi'$ ($\sin\varphi_0$)

$\varphi_m(\vec{r}) = \int_0^L dz' \int_{\frac{\pi}{2}-\varphi_0}^{\frac{\pi}{2}+\varphi_0} d\varphi' \frac{(-M_s\ell/R)\cos\varphi'}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = \left(-\frac{M_s\ell}{R}\right)\int_0^L dz' \int_{\frac{\pi}{2}-\varphi_0}^{\frac{\pi}{2}+\varphi_0} d\varphi' \frac{\cos\varphi'}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$

$\vec{r}' = z'\vec{k} + \rho'\cos\varphi'\vec{i} + \rho'\sin\varphi'\vec{j}$, но $\rho' \neq R$, так как центр. коорд. в т. $O_{вн}$ цилиндра.

$\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = \sum_\mu \int dk\, e^{-k|z-z'|} J_\mu(k\rho) J_\mu(k\rho') e^{i\mu(\varphi-\varphi')}$

$\int_{\frac{\pi}{2}-\varphi_0}^{\frac{\pi}{2}+\varphi_0} d\varphi' \cos\varphi' e^{-i\mu\varphi'}$ — не получается использ. соотношение ортогон.

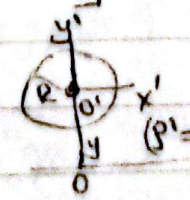
Видимо нужно перейти в сист. координат с центром в т. O' — центре дна. $(\vec{M}\cdot\vec{n})$ тогда усложнится.

$M_x = -M_s\sin\varphi = -M_s\frac{x'}{\rho} = -M_s\frac{(y'+\ell)}{\sqrt{x'^2+(y'+\ell)^2}}$, $M_y = M_s\frac{x'}{\sqrt{x'^2+(y'+\ell)^2}}$

$\vec{n}' = \hat{\rho}' = \hat{x}'\cos\varphi' + \hat{y}'\sin\varphi'$

$(\vec{M}\cdot\vec{n}') = M_{x'}n_{x'} + M_{y'}n_{y'} = -M_s\frac{(y'+\ell)\cos\varphi'}{\sqrt{x'^2+(y'+\ell)^2}} + M_s\frac{(x')\sin\varphi'}{\sqrt{x'^2+(y'+\ell)^2}} = \left|\begin{array}{l} x' = \rho'\cos\varphi' \\ y' = \rho'\sin\varphi' \end{array}\right| =$

$= \frac{M_s}{\sqrt{x'^2+(y'+\ell)^2}}\left[-(y'+\ell)\cos\varphi' + x'\sin\varphi'\right] = -\frac{M_s\ell}{\sqrt{x'^2+(y'+\ell)^2}}\cos\varphi'$



$(\vec{M}\cdot\vec{n}') = -\frac{M_s\ell\cdot\cos\varphi'}{\sqrt{R^2+\ell^2+2\ell\rho'\sin\varphi'}}$ при $\ell \gg R$ $(\vec{M}\cdot\vec{n}') = -M_s\cos\varphi'$ — как для пом. диска.

$(\vec{M}\cdot\vec{n}') = -M_s\ell\frac{\cos\varphi'}{\sqrt{R^2+\ell^2+2\ell R\sin\varphi'}} = \left|\ell = \frac{R}{\sin\varphi_0}\right| = -\frac{M_s\ell}{R}\cos\varphi'\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\sin^2\varphi_0}(\sin^2\varphi_0+\sin^2\varphi'+2\sin\varphi_0\sin\varphi')}} =$

$= -M_s\frac{\cos\varphi'}{\sqrt{1+\sin^2\varphi_0+2\sin\varphi_0\sin\varphi'}}$ — видно как $\varphi_0 \to 0$ уменьшается на заряда $\beta = (\vec{M}\cdot\vec{n}')$ на поверхности дна и W_m.

Escaneado con CamScanner

$dS' = dz' dl = dz' R d\varphi'$

Date. 31. 03.

В собств. координатах диска $\varphi_m(\vec{r}) = \int_{S_{бок}} dS' \frac{(\vec{M}\vec{n}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = (-M_s) \int_0^L dz' \int_0^{2\pi} d\varphi' \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \frac{\cos\varphi'}{\sqrt{1+\dots}}$

$\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi' \cos\varphi'}{\sqrt{a+b\sin\varphi'}} e^{-i\mu\varphi'} \to \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\cos\varphi \cos\mu\varphi}{\sqrt{a+b\sin\varphi}} = I_c^\mu, \quad \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\cos\varphi \sin\mu\varphi}{\sqrt{a+b\sin\varphi}} = I_s^\mu$

$a + b\sin\varphi = |\varphi = x \pm \pi/2| = a \pm b\cos x, \quad \frac{a}{b} = \frac{1+\sin^2\varphi_0}{2\sin\varphi_0} = \frac{1}{2}\left(u + \frac{1}{u}\right) \geq 1$

$\varphi_m(\vec{r}) = (-M_s) \int_0^L dz' \int_0^{2\pi} d\varphi' \frac{\cos\varphi'}{\sqrt{a+b\sin\varphi'}} \sum_\mu \int dk\, e^{-k|z-z'|} e^{i\mu(\varphi-\varphi')} J_\mu(kR) J_\mu(kR)$

$W_{m(\varphi_0)} \sim \int_{(S_{бок.})} dz\, d\varphi\, \varphi_m(\vec{r}) B(\vec{r}) = \int dz\, d\varphi (-M_s) \frac{\cos\varphi}{\sqrt{a+b\sin\varphi}} (-M_s) \int dz' \int d\varphi'$

$\times \frac{\cos\varphi'}{\sqrt{a+b\sin\varphi'}} \sum_\mu \int dk\, e^{-k|z-z'|} e^{i\mu(\varphi-\varphi')} J_\mu(kR) J_\mu(kR) = \left| \int_0^L dz\, dz' e^{-k|z-z'|} = \frac{2L}{k} f(kL) \right|$

$= M_s^2 (2L) \int_0^{2\pi} d\varphi\, d\varphi' \frac{\cos\varphi}{\sqrt{a+b\sin\varphi}} \frac{\cos\varphi'}{\sqrt{a+b\sin\varphi'}} \sum_\mu \int_0^\infty \frac{dk}{k} f(kL) J_\mu^2(kR) e^{i\mu(\varphi-\varphi')} =$

$= 2LM_s^2 \sum_\mu \int \frac{dk}{k} f(kL) J_\mu^2(kR) |I_\mu|^2, \quad I_\mu = \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\cos\varphi\, e^{i\mu\varphi}}{\sqrt{a+b\sin\varphi}}, \quad a = 1+\sin^2\varphi_0, \; b = 2\sin\varphi_0$

$W(\varphi_0) = W_{ex}(\varphi_0) + W_m(\varphi_0)$ – затем найти min по φ_0 и сравн. с $(0 \leq \varphi_0 < \pi/2)$. W^{sd}, W^{bs}

Структура – залог вихря – buckle"

31/III $W_{m(на\ ед.V_d)}^{s.d.} = 2\pi M_s^2 \int_0^\infty \frac{dt}{t} f(\beta t) J_1^2(t)$ для $\vec{M} \parallel$ плоскости hom. dot.

$I_\mu(\varphi_0) = \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\cos\varphi}{\sqrt{a(\varphi_0)+b(\varphi_0)\sin\varphi}} e^{i\mu\varphi}, \quad I_\mu(\varphi_0 \to 0) = \int_0^{2\pi} d\varphi \cos\varphi e^{i\mu\varphi} = \pi(\delta_{\mu 1} + \delta_{\dots}$

$W_m(\varphi_0 \to 0) = A \cdot 2LM_s^2 \cdot 2\pi^2 \int \frac{dk}{k} f(kL) J_1^2(kR) = 4\pi^2 A L M_s^2 \int \frac{dt}{t} f(\beta t) J_1^2(t)$

(у-за $\mu = \pm 1$)

Сравн. с $W_m^{s.d.}$ дает $2\pi M_s^2 = 4\pi^2 A L M_s^2, \quad A = \frac{1}{2\pi L}$ и

$W_m(\varphi_0) = \frac{1}{\pi} M_s^2 \sum_{\mu(-\infty)}^{\infty} \int_0^\infty \frac{dk}{k} f(kL) J_\mu^2(kR) |I_\mu(\varphi_0)|^2 = \frac{2}{\pi} M_s^2 \sum_{\mu=1}^\infty \int \frac{dk}{k} f(kL) J_\mu^2(kR) |I_\mu($

(на ед. боковая грань)

$W_{ex}(\varphi_0) = \frac{1}{V_d}(-\pi) L C \ln\cos\varphi_0 = -\frac{\pi L C}{\pi R^2 L} \ln\cos\varphi_0 = -M_s^2 \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \ln\cos\varphi_0$

(на ед. об. грань)

$R_0^2 = C/M_s^2$ – сист. рез.

$\frac{1}{M_s^2} W^{bs}(\varphi_0) = -\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \ln\cos\varphi_0 + \frac{2}{\pi} \sum_{\mu=1}^\infty \int_0^\infty \frac{dk}{k} f(kL) J_\mu^2(kR) |I_\mu(\varphi_0)|^2$

на энергии ед. "buckle"

При $\varphi_0 \ll 1$ $(b/a \ll 1)$ $\frac{1}{\sqrt{a+b\sin\varphi}} = \frac{1}{\sqrt{a}\sqrt{1+\frac{b}{a}\sin\varphi}} \approx \frac{1}{\sqrt{a}}\left[1 - \frac{b}{2a}\sin\varphi\right]$

$I_\mu(\varphi_0) = \int_0^{2\pi} d\varphi \cos\varphi e^{i\mu\varphi} \frac{1}{\sqrt{a}}\left[1 - \frac{b}{2a}\sin\varphi\right] = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_0^{2\pi} d\varphi \cos\varphi e^{i\mu\varphi} - \frac{1}{\sqrt{a}} \frac{b}{2a} \int_0^{2\pi} d\varphi \cos\varphi \sin\varphi e^{i\mu\varphi}$

Escaneado con CamScanner

Date.

"Buckle" dot при $H=0$

$= \frac{1}{\sqrt{a}}\left[\pi\delta_{\mu,1}\right] - \frac{1}{\sqrt{a}}\frac{b}{2a}\left[\frac{i}{2}\pi\delta_{\mu,2}\right] = \frac{\pi}{\sqrt{a}}\delta_{\mu,1} - i\frac{b}{4a^{3/2}}\pi\delta_{\mu,2}$

$W_m(\varphi_0 \ll 1) = \frac{2}{\pi}\sum_{\mu=1}\int\frac{dk}{k} f J_\mu^2\left[\frac{\pi^2}{a}\delta_{\mu,1} + \frac{b^2}{16a^3}\pi^2\delta_{\mu,2}\right] =$

$= \frac{2\pi}{d}\int\frac{dk}{k} f J_1^2(kR) + \frac{\pi}{8}\frac{b^2}{a^3}\int\frac{dk}{k} f J_2^2(kR)$, $\begin{cases} a(\varphi_0) = 1+\sin^2\varphi_0 \\ b(\varphi_0) = 2\sin\varphi_0 \end{cases}$

разложил с точностью до $\frac{b}{a} = \frac{2\sin\varphi_0}{1+\sin^2\varphi_0}$, т.е. до мин. по $\sin\varphi_0$ членов.

мин. по $\sin\varphi_0$ приближении $W_m(\varphi_0) = 2\pi\int\frac{dk}{k} f(kL) J_1^2(kR) + O(\varphi_0^2)$

$W_m(\varphi_0)$ от φ_0 не зависит.

$-\ln\cos\varphi_0 = -\ln\left[1-\frac{1}{2}\varphi_0^2\right] = (1/2)\varphi_0^2$

$W(\varphi_0) = W(0) + [\ldots]\varphi_0^2 + \ldots$ - мягкое на разложим. Ландау для ФПП.

$\frac{1}{(1+x)^{1/2}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 + O(x^3) \to \frac{1}{\sqrt{a+b\sin\varphi}} = \frac{1}{\sqrt{a}}\left[1 - \frac{b}{2a}\sin\varphi + \frac{3}{8}\frac{b^2}{a^2}\sin^2\varphi \ldots\right] =$

$= \frac{1}{\sqrt{a}} - \frac{1}{2}b\sin\varphi + \frac{3}{8}b^2\sin^2\varphi + O(\varphi_0^3)$

$\int d\varphi \cos\varphi e^{i\mu\varphi}\sin^2\varphi = \frac{1}{2}\int d\varphi\cos\varphi\left[1-\cos 2\varphi\right]e^{i\mu\varphi} = \frac{\pi}{2}\delta_{\mu 1} - \frac{1}{2}\int d\varphi\cos\varphi\cos 2\varphi e^{i\mu\varphi} =$

$= \frac{\pi}{2}\delta_{\mu 1} - \frac{1}{2}\int_0^{2\pi} d\varphi e^{i\mu\varphi}\frac{1}{2}\left[\cos\varphi + \cos 3\varphi\right] = \frac{\pi}{2}\delta_{\mu 1} - \frac{1}{4}\left[\pi\delta_{\mu 1} + \pi\delta_{\mu 3}\right] = \frac{\pi}{4}\delta_{\mu 1} - \frac{\pi}{4}\delta_{\mu 3}$

$I_\mu(\varphi_0) = \int d\varphi\cos\varphi e^{i\mu\varphi}\left[\frac{1}{\sqrt{a}} - \frac{b}{2}\sin\varphi + \frac{3}{8}b^2\sin^2\varphi\right] = \frac{1}{\sqrt{a}}\pi\delta_{\mu 1} -$

$- \frac{b}{2}\left[\frac{i}{2}\pi\delta_{\mu 2}\right] + \frac{3}{8}b^2\frac{\pi}{4}\left[\delta_{\mu 1} - \delta_{\mu 3}\right] = \pi\left[\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{3}{32}b^2\right]\delta_{\mu 1} - \pi\frac{3b^2}{32}\delta_{\mu 3} -$

$- i\pi\frac{b}{4}\delta_{\mu 2}$

$\left|I_\mu(\varphi_0)\right|^2 = \left[\mathrm{Re}\, I_\mu\right]^2 + \left[\mathrm{Im}\, I_\mu\right]^2 = \pi^2\left[\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{3}{32}b^2\right]^2\delta_{\mu 1} +$

$+ \pi^2\frac{b^2}{16}\delta_{\mu 2} = \pi^2\left[\frac{1}{a} + \frac{3}{16}\frac{b^2}{\sqrt{a}} + \frac{9}{(32)^2}b^4\right]\delta_{\mu 1} + \pi^2\frac{b^2}{16}\delta_{\mu 2}$

$W_m(\varphi_0 \ll 1) = \frac{2}{\pi}\sum_{\mu=1}\int\frac{dk}{k} f J_\mu^2\left[\pi^2\left[\frac{1}{a} + \frac{3}{16}\frac{b^2}{\sqrt{a}} + \frac{9}{(32)^2}b^4\right]\delta_{\mu 1} + \pi^2\frac{b^2}{16}\delta_{\mu 2}\right] =$

$= 2\pi\left(\frac{1}{a} + \frac{3}{16}\frac{b^2}{\sqrt{a}} + \frac{9}{(32)^2}b^4\right)\int\frac{dk}{k} f J_1^2 + 2\pi\frac{b^2}{16}\int\frac{dk}{k} f J_2^2 =$

пренебрегаем

$= 2\pi\left(\frac{1}{a} + \frac{3}{16}b^2\right)\int\frac{dk}{k} f(kL) J_1^2(kR) + 2\pi\frac{b^2}{16}\int\frac{dk}{k} f(kL) J_2^2(kR) =$

$= \left|\frac{1}{a} = \frac{1}{1+\sin^2\varphi_0} = 1 - \sin^2\varphi_0 \approx 1 - \varphi_0^2,\ b^2 = 4\sin^2\varphi_0 = 4\varphi_0^2\right| =$

$= 2\pi\left(1 - \varphi_0^2 + \frac{3}{16}\cdot 4\varphi_0^2\right)\int\frac{dk}{k} f J_1^2 + 2\pi\frac{\varphi_0^2}{4}\int\frac{dk}{k} f J_2^2 =$

$= W_m(\varphi_0 = 0) + \varphi_0^2\left[-\frac{1}{4}\int\frac{dk}{k} f J_1^2 + \frac{1}{4}\int\frac{dk}{k} f J_2^2\right]\cdot 2\pi =$

$= W_m(0) - \frac{\pi}{2}\left[\int\frac{dk}{k} f(kL)\left\{J_1^2(kR) - J_2^2(kR)\right\}\right]\varphi_0^2$

Escaneado con CamScanner

Date. . .

$$W^{bd}_{\text{в-ка}}(\varphi_0) = W^{bd}(0) + \varphi_0^2\left[\frac{1}{2}\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 - \frac{\pi}{2}\int\frac{dk}{k}f(kL)\left[J_1^2(kR) - J_2^2(kR)\right]\right] =$$

$$= W^{bd}(0) + \frac{1}{2}\varphi_0^2\left[\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 - \pi\int_0^\infty\frac{dt}{t}f(\beta t)\left[J_1^2(t) - J_2^2(t)\right]\right], \text{ Сам. 3/}\frac{1}{2}$$

→ Вид $F_B(\beta) = \pi\int_0^\infty\frac{dt}{t}f(\beta t)\left[J_1^2(t) - J_2^2(t)\right] > 0$ (!) и растет с β.

Кривая L-R. $F_B(\beta) = \left(\frac{R_0}{R}\right)^2$ имеет смысл энергии ФП (потеря устойчивости φ_0 = скорость?)

s.d. → b.d. по вихревым и "bubble" конкурентно с "vortex"?

$$I_\mu(\varphi_0) = \int_0^{2\pi}d\varphi\, f(\varphi,\varphi_0)e^{i\mu\varphi} = \int_0^{2\pi}d\varphi\, f(\varphi,\varphi_0)\cos\mu\varphi + i\int_0^{2\pi}d\varphi\, f(\varphi,\varphi_0)\sin\mu\varphi =$$

$$= \mathrm{Re}\, I_\mu + i\,\mathrm{Im}\, I_\mu$$

Построена $R_{c1}(\beta)$ для ФП sd - bd на основе $F_B(\beta) = (R_0/R)^2$

R_{c1} – радиус вихря устойчивости при решении $\varphi_0 = 0$

β	0,04	0,05	0,08	0,1	0,2	0,3	0,5	1	
sd→bd R_{c1}/R_0	8,65	7,79	6,13	5,49	3,91	3,22	2,54	1,91	Single-bubble
sd→v.d. R_{c1}/R_0	4,45	4,47	3,59	3,25	2,40	2,03	1,66	1,30	Single-vortex

изомер. доты

$R_{c1}(\beta)$ для sd→bd ФП идет выше $R_c(\beta)$ sd - v.d. от 27/III, т.е. b.d. - раз конкурирует, сравнивается с s.d. в области $R_1 L$, где уже v.d. - раз имеет меньшую W.

$R > R_{c1}$ указывает на наличие min $W^{bd}(\varphi_0)$ не при $\varphi_0 = 0$. (hom. dot)

У bubble - газа W_e, меньше "vortex", но W_m^{bd} дает больше W_m^{vor}.



$\ell = \frac{R}{\sin\varphi_0}$, $\sin\varphi_0 = \frac{R}{\ell}$, $\sin\varphi_0^{max} = \frac{R}{R+\beta} \neq 1$ если β/R конечно ($\beta/R \ll 1$ – сепа)

$$\cos\varphi_0^{max} = \sqrt{1 - \frac{R^2}{(R+\beta)^2}} = \sqrt{1 - \frac{1}{(1+\beta/R)^2}} \approx \sqrt{1-\left[1-2\frac{\beta}{R}\right]} \approx \sqrt{2\frac{\beta}{R}}$$ Конец при $\frac{\beta}{R}$

При $\beta \to 0$: $W^{sd}(\beta) = W_m^{sd}(\beta) \to 0$

$W^{bd}(\beta) = -\left(\frac{R_0}{R}\right)^2\ln\cos\varphi_0 + W_m^{bd}(\beta)$, $W_m^{bd}(\beta) \to 0$

$W_m^{vor}(\beta) \to$ Const, т.к. $\bar{M}^{vor}$ для vortex сеток

$W^{vd}(\beta) = \left(\frac{R_0}{R}\right)^2\left[2 - \ln\frac{\beta}{R}\right] + \text{Const} > 0$ и длинна больше W^{sd} min

$$W_m^{vor}(\beta) = \frac{4\pi}{\beta}x^3\left[g(0) - g\left(\frac{\beta}{x}\right)\right] = \frac{4\pi}{\beta}x^3\int_0^\infty dt\left[1 - e^{-t\frac{\beta}{x}}\right]I^2(t) \approx \left|x = \frac{\beta}{R}\right| =$$

$$\approx 4\pi x^2\int_0^\infty dt\, t\, I^2(t) = 4\pi x^2\int_0^\infty dt\, t\int_0^1 dz\, z\left(\frac{1-z^2}{1+z^2}\right)\int_0^1 dz'\, z'\left(\frac{1-z'^2}{1+z'^2}\right)\int_0^\infty J_0(zt)J_0(z't)$$

$$\int_0^\infty dt\, t\, J_0(zt)J_0(z't) = \frac{1}{z}\delta(z-z')$$

Date.

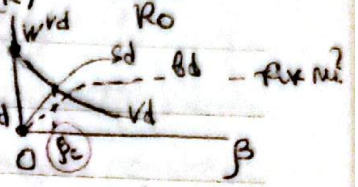
$= 4\pi x^2 \int_0^\infty dz\, z \left(\frac{1-z^2}{1+z^2}\right)^2 = 4\pi x^2 \frac{1}{2}[3-4\ln 2] > 0$

$W^{vdW}(x) = 2\pi[3-4\ln 2]x^2 + \left(\frac{R_0}{R}\right)^2[2-\ln x]$, $\frac{\partial W^{vd}}{\partial x} = 4\pi[\cdot]x - \left(\frac{R_0}{R}\right)^2\frac{1}{x} = 0$

$x^2 = \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \frac{1}{4\pi[\cdot]}$ и $W^{vdW}_{min}(x) = 2\pi[\cdot]\left(\frac{R_0}{R}\right)^2\frac{1}{4\pi[\cdot]} + \left(\frac{R_0}{R}\right)^2\left[2-\ln\frac{R_0}{R\sqrt{4\pi[\cdot]}}\right] =$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 + \left(\frac{R_0}{R}\right)^2\left[2+\ln\frac{R\sqrt{4\pi[\cdot]}}{R_0}\right] = \frac{5}{2}\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 + \left(\frac{R_0}{R}\right)^2\ln\frac{R\sqrt{4\pi[\cdot]}}{R_0}$

$W^{vdW}_{min(\beta\to 0)}(x) = \left(\frac{R_0}{R}\right)^2\left[\frac{5}{2} + \ln\left(\frac{\sqrt{4\pi(3-4\ln 2)}R}{R_0}\right)\right] > 0$



W^{Bd} при $\beta = 0$ совп. с W^{Sd}.

При $\beta \ll 1$ $W^{Bd}_{m(\beta)} = \frac{2}{\pi}\sum_{\mu=1}^{\infty}\int_0^\infty \frac{dt}{t} f(\beta t) J_\mu^2(t)|I_\mu|^2 = \left|f(\beta t) = \frac{1}{2}\beta t\right| =$

$= \frac{\beta}{\pi}\sum_{\mu=1}^{\infty}\int_0^\infty dt\, J_\mu^2(t)|I_\mu|^2$, $\int_0^\infty dt\, J_\mu^2(t) = \frac{\Gamma(\mu+\frac{1}{2})}{\Gamma(\mu+1)\Gamma(\frac{1}{2})} F\left(\mu+\frac{1}{2};\frac{1}{2};\mu+1;1\right)$ –

конечен, Гр. Р. 6, 512.

Наличие β_c означает, что при $\beta < \beta_c$ W^{Sd} выгоднее W^{vd} $\forall R$ (?) Нет, $\beta_c(R)$

Надо построить $W^{vdW}(\beta)$. $W^{Sd}_{m(\beta\to 0)}(\beta) = \pi\beta\int_0^\infty dt\, J_1^2(t) = (1,83)\pi\beta$

При $\beta < \beta_c$ "b.d." может быть $< W^{vd}$? $W^{Sd} < W^{vd}$? Да, может. Но $\beta_c = \beta_c(R)$ – кривая Ухова.

При $\beta \to 0$ $W^{Sd}(\beta) = \left[\pi\int_0^\infty dt J_1^2(t)\right]\beta$, $W^{Bd}_{(\beta)} = -\left(\frac{R_0}{R}\right)^2\ln\cos\varphi_0 + \beta\frac{1}{\pi}\sum_{\mu=1}^{\infty}\left|\int dt J_\mu^2(t)\right|\frac{|I_\mu|^2}{(\varphi_0)}$

Крит. кривая $R_{c1}(\beta)$ "B.d." – "S.d." при $\beta \to 0$: $\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 = F_\beta(\beta) = \frac{\pi^2}{2}\beta\int_0^\infty dt\left[J_1^2(t) - J_2^2(t)\right]$ (0,212)

Крит. кривая $R_c(\beta)$ "V.d." – "Sd" Ухова: $\left(\frac{R}{R_0}\right) = \frac{R_0}{L}\frac{3-\ln\left[\beta\frac{R}{3R_0}\right]}{\ln 24 - \frac{1}{2} + 2\ln\left(\frac{R_0}{R}\frac{1}{\beta}\right)} =$

$= \frac{R_0}{R}\frac{1}{\beta}\frac{3-\ln\left[\frac{1}{3}\beta\frac{R}{R_0}\right]}{\ln\left(\frac{24}{e^{1/2}}\right) - 2\ln\left(\beta\frac{R}{R_0}\right)} \approx \frac{R_0}{R}\frac{1}{\beta}\frac{(-1)\ln\left(\beta\frac{R}{R_0}\right)}{(-2)\ln\left(\beta\frac{R}{R_0}\right)} = \frac{R_0}{R}\frac{1}{2\beta}$, $\left(\frac{R}{R_0}\right)^2 = \frac{1}{2\beta}$

или $\frac{R_c(\beta)}{R_0} = \frac{1}{\sqrt{2\beta}}$. 1) b.d. – S.d. $\left(\frac{R}{R_0}\right)^{-2} = \frac{1}{2}\pi\beta(0,212)$, $\frac{R_{c1}(\beta)}{R_0} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\pi}{2}0,212\beta}}$

Видно, что $R_c(\beta)$ идет ниже $R_{c1}(\beta)$: $\frac{R}{R_0}$ | R_{c1} | R_c | β → и V.d" выгоднее b.d."

$\langle\vec{M}\rangle_{vd}$ для "b.d" фазы? Нетрудно. Ведь $R_{c1}(\beta)$ почти потеря совпадающая S.d. фазы!

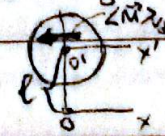
В свободной системе координат $x'y'z'$ с центром в центре диска для "b.d" – "вмятина" dot имеем $M_{x'} = -M_s\frac{(y'+\ell)}{\sqrt{x'^2+(y'+\ell)^2}}$, $M_{y'} = M_s\frac{x'}{\sqrt{x'^2+(y'+\ell)^2}}$

$\ell = R/\sin\varphi_0$ – мера загруженности $\vec{M}(\vec{r})$.

$$\begin{cases} M_x(\rho,\varphi) = -M_s\frac{(\rho\sin\varphi+\ell)}{\sqrt{\rho^2+2\rho\ell\sin\varphi+\ell^2}} \\ M_y(\rho,\varphi) = M_s\frac{\rho\cos\varphi}{\sqrt{\rho^2+2\rho\ell\sin\varphi+\ell^2}} \end{cases}$$

$0 \le \rho \le R$, $0 \le \varphi \le 2\pi$ – новых дек. координат

Очевидно $\langle M_y\rangle_{vd} = 0$, $\langle M_x\rangle_{vd} \neq 0$ и есть функция от ℓ.



Можно посчитать и W^{vdW} решетки из сферы "b.d."

Escaneado con CamScanner

Date. 02. 04.

Диадная ФГ, усреднение по z.

Тождество: $\nabla\nabla\frac{1}{|\vec r-\vec r'|} = -\frac{4\pi}{3}\delta(\vec r-\vec r')\hat I + \frac{1}{R^5}\left[3\vec R\vec R - R^2\hat I\right]$,

где $\hat I$ - диадная единица, $\vec R = \vec r - \vec r'$. ФГ $\hat G(\vec r,\vec r') = \nabla\nabla\frac{1}{|\vec r-\vec r'|}$

$Sp\,\hat G(\vec r,\vec r') = -\frac{4\pi}{3}\delta(\vec r-\vec r')\,Sp(\hat I) + \frac{1}{R^5}Sp(3\vec R\vec R - R^2\hat I) = -4\pi\delta(\vec r-\vec r')$

$\hat I = \hat x\hat x + \hat y\hat y + \hat z\hat z$. $\frac{1}{|\vec r-\vec r'|} = \frac{1}{2\pi}\int d^2k\,\frac{1}{k}e^{-k|z-z'|}e^{i\vec k(\vec\rho-\vec\rho')}$

$\hat g(\vec\rho,\vec\rho') = \frac{1}{L}\int_0^L dz\,dz'\,\hat G(\vec r,\vec r')$, $g_{zz}(\vec\rho,\vec\rho') = \frac{2}{L}\left[\frac{1}{\sqrt{L^2+(\vec\rho-\vec\rho')^2}} - \frac{1}{|\vec\rho-\vec\rho'|}\right]$

двойной квадрат. Вид ФГ $\hat G(\vec r,\vec r') = \nabla\nabla\frac{1}{|\vec r-\vec r'|}$ подходит только для неограниченных разложений. Поэтому нужно спектр. представить. $\hat G(\vec k)$

$\frac{1}{L}\int dz\,dz'\frac{1}{R^3} = \frac{1}{L}\int_0^L dz\,dz'\frac{1}{(\Delta^2+(z-z')^2)^{3/2}} = \frac{1}{L}\frac{(-1)}{\Delta}\frac{\partial}{\partial\Delta}\int_0^L dz\,dz'\frac{1}{\sqrt{\Delta^2+(z-z')^2}} =$

$= -\frac{1}{L\Delta}\frac{\partial}{\partial\Delta}\int_0^L dz\,dz'\int_0^\infty dk\,e^{-k|z-z'|}J_0(k\Delta) = -\frac{2}{\Delta}\frac{\partial}{\partial\Delta}\int_0^\infty\frac{dk}{k}f(kL)J_0(k\Delta) =$

$= +\frac{2}{\Delta}\int_0^\infty dk\,f(kL)J_1(k\Delta) = \frac{2}{\Delta}\int dk\,J_1(k\Delta)\left[1-\frac{1}{kL}(1-e^{-kL})\right] =$

$= \frac{2}{\Delta}\int_0^\infty dk\,J_1(k\Delta) - \frac{2}{\Delta L}\int_0^\infty dk\,\frac{J_1(k\Delta)}{k} + \frac{2}{\Delta L}\int_0^\infty dk\,e^{-kL}\frac{1}{k}J_1(k\Delta) = |\vec\Delta = \vec\rho-\vec\rho'| =$

$= \frac{2}{\Delta}\cdot\frac{1}{\Delta} - \frac{2}{\Delta L}\cdot\frac{\Gamma(1/2)}{2\Gamma(3/2)} + \frac{2}{\Delta L}\left[\frac{\sqrt{\Delta^2+L^2}-L}{\Delta}\right] = \frac{2}{\Delta^2} + \frac{2}{\Delta^2 L}\left[\sqrt{\Delta^2+L^2}-L\right] - \frac{2}{\Delta L} =$

$= \frac{2}{\Delta L}\left[\sqrt{\Delta^2+L^2}-\Delta\right]$, $\vec R = \vec r-\vec r' = \vec\rho-\vec\rho' + \hat z(z-z') = \vec\Delta + \hat z(z-z')$

$\hat g(\vec\rho,\vec\rho') = \frac{1}{L}\int_0^L dz\,dz'\,\hat G(\vec r,\vec r') = \frac{1}{L}\int dz\,dz'\left[-\frac{4\pi}{3}\delta(\vec r-\vec r')\hat I + \frac{1}{R^5}(3\vec R\vec R - R^2\hat I)\right] =$

$= -\frac{4\pi}{3}\delta(\vec\rho-\vec\rho')\hat I + \frac{1}{L}\int dz\,dz'\,\frac{1}{[\Delta^2+(z-z')^2]^{5/2}}\left[3\vec\Delta\vec\Delta + 3\hat z\hat z(z-z')^2 - (\Delta^2+(z-z')^2)\hat I\right]$

$g_{zz}(\vec\rho\vec\rho') = -\frac{4\pi}{3}\delta(\vec\rho-\vec\rho') + \frac{1}{L}\int dz\,dz'\,\frac{1}{[\,\cdot\,]^{5/2}}\left[3(z-z')^2 - (\Delta^2+(z-z')^2)\right]$

Окончательно $\hat g(\vec\rho\vec\rho') = -\frac{4\pi}{3}\delta(\vec\rho-\vec\rho')(\hat x\hat x+\hat y\hat y) + \frac{1}{L}\int dz\,dz'\,\frac{1}{[\,\cdot\,]^{5/2}}\left[3\vec\Delta\vec\Delta - (\Delta^2+(z-z')^2)(\hat x\hat x+\hat y\hat y)\right]$

$\frac{1}{L}\int dz\,dz'\,\frac{1}{[\Delta^2+(z-z')^2]^{5/2}} = -\frac{1}{3\Delta}\frac{1}{L}\frac{\partial}{\partial\Delta}\int dz\,dz'\,\frac{1}{[\Delta^2+(z-z')^2]^{3/2}} = -\frac{1}{3\Delta}\frac{\partial}{\partial\Delta}\left[\frac{2}{\Delta^2 L}\left[\sqrt{\Delta^2+L^2}-\Delta\right]\right] =$

$= -\frac{2}{3\Delta}\frac{1}{L}\frac{\partial}{\partial\Delta}\left[\frac{1}{\Delta^2}\sqrt{\Delta^2+L^2} - \frac{1}{\Delta}\right] = -\frac{2}{3\Delta L}\left[\frac{(-2)}{\Delta^3}\sqrt{\Delta^2+L^2} + \frac{1}{\Delta^2}\frac{\Delta}{\sqrt{\Delta^2+L^2}} + \frac{1}{\Delta^2}\right] =$

$= -\frac{2}{3L}\frac{1}{\Delta^2}\left[\frac{1}{\Delta}\left(1+\frac{\Delta}{\sqrt{\Delta^2+L^2}}\right) - \frac{2}{\Delta^2}\sqrt{\Delta^2+L^2}\right] = -\frac{2}{3L}\frac{1}{\Delta^3}\left[1+\frac{\Delta\sqrt{\Delta^2+L^2}}{\Delta^2+L^2} - \frac{2}{\Delta}\sqrt{\Delta^2+L^2}\right] =$

$= -\frac{2}{3L}\frac{1}{\Delta^3}\left[\Delta - \sqrt{L^2+\Delta^2} - \frac{L^2}{\sqrt{L^2+\Delta^2}}\right]$, отсюда

Escaneado con CamScanner

$Sp(\hat{I}) = 3$, $Sp(\hat{I}_p) = 2$, $Sp(\vec{R}\vec{R}) = R^2$

Date. 03. 04.

Конечн. часть $\hat{g}(\vec{p}\vec{p}') = -\frac{4\pi}{3}\delta(\vec{p}-\vec{p}')\hat{I}_p + 3\frac{\vec{\Delta}\vec{\Delta}}{\Delta^2}\left(-\frac{2}{3L}\right)\frac{1}{\Delta^4}\left[\Delta - \sqrt{\Delta^2+L^2} - \frac{L^2}{\sqrt{\Delta^2+L^2}}\right] -$

$- \hat{I}_p \frac{2}{\Delta^2 L}\left[\sqrt{\Delta^2+L^2} - \Delta\right] = -\frac{4\pi}{3}\delta(\vec{p}-\vec{p}')\hat{I}_p - \frac{2}{L}\frac{\vec{\Delta}\vec{\Delta}}{\Delta^4}\left[\Delta - \sqrt{\Delta^2+L^2} - \frac{L^2}{\sqrt{\Delta^2+L^2}}\right] -$

$- \hat{I}_p \frac{2}{L}\frac{1}{\Delta^2}\left[\sqrt{\Delta^2+L^2} - \Delta\right]$

$Sp\,\hat{g}(\vec{p}\vec{p}') = \frac{2}{L}\left[\frac{1}{\sqrt{\Delta^2+L^2}} - \frac{1}{\Delta}\right] + Sp_{\text{плоск. части}}\,\hat{g}(\vec{p}\vec{p}') = \frac{2}{L}\left[\frac{1}{\sqrt{\Delta^2+L^2}} - \frac{1}{\Delta}\right] - \frac{8\pi}{3}\delta(\vec{p}-\vec{p}') -$

$- \frac{2}{L}\frac{1}{\Delta^2}\left[\Delta - \sqrt{\Delta^2+L^2} - \frac{L^2}{\sqrt{\Delta^2+L^2}}\right] - \frac{4}{L}\frac{1}{\Delta^2}\left[\sqrt{\Delta^2+L^2} - \Delta\right] = -\frac{8\pi}{3}\delta(\vec{p}-\vec{p}') +$

$+ \frac{2}{L\Delta^2}\left[\frac{\Delta^2}{\sqrt{L^2+\Delta^2}} - \Delta - \Delta + \sqrt{\Delta^2+L^2} - \frac{L^2}{\sqrt{\Delta^2+L^2}} - 2\sqrt{\Delta^2+L^2} + 2\Delta\right] =$

$= -\frac{8\pi}{3}\delta(\vec{p}-\vec{p}') + \frac{2}{L\Delta^2\sqrt{L^2+\Delta^2}}\left[\Delta^2 + \Delta^2 + L^2 - L^2 - 2(\Delta^2+L^2)\right] =$

$= -\frac{8\pi}{3}\delta(\vec{p}-\vec{p}') - \frac{4L}{\Delta^2\sqrt{\Delta^2+L^2}}$ - ? должно $= -4\pi\delta(\vec{p}-\vec{p}')$, найти ошибку.

3/IV Попытка отзыва работе на сл. APL – SRThomdots. Отослан отзыв Shin и попал переделывать.

4/IV Rectang. dots – M(r,H)

KIST Library.

① R.H.H. New, R.W.F Pease and R.L White. J. Vac. Sci. Techn. B12, 3196 (1994). Взаимодействие доов маг. E-beam lithog

Полимерная пл. $\geq 0{,}1$ μm rectangular dots of Co ($L = 20$ nm на Cr)

Summary. "To the ultimate theoretical storage density of such medium would be determined only by the superparamagnetic limit on the sizes of single-domain particles (~ 100 Å).

Each bit of information is stored in a single domain magnetic particle.

+ ② R.M.H New, R.W.F Pease, R.L White — " — B13, 1089 (1995).

Arrays of Co-полимерных ($0{,}2 - 0{,}4$ μm, $L = 20$ nm) доов.

M(H) array of слабовзаимодейств. доов. Rectangular доты и неоднородное сост. $M(\vec{r})$ в разных полях. Есть анизотропия M(H) при H ⊥ длинной и короткой стороне прямоуг. доа. $L = 0{,}4$ μm, $w = 0{,}2$ μm, а $\Delta \approx 1$ μm, так что м. coupling пренебрежимо мал. E-Beam lithography technique. $H_{sat} \approx 1000$ Oe

→ Т.е. доты прямоуг., неоднородные и невзаимодействующие

4-gid "vortex model"

Date.

Vortex – dot в слабом внеш. поле
(модель "жесткого" вихря)

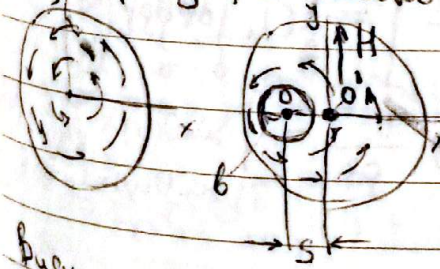
③ J. Smyth, S. Schultz, D.R. Fredkin, D.P. Kern, S.A. Rishton, H. Schmid, M. Cali and T.R. Koehler. JAP 69, 5262 (1991).
Array of FeNi 0,1–5 μm частиц. Даны ≈ прямоугольные
разм. размеры $w = 0{,}18$ μm, $l = 1{,}47$ μm, $L = 0{,}05$ μm.
Обычно, частицы не взаимодействуют. $M_s = 800$ G, $A = 1{,}0 \cdot 10^{-6}$ erg/cm. $l_{ex} = \frac{\sqrt{A}}{M_s} = 12{,}5$ nm
При $w < 0{,}3$ μm перемагн. не domain wall nucleation and motion, а "vortex" nucleation and motion.

④ D.K. Fredkin, T.R. Koehler, J.F. Smyth and S. Schultz. JAP 69, 5276 (1991): $M(\vec{r})$ в поле $H \parallel$ и $\perp$ один. оси rect. dots. ($l/w = 8$)

⑤ R.D. Gomez, M.C. Shih, R.M.H. New et al. JAP 80, 342 (1996)
Квадр. array of пленочных. Rectangular $0{,}2 \times 0{,}1 \times 0{,}02$ μm
Сравнение MFM, $M(H)$ — даны невзаимодействующие.

Передача статьи SRT-bombers в APL. 4-5/IV

Рассчитаем "vortex" в идеальн. dot, смещенный слабым полем $H/M_s \ll 1$. Для начала примем модель жесткого вихря, т.е. вихрь при $H > 0$, $H/M_s \ll 1$ не изменяет свою форму, а только смещается ⊥ полю и может изменять радиус.



a) Core, радиусом в остается внутри dot и не касается его края $\rho = R$
б) $H \parallel Oy$ и смещение центра вихря $\parallel Ox$ и равно S.

6/IV

Видно S и в надо рассматривать как вариац. параметры.
O – сист. координат с центром в центре "vortex" } как идея Buckle
O' – сист. к. с центром в центре dot } 30–31/III "

Граница dot $(x-S)^2 + (y)^2 = R^2$, $\rho^2 + S^2 - 2\rho S\cos\varphi = R^2$ $x = x' + S$

$\rho_\pm(\varphi) = S\cos\varphi \pm \sqrt{R^2 - S^2\sin^2\varphi}$

$W_{ex} = \frac{C}{2}\int_{V_d} d^3\vec{r}\,\frac{(m_e)^2}{\rho^2} = \frac{1}{2}CL\int_{S_d} d^2\vec{\rho}\,\frac{1}{\rho^2} = \frac{1}{2}CL\int_0^{2\pi} d\varphi \int_{\rho_-(\varphi)}^{\rho_+(\varphi)} \frac{d\rho}{\rho} = \frac{1}{2}CL\int_S^{2\pi} \ln\frac{\rho_+(\varphi)}{\rho_-(\varphi)}\,d\varphi$

(Интеграл см. Ландау, стр.)

$\rho_\pm(\varphi) = S\cos\varphi \pm R\sqrt{1 - \frac{S^2}{R^2}\sin^2\varphi} = S\cos\varphi \pm R\left(1 - \frac{S^2}{2R^2}\sin^2\varphi\right)$

Escaneado con CamScanner

Date. . .

С точн. до $(s/R)^2$

$$\ln\frac{\rho_+(\varphi)}{\rho_-(\varphi)} = \ln\frac{s\cos\varphi + R\left(1-\frac{s^2}{2R^2}\sin^2\varphi\right)}{s\cos\varphi - R\left(1-\frac{s^2}{2R^2}\sin^2\varphi\right)} = \left|\frac{s}{R}\to s\right| = \ln\frac{u-\frac{s^2}{2}\sin^2\varphi}{u+\frac{s^2}{2}\sin^2\varphi} = \left|u=1-\cos\varphi\right|$$

$$= \ln\left[1-\frac{s^2}{2u}\sin^2\varphi\right]^2 = 2\ln\left[1-\frac{s^2}{2u}\sin^2\varphi\right] \simeq -\frac{s^2}{u}\sin^2\varphi = -s^2\sin^2\varphi$$

$$\ln\frac{\rho_+(\varphi)}{\rho_-(\varphi)} = \ln\left[\frac{1+s\cos\varphi-\frac{s^2}{2}\sin^2\varphi}{-1+s\cos\varphi+\frac{s^2}{2}\sin^2\varphi}\right]$$ — много, предел $\int_{\rho_-(\varphi)}^{\rho_+(\varphi)}\frac{d\rho}{\rho}$ — повернуто

Это для центра вихря (vortex), все дела как 30-31/III надо было интегрировать по "нижнему" диску $\rho_-(\varphi)\le\rho\le\rho_+(\varphi)$, $\varphi\in\left[\frac{\pi}{2}-\varphi_0, \frac{\pi}{2}+\varphi_0\right]$

Теперь же $\rho^2+s^2-2\rho s\cos\varphi \le R^2$, но $\rho\ge 0$ ($\rho\ge b$), т.е.

$$\rightarrow W_{ex}^{(\rho>b)} = \frac{1}{2}CL\int_0^{2\pi}d\varphi\int_b^{\rho_+(\varphi)}\frac{d\rho}{\rho} = \frac{1}{2}CL\int d\varphi\ln\left[\frac{1}{b}\left(s\cos\varphi+R\sqrt{1-\frac{s^2}{R^2}\sin^2\varphi}\right)\right]$$

— к тому же это не все эн. энергия. Согласно 30/III есть еще член $\left(\frac{\partial m_\varphi}{\partial\rho}\right)^2+\left(\frac{\partial m_z}{\partial\rho}\right)^2 = \left|\begin{matrix}m_\varphi=\sin\theta\\ m_z=\cos\theta\end{matrix}\right| = \cos^2\theta\left(\frac{d\theta}{d\rho}\right)^2+\sin^2\theta\left(\frac{d\theta}{d\rho}\right)^2 = \left(\frac{d\theta}{d\rho}\right)^2$

$$W_{ex}^{доп} = \frac{1}{2}CL\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{\rho_+(\varphi)\to b}d\rho\,\rho\left(\frac{d\theta}{d\rho}\right)^2 = \left|\begin{matrix}\theta(\rho)=2\operatorname{arctg}\frac{\rho}{b}\\ \theta'_\rho = 2\frac{1}{1+\frac{\rho^2}{b^2}}\frac{1}{b} = \frac{2b}{b^2+\rho^2}\end{matrix}\right| =$$
$(\text{при } \rho=b)$

$$= \frac{1}{2}CL\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{\rho_+(\varphi)\to b}d\rho\,\rho\frac{4b^2}{(b^2+\rho^2)^2} = \frac{1}{2}CL\cdot 2\pi\cdot 4b^2\frac{1}{4b^2} = \pi CL$$

$$\int_0^b d\rho\,\rho\left(\frac{d\theta}{d\rho}\right)^2 = 4b^2\int_0^b d\rho\,\rho\frac{1}{(b^2+\rho^2)^2} = \left|\rho^2=u\right| = 4b^2\frac{1}{2}\int_0^{b^2}du\frac{1}{(b^2+u)^2} = 2b^2\frac{(-1)}{(b^2+u)}\Big|_0^{b^2} = 2b^2\left[\frac{1}{b^2}-\frac{1}{2b^2}\right] = 1$$

Полная $W_{ex} = \frac{1}{2}CL\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{\rho_+(\varphi)}d\rho\,\rho\left[\left(\frac{d\theta}{d\rho}\right)^2+\frac{\sin^2\theta}{\rho^2}\right] = \frac{1}{2}CL\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^b d\rho\,\rho\left(\frac{d\theta}{d\rho}\right)^2 +$

$$+\frac{1}{2}CL\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^b d\rho\,\rho\frac{\sin^2\theta(\rho)}{\rho^2} + \frac{1}{2}CL\int_0^{2\pi}d\varphi\int_b^{\rho_+(\varphi)}d\rho\,\rho\frac{1}{\rho^2} = \left|\begin{matrix}\sin\theta(\rho)=\frac{2b\rho}{b^2+\rho^2},\ \rho\le b\\ \sin\theta(\rho)=1,\ \rho\ge b\end{matrix}\right|$$

(равен 1-му эл.)

$$= 2\cdot\pi CL + \frac{1}{2}CL\int_0^{2\pi}d\varphi\ln\frac{\rho_+(\varphi)}{b}$$

$$W_{ex}(s,b) = 2\pi CL + \frac{1}{2}CL\int_0^{2\pi}d\varphi\ln\left[\frac{s}{b}\cos\varphi+\frac{R}{b}\sqrt{1-\frac{s^2}{R^2}\sin^2\varphi}\right]$$

При $s=0$ (вихрь Гросса): $W_{ex}(0,b) = 2\pi CL - \pi CL\ln\frac{b}{R} = V_d\left[2-\ln\frac{b}{R}\right]\frac{C}{R^2}$

Здесь мы вернули в С.

$$[\dots] = \frac{s}{b}\cos\varphi+\frac{1}{b}\sqrt{1-s^2\sin^2\varphi} = \frac{s}{b}\cos\varphi+\frac{1}{b}\left(1-\frac{s^2}{2}\sin^2\varphi\right) =$$

$$= \frac{1}{b}+\frac{s\cos\varphi}{b}-\frac{s^2}{2b}\sin^2\varphi,\quad \ln\left[1+s\cos\varphi-\frac{s^2}{2}\sin^2\varphi\right] = \left|\ln(1+x)=x-\frac{1}{2}x^2+\dots\right|$$

$$= s\cos\varphi-\frac{s^2}{2}\sin^2\varphi-\frac{1}{2}\left(s\cos\varphi-\frac{s^2}{2}\sin^2\varphi\right)^2 = s\cos\varphi-\frac{s^2}{2}+O(s^3)$$

Escaneado con CamScanner

Magnetostatic energy

"rigid" vortex

Note. 07.04.

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \ln\left[\frac{s}{b}\cos\varphi + \frac{1}{b}\sqrt{1 - s^2\sin^2\varphi}\right] = \int_0^{2\pi} d\varphi \left[-\ln b + s\cos\varphi - \frac{s^2}{2}\right] =$$

$$= -2\pi\ln(b) - \pi s^2$$

$$We_1(s,b) = 2\pi c L + \frac{1}{2} CL\left[-2\pi\ln b - \pi s^2\right]$$

x,y - координаты отн. центра вихря

$$We_1(s,b) = 2\left(\frac{C}{R^2}\right) + (-1)\left(\frac{C}{R^2}\right)\left[\ln b + \frac{1}{2}s^2\right] = \left(\frac{R_0}{R}\right)^2\left[2 - \ln b - \frac{1}{2}s^2\right],$$

где b, s в ед. R. s - смещение центра диска.

x'y' - коорд. отн. центра диска

$$\vec{H}\vec{n}\Big|_{S_{бок}} = \left|\begin{array}{l} M_x = -M_s\sin\varphi = -M_s\frac{y}{\rho} = -M_s\frac{y'}{\sqrt{(x'+s)^2+y'^2}} \\ M_y = M_s\cos\varphi = M_s\frac{x}{\rho} = M_s\frac{(x'+s)}{\sqrt{(x'+s)^2+y'^2}} \end{array}\right| = \left|\begin{array}{l} (x'+s)+y'^2 = \\ = \rho'^2 + s^2 + 2s\rho'\cos\varphi' \\ x = x' + s \end{array}\right| =$$

$$= M_x n_{x'} + M_y n_{y'} = -M_s\frac{\rho'\sin\varphi'}{\sqrt{(\cdot)}}\cos\varphi' + M_s\frac{(\rho'\cos\varphi' + s)}{\sqrt{(\cdot)}}\sin\varphi' =$$

$$= +M_s\frac{s\sin\varphi'}{\sqrt{\rho'^2 + 2s\rho'\cos\varphi' + s^2}}$$

и аналогично 30/III в собств. координатах диска (x'y'z'):

$$\varphi_m(\vec{r}) = \int_{S_{бок}-\delta} ds' \frac{(\vec{M}\vec{n}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} + \int_{S_{торцы}=T} ds' \frac{(\vec{M}\vec{n}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = \varphi_m^{\delta}(\vec{r}) + \varphi_m^{T}(\vec{r})$$

$(\rho' = R)$ $(z' = 0, L)$

$$\int_{S_{бок}} ds' \frac{(\vec{M}\vec{n}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = \int_{S_{бок}} ds' \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\frac{M_s s\sin\varphi'}{\sqrt{(\cdot)}} = \frac{M_s}{s}\int_0^L dz' \int_0^{2\pi} d\varphi' \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\frac{s\cdot\sin\varphi'}{\sqrt{R^2+s^2+2sR\cos\varphi'}} =$$

$$= M_s L s \int_0^{2\pi} d\varphi' \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\frac{\sin\varphi'}{\sqrt{R^2+s^2+2sR\cos\varphi'}}$$

$(r' \in S_{бок})$



$$W_m \sim \oint dS\, \varphi_m(\vec{r})\,\vartheta(\vec{r}) = \int_{S_{бок}} dS\, \varphi_m(\vec{r})\,\vartheta_{бок}(\vec{r}) + \int_{S_{торцы}} dS\, \varphi_m(\vec{r})\,\vartheta_{торцы}(\vec{r}) =$$

$$= \int_{S_\delta} dS\,\vartheta_\delta(\vec{r})\left[\varphi_m^{\delta}(\vec{r}) + \varphi_m^{T}(\vec{r})\right] + \int_{S_T} dS\,\vartheta_T(\vec{r})\left[\varphi_m^{\delta}(\vec{r}) + \varphi_m^{T}(\vec{r})\right] =$$

$$= \int_{S_\delta} dS\,\vartheta_\delta(\vec{r})\varphi_m^{\delta}(\vec{r}) + \int_{S_\delta} dS\,\vartheta_\delta(\vec{r})\varphi_m^{T}(\vec{r}) + \int_{S_T} dS\,\vartheta_T(\vec{r})\varphi_m^{\delta}(\vec{r}) + \int_{S_T} dS\,\vartheta_T(\vec{r})\varphi_m^{T}(\vec{r})$$

$$W_m = \frac{1}{2}\oint dS\,\varphi_m(\vec{r})\,\vartheta(\vec{r})$$

эти значения одинаковы

этот член равен отрицат. от $W_m^{\delta\delta}$ из 23/III

$$W_m^{\delta} = \frac{1}{2}\int_{S_\delta} dS \int_{S_\delta} dS' \frac{\vartheta(\vec{r})\,\vartheta(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = \left|\vartheta_\delta(\vec{r}) = (\vec{M}\cdot\vec{n})_\delta = M_s\frac{s\cdot\sin\varphi}{\sqrt{R^2+s^2+2Rs\cos\varphi}}\right| = 7/IV$$

$dS_\delta = R\,d\varphi\,dz$

$$= \frac{1}{2}M_s^2 s^2 R^2 \int_0^L dz\, d\varphi \int_0^L dz' \int_0^{2\pi} d\varphi' \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\frac{\sin\varphi}{\sqrt{R^2+s^2+2Rs\cos\varphi}}\frac{\sin\varphi'}{\sqrt{R^2+s^2+2Rs\cos\varphi'}} =$$

$$= \frac{1}{2}M_s^2 s^2 \int_0^L dz\, d\varphi \int_0^L dz' d\varphi' \sin\varphi\sin\varphi' \sum_\mu \int dk\, e^{-k|z-z'|} e^{i\mu(\varphi-\varphi')} J_\mu^2(kR)$$

$s \to 0$

Escaneado con CamScanner

Date. . .

$$I_\mu = \int_0^{2\pi} d\varphi\, e^{i\mu\varphi} \sin\varphi = \frac{1}{2i}\int d\varphi \left(e^{i\varphi} - e^{-i\varphi}\right) e^{i\mu\varphi} = \int d\varphi \left[\cos\mu\varphi + i\sin\mu\varphi\right]\sin\varphi =$$

$$= i\int_0^{2\pi} d\varphi \sin\mu\varphi \sin\varphi = i\pi\left(\delta_{\mu,1} - \delta_{\mu,-1}\right)$$

$$\sum_\mu a_\mu \left(\int d\varphi \sin\varphi e^{i\mu\varphi}\right)\cdot\left(\int d\varphi' e^{-i\mu\varphi'}\sin\varphi'\right) = \sum_\mu a_\mu \left|\int d\varphi \sin\varphi e^{i\mu\varphi}\right|^2 =$$

$$= \sum_\mu a_\mu \left|i\pi\left(\delta_{\mu,1} - \delta_{\mu,-1}\right)\right|^2 = \pi^2 \sum_\mu a_\mu \left(\delta_{\mu,1} + \delta_{\mu,-1}\right) = \pi^2 (a_1 + a_{-1})$$

т.к. $\sum_\mu a_\mu \delta_{\mu,1}\delta_{\mu,-1} = 0$, $a_\mu = J_\mu^2(kR)$

$$W_m^\delta = \frac{1}{2} M_s^2 S^2 \int_0^L dz\, dz' \int dk\, e^{-k|z-z'|}\cdot 2\pi^2 J_1^2(kR) = 2\pi^2 M_s^2 S^2 L \int_0^\infty \frac{dk}{k} f(kL) J_1^2(kR)$$

Плотность эн. на ед. объема дока $\frac{1}{V_d} W_m^\delta = \frac{2\pi^2 M_s^2 S^2 L}{\pi R^2 L}\int dk(\cdot) = 2\pi M_s^2 \left(\frac{S}{R}\right)^2 \int \frac{dk}{k} f(kL)$

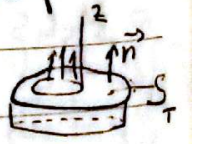
Вводя M_s^2 и $\frac{S}{R} \to S$: $\boxed{\frac{1}{V_d} W_m^\delta = 2\pi S^2 F(\beta)}$, где $F(\beta) = \int \frac{dt}{t} f(\beta t) J_1^2(t)$ – задает размаг. фактор одиноч. дока.

Сол. 23/III $\frac{1}{V_d} W_m^T = \frac{4\pi}{\beta} b^3 \left[g(0) - g(\beta/b)\right]$ – не зависит от S – смещения центра вихря на край "vortex core" не касается края дока.

$$W_m^{T\delta} = \frac{1}{2}\int_{S_\varepsilon} dS\, \vartheta_\delta(r)\varphi_m^T(r) + \frac{1}{2}\int_{S_T} dS\, \vartheta_T(r)\varphi_m^\delta(r) = \int_{S_\delta} dS\, \vartheta_\delta(r)\varphi_m^T(r) =$$

$$= \int_{S_T} dS\, \vartheta_T(r)\varphi_m^\delta(r) = \int_{S_T} dS\, \vartheta_T(r) \int_{S_\delta} dS' \frac{(\vec{M}\cdot\vec{n}')_\delta}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = \left|\begin{matrix} r'\in S_\delta,\ \rho' = R \\ r\in S_T,\ z = 0, L \end{matrix}\right| =$$

$$= \int_{S_T, z=0} dS\, \vartheta_T(r) \int_{S_\delta} dS' \frac{\vartheta_\delta(r')}{|r-r'|} + \int_{S_T, z=L} dS\, \vartheta_T(r) \int_{S_\delta} dS' \frac{\vartheta_\delta(r')}{|r-r'|}$$



$\vartheta_T(\vec{r})_{(z=L)} = (\vec{M}\cdot\vec{n})_T = M_s \frac{b^2-\rho^2}{b^2+\rho^2}$ в коорд. системе O – с центром в центре вихря



$\begin{cases} y = y' \\ x = x' + S \end{cases}$ коорд. центра дока. $\rho^2 = x^2 + y^2 = (x'+S)^2 + y'^2 = \rho'^2 + S^2 + 2S\rho'\cos\varphi'$

Поэтому $\vartheta_T(r') = M_s \left[\frac{b^2 - (\rho'^2 + 2S\rho'\cos\varphi' + S^2)}{b^2 + (\rho'^2 + 2S\rho'\cos\varphi' + S^2)}\right.$

$$\int_{S_T, z=L} dS\, \vartheta_T(r) \int_{S_\delta} dS' \frac{\vartheta_\delta(r')}{|r-r'|} = M_s^2 S \int_{z=L,\rho} d^2\vec{\rho} \left(\frac{b^2-\rho^2}{b^2+\rho^2}\right) \int_0^L dz' \int_0^{2\pi} R\, d\varphi' \frac{1}{|r-r'|} \frac{\sin\varphi'}{\sqrt{R^2+S^2+2RS\cos\varphi'}}$$

Здесь $\vec{r}$ – в xyz-системе с центром O, $\vec{r}'$ в сист. центра дока O'

$$\frac{1}{|r-r'|} = \sum_\mu \int dk\, e^{-k|z-z'|} J_\mu(k\rho) J_\mu(kR) e^{i\mu(\varphi-\varphi')} \quad (\rho' = R)$$

$$\int_{S_T, z=L} dS \int_{S_\delta} dS' \frac{\vartheta_T(\vec{r})\vartheta_\delta(\vec{r}')}{|r-r'|} = M_s^2 S R \int_0^b d\rho\, \rho \int_0^{2\pi} d\varphi \left(\frac{b^2-\rho^2}{b^2+\rho^2}\right) \int dz' \int d\varphi' \frac{\sin\varphi'}{\sqrt{R^2+S^2+2RS\cos\varphi'}} \times$$

$$\times \sum_\mu \int dk\, e^{-k|z-z'|} J_\mu(k\rho) J_\mu(kR) e^{i\mu(\varphi-\varphi')} = \left|\int_0^{2\pi} d\varphi e^{i\mu\varphi} = 2\pi\delta_{\mu 0}\right| =$$

Escaneado con CamScanner

Escaneado con CamScanner

Задача.

$$\pi M_s^2 sR \int_0^b d\rho\rho\left(\frac{b^2-\rho^2}{b^2+\rho^2}\right)\int dz'\int d\varphi' \frac{\sin\varphi'}{\sqrt{R^2+s^2+2Rs\cos\varphi'}} \int_0^\infty dk\, e^{-k|L-z'|} J_0(k\rho) J_0(kR) =$$

$$= \pi M_s^2 sR \int_0^b d\rho\rho\left(\frac{b^2-\rho^2}{b^2+\rho^2}\right)\int dk\, J_0(k\rho) \int_0^1 dz' e^{-k(1-z')} J_0(kR) \int_0^{2\pi} d\varphi' \frac{\sin\varphi'}{\sqrt{R^2+s^2+2Rs\cos\varphi'}} = 0 \quad (?)$$

$$\int_0^{2\pi} d\varphi' \sin\varphi' F(\cos\varphi') \underset{x=\cos\varphi'}{=} -\int_1^{-1} dx F(x) = 0$$

Ну, не вся так просто. $\frac{1}{|r-r'|} = \sum_\mu \int dk\, e^{-k|z-z'|} J_\mu(k\rho) J_\mu(k\rho') e^{i\mu(\varphi-\varphi')}$,

где здесь ρ (r) и ρ, φ' - в 0-системе координат. $\int d\varphi(..)$ оставляет

$J_0(k\rho') \to J_0(k\rho) = J_0\left(k\sqrt{\rho'^2+2s\rho'\cos\varphi'+s^2}\right)$ (а здесь $\rho'=R$), $\int_0^b d\rho\rho\left(\frac{b^2-\rho^2}{b^2+\rho^2}\right) J_0(k\rho) =$

$= b^2 \int_0^1 dz \left(\frac{1-z^2}{1+z^2}\right) J_0(kbz) z = b^2 I(kb)$

$$\int_S ds \int_{S+L} ds' \frac{\beta_r(r)\beta_s(r')}{|r-r'|} = 2\pi M_s^2 sRb^2 \int_0^\infty dk\, I(kb) \int_S^L dz' e^{-k(L-z')} \times$$

$$\times \int_0^{2\pi} d\varphi' \frac{\sin\varphi'}{\sqrt{R^2+s^2+2Rs\cos\varphi'}} J_0\left(k\sqrt{R^2+2sR\cos\varphi'+s^2}\right) =$$

$$= 2\pi M_s^2 sRb^2 \int_0^\infty \frac{dk}{k}(1-e^{-kL}) I(kb) \int_0^{2\pi} d\varphi' \frac{\sin\varphi'}{\sqrt{(\cdot)}} J_0(k\sqrt{\cdot})$$

$\varphi' = \pi+\varphi$, $\cos\varphi' = \cos(\pi+\varphi) = -\cos\varphi$

$\frac{J_0\left(k\sqrt{R^2+s^2+2sR\cos\varphi'}\right)}{\sqrt{R^2+s^2+2sR\cos\varphi'}} = \left|\begin{array}{c}\text{8.532 Гр.-Р.}\\ \text{не подходит}\\ \nu=0\end{array}\right|$, тогда $J_0(k\sqrt{\cdot}) = \sum_\nu J_\nu(kR) J_\nu(ks) e^{i\nu(\varphi'-\pi)}$

$$\frac{1}{\sqrt{R^2+s^2+2sR\cos\varphi'}} = \frac{1}{R}\sum_{n=0}^\infty \left(\frac{s}{R}\right)^n P_n(-\cos\varphi')$$

$$\frac{J_0(k\sqrt{(\cdot)})}{\sqrt{(\cdot)}} = \frac{1}{R}\sum_{n=0}\left(\frac{s}{R}\right)^n P_n(-\cos\varphi') \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} J_\nu(kR) J_\nu(ks) e^{i\nu(\varphi'-\pi)} =$$

[Сделаем члены s^0 и s^1] $= \frac{1}{R} P_0(-\cos\varphi')\left[J_0(kR)J_0(ks) + J_1(kR)J_1(ks)e^{i(\varphi'-\pi)} + J_{-1}J_{-1}e^{-i(\varphi'-\pi)}\right] + \frac{1}{R}\frac{s}{R} P_1(-\cos\varphi') J_0(kR) J_0(ks) =$

$= \frac{1}{R}\left[J_0(kR)J_0(ks) + 2J_1(kR)J_1(ks)(-1)\cos\varphi'\right] - \frac{s}{R^2}\cos\varphi' J_0(kR) J_0(ks) =$

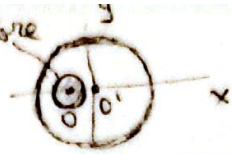
$= F_1(k) + F_2(k)\cos\varphi'$ и $\int_0^{2\pi} d\varphi' \sin\varphi'\left[F_1 + F_2\cos\varphi'\right] = 0$ все ок.

Как в лаб но s можно было и не разделять. $\int_0^{2\pi} d\varphi' \sin\varphi' F(\cos\varphi') = 0$,

т.е. перекрестные члены $\beta_r(r)\beta_s(r')$ не дают вклада в W_m

численно $W_m = \frac{1}{2}$

Zeeman energy – "rigid" vortex



Date.

$$W_H = -\int_{V_d} d^3r'\,\vec{M}(\vec{r}')\cdot\vec{H} = \left|\vec{H}\parallel oy\right| = -H\int_{V_d} d^3r' M_y(\vec{r}') = -H\int_{V_d} d^3r' M_s \frac{(x'+s)}{\sqrt{(x'+s)^2+y'^2}}$$

$$= -HM_s \int_0^L dz' \int_0^R d\rho'\rho' \int_0^{2\pi} d\varphi' (\cdot). \quad M_y(\vec{r}) = M_y(\vec{\rho}) = M_s f(\rho)\cos\varphi, \quad f(\rho) = \begin{cases} \frac{2R\rho}{(R^2+\rho^2)}, & \rho<R \\ 1, & \rho>R \end{cases}$$

$$\int_{S_d} dS\, M_y = \int_{core} dS M_y + \int_{true\ core} dS\, M_y$$

$$\int_{core} dS M_y = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R d\rho\rho\, M_s f(\rho)\cos\varphi = 0, \quad \int_{true\ core} dS M_y = \int_{S_d} dS M_y - \int_{core} dS M_y$$

и $\int_{core} dS\, M_y(f(\rho)=1) = \int d\varphi \int d\rho\rho M_s \cos\varphi = 0$, здесь M_y при $f(\rho)=1$

поэтому $\int_{S_d} dS M_y = \int_{S_d} dS\, M_y(\text{при } f(\rho)=1) = \int_0^R d\rho'\rho' \int_0^{2\pi} d\varphi' M_s \frac{(x'+s)}{\sqrt{\rho'^2+2\rho' s\cos\varphi'+s^2}} =$

$$= M_s \int_0^R d\rho'\rho' \int_0^{2\pi} d\varphi' \frac{(\rho'\cos\varphi'+s)}{\sqrt{\rho'^2+s^2+2\rho' s\cos\varphi'}} = M_s \int_{\rho<s}^R d\rho\rho \int_0^{2\pi} d\varphi\,(\rho\cos\varphi+s)\times$$

$$\times \frac{1}{\rho}\sum_{n=0}\left(\frac{s}{\rho}\right)^n P_n(-\cos\varphi) + M_s \int_0^s d\rho\rho \int d\varphi(\rho\cos\varphi+s)\frac{1}{s}\sum_{\nu=0}\left(\frac{\rho}{s}\right)^\nu P_\nu(-\cos\varphi)$$

$$\cos\varphi = P_1(\cos\varphi), \quad 1 = P_0(\cos\varphi), \quad \int_0^{2\pi} d\varphi(\dots). \quad P_n(-\cos\varphi) = (-1)^n P_n(\cos\varphi)$$

$$\int_0^{2\pi} d\varphi P_n(\cos\varphi) = \int_{-\pi}^{\pi} d\varphi P_n(\cos\varphi) = \left|\cos\varphi = x, \ -d\varphi\sin\varphi = dx\right| = ?$$

$$\int_0^{2\pi} d\varphi\cos\varphi P_n(\cos\varphi) = \frac{\pi}{2^{2m+1}}\binom{2m}{m}\binom{2(m+1)}{m+1}, \text{ если } n=2m+1, \text{ иначе } 0$$

$$\int_0^{2\pi} d\varphi P_{2m}(\cos\varphi) = 2\pi\left[\binom{2m}{m}2^{-2m}\right]^2, \quad \binom{p}{n} = \frac{p!}{n!(p-n)!}$$

(при $n=2m+1$, $=0$)

$$\int_0^{2\pi} d\varphi\cos\varphi F(\cos\varphi) = \left|\sin\varphi = x\right| = -\int_{-\pi}^{\pi} d(\sin\varphi) F(\cos\varphi) = -\int_0^0 dx\, F(\sqrt{1-x^2}) - ?$$

$$\frac{1}{M_s}\int_{S_d} dS M_y = \int_s^R d\rho \int_0^{2\pi} d\varphi(\rho\cos\varphi+s)\sum_{n=0}(-1)^n\left(\frac{s}{\rho}\right)^n P_n(\cos\varphi) + \int_0^s d\rho\int_0^{2\pi} d\varphi(\rho\cos\varphi+s)\sum_{\nu=0}\left(\frac{\rho}{s}\right)^\nu(-1)^{\nu+1}P_{\nu+1}$$

$$= \int_s^R d\rho\,\rho\,(-1)\frac{s}{\rho} \quad \text{– нельзя, ведь внешние по } n \text{ члены уже важны.}$$

$$J(s,\rho') = \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi'\cos\varphi'}{\sqrt{\rho'^2+s^2+2\rho' s\cos\varphi'}} = \left|\varphi' = \varphi+\pi\right| = -\int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\varphi\cos\varphi}{\sqrt{\rho^2+s^2-2\rho s\cos\varphi}} = -2\int_0^{\pi} d\varphi \frac{\cos\varphi}{\sqrt{\rho^2+s^2-2\rho s\cos\varphi}}$$

$$= -\frac{2}{\rho}\int_0^{\pi} d\varphi \frac{\cos\varphi}{\sqrt{1+\left(\frac{s}{\rho}\right)^2-2\left(\frac{s}{\rho}\right)\cos\varphi}} = -\frac{2}{\rho}\frac{2}{(s/\rho)}\left[K\left(\frac{s}{\rho}\right)-E\left(\frac{s}{\rho}\right)\right] \text{ при } s/\rho<1$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi\cos\varphi'}{\sqrt{\rho'^2+s^2+2\rho'\cos\varphi'}} = -\frac{2}{s}\int_0^{\pi} d\varphi \frac{\cos\varphi}{\sqrt{(\rho/s)^2+1-(\rho/s)\cos\varphi}} = -\frac{2}{s}\frac{2}{(\rho/s)}\left[K\left(\frac{\rho}{s}\right)-E\left(\frac{\rho}{s}\right)\right] \text{ при } \rho/s<1$$

Escaneado con CamScanner

Date.

$$J(s,\rho') = -4\begin{cases} \frac{1}{s}\left[K(\rho'/s) - E(\rho'/s)\right], & \rho' > s \\ \frac{1}{\rho'}\left[K(s/\rho') - E(s/\rho')\right], & \rho' < s \end{cases}$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi'}{\sqrt{\rho'^2 + s^2 + 2\rho' s\cos\varphi'}} = 2\int_0^{\pi} \frac{d\varphi'}{\sqrt{\rho'^2 + s^2 + 2\rho' s\cos\varphi'}} = 4\begin{cases} \frac{1}{\rho'} K(s/\rho'), & \rho' > s \\ \frac{1}{s} K(\rho'/s), & \rho' < s \end{cases}$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{(\rho'\cos\varphi' + s)}{\sqrt{\rho'^2 + s^2 + 2\rho' s\cos\varphi'}} = \rho' J(s,\rho') + s J_1(s,\rho') =$$

$$= -4\begin{cases} \rho'/s\,[K(s/\rho') - E(s/\rho')], & \rho' > s \\ K(\rho'/s) - E(\rho'/s), & \rho' < s \end{cases} + 4\begin{cases} s/\rho' K(s/\rho'), & \rho' > s \\ K(\rho'/s), & \rho' < s \end{cases} =$$

$$= 4\begin{cases} \left(\frac{s}{\rho'} - \frac{\rho'}{s}\right) K(s/\rho') + \frac{\rho'}{s} E(s/\rho'), & \rho' > s \\ E(\rho'/s), & \rho' < s \end{cases}$$

$$\frac{1}{S_d}\int_{S_d} dS M_y = \int_0^s d\rho\rho \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{(\rho\cos\varphi + s)}{\sqrt{\rho^2 + s^2 + 2s\rho\cos\varphi}} = \int_0^s d\rho\rho\, 4E\left(\frac{\rho}{s}\right) + \int_s^R d\rho\rho \times$$

$$\times 4\left[\left(\frac{s}{\rho} - \frac{\rho}{s}\right) K\left(\frac{s}{\rho}\right) + \frac{\rho}{s} E(s/\rho)\right] = \left|\begin{array}{l} \rho/s = x \\ d\rho = s\,dx \\ s/\rho = y,\ -s\frac{d\rho}{\rho^2} = dy,\ d\rho = -\frac{s}{y^2}dy,\ \rho = s/y \end{array}\right| = 4s^2\int_0^1 dx\, x E(x) +$$

~~$+4s^2\int_1^{R/s} dx\, x\left[\left(\frac{1}{x} - x\right)K(x) + xE\right]$~~

$$+ 4\int_1^{s/R} (-1)s\frac{dy}{y^2}\frac{s}{y}\left[\left(y - \frac{1}{y}\right)K(y) + \frac{1}{y}E(y)\right]$$

$$= 4s^2\int_0^1 dx\, x E(x) - 4s^2\int_1^{s/R} \frac{dy}{y^3}\left[\left(y - \frac{1}{y}\right)K(y) + \frac{1}{y}E(y)\right] =$$

$$= 4s^2\int_0^1 dx\, x E(x) + 4s^2\int_{s/R}^1 \frac{dy}{y^3}\left[\left(y - \frac{1}{y}\right)K(y) + \frac{1}{y}E(y)\right]$$

что делать со 2ым интегралом?

$$F(y) = \frac{1}{y^3}\left[\left(y - \frac{1}{y}\right)K(y) + \frac{1}{y}E(y)\right] = \frac{1}{y^4}\left[(y^2 - 1)K(y) + E(y)\right] =$$
при $y \to 0$

$$= \frac{1}{y^4}\left[y^2 K(y) - y^2 D(y)\right] = \frac{1}{y^2}\left[K(y) - D(y)\right] = \frac{1}{y^2}\frac{\pi}{2}\left[1 + \frac{1}{4}y^2 - \left(\frac{1}{2} + \frac{4}{3}\left(\frac{3}{8}\right)^2 y^2\right)\right]$$

не сокращ.

т.е. $F(y) = \frac{\pi}{4}\frac{1}{y^2}$ при $y \to 0$. Тем с $F(y)$ может оказаться главным при $s \to 0$.

Предположим $S \sim H$, тогда в W_H надо оставить только лин. по ξ члены.

$K\left(\frac{s}{\rho}\right) = \frac{\pi}{2}\left[1 + \frac{1}{4}\frac{s^2}{\rho^2} + \dots\right]$ – плохо из-за нижнего предела $\int_s^R d\rho\rho(\cdot)$

Попробуем грубо в лоб: $\frac{1}{M_S}\int_{S_d} dS M_y = \int_0^R d\rho\rho^2 \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi\cos\varphi}{\sqrt{\rho^2 + s^2 + 2s\rho\cos\varphi}} + s\int d\rho\rho\int \frac{d\varphi}{\sqrt{(\cdot)}}$

Escaneado con CamScanner

Date. . . .

$= \left| \text{первый инт.} = 0 \right| = S \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\rho} d\rho \, \frac{1}{\rho} = 2\pi R S$ — и всё.

Тогда $W_H = -HM_s L \cdot 2\pi R S$ и $\frac{1}{V_d} W_H = \frac{1}{\pi R^2 L} (-1) H M_s 2\pi R L S = -4M_s \frac{\pi}{2} \left(\frac{H}{M_s}\right)$

или $\left(\frac{1}{M_s^2 V_d} W_H = -2\left(\frac{H}{M_s}\right) S\right)$, $H/M_s = h$.

$$W(S) = W_{ex}(S) + W_m(S) + W_H(S) = \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \left[2 - \ln\beta - \frac{1}{2} S^2\right] +$$

$$+ W_m^{vor}(S=0) + 2\pi F(\beta) S^2 - 2hS = W(S=0) - 2hS + S^2 \left[2\pi F(\beta) - \frac{1}{2}\left(\frac{R_0}{R}\right)^2\right]$$

$W(S) = W(0) - 2hS + aS^2$, $\frac{\partial W}{\partial S} = -2h + 2aS = 0$, $\left(S_0 = \frac{1}{a} h\right)$ → метастаб. см. 10/III

$a = 2\pi F(\beta) - \frac{1}{2}\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 > 0$ должно иначе разложение не работает и нужны след. члены по $S \ll L$.

$2a(\beta, R) = 4\pi F(\beta) - \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 = 4\pi F(\beta) - \beta^2 \left(\frac{R_0}{L}\right)^2$, для FeNi: $R_0 \approx 1{,}8$ nm

Т.е. $a(\beta, R) > 0$ для $\beta \ll 1$ и $L \sim R_0$ — типичных долл. $L \gtrsim R_0$

Теперь $\langle M_y \rangle = \frac{1}{M_s} \frac{1}{S_d} \int_{S_d} dS M_y = \frac{1}{S_d} 2\pi R S = 2\left(\frac{S}{R}\right) = 2S_0 = \frac{2}{a}\left(\frac{H}{M_s}\right)$,

т.е. $\frac{\langle M_y \rangle}{M_s}$ — начальный участок $M(H) \sim H$ линеен в согласии с эксп.

H/M_s

Кривая $a(\beta, R) = 0$ есть в ФММ'94 ур. Это граница сходимости метода

23/III было записано $W^{vortex}_{(без\ H)}(isol) = \frac{4\pi B^3}{LR^2}\left[g(0) - g\left(\frac{L}{B}\right)\right] + \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \left[2 - \ln\left(\frac{B}{R}\right)\right]$

Я использовал нормировку $\beta = L/R$, $x = B/R$.

Нормируем как в ФММ'94 усова $\xi = B/L$, найдем ур. для ξ.

$$W^{vor}(\xi) = \frac{4\pi L^3 \xi^3}{LR^2}\left[g(0) - g\left(\frac{1}{\xi}\right)\right] + \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \left[2 - \ln\left(\xi \frac{L}{R}\right)\right]$$

$$W^{vor}(\xi) = \frac{L^2}{R^2}\left\{4\pi\xi^3\left[g(0) - g\left(\frac{1}{\xi}\right)\right] + \left(\frac{R_0}{L}\right)^2 \left[2 - \ln\left(\xi \frac{L}{R}\right)\right]\right\}$$

$$\frac{1}{\beta^2} \frac{\partial W^{vor}(\xi)}{\partial \xi} = \left\{4\pi\xi^3\left[g(0) - g\left(\frac{1}{\xi}\right)\right]\right\}'_\xi - \left(\frac{R_0}{L}\right)^2 \frac{1}{\xi} = 0,$$

т.е. видно, что $\xi_0 = \frac{B}{L}$ зависит только от $\left(\frac{R_0}{L}\right)$.

$\left(\frac{B}{R}\right) = \frac{B}{L}\frac{L}{R} = \xi_0 \beta$, т.е. $\frac{(B/R)}{\beta} = \xi_0 = \text{const}$ при L — фиксированной,

а это не очень хорошо выл. для расчета от 27/III, где $\left(\frac{B}{R}\right)/\beta$ не есть константа, хотя 27/III решалось ур. $W^{sd}(\beta) = W^{vor}(\beta, \frac{B}{R}, \frac{R}{R_0})$ с минимизацией W^{vor} по $(B/R) = x$, т.е. $\left(\frac{B}{R}\right)$ тоже на кривой. кривой $R_c(\beta)$.

Escaneado con CamScanner

"Rigid" V. model

Vortex dot в слабом поле $\vec{H}$, $H/M_s \ll 1$

VIII.

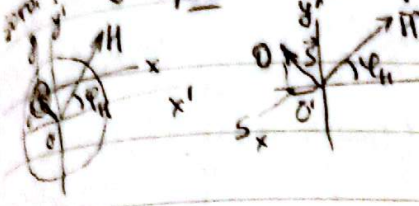
Итого 27/III Все же надо проверить, может предельный $\int_{\Sigma}$ ... недостаточно велики.

Определился статью APL'00 и письмо Editor'y. 8-9/IV

Для vortex"-дота в поле $\vec{H}=H(\cos\varphi_H, \sin\varphi_H)$ 9/IV

надо найти $\langle\vec{M}\rangle$" - дипольный и $Q_{\alpha\beta}$ - квадрупольный момент

6-7/VIII было расчитано направление поля $\vec{H}\parallel Oy$, т.е. $\varphi_H=\frac{\pi}{2}$.



Вектор смещения центра вихря $\vec{S}\perp\vec{H}$

$$\begin{cases} S_x = S\cos\varphi_S = S\cos(\varphi_H+\pi/2) = -S\sin\varphi_H \\ S_y = S\sin\varphi_S = S\cdot\sin(\varphi_H+\pi/2) = S\cos\varphi_H \end{cases}$$

На W_{ex} введение продувальной φ_H не повлияет. Но $S=|\vec{S}|$ теперь будет $\varphi_H\in[0,\pi/2]$ и вихрь" смещается влево от "пятна

$\left.\begin{matrix} y=y'+S_y \\ x=x'+S_x \end{matrix}\right\}$, вне ядра" вихря $\left.\begin{matrix} M_x=-M_s\frac{y}{\rho} \\ M_y=M_s\frac{x}{\rho} \end{matrix}\right\}$

$$\rho^2 = x^2+y^2 = (x'-S_x)^2+(y'-S_y)^2 = x'^2+y'^2+S_x^2+S_y^2-2S_xx'-2S_yy'$$

$$\rho^2 = \rho'^2+S^2-2\vec{S}\cdot\vec{\rho}' = \rho'^2+S^2-2S\rho'\cos(\varphi'-\varphi_S), \quad \varphi_S=\varphi_H+\pi/2$$

$$(\vec{M}\cdot\vec{n})_\delta = M_{x'}n_{x'}+M_{y'}n_{y'} = -M_s\frac{(y'-S_y)}{\rho}\cos\varphi'+M_s\frac{(x'-S_x)}{\rho}\sin\varphi' = \left|\begin{matrix} y'=\rho'\sin\varphi' \\ x'=\rho'\cos\varphi' \end{matrix}\right.$$

$$= \frac{M_s}{\rho}\left[S_y\cos\varphi'-S_x\sin\varphi'\right] = \frac{M_s}{\rho}S\sin(\varphi_S-\varphi')$$

$$W_m^\delta = \frac{1}{2}\int_{S_\delta}dS\int_{S_\delta}dS'\frac{\vartheta(r)\vartheta(r')}{|r-r'|} = \frac{1}{2}M_s^2S^2R^2\int_0^L dzdz'\int_0^{2\pi}d\varphi d\varphi'\frac{\sin(\varphi_S-\varphi)\sin(\varphi_S-\varphi')}{\rho(S,\varphi)\rho(S,\varphi')|r-r'|}$$

$\rho(S,\varphi') = \sqrt{\rho'^2+S^2-2S\rho'\cos(\varphi'-\varphi_S)}$, т.к. S^2 уже есть, то с точн. до членов $\sim S^2$ в W_m $\rho(S,\varphi)=\rho(S,\varphi')=\rho'=R$ ($\vec{r}\in S_\delta$, $\vec{r}'\in S_\delta$)

$$W_m^\delta = \frac{1}{2}M_s^2S^2\int dzdz'\int d\varphi d\varphi'\sin(\varphi_S-\varphi')\sin(\varphi_S-\varphi)\sum_\mu\int dk\, e^{-k|z-z'|}e^{i\mu(\varphi-\varphi')}J_\mu^2(kR)$$

$$\int_0^\pi d\varphi\, e^{i\mu\varphi}\sin(\varphi_S-\varphi) = \frac{1}{2i}\int_0^{2\pi}d\varphi\, e^{i\mu\varphi}\left[e^{i(\varphi_S-\varphi)}-e^{-i(\varphi_S-\varphi)}\right] =$$

$$= \frac{1}{2i}2\pi\left[e^{i\varphi_S}\delta_{\mu,1}-e^{-i\varphi_S}\delta_{\mu,-1}\right] = \frac{\pi}{i}\left[e^{i\varphi_S}\delta_{\mu,1}-e^{-i\varphi_S}\delta_{\mu,-1}\right]$$

$$I_x|^2 = \frac{\pi}{i}\left[e^{i\varphi_S}\delta_{\mu,1}-e^{-i\varphi_S}\delta_{\mu,-1}\right]\frac{\pi}{(-i)}\left[e^{-i\varphi_S}\delta_{\mu,1}-e^{i\varphi_S}\delta_{\mu,-1}\right] =$$

$$= \pi^2\left[\delta_{\mu,1}+\delta_{\mu,-1}\right]$$ — такой же член как и для $\vec{H}\parallel Oy$, $\varphi_S=0$

Поэтому $\frac{1}{V_d}W_m^\delta = 2\pi S^2F(\beta)$ - не изменяется при произв. φ_H.

Остается $W_H = -\int_{V_d}d^3x'\,\vec{M}(\vec{r}')\cdot\vec{H} = -L\int_{S_d}dS'\,\vec{M}(\vec{\rho}')\cdot\vec{H}$ (здесь $M(\vec{\rho}')$ вне „ядра" вих

Escaneado con CamScanner

Zeeman energy — "rigid" v. model

Date. . .

$\vec{M}(\vec{\rho}')\cdot\vec{H} = M_{x'}H_{x'} + M_{y'}H_{y'} = -\frac{(y'-s_y)}{\rho}M_s H\cos\varphi_H + \frac{(x'-s_x)}{\rho}M_s H\sin\varphi_H =$

$= \frac{1}{\rho(s,\varphi')} M_s H\left[-(\rho'\sin\varphi' - s\cos\varphi_H)\cos\varphi_H + (\rho'\cos\varphi' + s\sin\varphi_H)\sin\varphi_H\right] =$

$= \frac{\rho'}{\rho(s,\varphi')} M_s H\left[\rho'\sin(\varphi_H-\varphi') + s\right]$, это сократится при $\varphi_H = \pi/2$ к 1/IV

$W_H = -M_s H L \int_{(S)}^{R} d\rho'\rho' \int_0^{2\pi} d\varphi' \frac{[\rho'\sin(\varphi_H-\varphi') + s]}{\sqrt{\rho'^2+s^2-2s\rho'\cos(\varphi'-\varphi_s)}}$, $\varphi_s = \varphi_H + \pi/2$

$\sin(\varphi_H-\varphi') = -\cos(\varphi_s-\varphi')$

$\int_0^{2\pi} d\varphi' F(\cos(\varphi'-\varphi_s)) = |\varphi'-\varphi_s = \varphi| = \int_{-\varphi_s}^{2\pi-\varphi_s} d\varphi F(\cos\varphi) = \int_0^{2\pi} d\varphi F(\cos\varphi)$ и от φ_s не зависит.

$W(\vec{s}) = W_{ex}(s) + W_m(s) + W_H(s)$ — зависит лишь от $|\vec{s}|$ для изотр. тела

$W_{H(s)} = -M_s H L \int_0^R d\rho\rho \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{[s-\rho\cos\varphi]}{\sqrt{\rho^2+s^2-2s\rho\cos\varphi}}$ — верно ли я вычислил этот $\int d\rho\rho d\varphi$ чтобы 7/IV?

$\frac{1}{\sqrt{\rho^2+s^2-2s\rho\cos\varphi}} = \int_0^\infty dk\, J_0\left(k\sqrt{\rho^2+s^2-2s\rho\cos\varphi}\right) = \int dk \sum_\mu e^{i\mu\varphi} J_\mu(k\rho) J_\mu(ks)$

$(\rho'=s)(\varphi'=0)$

$\int_0^R d\rho\rho \int d\varphi \frac{1}{\sqrt{(\cdot)}} = \iint dk \sum_\mu e^{i\mu\varphi} J_\mu(ks) \int d\rho\rho J_\mu(k\rho) = 2\pi \int dk\, J_0(ks) \int_0^R d\rho\rho J_0(k\rho)$

$= 2\pi R \int_0^\infty dk\, J_0(ks)\frac{1}{k} J_1(kR) = J_1$

$\int_0^R d\rho\rho^2 \int_0^{2\pi} d\varphi\cos\varphi \frac{1}{\sqrt{(\cdot)}} = \int_0^R d\rho\rho^2 \int d\varphi\cos\varphi \sum_\mu e^{i\mu\varphi} \int dk\, J_\mu(k\rho) J_\mu(ks) =$

$= \left| \int_0^{2\pi} d\varphi\cos\varphi\, e^{i\mu\varphi} = \frac{1}{2}\int d\varphi (e^{i\varphi}+e^{-i\varphi})e^{i\mu\varphi} = \pi(\delta_{\mu,1}+\delta_{\mu,-1}) \right| =$

$= 2\pi \int_0^R d\rho\rho^2 \int_0^\infty dk\, J_1(k\rho)J_1(ks) = J_2$ не так просто взять.

$J_1 = (2\pi R)\int_0^\infty \frac{dk}{k} J_0(ks) J_1(kR) = (\cdot)\int_0^\infty \frac{dk}{k}[J_0(ks)-1]J_1(kR) +$

$+ \int \frac{dk}{k} J_1(kR)(\cdot) \underset{(6.533)}{=} (\cdot)\frac{(-s^2)}{4R} + (\cdot)\int_0^\infty \frac{dk}{k} J_1(kR) =$

$= 2\pi R\left[-\frac{s^2}{4R^2} + 2^{-1}\frac{\Gamma(1/2)}{\Gamma(3/2)}\right] = 2\pi R\left[\frac{1}{2}\frac{\Gamma(1/2)}{\frac{1}{2}\Gamma(1/2)} - \frac{s^2}{4R^2}\right] = 2\pi R\left[1 - \frac{s^2}{4R^2}\right]$

Этот член в 7/IV нашел фр

$W_H(s) = -M_s H L\left[s J_1 - \underset{kR}{J_2}\right]$

$\int_0^R d\rho\rho^2 J_1(k\rho) = |k\rho = x| = +\frac{1}{k^3}\int_0^{} dx\, x^2 J_1(x) = \left|\begin{matrix} dv = dJ_0(x) & J_1(x) = -\frac{dJ_0(x)}{dx} \\ u = x^2 & dx J_1(x) = dv = -dJ_0 \\ v = -J_0(x) & \end{matrix}\right| =$

Берется через J_2

Escaneado con CamScanner

...ote.

$$\frac{1}{k^3}\left[x^2(-1)J_0(x) + 2\int J_0(x)\,x\,dx\right]_0^{kR} = \frac{1}{k^3}\left[-x^2 J_0(x) + 2x J_1(x)\right]_0^{kR} =$$

$$= \frac{1}{k^3}\left[-k^2R^2 J_0(kR) + 2kR J_1(kR)\right] = -\frac{R^2}{k} J_0(kR) + \frac{2R}{k^2} J_1(kR)$$

$$J_2(s) = 2\pi \int_0^R d\rho\,\rho^2 \int_0^\infty dk\, J_1(k\rho) J_1(ks) = 2\pi \int_0^\infty dk\, J_1(ks)\left[-\frac{R^2}{k} J_0(kR) + \frac{2R}{k^2} J_1(kR)\right] = -2\pi R^2 \int \frac{dk}{k} J_1(ks) J_0(kR) + 4\pi R \int dk\, \frac{J_1(ks) J_1(kR)}{k^2} =$$

$$= -2\pi R^2 \int_0^\infty \frac{dk}{k}\left[J_0(kR) - 1 + 1\right] J_1(ks) + 4\pi R\,\frac{(R+s)}{\pi}\left[E\left(\frac{2i\sqrt{Rs}}{R-s}\right) - K\left(\frac{2i\sqrt{Rs}}{R-s}\right)\right] =$$

$$(\cdot)\,\frac{(-s)}{4R}\left[\ln\left(\frac{s}{R}\right)^{-1} + 1\right] + (\cdot)\int \frac{dk}{k} J_1(ks) + 4R(R+s)\left[E(\cdot) - K(\cdot)\right]$$

$$J_2(s) = (-2\pi R^2)\,\frac{(-s)}{4R}\left[1 - 2\ln\frac{s}{R}\right] + (-2\pi R^2)\cdot 1 + 4R(R+s)\left[E(\cdot) - K(\cdot)\right] =$$

$$= (-2\pi R^2)\left[1 - \frac{s}{4R}\left(1 - 2\ln\frac{s}{R}\right)\right] + 4R(R+s)\left[E\left(\frac{2i\sqrt{Rs}}{R-s}\right) - K\left(\frac{2i\sqrt{Rs}}{R-s}\right)\right]$$

при $s\to 0$ $\quad E\left(\frac{2i\sqrt{Rs}}{R-s}\right) - K\left(\frac{2i\sqrt{Rs}}{R-s}\right) = \frac{\pi}{2}\left[1 - \frac{1}{4}(-1)\frac{4Rs}{(R-s)^2} - \frac{3}{64}\cdot\frac{16R^2s^2}{(R-s)^4} - \right.$

$$\left. - 1 - \frac{1}{4}(-1)\frac{4Rs}{(R-s)^2} - \frac{9}{64}\frac{16R^2s^2}{(R-s)^4} + O(s^4)\right] = \frac{\pi}{2}\left[\frac{2Rs}{(R-s)^2} + 3\frac{R^2s^2}{(R-s)^4} + O(s^4)\right]$$

$$= \frac{\pi}{2}\left[\frac{2Rs}{1-\frac{2s}{R}}\,\frac{1}{R^2} + 3s^2\frac{1}{R^2} + O(s^4)\right] = \frac{\pi}{2R^2}\left[2Rs\left(1+\frac{2s}{R}\right) + 3s^2 + O(s^3)\right] =$$

$$= \frac{\pi}{2R^2}\left[2Rs + 7s^2 + O(s^4)\right]$$

$$J_2(s) = (-2\pi R^2)\left[1 - \frac{s}{4R}\left(1 - 2\ln\frac{s}{R}\right)\right] + 4R(R+s)\frac{\pi}{R}\left[s + O(s^2)\right] =$$

$$= (-2\pi R^2)\left[1 - \frac{s}{4R}\left(1 - 2\ln\frac{s}{R}\right)\right] + 4\pi Rs, \quad \text{должно } J_2(s=0) = 0$$

$\int_0^\infty \frac{dk}{k} J_1(ks)$ и при $s\to 0$ инт. $\to 0$.

$$J_2(s) = 4\pi Rs + \frac{\pi}{2}Rs\left(1 - 2\ln\frac{s}{R}\right) - 2\pi R^2 \int_0^\infty \frac{dk}{k} J_1(ks) + O(s^2)$$

(т.е. многое зависит от $\int_0^\infty \frac{dk}{k} J_1(ks)$ при $s\to 0$.

В любом случае, какое бы ни было $\vec{s}$ - равновесное в $\vec{H}(\varphi_H)$, инт. зависит только от $|\vec{s}|$, H, а $\langle\vec{M}\rangle$, Q зависят от φ_H.

Поведение $W(s)$ по φ_H сильно при помещении доноров в решетку за счет обменного магнитного coupling.

$$J_1(ks) = s\sum \frac{1}{n!} J_{n+1}(k)\left[\frac{1-s^2}{2}k\right]^n, \quad \text{при } s\to 0$$

Дип. момент  в поле $\vec{H}$, $H/M_s \ll 1$

Date. 10 · 04 ·

$\int_0^\infty \frac{dk}{k} J_1(ks) \sim s$, но прямое вычисление дает $\int_0^\infty \frac{dk}{k} J_1(ks) = 1$?

$$\begin{cases} M_{x'}(\vec{\rho}') = -M_s \dfrac{(\rho' \sin\varphi' - s\cos\varphi_H)}{\sqrt{\rho'^2 + s^2 - 2\rho' s\cos(\varphi' - \varphi_s)}} \\ M_{y'}(\vec{\rho}') = M_s \dfrac{(\rho'\cos\varphi' + s\sin\varphi_H)}{\sqrt{\rho'^2 + s^2 - 2\rho' s\cos(\varphi' - \varphi_s)}} \end{cases}$$

компоненты $\vec{M}$ дока вне „core" в системе коорд. $x'y'$-O' с центром в центре дока. $\varphi_s = \varphi_H + \pi/2$.

$\langle \vec{M} \rangle_{S_d} = \frac{1}{S_d} \int_{S_d} dS\, \vec{M}(\rho')$, т.к. в силу азимут. симметрии „core" вклада в $\langle \vec{M} \rangle_{S_d}$ не дает

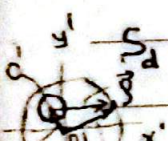
$$\begin{cases} M_{x'} = M_s s\cos\varphi_H \dfrac{1}{\sqrt{(\cdot)}} + (-M_s)\dfrac{\rho'\sin\varphi'}{\sqrt{(\cdot)}} \\ M_{y'} = M_s s\sin\varphi_H \dfrac{1}{\sqrt{(\cdot)}} + M_s \dfrac{\rho'\cos\varphi'}{\sqrt{(\cdot)}} \end{cases}$$

Эти вклады легко $\int_{S_d} dS(\cdot)$ (Они $\sim J_1$). Вклады $\sim J_2$ типа.

$$S_d \langle M_{x'} \rangle = M_s \underbrace{\int_0^R d\rho' \rho' \int_0^{2\pi} d\varphi'}_{S_d} \left[\frac{s\cos\varphi_H}{\sqrt{(\cdot)}} - \frac{\rho'\sin\varphi'}{\sqrt{\rho'^2 + s^2 - 2\rho' s\cos(\varphi' - \varphi_s)}} \right]$$

→ Можно проще. Провести $\int dS(\ldots)$ в системе координат xyz, с центром O - в центре вихря (как для $We \sim 6/\overline{We}$). Для проще. бок. поверхн. дока $\rho'^2 = x'^2 + y'^2 = R^2 \to (x+s_x)^2 + (y+s_y)^2 = R^2 \to |\vec{\rho}' = \vec{\rho} + \vec{s}| \to$

$\rho^2 + 2\rho s\cos(\varphi - \varphi_s) + s^2 = R^2$, $\rho_+(\varphi) = -s\cos(\varphi - \varphi_s) + \sqrt{s^2\cos^2(\varphi - \varphi_s) + R^2 - s^2}$



$$S_d \langle M_y \rangle_{S_d} = +M_s \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\rho_+(\varphi)} d\rho\rho \frac{x}{\rho} = +M_s \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\rho_+(\varphi)} d\rho\rho\cos\varphi = +\frac{1}{2} M_s \int_0^{2\pi} d\varphi \cos\varphi\, \rho_+^2(\varphi) =$$

точнее здесь „0", но $\int d\varphi \cos\varphi \cdot 0^2 = 0$ и это 0 вклада не дает

$$= +\frac{1}{2} M_s \int_0^{2\pi} d\varphi \cos\varphi \left[R^2 - 2Rs\cos(\varphi - \varphi_s) + O(s^2) \right] = -M_s R s \times$$

$$\times \int_0^{2\pi} d\varphi \left[\cos\varphi\cos\varphi_s + \sin\varphi\sin\varphi_s \right] \cos\varphi = -M_s R s \cos\varphi_s \cdot \pi = -\pi R s \cos\varphi_s M_s$$

$$S_d \langle M_x \rangle_{S_d} = -M_s \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\rho_+(\varphi)} d\rho\rho \frac{y}{\rho} = -\frac{1}{2} M_s \int_0^{2\pi} d\varphi \sin\varphi\, \rho_+^2(\varphi) = -\frac{1}{2} M_s \int_0^{2\pi} d\varphi \sin\varphi \times$$

$$\times \left[R^2 - 2Rs(\cos\varphi\cos\varphi_s + \sin\varphi\sin\varphi_s) + O(s^2) \right] = -\frac{1}{2} M_s (-2) Rs \sin\varphi_s \pi = \pi R s \sin\varphi_s M_s$$

$$\begin{cases} \langle M_x \rangle_{S_d} = \left(\frac{s}{R}\right) \sin\varphi_s M_s \\ \langle M_y \rangle_{S_d} = -\left(\frac{s}{R}\right) \cos\varphi_s M_s \end{cases}$$

← Тот же ответ, что и выше. Грубо $\frac{1}{S} \langle M_y \rangle = 2\left(\frac{s}{R}\right)$ для $\varphi_s = 0$, наглядней $\langle M_y \rangle$ отлич. множителем $\frac{1}{2}$.

Escaneado con CamScanner

Note. 11.04.

$$W_H = -\int_{V_d} d^3r\, \vec{M}(r)\vec{H} = -LH \int_{S_d} dS \left[M_x \cos\varphi_H + M_y \sin\varphi_H \right] =$$

$$= -V_d H \left[\cos\varphi_H \langle M_x \rangle_{S_d} + \sin\varphi_H \langle M_y \rangle_{S_d} \right] = -V_d H M_s \left[s \sin\varphi_s \cos\varphi_H + \cos\varphi_H \cdot s \cos\varphi_s (-1) \right] = -V_d H M_s s \left[\sin(\varphi_s - \varphi_H) \right] = -V_d H M_s s$$

$\varphi_s - \varphi_H = \pi/2$

$\frac{1}{V M_s^2} W_H = -hs$ и от φ_H конечно, не зависит. Отсюда $s_0 = \frac{1}{2a} h$, $h = \frac{H}{M_s}$, $s \in (\pm 1)$.

(в системе $\sigma = J/N$)

$$a = 2\pi F(\beta) - \frac{1}{2}\left(\frac{R_0}{R}\right)^2$$

Эл. момент "vortex" дома в поле $\vec{H} = H(\cos\varphi_H, \sin\varphi_H)$ → $\begin{cases} \langle M_x \rangle_{S_d} = M_s s \cos\varphi_H \\ \langle M_y \rangle_{S_d} = M_s s \sin\varphi_H \end{cases}$

Очевидно $\langle \vec{M} \rangle_{S_d} \parallel \vec{H}$, но $\perp \vec{s} = s(-\sin\varphi_H, \cos\varphi_H)$.

Для одного дома $\langle \vec{M} \rangle_{S_d} = M_s s_0 \frac{\vec{H}}{H} = \frac{1}{2a} \vec{H}$ - сингулярн. "vortex" ($\chi_{vor} = 1/2a$) 11/IV

Полная энергия одного дома $W^{vor}(s_0) = W^{vor}(0) - h s_0 + a s_0^2 =$

$$= W^{vor}(0) - h\frac{h}{2a} + a\frac{h^2}{(2a)^2} = W^{vor}(0) - \frac{h^2}{4a}, \quad h = H/M_s. \quad \chi = \frac{1}{2a}$$

Для hom. дома $W^{hom}(h) = W^h(0) - \frac{\vec{H}\cdot\vec{M}_s}{M_s^2} = W^h(0) - h$

Если при $H = 0$ "vortex" выгоднее hom. дома, то с ростом H hom. dot оказывается предпочтительней. $\Delta \equiv W^h(0) - W^v(0) > 0$

ФПТ в поле "vortex"↔hom.dot : $W^h(h) = W^v(h)$ даст оценку крит. поля

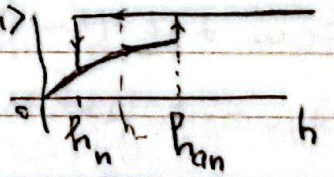
$$W^h(0) - h = W^v(0) - \frac{h^2}{4a}, \quad \frac{h^2}{4a} - h + \Delta = 0, \quad h_{1,2} = \frac{1}{2}\left[4a \pm \sqrt{(4a)^2 - 4\Delta\cdot 4}\right]$$

$$h_{1,2} = 2a \pm \sqrt{4a^2 - \Delta\cdot 4} \quad (*)$$

надо → $h_\pm = 2a\left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{\Delta}{a}}\right]$

Эта оценка для incl. "annihil." - vortex полей

имеет смысл лишь при $\frac{h_{1,2}}{2a} \ll 1$.



Эксп. значения Новосада для $R = 250$ нм, $L = 25$ нм

Инд. дома: $H_n = 120\,э \left(h_n = \frac{120}{800} = 0{,}15\right)$ и $H_{an} = 300\,э \left(h_{an} = \frac{300}{800} = 0{,}38\right)$.

$$2a = 2a(\beta, R) = 2a(0{,}1;\ 250\text{нм}) = 4\pi F(0{,}1) - \left(\frac{1{,}8\text{ нм}}{250\text{ нм}}\right)^2 = 0{,}768 - 5{,}2\cdot 10^{-3} = 0{,}763$$

$$W^h(0) = 2\pi F(\beta) = 2\pi F(0{,}1) = 0{,}384 \qquad (R_0/R)^2 = (18/250)^2 = 5{,}2\cdot 10^{-3}$$

$$W^v(0) = \frac{4\pi}{\beta} b^3 \left[g(0) - g\left(\frac{\beta}{b}\right)\right] + \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \left[2 - \ln b\right] = \left|{}^{\beta=0{,}1}_{\text{по } b \text{ миним.}}\right| = 0{,}027 \quad (\text{при } b = 0{,}062)$$

Реальное для $\beta = 0{,}1$, $R = 250$ нм) $\Delta = W^h(0) - W^v(0) = 0{,}384 - 0{,}027 = 0{,}357$

Т.е. получили $2a = 0{,}763$, а $\Delta = 0{,}357$, что дает $\begin{cases} h_+ = 1{,}32a \\ h_- = 0{,}207 \end{cases}$

Тогда h_+ - нереальна, а $h_- = 0{,}207$ как раз между эксп. полями incubation $h_n = 0{,}15$ и annihilation $h_{an} = 0{,}38$ эксп. Новосада.

Escaneado con CamScanner

Частота колебаний вортекса $Q_{d\beta}$ - vortex good

Date.

После равновесия shifted „vortex" и hom. dot (в H): $h = 2a - \sqrt{4a^2 - \Delta^4 a} =$

h_n - поле потери устойчивости hom. фазы, а h_{an} - потери устойчивости „vortex"

$0 < h_n < h_- < h_{an}$ SW vortex $= 2a\left[1 - \sqrt{1 - \frac{\Delta^4}{4}}\right]$

А если H - переменное с частотой ω?

$S = M_s H / \xi$ - коэф. жесткости „осциллятора", если $W(s) = \frac{1}{2}\xi s^2$ - потенц. энергия

Оценка частоты собств. колебаний „vortex" $\omega_0 = \sqrt{\xi / m_v} = \gamma\sqrt{\xi \beta}$ ~ размер мал. неоднородности

$\frac{S_0}{R} = \frac{1}{2a}\frac{H}{M_s}$, $S_0 = \frac{R}{2aM_s^2}(M_s H) \to \xi = \frac{2a}{R}M_s^2$ (в - толщина дом. стенки)

$\to \omega_0 = \gamma\sqrt{\frac{2a}{R}M_s^2\beta} = \gamma M_s\sqrt{2a\left(\frac{\beta}{R}\right)}$. $\frac{\omega_0}{2\pi} = \left(\frac{\gamma}{2\pi}\right)M_s\sqrt{2a\left(\frac{\beta}{R}\right)} = 3\frac{GHz}{koe}\, 0{,}8\, koe\sqrt{0{,}76 \cdot 0{,}05}$

$\approx 3 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}22\, GHz \approx 0{,}53\, GHz$

Т.е. для „vortex" диска из FeNi, L=25нм, R=250нм оценка $\left(\frac{\omega_0}{2\pi}\right) = 0{,}53\, GHz$ для собств. частоты в а.с. поле.

Для d.c. петли M(H): $M_H = \frac{1}{2a}H$, т.е. $\chi_0 = \frac{1}{2a} = \frac{1}{0{,}763} = 1{,}31$

У нового M(100э) = 0,2 M_s = 160 э, то собств. $\chi_0^{эксп} = \frac{160}{100} = 1{,}6$ (!)



$Q_{d\beta} = \int_{V_d} d^3\vec{r}\left[3M_d x_\beta + 3M_\beta x_d - 2\delta_{d\beta}(\vec{M}\cdot\vec{r})\right]$, $\vec{r}$ - сим. внутр. доменная координата

Есть ли $Q_{d\beta} \neq 0$ для „vortex" диска в слабом поле?

Для „vortex" $\vec{M}$ не зависит от z. $(\vec{M}\cdot\vec{r}) = \vec{M}\cdot\vec{\rho} + M_z z = -M_s\frac{y}{\rho}x + M_s\frac{x}{\rho}y = 0$ вне „core"

Внутри „core": $(\vec{M}\cdot\vec{r}) = -M_s f(\rho)\frac{y}{\rho}x + M_s f(\rho)\frac{x}{\rho}y + M_z z = 0$

Если $d = z$ и/или $\beta = z$, то $Q_{d\beta} = 0$ из-за $\int_{-h/2}^{h/2} dz\, z = 0$, но $Q_{zz} \neq 0$ возможно

$Q_{xx} = 3\int_{V_d} d^3\vec{r}\, M_x x = 6L\int_{S_d} dS\, M_x x = -6LM_s \int_0^{2\pi} d\varphi \int_\beta^{\rho_+(\varphi)} d\rho\, \rho \sin\varphi\, \rho\cos\varphi =$ (вне „core")

$= -6LM_s \int_0^{2\pi} d\varphi \sin\varphi\cos\varphi \int_\beta^{\rho_+(\varphi)} d\rho\, \rho^2 = -2LM_s \int d\varphi \sin\varphi\cos\varphi\left[\rho_+^3(\varphi) - \beta^3\right]$ $\Big|\ \rho_+(\varphi) = R - s\cos(\varphi - \varphi_s) + O(s^2)$

$= -2LM_s \int_0^{2\pi} d\varphi \sin\varphi\cos\varphi\left[R^3 - 3R^2 s\cos(\varphi - \varphi_s) + O(s^2)\right] = 0 + O(s^2)$ — вне „core" и внутри „core" при $f(\beta) \neq 1$ тоже

$Q_{yy} = 6\int d^3\vec{r}\, M_y y = 6LM_s \int_{S_d} d\beta\, \beta \int d\varphi \cos\varphi\, \beta\sin\varphi = 0$ (т.к. $Q_{yy} = -Q_{xx}$).

$Q_{xy} = Q_{yx} = 3\int_{V_d} d^3\vec{r}\left[M_x y + M_y x\right] = 3LM_s \int_0^{2\pi} d\varphi \int_\beta^{\rho_+(\varphi)} d\rho\, \rho\left[-s\sin^2\varphi + \rho\cos^2\varphi\right] =$

$= 3LM_s \int d\varphi \cos 2\varphi \int_\beta^{\rho_+(\varphi)} d\rho\, \rho^2 = LM_s \int d\varphi \cos 2\varphi\left[\rho_+^3(\varphi) - \beta^3\right] = LM_s \int d\varphi\cos 2\varphi\left[R^3 - 3R^2\cos\varphi + \ldots\right]$

Внутри „core" $Q_{xy} = 3LM_s \int d\varphi\cos 2\varphi \int_0^\beta d\rho\, \rho^2 f(\beta) = 3LM_s \int_0^{2\pi} d\varphi\cos 2\varphi\left[F(\beta) - F(0)\right] = 0$ (!)

Escaneado con CamScanner

Расчет намагниченности. Энергия решетки shifted „vortex"-доты в $\vec{H}$

ote. 13.04.

...симметрии $\vec{H}$ „vortex" имеет $Q_{d\beta} = 0 + O(s^2)$, т.е. взаимо-...вие vortex-доов в решетке в первом приближении по s ...ивается $\langle \vec{M} \rangle_{V_d} = M_s S (\cos\varphi_H, \sin\varphi_H) \sim S$.

...-дип. взаимодействие „vortex"-доов $\sim \langle \vec{M} \rangle_{V_d}^2 \sim S^2$, ...ак квадруп.-квадруп. $\sim Q_{d\beta} Q'_{d\beta} \sim S^2 \cdot S^2 \sim S^4$ очень мало при $S \ll 1$. ...-квадруп. взаимодействие в квадрат. решетке $\sim S^3$, но $=0$ ...ду симметрии решетки.

Это справедливое приближение

Эф. диполей, $q_m \sim \langle M \rangle_{V_d}$ Усредняя по решетке доов.

...и объединении „vortex"-доов в решетку от направлений $\vec{M}_n$ (n-№ ...зла) ...е зависеть W_H и часть W_m, возникающая из-за m. interdot coupling.

Библ. день и день писем.

12/IV

13/IV

...ведем W^V - энергию решетки shifted-„vortex" доов в ...м. поле $\vec{H} = H(\cos\varphi_H, \sin\varphi_H)$ с учетом magnetostatic interdot coupling. ...ля F-фазы моментов доов $\langle \vec{M}_n \rangle_{V_d}$ от φ_H не будет зависеть. ...ля плотности W^V на ед. объема доа ожидается $W^V(\vec{H}) = W^V(0) - \frac{1}{2}\chi_{int} H^2$. ...ля одномер. доа было $W^V_{isol}(\vec{H}) = W^V_{isol}(0) - \frac{1}{2}\chi_{is} H^2$, где $\chi_{is} = \frac{1}{2a}$ (нормировка W на M_s^2) как следует из расчета 11/IV. $W^V_{isol}(0) = W^V(0)$, т.к. при $H=0$ $\langle \vec{M} \rangle_{V_d} = 0$ и interdot coupling практически не играет. ...ля F-фазы Coupled-dots ожидается $H \to H + \lambda \langle M \rangle_{V_d}$, где $\lambda = \lambda(R, L, d)$ - коэффициент взаимодействия доов (аналог MFA).

⇒ Магнитостат. энергия решетки доов (на ед. объема площади пленки):

$$W_m = 2\pi \sum_{\vec{k}} \frac{f(kL)}{k^2} \left| (\vec{k} \cdot \vec{M}_k) \right|^2 + 2\pi \sum_{\vec{k}} \left[1 - f(kL) \right] \left| M_k^z \right|^2$$

...ля модели „жесткого" доа M^z и $M^z_{\vec{k}}$ не будут зависеть от H (?) ...жно предположить, что M^z_n находятся в „checkerboard"-state как 22/III. ...ри $H \neq 0$ $(\vec{k} \cdot \vec{M}_k) \neq 0$ уже, в отличие от 22/III.

...ем: $M^x_{\vec{k}} = \int_{S_{эл.яч.}} d^2\vec{\rho}\, M_x(\vec{\rho}) e^{i\vec{k}\vec{\rho}}$. Для F-фазы (один доа на элемент. $S_{эл.яч.} = T^2$):

$$M^x_{\vec{k}} = \frac{1}{T^2} \int_{(V)S_d} d^2\vec{\rho}\, M_x(\vec{\rho}) e^{i\vec{k}\vec{\rho}} \quad \text{и} \quad M^y_k = \frac{1}{T^2} \int_{S_d} d^2\vec{\rho}\, M^y(\vec{\rho}) e^{i\vec{k}\vec{\rho}}$$

$$\text{т.к. } M_{\vec{k}} = k\left(M^x_k \cos\varphi_k + M^y_k \sin\varphi_k \right) = \frac{k}{T^2} \int_{S_d} d^2\vec{\rho}\, e^{i\vec{k}\vec{\rho}} \left\{ M_x(\rho)\cos\varphi_k + M_y(\rho)\sin\varphi_k \right\}$$

Escaneado con CamScanner

Date. . .

тогда интеграл $\int$ - нужно по подынтегр. φ-я сложнее

Видимо удобнее $\int ds$ в системе O' $(x'y'z')$ с центром коорд. в центре диска

$$\left(\frac{\vec{k}}{k}\cdot\vec{M}(\vec{\rho}')\right) = \cos\varphi_k M_{x'}(\rho') + \sin\varphi_k M_{y'}(\rho') = \cos\varphi_k \frac{(-M_s)}{\sqrt{(\cdot)}}\left[\rho'\sin\varphi' - s\cos\varphi_H\right] +$$

$$+ \sin\varphi_k \frac{M_s}{\sqrt{(\cdot)}}\left[\rho'\cos\varphi' + s\sin\varphi_H\right] = \frac{M_s}{\sqrt{\rho'^2+s^2-2\rho' s\cos(\varphi'-\varphi_s)}}\left[-\rho'\sin(\varphi'-\varphi_k) + s\cos(\varphi_k-\varphi_H)\right]$$

$$\int_{S_d} d^2\vec{\rho}' e^{i\vec{k}\vec{\rho}'}\left[M_{x'}\cos\varphi_k + M_{y'}\sin\varphi_k\right] = M_s\int_{S_d} d^2\vec{\rho}'\,\frac{e^{i\vec{k}\vec{\rho}'}}{\sqrt{(\cdot)}}\left[-\rho'\sin(\varphi'-\varphi_k) + s\cos(\varphi_k-\varphi_H)\right]$$

$$= M_s\int d^2\vec{\rho}' \sum_\mu i^\mu e^{i\mu(\varphi'-\varphi_k)} J_\mu(k\rho')\,\frac{\left[-\rho'\sin(\varphi'-\varphi_k) + s\cos(\varphi_k-\varphi_H)\right]}{\sqrt{\rho'^2+s^2-2\rho' s\cos(\varphi'-\varphi_s)}} =$$

$$= M_s\int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^{\rho(\varphi')} d\rho'\rho' \sum_\mu i^\mu e^{i\mu(\varphi'-\varphi_k)} J_\mu(k\rho') \int dk \sum_{\mu'} e^{i\mu'(\varphi'-\varphi_s)} J_{\mu'}(k\rho') J_{\mu'}(ks)\left[-\rho'\sin(\varphi'-\varphi_k) + s\cos(\varphi_k-\varphi_H)\right]$$

— громоздко. Попробуем в xyz - O системе координ. с центром в центре диска

$$\frac{1}{k}\left(\vec{k}\cdot\vec{M}(\rho)\right) = \cos\varphi_k M_x(\rho) + \sin\varphi_k M_y(\rho) = \cos\varphi_k(-M_s)f(\rho)\sin\varphi + \sin\varphi_k M_s f(\rho)\cos\varphi =$$

$$= M_s f(\rho)\sin(\varphi_k-\varphi)$$

$$M^x_{\vec{k}} = \frac{1}{T^2}\int_{S_d} d^2\vec{\rho}\, M_x(\vec{\rho})\, e^{i\vec{k}\vec{\rho}} = \frac{1}{T^2}\int_0^{2\pi} d\varphi \int_b^{\rho_+(\varphi)} d\rho\rho(-M_s) f(\rho)\sin\varphi\, e^{i\vec{k}\vec{\rho}} +$$



$$+ \frac{1}{T^2}\int_0^{2\pi} d\varphi \int_b^{\rho_+(\varphi)} d\rho\rho(-M_s)\sin\varphi\, e^{i\vec{k}\vec{\rho}} = \underbrace{\frac{(-M_s)}{T^2} A_k \sin\varphi_{\vec{k}}}_{(\text{не зависит от } b)} + \frac{(-M_s)}{T^2}\int_0^{2\pi} d\varphi \int_b^{\rho_+(\varphi)} d\rho\rho \sin\varphi\, e^{i\vec{k}\vec{\rho}}$$

$$M^x_{\vec{k}} = -\frac{M_s}{T^2}\left[A_k \sin\varphi_{\vec{k}} + B^x_{\vec{k}}\right]$$

$$M^y_{\vec{k}} = \frac{1}{T^2}\int_{S_d} d^2\vec{\rho}\, M_y(\vec{\rho}) e^{i\vec{k}\vec{\rho}} = \frac{M_s}{T^2}\int_0^{2\pi} d\varphi \int_b^{\rho_+(\varphi)} d\rho\rho\, f(\rho)\cos\varphi\, e^{i\vec{k}\vec{\rho}} + \frac{M_s}{T^2}\int_0^{2\pi} d\varphi \int_b^{\rho_+(\varphi)} d\rho\rho\cos\varphi\, e^{i\vec{k}\vec{\rho}}$$

$$M^y_{\vec{k}} = \frac{M_s}{T^2}\left[A_k\cos\varphi_{\vec{k}} + B^y_{\vec{k}}\right], \text{ поэтому } \left(\frac{\vec{k}}{k}\cdot\vec{M}_k\right) = \cos\varphi_{\vec{k}} M^x_{\vec{k}} + \sin\varphi_{\vec{k}} M^y_{\vec{k}} =$$

$$= \cos\varphi_{\vec{k}}\frac{(-M_s)}{T^2}\left[A_k\sin\varphi_{\vec{k}} + B^x_{\vec{k}}\right] + \sin\varphi_{\vec{k}}\frac{M_s}{T^2}\left[A_k\cos\varphi_{\vec{k}} + B^y_{\vec{k}}\right] = \frac{M_s}{T^2}\left[B^y_{\vec{k}}\sin\varphi_{\vec{k}} - B^x_{\vec{k}}\cos\varphi_{\vec{k}}\right]$$

т.е. core" of vertex (M^x, M^y core') не дает вклада в $\left(\frac{\vec{k}}{k}\cdot\vec{M}_k\right)$

Такое "ядро" vortex" будет если интегр. $\int d\rho$ не зависит от φ и можно $\int d\varphi$

$$B^{x,y}_k \sim \int d\varphi \int_b^{\rho_+(\varphi)} d\rho\rho \begin{pmatrix}\sin\varphi\\ \cos\varphi\end{pmatrix} e^{i\vec{k}\vec{\rho}} = \int d\varphi \int_0^{\rho_+(\varphi)} d\rho\rho(\cdot) - \int d\varphi \int_0^{b} d\rho\rho(\cdot) \quad \text{не дает вклада}$$

$$M^x_{\vec{k}} = -\frac{M_s}{T^2}\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\rho_+(\varphi)} d\rho\rho \sin\varphi\, e^{i\vec{k}\vec{\rho}} = -\frac{M_s}{T^2}\int d\varphi \int_0^{\rho_+(\varphi)} d\rho\rho \sin\varphi \sum_\mu i^\mu e^{i\mu(\varphi_k-\varphi)} J_\mu(k\rho)$$

$$= -\frac{M_s}{T^2}\sum_\mu e^{i\mu\varphi_k} i^\mu \int_0^{2\pi} d\varphi \sin\varphi\, e^{-i\mu\varphi} \int_0^{\rho_+(\varphi)} d\rho\rho\, J_\mu(k\rho)$$

→ Получили $\int_0^{\rho_+} d\rho\rho J_\mu(k\rho) = F_\mu(\rho)$, $F_\mu[\rho_+] - F_\mu(0) = F_\mu[R - s\cos(\varphi-\varphi_s) + O(s^2)] - F_\mu(0)$

$$= F_\mu(R) + \left(\frac{\partial F_\mu(x)}{\partial x}\right)_{x=R}\left(-s\cos(\varphi-\varphi_s)\right) - F_\mu(0) \quad \text{и т.к. } \frac{\partial F_\mu(x)}{\partial x} = x J_\mu(kx)$$

Escaneado con CamScanner

Итого.

$$\int_0^{s(\varphi)} d\rho\, \rho J_\mu(k\rho) = F_\mu(\rho_s) - F_\mu(0) = F_\mu(R) - F_\mu(0) + RJ_\mu(kR)\left[-s\cdot\cos(\varphi-\varphi_s)\right] + O(s^2)$$

$$M_k^x = -\frac{M_s}{T^2}\sum_\mu e^{i\mu\varphi_k} i^\mu \int_0^{2\pi} d\varphi \sin\varphi\, e^{-i\mu\varphi}\left[F_\mu(R) - F_\mu(0) - sRJ_\mu(kR)\cos(\varphi-\varphi_s) + O(s^2)\right]$$

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \sin\varphi\, e^{-i\mu\varphi} = \frac{1}{2i}\int_0^{2\pi} d\varphi\,(e^{i\varphi} - e^{-i\varphi})e^{-i\mu\varphi} = \frac{2\pi}{2i}\left(\delta_{\mu,1} - \delta_{\mu,-1}\right) \Rightarrow \sum_\mu i^\mu e^{i\mu\varphi_k}\frac{\Delta F_\mu}{2\pi}\frac{2\pi}{2i}\left(\delta_{\mu,1}-\delta_{\mu,-1}\right)$$

$$= \frac{1}{2i}e^{i\varphi_k}\Delta F_1 - \frac{1}{2i}i^{-1}e^{-i\varphi_k}\Delta F_{\mu=-1} = \frac{\pi}{2}\left[e^{i\varphi_k}\Delta F_1 + e^{-i\varphi_k}\Delta F_{-1}\right] = \left|\text{если } \Delta F_{-1} = -\Delta F_1\right| =$$

$$= \pi\Delta F_1 \sin\varphi_k, \text{ т.е. } \Delta F_\mu \text{ - тоже не дает вклада в } (\vec{k}\cdot\vec{M}_k). \qquad \text{Вообще } J_{-\mu} = (-1)^\mu J_\mu$$

Далее s^2: $M_{\vec{k}}^x = \frac{M_s}{T^2}sR\sum_\mu i^\mu e^{i\mu\varphi_k}\int_0^{2\pi} d\varphi \sin\varphi\, e^{-i\mu\varphi} J_\mu(kR)\cos(\varphi-\varphi_s)$

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \sin\varphi\cos(\varphi-\varphi_s)e^{-i\mu\varphi} = \int_0^{2\pi} d\varphi\, \sin\varphi\left[\cos\varphi\cos\varphi_s + \sin\varphi\sin\varphi_s\right]\left[\cos\mu\varphi + i\sin\mu\varphi\right] =$$

$$= \int_0^{2\pi} d\varphi\left[\frac{1}{2}\sin 2\varphi\cos\varphi_s + \frac{1}{2}(1-\cos 2\varphi)\sin\varphi_s\right]\left[\cos\mu\varphi + i\sin\mu\varphi\right] =$$

$$= -\frac{1}{2}\cos\varphi_s\,\pi\left(\delta_{\mu,2} - \delta_{\mu,-2}\right) + \frac{1}{2}\sin\varphi_s\,\delta_{\mu 0}\cdot 2\pi - \frac{1}{2}\sin\varphi_s\,\pi\left(\delta_{\mu 2} + \delta_{\mu,-2}\right)$$

$$M_k^x = M_s\frac{sR}{T^2}\sum_\mu i^\mu e^{i\mu\varphi_k} J_\mu(kR)\frac{\pi}{2}\left[-i\cos\varphi_s\left(\delta_{\mu 2} - \delta_{\mu,-2}\right) - \sin\varphi_s\left(\delta_{\mu 2} + \delta_{\mu,-2}\right) + 2\sin\varphi_s\,\delta_{\mu 0}\right] =$$

$$= (\cdot)\frac{\pi}{2}\left[-\delta_{\mu 2}\, i e^{-i\varphi_s} + i\,\delta_{\mu,-2}e^{+i\varphi_s} + 2\sin\varphi_s\,\delta_{\mu 0}\right] =$$

$$= \frac{\pi}{2}M_s\frac{sR}{T^2}\left[-i^2 e^{i2\varphi_k}J_2(kR)\,i e^{-i\varphi_s} + i^{-2}e^{-i2\varphi_k}J_{-2}(kR)(+i)e^{+i\varphi_s} + J_0(kR)2\sin\varphi_s\right] =$$

$$= \pi M_s\frac{sR}{T^2}\left[J_0(kR)\sin\varphi_s + J_2(kR)\sin(2\varphi_k - \varphi_s)\right]$$

$$M_{\vec{k}}^y = \frac{M_s}{T^2}\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\rho_s(\varphi)} d\rho\,\rho\cos\varphi\, e^{i\vec{k}\vec{\rho}} = \frac{M_s}{T^2}\int d\varphi \int d\rho\,\rho\cos\varphi\sum_\mu i^\mu e^{i\mu(\varphi_k-\varphi)}J_\mu(k\rho) =$$

$$= \frac{M_s}{T^2}\sum_\mu i^\mu e^{i\mu\varphi_k}\int d\varphi\, e^{-i\mu\varphi}\cos\varphi\int_0^{\rho_s(\varphi)} d\rho\,\rho J_\mu(k\rho) = \frac{M_s}{T^2}\sum_\mu(\cdot)\int d\varphi(\cdot)(-sR)J_\mu(kR)\cos(\varphi-\varphi_s) =$$

$$= -M_s\frac{sR}{T^2}\sum_\mu i^\mu e^{i\mu\varphi_k}\int_0^{2\pi} d\varphi\, e^{-i\mu\varphi}\cos\varphi\cos(\varphi-\varphi_s)J_\mu(kR)$$

$$\int_0^{2\pi} d\varphi\cos\varphi\cos(\varphi-\varphi_s)e^{-i\mu\varphi} = \frac{1}{4}\int d\varphi\left(e^{i\varphi}+e^{-i\varphi}\right)\left(e^{i(\varphi-\varphi_s)} + e^{-i(\varphi-\varphi_s)}\right)e^{-i\mu\varphi} =$$

$$= \frac{1}{4}\int d\varphi\left[e^{-i\varphi_s}e^{i2\varphi} + e^{i\varphi_s} + e^{-i\varphi_s} + e^{i\varphi_s}e^{-i2\varphi}\right]e^{-i\mu\varphi} = \frac{1}{4}2\pi\left[e^{-i\varphi_s}\delta_{\mu 2} + 2\cos\varphi_s\,\delta_{\mu 0} + e^{i\varphi_s}\delta_{\mu,-2}\right] \rightarrow$$

$$M_{\vec{k}}^y = \frac{M_s}{T^2}(-sR)\frac{\pi}{2}\sum_\mu i^\mu e^{i\mu\varphi_k}J_\mu(kR)\times\left[e^{i\varphi_s}\delta_{\mu 2} + e^{i\varphi_s}\delta_{\mu,-2} + 2\cos\varphi_s\,\delta_{\mu 0}\right] =$$

$$= -M_s\frac{sR}{T^2}\frac{\pi}{2}\left[i^2 e^{2i\varphi_k}J_2 e^{-i\varphi_s} + i^{-2}e^{-2i\varphi_k}J_{-2}e^{i\varphi_s} + J_0\cdot 2\cos\varphi_s\right] = -\pi M_s\frac{sR}{T^2}\left[J_0(kR)\cos\varphi_s - J_2(kR)\cos(2\varphi_k - \varphi_s)\right] = M_{\vec{k}}^y$$

Escaneado con CamScanner

Date. . .

$$\left(\vec{k}\cdot\vec{M}_{\vec{k}}\right) = \cos\varphi_{\vec{k}} M^x_{\vec{k}} + \sin\varphi_{\vec{k}} M^y_{\vec{k}} = \frac{\pi M_s R}{T^2}\left[J_0 \sin\varphi_s - J_2 \sin(2\varphi_{\vec{k}} - \varphi_s)\right]\cos\varphi_{\vec{k}} +$$

$$+ \frac{\pi M_s R}{T^2}(-1)\left[J_0 \cos\varphi_s - J_2\cos(2\varphi_k - \varphi_s)\right]\sin\varphi_{\vec{k}} = (\,)\left[J_0 \sin(\varphi_s - \varphi_{\vec{k}}) + \right.$$

$$\left. + J_2 \sin\{\varphi_k - (2\varphi_k - \varphi_s)\}\right] = \pi M_s \frac{SR}{T^2}\left[J_0(kR) + J_2(kR)\right]\sin(\varphi_s - \varphi_{\vec{k}})$$

$$\left|\left(\vec{k}\cdot\vec{M}_{\vec{k}}\right)\right|^2 = \left(\frac{\pi M_s R^2}{T^2}\right)^2 \left(\frac{S}{R}\right)^2 \left[J_0(kR) + J_2(kR)\right]^2 \sin^2(\varphi_{\vec{k}} - \varphi_s), \quad \varphi_s = \varphi_H + \frac{\pi}{2}$$

$\varphi_s - \varphi_k$

$\sin^2(\varphi_k - \varphi_s) = \cos^2(\varphi_k - \varphi_H)$

$$W^v_m(H) = 2\pi \sum_{\vec{k}} \frac{f(kL)}{k^2}\left|(\vec{L}\cdot\vec{M}_{\vec{k}})\right|^2 = \sum_{\vec{k}} F(k)\sin^2(\varphi_{\vec{k}} - \varphi_s),$$

— макс. за различна ориентация

shifted spectra

($\vec{M} \parallel$ равнина)

где $F(k) = 2\pi\left(\frac{\pi M_s R^2}{T^2}\right)^2\left(\frac{S}{R}\right)^2\left[J_0(kR) + J_2(kR)\right]^2 f(kL)$.

Общо взето решението W^v_m не зависи от φ_s (φ_H), т.е. ако ротираме нагоре-надолу, няма ротация. — Забавно

За сф. обема сам - нормировам така $F(k)\cdot\frac{T^2}{\pi R^2}$:

$$\frac{1}{V_0 M_s^2} W^v_m(H) = 2\pi^2\left(\frac{R}{T}\right)^2 S^2 \sum_{\vec{k}} f(kL)\left[J_0(kR) + J_2(kR)\right]^2 \sin^2\varphi_{\vec{k}} \quad (*)$$

Ако направим „граница" ($H \to \infty$) $\frac{W^v_m}{V_0 M_s^2} = 2\pi S^2 F(\beta) = 2\pi S^2 \int \frac{dt}{t} f(\beta t) J_1^2(t)$. ← резултат от ген. — ген. без анизотропия

Намираме граница $(*)$ при $T \to \infty$: $\sum_{\vec{k}}(\dots) \to \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \int d^2\vec{k}\,(\dots)$ т.к. $W^v_m \sim S^4$.

$$\frac{1}{V_0 M_s^2} W^v_m(T\to\infty) = 2\pi^2 \frac{R^2}{T^2} S^2 \frac{T^2}{4\pi^2} \int_0^\infty dk\,k \int_0^{2\pi} d\varphi_k\, f(kL)\left[J_0(kR) + J_2(kR)\right]^2 \sin^2\varphi_k =$$

$$= \frac{\pi}{2} R^2 S^2 \int_0^\infty dk\,k\left[J_0(kR) + J_2(kR)\right]^2 f(kL) = \frac{\pi}{2} S^2 \int dt\, t\left[J_0(t) + J_2(t)\right]^2 f(\beta t) =$$

$$= \left| J_0(x) + J_2(x) = J_0(x) + \frac{1}{x}J_1(x) - J_1'(x) = \frac{2}{x}J_1(x)\right| = 2\pi S^2 \int \frac{dt}{t} J_1^2(t) f(\beta t)$$

— Вярно.

$$\frac{1}{V_0 M_s^2} W^v_m = 8\pi^2 \frac{1}{T^2} S^2 \sum_{\vec{k}} f(kL)\frac{J_1^2(kR)}{k^2}\sin^2\varphi_{\vec{k}}$$

— начална — максимална, за различни shifted „нива"

Заради $\sum_{\vec{k}} F(k)\sin^2\varphi_{\vec{k}} = \frac{1}{2}\sum_{\vec{k}} F(k)$ дава нов. реш.

Доказ в F-равн. (разчитаме до S^2)

(и преобразуване в $\int$)

– Зад. ок. $\sim S^2$, т.к. $\langle M^{x,y}\rangle_{V_0} \sim S$.

$$W^v_m = 2\pi S^2 F(\beta, \varphi_R), \quad F(\beta,\varphi_R) = \frac{4\pi}{T^2}\sum_{\vec{k}} f(kL)\frac{J_1^2(kR)}{k^2}\sin^2\varphi_{\vec{k}} \xrightarrow[k\gg 1]{} F(\beta)$$

Ако F-зависи ном. дебел Бруно (APL'99) на сф. обема намираме:

$$W^{hom}_m = 2\pi \sum_{\vec{k}} f(kL)\frac{1}{k^2}\left|\vec{M}_{\vec{k}}\times\vec{k}\right|^2 = 2\pi\sum_{\vec{k}} f(kL)\frac{1}{k^2}\left[\frac{2\pi M_s}{T^2}\frac{R}{k}J_1(kR)\right]^2\cos^2(\varphi_k - \varphi_0) =$$

$$= 2\pi(2\pi)^2\frac{M_s^2 R^2}{T^4}\sum_{\vec{k}} f(kL)\frac{J_1^2(kR)}{k^2}\cos^2(\varphi_k - \varphi_0)$$ — от φ_0 не зависи

Escaneado con CamScanner

Memo 14.04.

$W_m^{hom}(F) = 8\pi^2 \frac{1}{T^2} \sum_{\vec{k}} f(kL) \frac{J_1^2(kR)}{k^2} \sin^2\varphi_k$ (или $\cos^2\varphi_k$, это жививал. диск кв. реш.)

$W_m^{\vee}$ дает их отличие множителем S^2.

$\langle \vec{M} \rangle_{S_d} = \vec{M}_S\, S \parallel \vec{H}$ согласно 10/IV. Т.е. полная in-plane

$\vec{M}_S \to \langle \vec{M} \rangle_{S_d} = M_S \cdot S(\cos\varphi_H, \sin\varphi_H) = \vec{M}_{ef}$, $|\langle \vec{M} \rangle_{S_d}| = M_S S$

$W_{ex}(S)$ и $W_H(S)$ при объединении shifted vortex" доков в решетку

$$W(S) = W(0) - RS + a'S^2, \quad S_0 = \frac{1}{2a'}h, \quad \langle \vec{M} \rangle_S = M_S S_0 \frac{\vec{H}}{H} = \frac{1}{2a'}\vec{H},$$

(по решетке)

т. $\chi_{int} = \frac{1}{2a'}$. Было $\chi_{isol} = \frac{1}{2a}$. $a'(\beta, R, d) = 2\pi F(\beta, \frac{d}{R}) - \frac{1}{2}\left(\frac{R_0}{R}\right)^2$

Ном. дол с $\vec{M}_{ef} = \langle \vec{M} \rangle_{S_d}$  плот. пов. з. $\sigma(\beta)$

немного отличается от  конечного диполя $\chi_{ов}$,

$q_m \sim \langle \vec{M} \rangle_{S_d}$ - верно.

→ решетка shifted vortex" доков эквивал. решетке hom. dots с $\vec{M}_{ef} = \langle \vec{M} \rangle_{S_d}$ (при $S \ll 1$ с точн. до S^2).

Для MFA: $H \to H + \lambda \langle M \rangle_{S_d}$ и $\chi_{int} = \frac{\chi_{is}}{1 - \chi_{is}\lambda}$, $\frac{1}{\chi_{int}} = \frac{1}{\chi_{is}} - \lambda$

$\lambda = \frac{1}{\chi_{is}} - \frac{1}{\chi_{int}} = 2a - 2a' = 2(a - a')$, $\chi_{int} > \chi_{isol}$

$\lambda(\beta, R, d) = \left[4\pi F(\beta) - \frac{1}{2}\left(\frac{R_0}{R}\right)^2\right] - \left[4\pi F(\beta, \frac{d}{R}) - \frac{1}{2}\left(\frac{R_0}{R}\right)^2\right] = 4\pi\left[F(\beta) - F(\beta, \frac{d}{R})\right]$

очевидно $\lambda \geq 0$.

$F(\beta, \frac{d}{R}) = \frac{4\pi}{T^2} \sum_{\vec{k}} f(kL) \frac{J_1^2(kR)}{k^2} \sin^2\varphi_k = \frac{1}{\pi} \sum_{n_1, n_2} f\left(\beta \frac{2\pi R}{T}(n_1^2 + n_2^2)^{1/2}\right) J_1^2\left(\frac{2\pi R}{T}(\cdot)^{1/2}\right) \frac{n_1^2}{(n_1^2 + n_2^2)^2}$

можно найти при $\beta = 0{,}1$ или $0{,}2$ как функцию (d/R). (because $n_1 \neq 0$ не решетка кв.) 14/IV

$$\sum_{n_1, n_2} F(n_1^2, n_2^2) = \frac{F(0,0)}{\pi/8} + 2\sum_{n_1=1} F(n_1^2, 0) + 2\sum_{n_2=1} F(0, n_2^2) + 4\sum_{n_1=1}\sum_{n_2=1} F(n_1^2, n_2^2)$$

$\gamma = \frac{2\pi R}{T} = \pi \frac{1}{1 + (d/2R)}$

$\lambda(\beta, \frac{d}{R})$, определ. χ в $H/M_S \ll 1$ от d/R, среднее Bands-Ideal...

	0	0,05	0,10	0,2	0,3	0,5	0,7	1,0	1,5	2,0	3,0
0,386											
0,701	0,314	0,268	0,208	0,170	0,121	0,091	0,063	0,039	0,028	0,018	
	0,596			0,337	0,240	0,181	0,125	0,076	0,052	0,030	

Escaneado con CamScanner

Plan Memo

Date. 16 .04

Должно выполн. $\lambda \chi_{is} < 1$ и $\lambda > 0$.

$\lambda \chi_{is} = (2a - 2a')\frac{1}{2a} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{a'}{a}\right) < 1$, что выполн. т.к. $a' < a$.

Вычисляем $-\lambda(\beta, \frac{d}{R}) \sim W_m^{int}(\beta, \frac{d}{R})$ эффективных hom. dots с $M_s = (M)$

$$\rightarrow \chi_{int} = \frac{1}{2a'} = \frac{1}{[4\pi F(\beta, \frac{d}{R}) - (R_0/R)^2]}, \quad \chi_{is} = \frac{1}{[4\pi F(\beta) - (R_0/R)^2]}$$

Сравнение χ_{int}, χ_{is} с эксп. Miramond '97 и Cowburn '99 для ансам. FeNi дотов дает плохое согласие с Miramond (Fig. 5), но хорошее согласие с Cowburn (Fig. 3 PRL '99). С Schneider '99 не сравн.

→ Что сделано нового по hom., inhom. dots and lattices с 01.01.2000:
(по 16.04.00)

16/IV

1) 13/I Записано общее выражение магнитостат. энергии решетки дотов

$$W_m = \frac{\pi}{L}\sum_{\vec{k}} \int dz\, dz'\, e^{-k|z-z'|} \lambda_k \left[\frac{1}{k^2}\left(\vec{k}\cdot\vec{M}_{\vec{k}}(z)\right)\left(\vec{k}\cdot M_{-\vec{k}}(z')\right) - M^z_{\vec{k}}(z) M^z_{-\vec{k}}(z')\right] +$$

$$+ \frac{2\pi}{L}\sum_{\vec{k}} \int dz \left| M^z_{\vec{k}}(z)\right|^2, \text{ если зависимости } M_\alpha(z) \text{ нет, то}$$

$$W_m = 2\pi \sum_{\vec{k}} \frac{f(kL)}{k^2}\left|\vec{k}\cdot\vec{M}_{\vec{k}}\right|^2 + 2\pi \sum_{\vec{k}} \left[1 - f(kL)\right]\left|M^z_{\vec{k}}\right|^2$$ – использована в Cr. APL '99, APL'a

2) 26/III – 6/IV/I – построен численно МФД $H_c(\varphi_H)$ для кв. реш. hom. dots

3) 2/II – Найден начальную $\chi(\varphi_H)$ решетки hom. dots – анизотропную

4) 4/II – Построен $H_c(\varphi_H = 0, \pi/2)$ – hom. dots от d/R
Построен K_u от d/R для гексагон. реш. hom. dots, но с Cowburn' 2000 эксп. сравнить не удалось из-за weak coupling у него

5) 5/II – Показано, что „flower" state в инт. поле имеет $\hat{Q} = 0$, так же как и hom. state

6) 15/III намагнич. энергия d.-d. поля изолированного
16/III Самая низкая в изолир. d.-d. поле

7) И. энергия coupled „vortex" дотов – 24 - 26/III
d.-d. поле индуцирует vortex дотам даже при $d/R \to 0$ -

8) $R_{cr}(L)$ для s.d. → v.d. перехода при $d/R \to 0$ – 27/III – strong

9) 30 - 31/III „Buckle" dot (центр вихря вне поля) · W_{ex}, W_m изолир. b.d.

10) Сильн. „vortex" поле и решетка сильн. v.d. при $H/M_s \ll 1$ – 6-14/IV

В ст. с условием

В ст. существ. по „inhom." dots

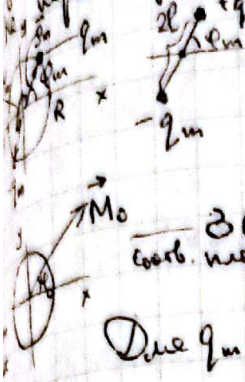
Memo

Обзор лит. Анализ field условий по конечным диполям, Звонков-Гущина. 17/IV

18. 04.

Конечные q_m - диполи

Усов и Гребенников проводят серии. 2D-решетки конечных диполей $2q_m l = \langle M \rangle V_d$ в реальном пространстве и k-пространстве через χ-методы. Интересовались ли они? Может в k-пространстве проще?



$2l$ — конечный диполь $2l$-длины имеет $\vec{M}_d(\vec{\rho}) \parallel \vec{e}$.

q_m - диполи более удобная модель, чем hom. dots с эффектив. (однородной) намагниченностью.

$\sigma(\vec{\rho}) = \vec{M}_0 \cdot \vec{n} = M_s(\cos\varphi_0, \sin\varphi_0)(\cos\varphi, \sin\varphi) = M_s \cos(\varphi - \varphi_0)$

(сосредоточ. поверх. заряда)

Для q_m - дота: $\sigma_m(\vec{\rho}) = q_m \delta(\vec{\rho} - \vec{\rho}_m) + (-q_m)\delta(\vec{\rho} + \vec{\rho}_m)$, $\vec{\rho}_m = (R, \varphi_m)$

Потенциал $\varphi_m(\vec{r}) = \int_{S_d, r' \in S_d} dS' \frac{\sigma_m(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$ — дота с поверхн. плотностью заряда только (q_m - дот и не hom. дот)

Энергия решетки доков $W_m = \frac{1}{2V}\int dS\, \varphi_m(\vec{r})\sigma_m(\vec{r}) = \frac{1}{2V}\int dS dS' \frac{\sigma_m(\vec{r})\sigma_m(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$,

где S, S' - две поверхности с $\sigma_m(\vec{r})$, $\sigma_m(\vec{r}')$, $r \in S$, $r' \in S'$, внутри объема плиты V.

Для in-plane magnetized dots S, S' — боковые поверхности доков ($dS = R\,dz\,d\varphi$)

$$\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = \frac{1}{2\pi}\int d^2\vec{k}\, \frac{1}{k} e^{i\vec{k}(\vec{\rho} - \vec{\rho}')} e^{-k|z - z'|}$$

и в дискр. виде

$$\frac{1}{|r - r'|} = \frac{4\pi}{V}\sum_{\vec{k}(\vec{k}, q)} \frac{1}{K^2} e^{i\vec{K}(\vec{r} - \vec{r}')} = \frac{4\pi}{V}\frac{L}{2\pi}\int dq \sum_{\vec{k}} \frac{1}{k^2 + q^2} e^{i\vec{k}(\vec{\rho} - \vec{\rho}')} e^{iq(z - z')} =$$

$$= \left| \int_{-\infty}^{\infty} dq \frac{e^{iq\xi}}{k^2 + q^2} = \frac{\pi}{k} e^{-k|\xi|} \right| = \frac{2L}{V}\sum_{\vec{k}} e^{i\vec{k}(\vec{\rho} - \vec{\rho}')} \frac{\pi}{k} e^{-k|z - z'|} = \frac{2\pi L}{V}\sum_{\vec{k}} \frac{e^{i\vec{k}(\vec{\rho} - \vec{\rho}')}}{k} e^{-k|z - z'|},$$

$$W_m = \frac{1}{2V}\int dS dS' \frac{\sigma_m(\vec{r})\sigma_m(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = \frac{1}{2V}\frac{2\pi L}{V}\int dS dS' \sigma_m(r)\sigma_m(r')\sum_{\vec{k}} \frac{1}{k} e^{i\vec{k}(\vec{\rho} - \vec{\rho}')} e^{-k|z - z'|} =$$

$$= \frac{\pi L}{V^2}\sum_{\vec{k}} \frac{1}{k} \int_{r \in S} dS\, \sigma_m(\vec{r}) e^{i\vec{k}\vec{\rho}} \int_{r' \in S'} dS' \sigma_m(\vec{r}') e^{-i\vec{k}\vec{\rho}'} \cdot e^{-k|z - z'|}$$

$\int d\varphi\, \sigma(\vec{\rho}, z) e^{i\vec{k}\vec{\rho}} = \int d\rho\rho \int d\varphi \frac{1}{\rho}\sum_n \delta(\rho - R - R_n)\sigma_m(\vec{\rho}) e^{i\vec{k}\vec{\rho}} = N \int d\varphi \sigma_m(\vec{\rho}) e^{i\vec{k}\vec{\rho}}$

$\delta(|\vec{\rho} - \vec{R}_n| - R)$ — частица

$|\vec{\rho} - \vec{R}_n| = R$

N — число доков (и спины для на ед.)

(не зависит от hom. dots) (от m? см. →)

$$W_m = \frac{\pi L}{V^2}\sum_{\vec{k}} \frac{1}{k}\left[R\int_0^L dz \int d\varphi\, \sigma_m(\vec{\rho}) e^{i\vec{k}\vec{\rho}}\right]\left[R\int dz' \int d\varphi' \sigma_m(\vec{\rho}') e^{i\vec{k}\vec{\rho}'}\right] e^{-k|z - z'|}$$

$\rho \in S$ $\quad \rho' \in S'$

$\int d\varphi\, \sigma(\vec{\rho}) e^{i\vec{k}\vec{\rho}} = N \int_{S_d = S_{ел.}} d\varphi\, \sigma(R, \varphi) e^{i\vec{k}\vec{\rho}} = N(2\pi)\sigma_{\vec{k}}$, $\sigma_{\vec{k}} = \int \frac{d\varphi}{2\pi} \sigma(R, \varphi) e^{i\vec{k}\vec{\rho}}$

$\sigma(\vec{\rho}) \sim \delta(\rho - R)$ $\quad \vec{\rho} = (R, \varphi)$

$$W_m = \frac{\pi L}{V^2}\sum_{\vec{k}} \frac{1}{k} R^2 \int dz dz' e^{-k|z - z'|} N^2 (2\pi)^2 |\sigma_{\vec{k}}|^2 = \frac{\pi L}{V^2} R^2 (2\pi)^2 N^2 \cdot 2L \sum_{\vec{k}} \frac{f(kL)}{k^2} |\sigma_{\vec{k}}|^2$$

Escaneado con CamScanner

Plan Memo

Date.

$$V = NV_{cr} = NS_{cr}L = NL\cdot T^2$$

$$W_m = \frac{\pi L^2}{N^2L^2T^4}(R^2)(2\pi)^2N^2 2\sum_k F(k) = \frac{(2\pi)^3R_d^2}{T^4}\sum_k \frac{f(kL)}{k^2}|B_k|^2$$

$$B_k = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\varphi\, B(R,\varphi)e^{ikR} = \frac{1}{2\pi}\int d\varphi\, B(\varphi)e^{ikR\cos(\varphi_k-\varphi)}$$

1) Если ком. дан. $B(\varphi) = M_s\cos(\varphi-\varphi_0)$, $B_k = M\int\frac{d\varphi}{2\pi}\cos(\varphi-\varphi_0)\sum_\mu i^\mu J_\mu(kR)e^{-i\mu(\varphi_k-\varphi)}$

$$= \left|\int_0^{2\pi} d\varphi\cos(\varphi-\varphi_0)e^{i\mu\varphi} = \frac{1}{2}\int d\varphi\left[e^{i(\varphi-\varphi_0)} + e^{-i(\varphi-\varphi_0)}\right]e^{i\mu\varphi} = \frac{1}{2}\left[2\pi e^{-i\varphi_0}\delta_{\mu,1} + 2\pi e^{i\varphi_0}\delta_{\mu,-1}\right]\right.$$

$$= M_s\frac{1}{2\pi}\left[\pi e^{-i\varphi_0}i^{-1}J_{-1}e^{i\varphi_k} + \pi e^{i\varphi_0}iJ_1e^{-i\varphi_k}\right] =$$

$$= M_s\frac{1}{2}\left[i^{-1}(-1)e^{i(\varphi_k-\varphi_0)} + ie^{-i(\varphi_k-\varphi_0)}\right]J_1(kR) = iM_sJ_1(kR)\cos(\varphi_k-\varphi_0)$$

$$W_m\left(\text{ком. дат}_{\text{lattice}}\right) = \frac{(2\pi)^3R^2}{T^4}\sum_k\frac{f(kL)}{k^2}M_s^2J_1^2(kR)\cos^2(\varphi_k-\varphi_0) = (2\pi)^3\left(\frac{R}{S}\right)^2M_s^2\sum_k\frac{f}{k^2}J_1^2\cos^2$$

— это совп. с APL'99 где $F(\varphi_0)$ — фазон (в APL'99 надо $S(k,\varphi_n) = \cos(\varphi_k-\varphi_0)$ неконкретно)

2) Если q_m - дают узла, то $B(\varphi)\Big|_{|\rho|=R_d} = B_0\delta(\varphi-\varphi_m) - B_0\delta(\varphi-\varphi_m-\pi)$

$R_d = l$ не забыть. $= R$

$$B_k = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\varphi\, B(\varphi)e^{ik\rho} = \frac{1}{2\pi}B_0\int_0^{2\pi} d\varphi\, e^{ikR_d\cos(\varphi-\varphi_k)}\left[\delta(\varphi-\varphi_m) - \delta(\varphi-\varphi_m-\pi)\right] =$$

$$= \frac{B_0}{2\pi}\left[e^{ikR_d\cos(\varphi_m-\varphi_k)} - e^{ikR_d\cos(\varphi_m+\pi-\varphi_k)}\right] = \frac{B_0}{2\pi}(2i)\sin\left[kR_d\cos(\varphi_m-\varphi_k)\right]$$

$$e^{ik\rho} = \sum_\mu i^\mu J_\mu e^{i\mu(\varphi-\varphi_k)},\quad \sin\left[k\rho\cos(\varphi-\varphi_k)\right] = \mathrm{Im}\left[\sum_\mu i^\mu J_\mu e^{i\mu(\varphi-\varphi_k)}\right] =$$

$$= 2\sum_{n=1} J_{2n-1}(k\rho)\cos\left[(2n-1)(\varphi-\varphi_k)\right](-1)^{n+1}$$

$$B_k = \frac{B_0}{2\pi}(2i)\cdot 2\sum_{n=1}(-1)^{n+1}J_{2n-1}(kR_d)\cos\left[(2n-1)(\varphi_m-\varphi_k)\right] =$$

$$= \frac{2}{\pi}iB_0\sum_{\mu>0\text{ неч.}}(-1)^{\frac{\mu-1}{2}}J_\mu(kR_d)\cos\mu(\varphi_m-\varphi_k),\quad B_{k=0} = 0$$

$$|B_k|^2 = \left(\frac{2}{\pi}\right)^2B_0^2\sum_{\mu,\mu'>0\text{ неч.}}(-1)^{\nu}(-1)^{\nu}J_\mu J_{\mu'}\cos\mu(\varphi_m-\varphi_k)\cos\mu'(\varphi_m-\varphi_k) =$$

$$= \left(\frac{2}{\pi}\right)^2B_0^2\sum_{\mu\mu'>0\text{ неч}}(-1)^{\frac{\mu+\mu'}{2}-1}J_\mu J_{\mu'}\frac{1}{2}\left[\cos(\mu-\mu')(\varphi_m-\varphi_k) + \cos(\mu+\mu')(\varphi_m-\varphi_k)\right]$$

$\mu-\mu' = 2n$

$$\sum_k F(k)\cos 2n(\varphi_m-\varphi_k) = \sum_k F(k)\left[\cos 2n\varphi_m\cos 2n\varphi_k + \sin 2n\varphi_m\sin 2n\varphi_k\right]$$

основа: замена $k\to -k$, т.е. $\varphi_k\to\pi+\varphi_k$, это значит, инвариантность

$$W_m = (2\pi)^3\frac{R_d^2}{T^4}\sum_k\frac{f(kL)}{k^2}\frac{1}{\pi^2}B_0^2\sin^2\left[kR_d\cos(\varphi_m-\varphi_k)\right]$$ — для q_m-долгих узлов.

$$W_m = 4\pi B_0^2\frac{R_d^2}{T^4}\sum_k\frac{f(kL)}{k^2}\left\{1-\cos\left[2kR_d\cos(\varphi_m-\varphi_k)\right]\right\}$$

это член дает? Зависимость от φ_m?

Escaneado con CamScanner

ion Memo

$$\cos(x\cos\varphi) = J_0(x) + 2\sum_{n=1} J_{2n}(x)\cos 2n\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right) =$$

$$= J_0(x) + 2\sum_{n=1}(-1)^n J_{2n}(x)\cos 2n\varphi$$

note.

$$= 4\pi\mathcal{B}_0^2\frac{R_d^2}{T^4}\sum_{\vec{k}}\frac{f(kL)}{k^2}\left[1 - J_0(2kR_d) - 2\sum_{n=1}(-1)^n J_{2n}(2kR_d)\cos 2n(\varphi_m - \varphi_{\vec{k}})\right]$$

Члены с $\sin 2n\varphi_k$ исчезают как нечетная отн. $k_x \to -k_x$ или $k_y \to k_y$ при $\sum_{\vec{k}}(\dots)$.

$\cos 2n\varphi_k = \cos n(2\varphi_k) = \cos 2\varphi_k \cdot F(\sin^2 2\varphi_k)$, $\cos 2\varphi_k \sim (n_1^2 - n_2^2)$ не дает вклада диаф. рем.

Поэтому остаются $\cos 2n\varphi_k$ лишь с n-чет.

$$W_m(\varphi_m) = 4\pi\mathcal{B}_0^2\frac{R_d^2}{T^4}\sum_{\vec{k}}\frac{f(kL)}{k^2}\left[1 - J_0(2kR_d) - 2\sum_{\ell=1} J_{4\ell}(2kR_d)\cos 4\ell\varphi_k \cos 4\ell\varphi_m\right]$$

$$= W_m(\text{isotrop}) + \sum_{\ell=1} K_{4\ell}\cos 4\ell\varphi_m$$ — вид как для d.d.-дага, есть анизотропия. Так что 21/III-расчет тоже не совсем и плох.

$$W_m(\text{isotrop}) = 4\pi\mathcal{B}_0^2\frac{R_d^2}{T^4}\sum_{\vec{k}}\frac{f(kL)}{k^2}\left[1 - J_0(2kR_d)\right]$$

$$K_{4\ell} = -8\pi\mathcal{B}_0^2\frac{R_d^2}{T^4}\sum_{\vec{k}}\frac{f(kL)}{k^2}J_{4\ell}(2kR_d)\cos 4\ell\varphi_{\vec{k}}$$ — модель тех. q_m-диполей приводит к анизотропии in-plane даже для F-фазы.

$$|\vec{\mu}|_{\text{диполя}} = 2q_m R_d$$

$$\mathcal{B}(\vec{\rho}) = q_m\delta(\vec{\rho}-\vec{\rho}_m) - q_m\delta(\vec{\rho}+\vec{\rho}_m) = \frac{q_m}{R_d}\delta(\rho-R_d)\delta(\varphi-\varphi_m) - \frac{q_m}{R_d}\delta(\rho-R_d)\delta(\varphi-\varphi_m-\pi)$$

т.е. для q_m-диполя $\mathcal{B}(\varphi) = \frac{q_m}{R_d}\delta(\varphi-\varphi_m) - \frac{q_m}{R_d}\delta(\varphi-\varphi_m-\pi)$, $\mathcal{B}_0 = \left(\frac{q_m}{R_d}\right)$

По смыслу дела $\vec{\mu}_d = \langle\vec{M}\rangle_{V_d} V_d = 2q_m R_d(\cos\varphi_m, \sin\varphi_m)$, откуда

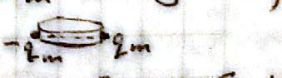
$\mathcal{B}_0 = \frac{1}{R_d}q_m = \frac{1}{R_d}\langle M\rangle_{V_d}\frac{V_d}{2R_d} = \frac{\pi}{2}L\langle M\rangle_{V_d}$. Лучше q_m определять на ед. высоты диска L.

Тогда $\mathcal{B}_0 = \frac{\pi}{2}\langle M\rangle_{V_d} = \frac{\pi}{2}\langle M\rangle_{S_d}$ — имеет обычную размерность $[M_S]$.

Или $\vec{\mu}_d = \langle\vec{M}\rangle_{S_d} S_d$.

$\mathcal{B}_0$ или $q_m \sim \langle M\rangle_{V_d}$ является дополнит. предположением, никакого отношения к q_m-расчету W_m не имеющим.

Нам. dots в F-фазе и квадр. рем. анизотропии W_m не дают, а конечные q_m-диполи — дают.



Я пересчитался: $\mathcal{B}(\vec{r}) = \mathcal{B}(\vec{\rho}, z)$ — зависит от z как $\delta(z)$ или $\delta(z-\frac{L}{2})$, ($R_d, \varphi_m, \varphi_m+\pi$, $L/2$)

где q_m-диполь это просто линия $\parallel xy$-плоскости и $\mathcal{B}(\vec{r}) \neq 0$ в двух точках

$\mathcal{B}(\vec{r}) = \mathcal{B}_m(\vec{\rho})\delta(z-\frac{L}{2})$ и $\int dz\,dz'\,e^{-k|z-z'|}\delta(z-\frac{L}{2})\delta(z'-\frac{L}{2}) = 1$

$$W_m^{(q_m)} = \frac{\pi L}{V^2}\sum_{\vec{k}}\frac{1}{k}\left[R_d\int dz\int d\varphi\,\mathcal{B}_m(\vec{\rho})e^{i\vec{k}\vec{\rho}}\delta(z-\tfrac{L}{2})\right]\left[R_d\int dz'\int d\varphi'\,\mathcal{B}_m(\vec{\rho}')e^{-i\vec{k}\vec{\rho}'}\delta(z'-\tfrac{L}{2})\right]e^{-k|z-z'|} =$$

Escaneado con CamScanner

19.64.

Plan Memo

Date.

$= \frac{\pi L}{V^2} \sum_{\vec{k}} \frac{1}{k} R_d^2 N^2 (2\pi)^2 |\beta_{\vec{k}}|^2 = \frac{\pi L R_d^2 N^2}{N^2 L^2 T^4} (2\pi)^2 \sum_{\vec{k}} \frac{1}{k} |\beta_{\vec{k}}|^2 = \frac{4\pi^3 R_d^2}{L T^4} \sum_{\vec{k}} \frac{|\beta_{\vec{k}}|^2}{k}$

т.е. в пред. расчете для q_m - фонов надо заменить $f(kL) \to k \cdot \frac{1}{2L}$, если опред. $\beta_{\vec{k}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi\, \beta_m(\vec{\rho}) e^{i\vec{k}\vec{\rho}}$ основать времени.

Теперь $W_m(\text{isotrop}) = 2\pi \beta_0^2 \frac{R_d^2}{LT^4} \sum_{\vec{k}} \frac{1}{k} \left[1 - J_0(2kR_d)\right]$

$K_{4\ell} = -4\pi \beta_0^2 \frac{R_d^2}{LT^4} \sum_{\vec{k}} \frac{1}{k} J_{4\ell}(2kR_d) \cos 4\ell\varphi_{\vec{k}}$ и, по времени

$W_m(\varphi_m) = W_m(\text{isotrop}) + \sum_{\ell=1} K_{4\ell} \cos 4\ell\varphi_m$

теперь проблемы со сходимостью. $\sum_{\vec{k}} \frac{1}{k}$ - расходится. Видимо Она сокр. какой сокр. энергии, которую надо вычесть.

$|\vec{\mu}| = 2q_m R_d$. Как перейти к пределу точечных диполей $R_d \to 0$, $q_m \to \infty$ так что $|\vec{\mu}| = \text{const}$

При $R_d \to 0$ должно быть $K_{4\ell} \to 0$, но $W_m(\text{isotrop})$ - конечна как $2/\text{III}$ при $\ell \to 0$.

$|\vec{\mu}| = q_m \cdot 2R_d = \beta_0 R_d \cdot 2R_d = 2\beta_0 R_d^2$ - конечно при $R_d \to 0$.

$\beta_0^2 R_d^2 = \left(\frac{\mu}{2R_d^2}\right)^2 R_d^2 = \frac{1}{4} \mu^2 \frac{1}{R_d^2}$ и $W_m(\text{isotrop}) = \frac{2\pi}{LT^4} \frac{\mu^2}{4R_d^2} \sum_{\vec{k}} \frac{1}{k} \left[1 - J_0(2kR_d)\right] =$

$= \frac{2\pi}{LT^4} \frac{\mu^2}{4R_d^2} \frac{1}{4} 2^2 R_d^2 \sum_{\vec{k}} \frac{1}{k} k^2 \to$ расходится

хотя $2/\text{III}$ было конеч. $\frac{1}{V} W_m(\text{isotrop}) = -\frac{1}{4} \frac{\mu^2}{V} \sum_{i,j} \frac{1}{r_{ij}^3} = -\frac{1}{4} \frac{\mu^2}{V_{\text{эл.}}} \sum_{n \neq 0} \frac{1}{r_n^3}$ для $\ell \to 0$ конечно

(для F-фазы)

$K_4(R_d \to 0) = -4\pi \beta_0^2 R_d^2 \frac{1}{LT^4} \sum_{\vec{k}} \frac{1}{k} J_4(2kR_d) \cos 4\ell\varphi_k = -4\pi \frac{\mu^2}{4R_d^2} \frac{1}{LT^4} \sum_{\vec{k}} \frac{1}{k} J_4(2kR_d) \cos 4\ell$

$= -\pi \frac{\mu^2}{R_d^2} \frac{1}{LT^4} \sum_{\vec{k}} \frac{\cos 4\varphi_k}{k} \frac{k^4 R_d^4}{4!} = O(R_d^2) \to 0.$

19/IV

→ Что-то неверно в расчете $W_m(\varphi_m)$ q_m-диполей $\vec{k}$-находим. В пластине в $W_m(\text{isotrop})$.

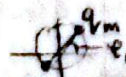
Зато разложение по $\xi = \frac{\ell}{T} \ll 1$ от $21/\text{III}$ для F-фазы выглядит правдоподобно

$W_m(\varphi_0) = -\frac{1}{4} \frac{\mu^2}{V_{\text{эл.}}} \sum_{n \neq 0} \frac{1 + O(\ell^2/T^2)}{r_n^3} + K_4^{\text{эф}} \cos 4\varphi_0$, $K_4^{\text{эф}} = -\frac{35}{64} \frac{\mu^2 \ell^2}{V_{\text{эл}}} \sum_{n \neq 0} \frac{\cos 4\varphi_{r_n}}{r_n^5}$, $\ell \sim T$

где $V_{\text{эл.}} = T^2 L$, $K_4^{\text{эф}} < 0$, $\mu = q_m \ell$.

$W_m(\varphi_m) = 4\pi \frac{\beta_0^2 R_d^2}{LT^4} \sum_{\vec{k}} \frac{\sin^2\left[kR_d \cos(\varphi_m - \varphi_{\vec{k}})\right]}{k}$ или $\sum_{\vec{k}} \frac{\sin^2(\vec{k}\vec{\rho}_m)}{k}$

где $\vec{\rho}_m = (R_d, \varphi_m)$. $\frac{1}{k}$ - для 2D решетки, $\sin^2(\vec{k}\vec{\rho}_m)$ из-за тождест. зарядов $\pm q_m$



$\beta(\vec{r}) \sim \delta(z - \frac{l}{2}) \delta(\rho - R_d) \left[\delta(\varphi - \varphi_m) - \delta(\varphi - \varphi_m - \pi)\right]$

Видимо, $\vec{k}$-сумму много сходится и не дает предела $R_d \to 0$ тождест. диполей

Escaneado con CamScanner

Mi Memo

Мультипольное разложение. Для q_m - диполей, обобщение 21/III

$$P_\ell\left[\cos(\varphi_m-\varphi_{R_n})\right]=P_\ell(\cos\varphi_m)P_\ell(\cos\varphi_{R_n})+\sum_{m=1}^{\infty}C_\ell^m P_\ell^m(\cos\varphi_m)P_\ell^m(\cos\varphi_{R_n}),$$

где $C_\ell^m=2\frac{\Gamma(\ell-m+1)}{\Gamma(\ell+m+1)}$ - коэф. разлож.

Dic. 20 '04



Решетка диполей - q_m Узлы (как модель "узлов" ядер в внеш. поле) эквивалентна двум квадрат. решеткам зарядов $+q_m$ и $-q_m$
R_n^+ - позиции $+q_m$, R_n^- - позиции $-q_m$ зарядов.
Очевидно $\vec{R}_n^+=\vec{R}_n^-+\vec{\Delta}$, $\mu=q_m\Delta$ - ди. момент.

$$W_m=\frac{1}{2}\sum_{n,n'}\frac{q_m^2}{|\vec{R}_n^+-\vec{R}_{n'}^+|}+\frac{1}{2}\sum_{n,n'}\frac{q_m^2}{|\vec{R}_n^--\vec{R}_{n'}^-|}-2\frac{1}{2}\sum_{n,n'}\frac{q_m^2}{|\vec{R}_n^+-\vec{R}_{n'}^-|}$$

$$\sum_{n,n'}\frac{1}{|\vec{R}_n^+-\vec{R}_{n'}^-|}=\sum_{n,n'}\frac{1}{|\vec{R}_n^+-\vec{R}_{n'}^+-\vec{\Delta}|}=N\sum_{n}\frac{1}{|\vec{R}_n-\vec{\Delta}|}$$ - сум. по кв. решетке

(число узлов реш.)

$$\frac{1}{|\vec{R}_n-\vec{\Delta}|}=\frac{1}{R_n}\sum_{\ell=0}\left(\frac{\Delta}{R_n}\right)^\ell P_\ell(\cos\chi)\Big|_{\chi=\hat{\Delta}\hat{R}_n}=\frac{1}{R_n}\sum_{\ell=0}\left(\frac{\Delta}{R_n}\right)^\ell P_\ell\left[\cos(\varphi_m-\varphi_{\vec{R}_n})\right]=$$

$$=\frac{1}{R_n}\sum_{\ell=0}\left(\frac{\Delta}{R_n}\right)^\ell\left[P_\ell(\cos\varphi_m)P_\ell(\cos\varphi_{\vec{R}_n})+\sum_{\mu=1}C_\ell^\mu P_\ell^\mu(\cos\varphi_m)P_\ell^\mu(\cos\varphi_{\vec{R}_n})\right]$$

Симметрия кв. решетки задает ℓ и μ - четные.
Ведь $\sum_n F(R_n)P_\ell^\mu(\cos(\varphi_{\vec{R}_n}))\neq 0$ только для чет. ℓ,μ в силу инвариантности $\vec{R}_n\to-\vec{R}_n$ ($\varphi_R\to\varphi_R+\pi$).

$$W_m(\varphi_m)=q_m^2N\sum_n\frac{1}{R_n}-2\frac{1}{2}q_m^2N\sum_n\frac{1}{R_n}\sum_{\ell=0}\left(\frac{\Delta}{R_n}\right)^\ell P_\ell\left[\cos(\varphi_m-\varphi_{\vec{R}_n})\right]=$$

$$=\sum_{\ell=2,\text{чет}}\sum_{n\neq0}\frac{(-q_m^2N)}{R_n}\left(\frac{\Delta}{R_n}\right)^\ell P_\ell\left[\cos(\varphi_m-\varphi_{\vec{R}_n})\right],\quad V=N\cdot V_{\text{яч.}}=NV_0$$

$$W_m(\varphi_m)=-\frac{q_m^2}{V_0}\sum_{\ell=2,4,\ldots}\sum_{n\neq0}\frac{\Delta^\ell}{R_n^{\ell+1}}P_\ell\left[\cos(\varphi_m-\varphi_{\vec{R}_n})\right]$$ - для F-функции $\vec{\mu}\parallel$.

Ближ. приближение (учет $\ell=2$ только), $P_{\ell=2}(x)=\frac{3}{2}x^2-1$

$$W_m(\varphi_m)=-\frac{q_m^2\Delta^2}{V_0}\sum_n\frac{1}{R_n^3}\left[\frac{3}{2}\cos^2(\varphi_m-\varphi_{\vec{R}_n})-\frac{1}{2}\right]=\frac{(-1)}{4}\frac{\mu^2}{V_0}\sum_n\frac{1}{R_n^3}-$$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos2\varphi$ $\quad\sum_n(\cdot)$ - с точн. до знака главн. члена разлож. 21/III

$$W_m(\varphi_m)=-\frac{\mu^2}{V_0}\sum_{\ell=2,4,\ldots}\sum_n\frac{\Delta^{\ell-2}}{R_n^{\ell+1}}P_\ell\left[\cos(\varphi_m-\varphi_{\vec{R}_n})\right]$$ - мультипольное разложение м. энергии решетки q_m - диполей.

$\vec{R}_n\to-\vec{R}_n$ дает четные ℓ, а квадратность решетки дает

$$\sum_n F(\cos^2\varphi_{R_n})=\sum_n F(\sin^2\varphi_{R_n})$$

Escaneado con CamScanner

Plan Memo

Касательная аппроксимация решения конечных φ_R-функций

Date: 23.04.

$P_\ell^\mu(\cos\varphi_R) = (\sin^\mu\varphi_R)\frac{d^\mu}{dx^\mu}P_\ell(x)$, $x=\cos\varphi_R$ — μ-раз.

$\sin^\mu\varphi_{R_n} \rightleftarrows \cos^\mu\varphi_{R_n}$ под знаком $\sum_n F(R_n)(\cdot)$ для кв. реш.

$$P_\ell[\cos\Phi] = \sum_{n=0,2,\dots}^{\ell} A_\ell^n \cos n\Phi, \quad \cos n\Phi = \cos n(\varphi_m - \varphi_R) = \cos n\varphi_m \cos n\varphi_R + \sin n\varphi_m \sin n\varphi_R$$

Члены с $\sin n\varphi_{R_n}$ → $\cos\varphi_{R_n}\times$[полная нер. степеней $\sin\varphi_{R_n}$], не дают вклада (2б-т) в/ф $\sum_{R_n}(\cdot)$.

$$W_m(\varphi_m) = -\frac{\mu^2}{V_0}\sum_{\ell=2,4,\dots}\sum_{\vec R_n}\frac{\Delta^{\ell-2}}{R_n^{\ell+1}}\sum_{m=0,2,\dots}^{\ell} A_\ell^m \cos m\varphi_m \cdot \cos m\varphi_{R_n} =$$

$$= -\frac{\mu^2}{V_0}\sum_{m,\ell}\sum_{R_n}\frac{\Delta^{\ell-2}}{R_n^{\ell+1}} A_\ell^m \cos(\varphi_{R_n}^m)\cos(m\varphi_m) = \sum_{\ell,m} K_\ell^m \cos(m\varphi_m)$$

$$K_\ell^m = -\frac{\mu^2}{V_0} A_\ell^m \sum_{\vec R_n}\frac{\cos(m\varphi_{R_n})}{R_n^{\ell+1}}\Delta^{\ell-2} = -\frac{\mu^2}{V_0}\Delta^{\ell-2} A_\ell^m \sum_{\vec R_n}\frac{\cos(m\varphi_{R_n})}{R_n^{\ell+1}}$$

Для K_4 важен лишь член с $\cos 4\varphi_m$.

$$W_m(\varphi_m) = \Big(-\frac{\mu^2}{V_0}\sum_{\ell=2,4,\dots}\Delta^{\ell-2} A_\ell^4 \sum_{R_n}\frac{\cos 4\varphi_{R_n}}{R_n^{\ell+1}}\Big)\cos 4\varphi_m + (\text{члены с } \cos m\varphi_{m\neq 4}) = K_4\cos 4\varphi_m + (\dots)$$

(K_ℓ^4)

$$K_4 = \sum_{\ell=2,4,\dots} K_\ell^4 = -\frac{\mu^2}{V_0}\sum_{\ell=2,4,\dots}\Delta^{\ell-2} A_\ell^4 F_\ell, \quad F_\ell = \sum_{\vec R_n\neq 0}\frac{\cos 4\varphi_{R_n}}{R_n^{\ell+1}}.$$

$A_\ell^4 \neq 0$ для $\ell \geq m = 4$, т.е. сумм. по ℓ начинается с $\ell=4$

$$A_4^4 = \frac{35}{64}, \quad A_6^4 = \frac{63}{256}, \quad A_8^4 = \frac{2772}{16384} \quad (\text{гр.-р. } -8.912).$$

$$\to K_4 = -\frac{\mu^2}{V_0}\sum_{\ell=4,6,8,\dots}\Delta^{\ell-2} A_\ell^4 F_\ell = -\frac{\mu^2}{V_0}\Delta^2\left[A_4^4 F_4 + \Delta^2 A_6^4 F_6 + \Delta^4 A_8^4 F_8 + \dots\right]$$

↑ (~~нет~~ до знака это $K_4^{\text{эф}}$ из 21/III)

$\cos m\varphi = \cos\frac{m}{2}(2\varphi) =$ {$\cos 2\varphi \times$[полином от $\sin^2 2\varphi$], если $m/2$ — чет.; [полином от $\sin^2 2\varphi$], если $m/2$ — нечет.}

$\frac{m}{2}$ — нечет. на общий вклад в/ф $\sum_{R_n}(\dots)$, т.к. $\cos 2\varphi \sim (n_1^2 - n_2^2)$, [полином $\sin^2 2\varphi$ сим. отн. n_1^2]

Т.е. $m/2$ — целое число и $W_m(\varphi_m) = K_4\cos 4\varphi_m + K_8\cos 8\varphi_m + \dots$

В fourfold anis. constant K_4 задаёт вклад (const) решёток. Сумма F_ℓ ($\ell = 4,6,\dots$)

Это всё на основе разложения $\frac{1}{|\vec R_n - \vec\Delta|} = \frac{1}{R_n}\sum_{\ell=0}\left(\frac{\Delta}{R_n}\right)^\ell P_\ell(\cos\hat{\vec\Delta}\hat{\vec R_n})$.

Но для 2D-векторов можно и $\frac{1}{|\vec\rho - \vec\rho'|} = \int_0^\infty dk\, J_0(k|\vec\rho - \vec\rho'|)$

Escaneado con CamScanner

$\frac{1}{V}W_m(\varphi_m) = \frac{q_m^2}{V_0}\sum_n\left[\frac{1}{R_n} - \frac{1}{|\vec{R}_n - \vec{\Delta}|}\right]$, где φ_m - угол $\vec{\Delta}$, $\varepsilon_\mu = \begin{cases}1, \mu=0\\ 2, \mu>0\end{cases}$

$$J_0(k|\vec{\rho}-\vec{\rho}'|) = \sum_{\mu=0}\varepsilon_\mu J_\mu(k\rho)J_\mu(k\rho')\cos\mu(\varphi-\varphi')$$

$$\frac{1}{|\vec{R}_n - \vec{\Delta}|} = \int_0^\infty dk \sum_{\mu=0} J_\mu(kR_n)J_\mu(k\Delta)\varepsilon_\mu\cos\mu(\varphi_m - \varphi_{\vec{R}_n})$$

$$W(\varphi_m) = Nq_m^2\sum_n\frac{1}{R_n} - Nq_m^2\sum_n\int_0^\infty dk\sum_{\mu=0}\varepsilon_\mu J_\mu(kR_n)J_\mu(k\Delta)\cos\mu(\varphi_m-\varphi_{R_n}) =$$

$$= Nq_m^2\sum_n\left[\frac{1}{R_n} - \int_0^\infty dk\, J_0(kR_n)J_0(k\Delta)\right] - 2Nq_m^2\sum_n\sum_{\mu=1}\int dk\, J_\mu(kR_n)J_\mu(k\Delta)\cos\mu(\varphi_m-\varphi_{R_n})$$

$$W_m(\varphi_m) = \frac{q_m^2}{V_0}\sum_n\left[\frac{1}{R_n} - \dots\right] - \frac{2q_m^2}{V_0}\sum_n\sum_{\mu=1}\int dk\, J_\mu(kR_n)J_\mu(k\Delta)\cos\mu(\varphi_m-\varphi_{R_n}) =$$

$$= \frac{q_m^2}{V_0}\sum_n[\dots] - \frac{2q_m^2}{V_0}\sum_{(\vec{R}_n)}\sum_{\mu=1}\int dk\, J_\mu(kR_n)J_\mu(k\Delta)\cos\mu\varphi_{R_n}\cdot\cos\mu\varphi_m =$$

$$= \frac{1}{V}W_m(\text{isotrop}) + \sum_{\mu=1}K_\mu\cos\mu\varphi_m, \quad \text{далее, что } \mu = 4\cdot m \text{ - в силу сим. решетки}$$

$$K_\mu = K_m = -\frac{2q_m^2}{V_0}\sum_{\vec{R}_n}\int_0^\infty dk\, J_\mu(kR_n)J_\mu(k\Delta)\cos\mu\varphi_{\vec{R}_n} = -\frac{2q_m^2}{V_0}\sum_{\vec{R}_n}I_\mu(R_n)\cos\mu\varphi_{\vec{R}_n}$$

$$I_\mu(R_n) = \int_0^\infty dk\, J_\mu(kR_n)J_\mu(k\Delta) = \frac{1}{R_n}\left(\frac{\Delta}{R_n}\right)^\mu P^{(\mu,0)}_{-1/2}\left(1-2\frac{\Delta^2}{R_n^2}\right), \quad \begin{matrix}\Delta<R_n\\ \mu>-1/2\end{matrix}$$

$$W_m(\varphi_m) = W_m(\text{isotrop}) + \sum_{\mu=4,8,\dots}K_\mu\cos\mu\varphi_m, \quad K_\mu = -\frac{2q_m^2}{V_0}\sum_{\vec{R}_n\neq 0}I_\mu(R_n)\cos\mu\varphi_{\vec{R}_n}$$

Здесь $P^{(\mu,0)}_{-1/2}$ - полином Якоби. В частности $I_0 = \int_0^\infty dk\, J_0(kR_n)J_0(k\Delta) = \frac{1}{R_n}P^{(0,0)}_{-1/2}(1-2\frac{\Delta^2}{R_n^2}) =$
$= \frac{1}{R_n}P_{-1/2}(1-2\frac{\Delta^2}{R_n^2})$

$P_{-1/2}(x) = \frac{2}{\pi}\int_0^\varphi\frac{du}{\sqrt{2(\cos u-\cos\varphi)}} = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty\frac{du}{\sqrt{2(x+\operatorname{ch}u)}} = 1+(4^{-1})\sin^2\frac{\varphi}{2}+\dots$ при $\varphi\to 0$.

$\cos\varphi = 1-2\frac{\Delta^2}{R_n^2} = 1-2\sin^2\frac{\varphi}{2}$, $\sin\frac{\varphi}{2} = \frac{\Delta}{R_n}$.

$$W_m(\text{isotrop}) = \frac{q_m^2}{V_0}\sum_n\left[\frac{1}{R_n} - I_0(R_n)\right] = \frac{q_m^2}{V_0}\sum_n\left[\frac{1}{R_n} - \frac{1}{R_n}\left(1+\frac{1}{4}\frac{\Delta^2}{R_n^2}\right)\right] = -\frac{\mu^2}{4V_0}\sum_n\frac{1}{R_n^3}$$ при $\frac{\Delta}{R_n}\to 0$ верно.

Другое представление $I_\mu(R_n) = \frac{1}{\pi\sqrt{R_n\Delta}}Q_{\mu-1/2}\left(\frac{R_n^2+\Delta^2}{2R_n\Delta}\right)$,

в частности $I_0(R_n) = \frac{\varkappa}{\pi\sqrt{R_n\Delta}}K(\varkappa)$, $\varkappa^2 = 4R_n\Delta/(R_n+\Delta)^2$. $Q_{-\frac{1}{2}+i\lambda}$, $P^{(x)}_{-\frac{1}{2}+i\lambda}$ - конич. функции.

$P_{\mu-1/2}(x)$ - ортогональная функция легко считается численно.

$Q_{\mu-\frac{1}{2}}(x)$ $(\mu=i\lambda, |x|<1) = Q_{-\frac{1}{2}+i\lambda}(x) = -i\operatorname{sh}\lambda\pi[\dots] + \int_0^\infty\frac{\cos\lambda u\,du}{\sqrt{2(\operatorname{ch}u-x)}} = \int_0^\infty\frac{\operatorname{ch}\lambda u\,du}{\sqrt{2(\operatorname{ch}u-x)}}$

$\operatorname{sh}i\pi = \operatorname{sh}(\frac{\mu\pi}{i}) \sim \sin\mu\pi = 0$

при $|x|>1$ $Q_{\mu-1/2}(x) = (-1)^\mu\int_0^\infty\frac{dt}{(\operatorname{ch}y+\operatorname{sh}y\operatorname{ch}t)^{\mu+1/2}}$, $\operatorname{ch}y = x$, $\mu\geq 0$.

Физически интересно $\mu = 4, +\dots 300$ fourfold axis. K_4.

Еще интерес. представление $I_\mu(R_n) = \int_0^\infty dk\, J_\mu(kR_n)J_\mu(k\Delta)$.

Escaneado con CamScanner

24/IV Резерв. банков, недз. и Workshop 25-26/IV KIAS Workshop (Seoul)
27/IV Домой в Киев.

Plan Memo

Fourfold anis. для реш. q_m-диполей → $K_4 = -\frac{2q_m^2}{V_0}\sum_{R_n\neq 0} I_4(R_n)\cos 4\varphi_{R_n}$, $I_4(R_n) = \frac{\Delta^4}{R_n^5} P^{(4,0)}_{-1/2}\left(1-2\frac{\Delta^2}{R_n^2}\right)$

Date.

↗ сходится быстро, т.к. $I_4(R_n) \sim 1/R_n^5$ для $R_n \gg \Delta$.

Но $K_4 \sim q_m^2 \sim \langle M\rangle_d^2 \sim s^2$ видно получится лишь при $H/M_s \ll 1$, т.к. при $\langle M\rangle_d \to M_s$ K_4 в ф.-фазе квадрат. решетки должно исчезать.
Или для $H \sim M_s$ зависимость q_m от $\langle M\rangle_d$ (или от H) будет другая.

28/IV $Q_{\mu-1/2}(ch x) = \frac{1}{\sqrt{2}}\int_0^\pi \frac{\cos\mu\theta\, d\theta}{\sqrt{ch x - \cos\theta}}$, $\frac{1}{\sqrt{ch x - \cos y}} = \frac{\sqrt{2}}{\pi}\sum_{\mu=0} Q_{\mu-1/2}(ch x)\cos(\mu y)$
ар. ≥ 1

Замена перемен. $z = ch x$, $th\frac{x}{2} = \sqrt{\frac{z+1}{z-1}}$, $\frac{1}{2}\ln\left(\frac{z+1}{z-1}\right) = \ln th\frac{x}{2} = 2\,\mathrm{arcth}(e^{-x})$
используемая для Q-функций Лежандра $Q_n(z)$

$z = \frac{R_n^2+\Delta^2}{2R_n\Delta} = ch x$, $th^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{z-1}{z+1} = \frac{ch x - 1}{ch x + 1} = \frac{(R^2+\Delta^2)-2R\Delta}{R^2+\Delta^2+2R\Delta} = \left(\frac{R-\Delta}{R+\Delta}\right)^2$

$Q_{\mu-1/2}(ch x) \Rightarrow$ разложить по $\left(\frac{\Delta}{R_n}\right)$. $\mu \geq 0$. Для K_μ $\mu = 4, 8, \ldots$

$Q_{\mu-1/2}(ch x) = \frac{\Gamma(\mu+1/2)}{\Gamma(\mu+1)}\sqrt{\pi}\, e^{-(\mu+1/2)x} F\left(\frac{1}{2}; \mu+\frac{1}{2}; \mu+1; e^{-2x}\right)$ ← гипергеом. ф.

$ch x = \frac{1}{2}\left(\frac{R_n}{\Delta} + \frac{\Delta}{R_n}\right)$, $e^{-x} = \frac{\Delta}{R_n}$. Если $\Delta \to 0$, $x \to \infty$.

$Q_{\mu-1/2}(ch x) \underset{\Delta\to 0}{=} \sqrt{\pi}\frac{\Gamma(\mu+1/2)}{\Gamma(\mu+1)}\left(\frac{\Delta}{R_n}\right)^{\mu+1/2}\left[1 + \frac{1}{2}\frac{(\mu+1/2)}{(\mu+1)}\left(\frac{\Delta}{R_n}\right)^2 + O\left(\left(\frac{\Delta}{R_n}\right)^4\right)\right]$

$I_\mu(R_n) = \frac{1}{\pi\sqrt{R_n\Delta}} Q_{\mu-1/2}\left(\frac{R_n^2+\Delta^2}{2R_n\Delta}\right) = \frac{1}{\pi\sqrt{R_n\Delta}}\sqrt{\pi}\frac{\Gamma(\mu+1/2)}{\Gamma(\mu+1)}\left(\frac{\Delta}{R_n}\right)^{\mu+1/2}\left[1 + \frac{1}{2}\frac{(\mu+1/2)}{(\mu+1)}\left(\frac{\Delta}{R_n}\right)^2 + \ldots\right]$

$= \frac{1}{\sqrt{\pi}}\frac{\Gamma(\mu+1/2)}{\Gamma(\mu+1)}\frac{1}{R_n}\left(\frac{\Delta}{R_n}\right)^\mu\left[1 + \frac{1}{2}\frac{(\mu+1/2)}{(\mu+1)}\left(\frac{\Delta}{R_n}\right)^2 + \ldots\right]$

Сравним это с $I_\mu(R_n) = \frac{1}{R_n}\left(\frac{\Delta}{R_n}\right)^\mu P^{(\mu,0)}_{-1/2}\left(1-2\frac{\Delta^2}{R_n^2}\right)$, $\mu = 0, 4, 8, \ldots$

Исходная аппроксимация ($\mu = 4, 8, \ldots$), $J_d^2 = q_m\Delta$. $K_\mu = -\frac{2J_d^2}{V_0}\frac{1}{\Delta^2}\sum_{R_n\neq 0} I_\mu(R_n)\cos\mu\varphi_{R_n}$

– решетки элементарных диполей с $J_d^2 = q_m\Delta$. – приближ. описание inhom. dots 6/V

Для предела больших междот. расстояний $R_n \gg \Delta$ получим:

$K_\mu = -\frac{2J_d^2}{V_0}\frac{1}{\sqrt{\pi}}\frac{\Gamma(\mu+1/2)}{\Gamma(\mu+1)}\Delta^{\mu-2}\sum_{R_n\neq 0}\frac{\cos\mu\varphi_{R_n}}{R_n^{\mu+1}}$

В частности K_4 ($\Gamma(4+1/2) = \frac{\sqrt{\pi}}{2^4}7!! = \frac{\sqrt{\pi}}{16}3\cdot5\cdot7$ и $\Gamma(5) = 2\cdot3\cdot4\cdot\frac{3}{2}$, $\frac{\Gamma(4+1/2)}{\Gamma(5)} = \frac{35\sqrt{\pi}}{64\cdot 2}$)

$K_4 = -\frac{35}{64}\frac{J^2}{V_0}\Delta^2\sum_{R_n\neq 0}\frac{\cos 4\varphi_{R_n}}{R_n^5}$, что совпадает с разложением от 23/IV.

Срав. с $K_4^{qq} = -\frac{35}{24}\frac{Q^2}{V_0}\sum_n \frac{\cos 4\varphi_{n,n}}{r_{n,n}^5}$ для d.-d. доков ($Q \sim J\Delta$)

Escaneado con CamScanner

„Buckle" dot в поле $H \neq 0$

(nucleation of vortex) – H_n

Memo

x/IX – 1/X Рисунката сякаш MMM'99 и их "второе". Посещение к 2/X 2г. сняте: В.Иванова на 2D "в тях"

Oct. 03. 05.

Връзка к „buckle" dots от 30-31/III.

Изследване Rakhil '2000 показва, че намагнитването идва, като отначало по схема „Vortex" → shifted „vortex" → double „vortex" ⟹ s.d., (или double „buckle") → „buckle"

при $H=0$ „buckle" dot $\forall \varphi_0$ винаги по-богат, от „vortex" dot. $\forall H \neq 0$ ($H \sim 100$ Э) „buckle" dot може да бъде по-богат от s.d и shifted „vortex" ($s<1$)

За да разгледа $W_z = W_H = -\langle \vec{M} \rangle_{V_d} \vec{H}$ трябва да намери $\langle \vec{M} \rangle_{V_d}$.

В сист. координати с център в центъра на вихъра $\begin{cases} M_x = -M_s \sin\varphi \\ M_y = M_s \cos\varphi \end{cases}$,

$\varphi \in [\pi/2 - \varphi_0, \frac{\pi}{2} + \varphi_0]$, $\rho_-(\varphi) < \rho < \rho_+(\varphi)$

$$\int d^2\vec{\rho}\, M_x(\vec{\rho}) = \int_{\pi/2-\varphi_0}^{\pi/2+\varphi_0} d\varphi \int_{\rho_-(\varphi)}^{\rho_+(\varphi)} d\rho\, \rho (-M_s \sin\varphi) = (-M_s) \int_{\pi/2-\varphi_0}^{\pi/2+\varphi_0} d\varphi \sin\varphi \left[\rho_+(\varphi) - \rho_-(\varphi)\right] =$$

$$= \left| \rho_\pm(\varphi) = \ell \sin\varphi \pm \sqrt{R^2 - \ell^2 \cos^2\varphi} \right| = -M_s \cdot 2 \int_{\pi/2-\varphi_0}^{\pi/2+\varphi_0} d\varphi \sin\varphi \sqrt{R^2 - \ell^2\cos^2\varphi} =$$

$$= \left| \cos\varphi = x \right| = 2M_s \int dx \sqrt{R^2 - \ell^2 x^2} = 2M_s \ell \int_{x_1}^{x_2} dx \sqrt{\left(\frac{R}{\ell}\right)^2 - x^2} = 2M_s\ell \left[\frac{1}{2} x\sqrt{a - x^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} a \arcsin\frac{x}{\sqrt{a}} \right]_{x_1}^{x_2} = \left| a = \left(\frac{R}{\ell}\right)^2 > 0 \right| = \left| \begin{array}{l} x_1 = \cos(\pi/2 - \varphi_0) = \sin\varphi_0 = R/\ell = +\sqrt{a} \\ x_2 = \cos(\pi/2 + \varphi_0) = -\sin\varphi_0 = -\sqrt{a} \end{array} \right| =$$

$$= 2M_s\ell \frac{1}{2} \left[x\sqrt{a - x^2} + a \arcsin\frac{x}{\sqrt{a}} \right]_{-\sqrt{a}}^{+\sqrt{a}} = M_s \ell a \left[\arcsin(1) - \arcsin(-1) \right] = \frac{\pi}{2} M_s \ell a$$

$$\langle M_x \rangle_{V_d} = \langle M_x \rangle_{S_d} = \frac{1}{\pi R^2} \int_{S_d} d^2\vec{\rho}\, M_x = \frac{1}{\pi R^2} \frac{\pi}{2} M_s \ell \left(\frac{R^2}{\ell^2}\right) = \text{невярно, тъй като } \rho \text{ не пресича.}$$

Друго:

$$\int d^2\vec{\rho}\, M_x(\vec{\rho}) = \int_{\pi/2-\varphi_0}^{\pi/2+\varphi_0} d\varphi \int_{\rho_-(\varphi)}^{\rho_+(\varphi)} d\rho\, \rho (-M_s \sin\varphi) = (-M_s) \int d\varphi \sin\varphi \frac{1}{2} \rho^2 \Big|_{\rho_-(\varphi)}^{\rho_+(\varphi)} =$$

$$= -\frac{1}{2} M_s \int d\varphi \sin\varphi \left[\rho_+^2(\varphi) - \rho_-^2(\varphi)\right], \quad \rho_+^2 - \rho_-^2 = (x + \sqrt{\cdot})^2 - (x - \sqrt{\cdot})^2 =$$

$$= 2\sqrt{(\cdot)} \cdot 2x = 4x\sqrt{(\cdot)}$$

$$\int_{S_d} d^2\vec{\rho}\, M_x = -\frac{1}{2} M_s \cdot 4 \int_{\pi/2-\varphi_0}^{\pi/2+\varphi_0} d\varphi \sin\varphi \,(\ell\sin\varphi) \sqrt{R^2 - \ell^2\cos^2\varphi} = -2M_s\ell^2 \int_{\pi/2-\varphi_0}^{\pi/2+\varphi_0} d\varphi \sin^2\varphi \sqrt{a - \cos^2\varphi} =$$

$$= \left| \varphi' = \varphi - \pi/2 \right| = -2M_s\ell^2 \int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} d\varphi' \cos^2\varphi' \sqrt{a - \sin^2\varphi'} = -4M_s\ell^2 \int_0^{\varphi_0} d\varphi \cos^2\varphi \sqrt{a - \sin^2\varphi},$$

$$a = \sin^2\varphi_0$$

$$\int_0 d\varphi \cos^2\varphi \sqrt{a - \sin^2\varphi} = \left[\frac{1}{3} \cos\varphi \sin\varphi \sqrt{1 - \frac{1}{a}\sin^2\varphi} - \frac{1}{3}\frac{k'^2}{k^2} F(\varphi, k) + \frac{1}{3}(1+a) E(\varphi, k) \right]_0^{\varphi_0} =$$

$$k^2 = 1/a, \quad k'^2 = 1 - k^2 = 1 - 1/a$$

$$= \frac{1}{3} \left[\cos\varphi \sin\varphi \sqrt{1 - \frac{1}{a}\sin^2\varphi} - (a-1) F(\varphi, k) + (a+1) E(\varphi, k) \right]_0^{\varphi_0} = \left| a = \sin^2\varphi_0 \right| =$$

$$= \frac{1}{3} \left[-(a-1) F(\varphi_0, k) + (a+1) E(\varphi_0, k) \right], \quad E(\varphi, k) \text{ и } F(\varphi, k) - \text{по-голяма елипт. интеграли.}$$

Escaneado con CamScanner

Plan Memo

$a = (R/\ell)^2 = \sin^2\varphi_0 = 1/k^2$

Date.

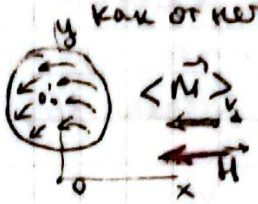
$$\langle M_x\rangle_{V_d} = \frac{1}{\pi R^2}\int_{S_d} d^2\vec{\rho}\, M_x = \frac{1}{\pi R^2}(-4)M_s\ell^2\frac{1}{3}\sqrt{a}\left[(1-a)F(\varphi_0,k)+(1+a)E(\varphi_0,k)\right] =$$

$$= -\frac{4}{3\pi}M_s\left(\frac{\ell}{R}\right)\left[(1-a)F\left(\varphi_0,\frac{1}{\sqrt{a}}\right)+(1+a)E\left(\varphi_0,\frac{1}{\sqrt{a}}\right)\right]$$

$$\int_{S_d} d^2\vec{\rho}\, M_y = \int d\varphi\int_{\rho_-(\varphi)}^{\rho_+(\varphi)} d\rho\,\rho\,[M_s\cos\varphi] = \frac{1}{2}M_s\int_{\pi/2-\varphi_0}^{\pi/2+\varphi_0} d\varphi\cos\varphi\cdot 4\ell\sin\varphi\sqrt{R^2-\ell^2\cos^2\varphi} =$$

$$= 2M_s\ell^2\int_{\pi/2-\varphi_0}^{\pi/2+\varphi_0} d\varphi\cos\varphi\sin\varphi\sqrt{a-\cos^2\varphi} = -2M_s\ell^2\int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} d\varphi'\cos\varphi'\sin\varphi'\sqrt{a-\sin^2\varphi'} = 0$$

как от нечет. ф. по сим. интервалу



поэтому $\langle\vec{M}\rangle_{V_d} \parallel Ox$, $\langle M_y\rangle_{V_d} = 0$.

→ Верно ли вычисли $\langle M_x\rangle$? Ведь $k^2 = \frac{1}{a} = \frac{1}{\sin^2\varphi_0} \geq 1$, а для эл. интегралов $k^2 < 1$.

$$\mathcal{J}(\varphi_0) = \int_0^{\varphi_0} d\varphi\cos^2\varphi\sqrt{\sin^2\varphi_0-\sin^2\varphi} = \left|\begin{matrix}a=\sin^2\varphi_0\\ \sin\varphi = x\\ dx = \cos\varphi d\varphi\end{matrix}\right| = \int_0^{\sin\varphi_0} dx\sqrt{1-x^2}\sqrt{a-x^2} =$$

$$= \left|\begin{matrix}\sin^2\varphi = \frac{1}{2}(1-\cos2\varphi)\\ \cos^2\varphi = \frac{1}{2}(1+\cos2\varphi)\end{matrix}\right| = \int_0^{\varphi_0} d\varphi\,\frac{1}{2}(1+\cos2\varphi)\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\cos2\varphi-\cos2\varphi_0} = \left|\begin{matrix}2\varphi = t\\ 2\varphi_0 = t_0\end{matrix}\right| =$$

$$= \frac{1}{4\sqrt{2}}\int_0^{t_0} dt\,(1+\cos t)\sqrt{\cos t-\cos t_0} = \frac{1}{4\sqrt{2}}\left[\sqrt{\frac{\pi}{2}}\sin t_0\,\Gamma(3/2)P^{-1}_{-1/2}(\cos t_0)+\right.$$

3.663-гр.р.

$$\left.+\sqrt{\frac{\pi}{2}}\sin t_0\,\Gamma(3/2)P^{-1}_{1/2}(\cos t_0)\right] = \frac{1}{4\sqrt{2}}\sqrt{\frac{\pi}{2}}\,\Gamma(3/2)\sin t_0\left[P^{-1}_{-1/2}(\cos t_0)+P^{-1}_{1/2}(\cos t_0)\right]$$

$\Gamma(3/2) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$

$$= \frac{\pi}{16}\sin t_0\left[P^{-1}_{-1/2}(\cos t_0)+P^{-1}_{1/2}(\cos t_0)\right] = \frac{\pi}{16}\sin2\varphi_0\left[P^{-1}_{-1/2}(\cos2\varphi_0)+P^{-1}_{1/2}(\cos2\varphi_0)\right]$$

$$\begin{cases}\nu\sqrt{1-x^2}\,P^{-1}_\nu(x) = xP^0_\nu(x)-P^0_{\nu+1}(x)\\ \sqrt{1-x^2}\,P^0_\nu(x) = (\nu+1)xP^{-1}_\nu(x)-(\nu-1)P^{-1}_{\nu-1}(x)\end{cases}$$ — для ф. Лежандра $P^\mu_\nu(x)$.

$$\sin t_0\left[P^{-1}_{-1/2}(\cos t_0)+P^{-1}_{\frac{1}{2}}(\cos t_0)\right] = \frac{1}{(-1/2)}\left[xP^0_{-\frac{1}{2}}(x)-P^0_{\frac{1}{2}}(x)\right]+\frac{1}{(1/2)}\left[xP^0_{\frac{1}{2}}(x)-P^0_{\frac{3}{2}}(x)\right] =$$

$$= 2x\left[P^0_{1/2}(x)-P^0_{-1/2}(x)\right]-2\left[P^0_{3/2}(x)-P^0_{1/2}(x)\right] =$$

$$= 2x\left[P_{\frac{1}{2}}(x)-P_{-1/2}(x)\right]-2\left[P_{3/2}(x)-P_{1/2}(x)\right],\quad P_\nu(\cos\varphi) = F(-\nu,\nu+1,1;\sin^2\tfrac{\varphi}{2})$$

↖ гипергеом. ф.

и $P_\nu(1) = 1$.

Разложим при $\varphi_0 \ll 1$:

$$\mathcal{J}(\varphi_0) = \frac{\pi}{16}\sin2\varphi_0\left[P^{-1}_{-1/2}(\cos2\varphi_0)+P^{-1}_{1/2}(\cos2\varphi_0)\right] = \frac{\pi}{16}\sin2\varphi_0\left[F\left(\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{2},2;\sin^2\varphi_0\right)\right.$$

$$\left.+F\left(-\tfrac{1}{2},\tfrac{3}{2},2;\sin^2\varphi_0\right)\right]\frac{1}{\Gamma(2)}\left(\frac{1+\cos2\varphi_0}{\cos2\varphi_0-1}\right)^{-1/2}$$ т.к. для $z = \cos2\varphi_0 > 1$ — не годится

Надо так:

$$\mathcal{J}(\varphi_0) = \frac{\pi}{16}2\left\{\cos2\varphi_0\left[P_{\frac{1}{2}}(\cos2\varphi_0)-P_{-1/2}(\cos2\varphi_0)\right]+P_{1/2}(\cos2\varphi_0)-P_{3/2}(\cos2\varphi_0)\right\} =$$

Escaneado con CamScanner

Plan Memo

$$= \frac{\pi}{8}\left\{\cos 2\varphi_0\left[F\left(-\tfrac{1}{2},\tfrac{3}{2},1;\sin^2\varphi_0\right) - F\left(\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{2},1;\sin^2\varphi_0\right)\right] + F\left(-\tfrac{1}{2},\tfrac{3}{2},1,\sin^2\varphi_0\right) - \right.$$
$$\left. - F\left(-\tfrac{3}{2},\tfrac{5}{2},1;\sin^2\varphi_0\right)\right\} =$$

Дальше.

$$\frac{\pi}{8}\left\{\cos 2\varphi_0\left[1 + \frac{(-1/2)\cdot 3/2}{1}\sin^2\varphi_0 - 1 - \frac{1/2\cdot 1/2}{1}\sin^2\varphi_0\right] + 1 + \frac{(-1/2)\cdot 3/2}{1}\sin^2\varphi_0 - \right.$$
$$\left. - \frac{(-3/2)\cdot 5/2}{1}\sin^2\varphi_0\right\} = \frac{\pi}{8}\left\{\cos 2\varphi_0\left[-\sin^2\varphi_0\right] + 3\sin^2\varphi_0\right\} =$$

$$= \frac{\pi}{8}\sin^2\varphi_0\left[3 - \cos 2\varphi_0\right] - ?$$ Должно быть $J(\varphi_0) \sim \sin^2\varphi_0$? Да.

$$J(\varphi_0) = \int_0^{\sin\varphi_0} dx\sqrt{1-x^2}\sqrt{a-x^2} = \int_0^{\sin\varphi_0} dx\left(1-\frac{x^2}{2}\right)\sqrt{a}\left(1-\frac{x^2}{2a}\right) =$$

(так как a в разах)

$$= \sqrt{a}\int_0^{\sin\varphi_0} dx\left[1 - \frac{x^2}{2}\left(1+\frac{1}{a}\right)\right] = \sqrt{a}\left[x - \frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{a}\right)\frac{x^3}{3}\right]_0^{\sin\varphi_0} = \sqrt{a}\sin\varphi_0 \times$$
$$\times\left[1 - \frac{1}{6}\left(1+\frac{1}{a}\right)\sin^2\varphi_0\right] + \dots$$

$$\langle M_x\rangle_{V_d} = \frac{1}{\pi R^2}\int_{S_d} d^2\vec{\rho}\, M_x = \frac{1}{\pi R^2}(-4)M_s\ell^2 J(\varphi_0) = -\frac{4}{\pi}M_s\frac{1}{\sin^2\varphi_0}J(\varphi_0)$$

При $\varphi_0 \to 0$ $\langle M_x\rangle_{V_d} = -\frac{4}{\pi}M_s\frac{J(\varphi_0)}{\sin^2\varphi_0} = -\frac{4}{\pi}M_s\left[1 - \frac{1}{6}\left(1+\frac{1}{a}\right)\sin^2\varphi_0\right] - ?$

Здесь главн. член (при $\varphi_0 \to 0$) должен быть $(-M_s)$. ведь $\frac{1}{a} = \frac{1}{\sin^2\varphi_0}$

$$J(\varphi_0) = \frac{\pi}{8}\sin^2\varphi_0\left[3 - \cos 2\varphi_0\right] = \frac{\pi}{4}\sin^2\varphi_0\left[1 + (\cdot)\sin^2\varphi_0\right]$$
(коэф. сомнителен)

т.е. в главном порядке по φ_0: $\langle M_x\rangle_{V_d} = -\frac{4}{\pi}M_s\cdot\frac{\pi}{4} = -M_s$ – верно.

$$J(\varphi_0) = \int_0^{\sin\varphi_0} dx\left(1-\frac{x^2}{2}\right)\sqrt{a-x^2} = \int_0^{\sin\varphi_0} dx\sqrt{a-x^2} - \frac{1}{2}\int_0^{\sin\varphi_0} dx\, x^2\sqrt{a-x^2} =$$
$$= \frac{\pi}{4}a - \frac{1}{2}\left[\frac{1}{4}\frac{x(a-x^2)^{3/2}}{(-1)} - \frac{1}{8}\frac{ax\sqrt{a-x^2}}{(-1)} - \frac{1}{8}\frac{a^2}{(-1)}\arcsin\frac{x}{\sqrt{a}}\right]_0^{\sqrt{a}} =$$
$$= \frac{\pi}{4}a - \frac{1}{2}\left[\frac{1}{8}a^2\arcsin(1)\right] = \frac{\pi}{4}a - \frac{1}{32}\pi a^2 = \frac{\pi}{4}a\left[1 - \frac{1}{8}a\right] + O(a^3) =$$
$$= \frac{\pi}{4}\sin^2\varphi_0\left[1 - \frac{1}{8}\sin^2\varphi_0\right] + O(\sin^6\varphi_0)$$

$$\langle M_x\rangle_{V_d} = -\frac{4}{\pi}M_s\frac{\pi}{4}\left[1 - \frac{1}{8}\sin^2\varphi_0\right] + O(\sin^4\varphi_0) = -$$ похоже на верное выраж.
$$= -M_s\left[1 - \frac{1}{8}\sin^2\varphi_0\right] + O(\sin^4\varphi_0) \quad \to W_H = -\vec{H}L\langle\vec{M}\rangle_{V_d} = -HM_s\left[1 - \frac{1}{8}\sin^2\varphi_0\right]$$
$\vec{H} = -H\vec{i}$.

Плотность полной энергии "вискло" dot теперь (См. 31/III):

$$W^{bd}(\varphi_0) = -\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 l n\cos\varphi_0 + \frac{2}{\pi}\sum_{\mu=1}\int_0^\infty\frac{dk}{k}f(kL)J_\mu^2(kR)\left|I_\mu(\varphi_0)\right|^2 - h\left[1 - \frac{1}{8}\sin^2\varphi_0\right]$$

где $h = H/M_s$, $\vec{H}\perp Ox$. Вообще $W_H = -\frac{4}{\pi}M_sH\frac{1}{\sin^2\varphi_0}J(\varphi_0)$ если не считать $\varphi_0 \to 0$.

При $\varphi_0 \to 0$ получим:

$$W^{bd}(\varphi_0) = W^{bd}(0) + \frac{1}{8}\varphi_0^2\left[\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 - F_6(\beta) + \frac{1}{4}h\right], \quad W^{bd}(0) = 2\pi\int_0^\infty\frac{dk}{k}f(kL)J_1^2(kR) - h$$
— это hom. dot

Escaneado con CamScanner

Plan Memo

$\left(\frac{\partial^2 h_m}{\partial \rho_0^2}\right)_{\rho_0=0} = \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 - F_6(\beta) + \frac{1}{4}h$ и $\left(\frac{\partial^2 W_m}{\partial \rho_0^2}\right)_{\rho_0=0} = 0$ – уравнение для hom.dot

При $\rho_0 = 0$ имеем hom.dot с M_x. $W^{Bd}(0) = W^{Sd} = \frac{1}{2}N_{xx}(\beta) - h$

Date. Коэф. при ρ_0^2 [...] = 0 дает крит. поле для перехода hom.dot → "Buckle" dot – $h_{sb} > 0$ (поле коэф. усиливающ. S.d. в hom.dot)

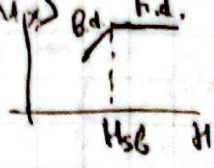
это уже сделано выше

$h_{sb} = 4\left[F_6(\beta) - \left(\frac{R_0}{R}\right)^2\right]$, $F_6(\beta) = \pi \int_0^\infty \frac{dt}{t} f(\beta t)\left[J_1^2(t) - J_2^2(t)\right]$.

← годится ли как "vortex" nucleation field?

31/III при $H=0$ "Buckle" не выдержал конкуренцию с "vortex". до теор.

В поле $H \sim M_s$ "Buckle" конкурирует с hom.dot.



"Buckle" дает понижение W_m, но увелич. W_{ex} и W_H.

Его следует ожидать при не малых β, когда W_m важна.

И $h_{sb} = \frac{H_{sb}}{M_s}$ не может → 0 по физ. смыслу, т.к. в слабых H приведет конкурировать со shifted "vortex".

"Buckle" можно рассматривать как vortex" с центром вне доса. С умень. H центр вихря входит в дос и приближ. к его центру при H=0

5/V Вернемся к квадруп. – квадруп. взаимодействию в решетке доков.

До сих пор рассм. модели формирования квадруп. момента $Q_{\alpha\beta}$ доков:

1) d.–d. дос (1/2) – (см. ЖЭТФ и заголовки inhom.dots), но d.d. дос и решетка d.d. доков приближают по энергии "vortex" доки, (при попытке сделать d.d. доки более реалистичными, введя d.wall)

2) q_m – доки или конечные диполи. Наконец и каким доком эта простая модель применима. Вроде при $q_m \sim \langle M \rangle_{v.d}$ для "vortex" доков в слабых H она подходит.

А теперь не продвинулся, не конкретизируя природу $Q_{\alpha\beta}$?

Рассм. $S_1^{\alpha\alpha'} = \sum_{nn'} F(|\vec{R}_{nn'}|) R_{nn'}^{\alpha} R_{nn'}^{\alpha'} = \underbrace{N}_{\text{число доков в реш.}} \sum_n F(R_n) R_n^{\alpha} R_n^{\alpha'} = N\delta_{\alpha\alpha'} \sum_n F(R_n)(R_n^{\alpha})^2$

$\alpha, \alpha' = x, y$ – т.к. $\vec{R}_n$ образуют 2D-решетку

– и не зависит от α для кв. реш.

$S_2^{\alpha\alpha'\beta\beta'} = \sum_{nn'} F(R_{nn'}) R_{nn'}^{\alpha} R_{nn'}^{\beta} R_{nn'}^{\alpha'} R_{nn'}^{\beta'} = N \sum_n F(R_n) R_n^{\alpha} R_n^{\beta} R_n^{\alpha'} R_n^{\beta'}$, $R_n^x \to x$, $R_n^y \to y$

Из комбинаций x^4, x^3y, x^2y^2, xy^3, y^4 в силу симметрии отн. инверсии остаются только x^4, x^2y^2 и y^4 и

$$\frac{1}{N} S_2^{\alpha\alpha'\beta\beta'} = \sum_n F_n (R_n^{\alpha})^4 \delta_{\alpha\alpha'}\delta_{\beta\beta'}\delta_{\alpha\beta} + \sum_{n,\alpha\neq\beta} F_n (R_n^{\alpha})^2 (R_n^{\beta})^2 \delta_{\alpha\alpha'}\delta_{\beta\beta'} +$$

$$+ \sum_{n,\alpha\neq\alpha'} F_n (R_n^{\alpha})^2 (R_n^{\alpha'})^2 \delta_{\alpha\beta}\delta_{\alpha'\beta'} + \sum_{n,\alpha\neq\beta} F_n (R_n^{\alpha})^2 (R_n^{\beta})^2 \delta_{\alpha\beta'}\delta_{\beta\alpha'}$$

$$W_{qq}(\vec{R}_{nn'}) = \frac{1}{3}\frac{1}{R_{nn'}^5} \sum_{\alpha\beta} Q_{\alpha\beta} Q'_{\alpha\beta} - \frac{10}{3}\frac{1}{R_{nn'}^7} \sum_{\alpha\beta\alpha'} Q_{\alpha\beta} Q'_{\beta\alpha'} R_{nn'}^{\alpha} R_{nn'}^{\alpha'} +$$

двух доков $q_n \sim R_n$

Escaneado con CamScanner

Memo

Могут ли $\beta, \alpha = 2$?

$$+\frac{35}{6}\frac{1}{R_{nn'}^9}\sum_{\substack{\alpha\beta\\ \alpha'\beta'}} Q_{\alpha\beta}Q'_{\alpha'\beta'}R^{\alpha}_{nn'}R^{\beta}_{nn'}R^{\alpha'}_{nn'}R^{\beta'}_{nn'}$$. Предположения $Q_{\alpha\beta}\neq f(n)$, должны оценить все.

$$W_m^{qq} = \frac{1}{2}\sum_{nn'} W_{qq}(\vec{R}_{nn'}) = \frac{1}{2}N\sum_n W_{qq}(\vec{R}_n)$$

$$= \frac{1}{3}\sum_{\alpha\beta} Q_{\alpha\beta}Q_{\alpha\beta}\sum_n \frac{1}{R_n^5} - \frac{10}{3}\sum_{\alpha\beta\alpha'} Q_{\alpha\beta}Q_{\beta\alpha'}\sum_n \frac{R_n^{\alpha}R_n^{\alpha'}}{R_n^7} +$$

$$+\frac{35}{6}\sum_{\alpha\beta\alpha'\beta'} Q_{\alpha\beta}Q_{\alpha'\beta'}\sum_n \frac{1}{R_n^9}R_n^{\alpha}R_n^{\beta}R_n^{\alpha'}R_n^{\beta'} = \frac{1}{3}\sum_{\alpha\beta} QQ\sum_n \frac{1}{R_n^5} -$$

$$-\frac{10}{3}\sum_{\alpha\beta\alpha'} Q_{\alpha\beta}Q_{\beta\alpha'}\delta_{\alpha\alpha'}\sum_n \frac{(R_n^{\alpha})^2}{R_n^7} + \frac{35}{6}\sum_{\alpha\beta\alpha'\beta'} Q_{\alpha\beta}Q_{\alpha'\beta'}\sum_n \frac{1}{R_n^9}\Big[(R_n^{\alpha})^4\delta_{\alpha\alpha'}\delta_{\beta\beta'}\delta_{\alpha\beta} +$$

$$+\sum_{\alpha\neq\beta}(R_n^{\alpha})^2(R_n^{\beta})^2(\delta_{\alpha\alpha'}\delta_{\beta\beta'}+\delta_{\alpha\beta'}\delta_{\beta\alpha'}) + \sum_{\alpha\neq\alpha'}(R_n^{\alpha})^2(R_n^{\alpha'})^2\delta_{\alpha\beta}\delta_{\alpha'\beta'}\Big] = \left|Q_{\alpha\beta}=Q_{\beta\alpha}\right| =$$

$$= \frac{1}{3}\sum_{\alpha\beta} Q_{\alpha\beta}Q_{\alpha\beta}\sum_n \frac{1}{R_n^5}\left[1-10\cos^2\varphi_{\vec{R}_n}\right] + \frac{35}{6}\sum_{\alpha}(Q_{\alpha\alpha})^2\sum_n \frac{\cos^4\varphi_{\vec{R}_n}}{R_n^5} +$$

$$+\frac{35}{6}\sum_{\alpha\beta} Q_{\alpha\beta}(Q_{\alpha\beta}+Q_{\beta\alpha})\sum_{\alpha\neq\beta}\sum_n \frac{\cos^2\varphi_{\vec{R}_n}\sin^2\varphi_{\vec{R}_n}}{R_n^5} + \frac{35}{6}\sum_{\alpha\alpha'}(Q_{\alpha\alpha}Q_{\alpha'\alpha'})\sum_{\alpha\neq\alpha'}\sum_n \frac{\cos^2\varphi_{\vec{R}_n}\sin^2\varphi_{\vec{R}_n}}{R_n^5}$$

$$\cos^2\varphi = \frac{1}{2}(1+\cos 2\varphi)$$

$$\cos^4\varphi = \frac{1}{4}(1+2\cos 2\varphi+\cos^2 2\varphi) = \frac{1}{4}\left(1+2\cos 2\varphi+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos 4\varphi\right)$$

$$\cos^2\varphi\sin^2\varphi = \frac{1}{4}\sin^2 2\varphi = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}(1-\cos 4\varphi)$$, $\cos 2\varphi$ не дают вклада диск. кв. рем.

$$W_m^{qq} = -\frac{4}{3}\sum_{\alpha\beta}(Q_{\alpha\beta})^2\sum_n \frac{1}{R_n^5} + \frac{35}{6}\sum_{\alpha}(Q_{\alpha\alpha})^2\sum_n \frac{1}{R_n^5}\left[\frac{3}{8}+\frac{1}{8}\cos 4\varphi_{\vec{R}_n}\right] +$$

$$+\frac{35}{6}\sum_n \frac{1}{R_n^5}\left[\frac{1}{8}-\frac{1}{8}\cos 4\varphi_{\vec{R}_n}\right]\left[2\sum_{\substack{\alpha\beta\\ \alpha\neq\beta}}(Q_{\alpha\beta})^2 + \sum_{\substack{\alpha\alpha'\\ \alpha\neq\alpha'}} Q_{\alpha\alpha}Q_{\alpha'\alpha'}\right] =$$

$$= \left[-\frac{4}{3}\sum_{\alpha\beta}(Q_{\alpha\beta})^2 + \frac{35}{16}\sum_{\alpha}(Q_{\alpha\alpha})^2 + \frac{35}{6\cdot 8}\left(2\sum_{\substack{\alpha\beta\\ \alpha\neq\beta}}(Q_{\alpha\beta})^2 + \sum_{\substack{\alpha\alpha'\\ \alpha\neq\alpha'}} Q_{\alpha\alpha}Q_{\alpha'\alpha'}\right)\right]\sum_n \frac{1}{R_n^5} +$$

$$+\left[\frac{35}{6\cdot 8}\sum_{\alpha}(Q_{\alpha\alpha})^2 - \frac{35}{6\cdot 8}\left(2\sum_{\substack{\alpha\beta\\ \alpha\neq\beta}} Q_{\alpha\beta}^2 + \sum_{\alpha\neq\alpha'} Q_{\alpha\alpha}Q_{\alpha'\alpha'}\right)\right]\sum_n \frac{\cos 4\varphi_{\vec{R}_n}}{R_n^5} =$$

$$= \left[\frac{1}{8}\sum_{\alpha\beta} Q_{\alpha\beta}^2 + \frac{35}{16}\sum_{\alpha} Q_{\alpha\alpha}^2 + \frac{35}{6\cdot 8}\sum_{\alpha\neq\alpha'} Q_{\alpha\alpha}Q_{\alpha'\alpha'}\right]\sum_n \frac{1}{R_n^5} +$$

$$+\frac{35}{48}\left[\sum_{\alpha} Q_{\alpha\alpha}^2 - 2\sum_{\substack{\alpha\beta\\ \alpha\neq\beta}} Q_{\alpha\beta}^2 - \sum_{\alpha\neq\alpha'} Q_{\alpha\alpha}Q_{\alpha'\alpha'}\right]\sum_n \frac{\cos 4\varphi_{\vec{R}_n}}{R_n^5}$$ - проверить.

Учитывая условие $\alpha\neq\beta$: $\sum_{\alpha\neq\beta}(Q_{\alpha\beta})^2 = \sum_{\alpha\beta}(Q_{\alpha\beta})^2 - \sum_{\alpha}(Q_{\alpha\alpha})^2$

Escaneado con CamScanner

Plan Memo

Теперь: $\frac{2}{N} W_m^{qq} = \Big[\frac{1}{8}\sum_{\alpha\beta} Q_{\alpha\beta}^2 + \frac{35}{16}\sum_\alpha Q_{\alpha\alpha}^2 + \frac{35}{48}\sum_{\substack{\alpha\alpha'\\ \alpha\neq\alpha'}} Q_{\alpha\alpha}Q_{\alpha'\alpha'} - \frac{35}{12}\sum_\alpha Q_{\alpha\alpha}^2 \Big] \sum_n \frac{1}{R_n^5}$

Date.

$+ \frac{35}{48}\Big[\sum_\alpha Q_{\alpha\alpha}^2 - 2\sum_{\alpha\beta}(Q_{\alpha\beta})^2 + 2\sum_\alpha Q_{\alpha\alpha}^2 - \sum_{\substack{\alpha\alpha'\\ \alpha\neq\alpha'}} Q_{\alpha\alpha}Q_{\alpha'\alpha'} \Big] \sum_n \frac{\cos 4\varphi_{R_n}}{R_n^5} =$

$= \Big[\frac{1}{8}\sum_{\alpha\beta} Q_{\alpha\beta}^2 + \frac{35}{48}\sum_\alpha Q_{\alpha\alpha}^2 + \frac{35}{48}\sum_{\substack{\alpha\alpha'\\ \alpha\neq\alpha'}} Q_{\alpha\alpha}Q_{\alpha'\alpha'} \Big] \sum_n \frac{1}{R_n^5} +$

$+ \frac{35}{48}\Big[3\sum_\alpha Q_{\alpha\alpha}^2 - 2\sum_{\alpha\beta} Q_{\alpha\beta}^2 - \sum_{\substack{\alpha\alpha'\\ \alpha\neq\alpha'}} Q_{\alpha\alpha}Q_{\alpha'\alpha'} \Big] \sum_n \frac{\cos 4\varphi_{R_n}}{R_n^5} = \Big| \sum_\alpha Q_{\alpha\alpha}^2 + \sum_{\substack{\alpha\alpha'\\ \alpha\neq\alpha'}} Q_{\alpha\alpha}Q_{\alpha'\alpha'} =$

$= \sum_{\alpha\alpha'} Q_{\alpha\alpha}Q_{\alpha'\alpha'} = \sum_\alpha Q_{\alpha\alpha}\sum_{\alpha'} Q_{\alpha'\alpha'} = \Big(\sum_\alpha Q_{\alpha\alpha}\Big)^2 = (\mathrm{Sp}\,\hat{Q})^2 = 0 \Big| =$

$= \frac{1}{8}\sum_{\alpha\beta} Q_{\alpha\beta}^2 \sum_n \frac{1}{R_n^5} + \frac{35}{24}\Big[2\sum_\alpha Q_{\alpha\alpha}^2 - \sum_{\alpha\beta} Q_{\alpha\beta}^2 \Big] \sum_n \frac{\cos 4\varphi_{R_n}}{R_n^5}$

$$\frac{2}{N} W_m^{qq} = \frac{1}{8}\sum_{\alpha\beta} Q_{\alpha\beta}^2 \sum_n \frac{1}{R_n^5} + \frac{35}{24}\Big[2\sum_\alpha Q_{\alpha\alpha}^2 - \sum_{\alpha\beta} Q_{\alpha\beta}^2 \Big] \sum_n \frac{\cos 4\varphi_{R_n}}{R_n^5}$$

- энергия квадруп. взаимодействия решетки доменов в F-фазе (без $\hat{Q}$ слагаемого)

Для d.d. доса $Q_{xx} = -Q_{yy} = \sin 2\varphi_0$, $Q_{xy} = Q_{yx} = \cos 2\varphi_0$

$$\frac{2}{N} W_m^{qq} = \frac{1}{8} 2Q^2 \sum_n \frac{1}{R_n^5} + \frac{35}{24}(-1) 2Q^2 \cos 4\varphi_0 \sum_n \frac{\cos 4\varphi_{\vec{R}_n}}{R_n^5}, \quad \Big/ \frac{N}{V} = \frac{1}{V_0} \text{ - объем. ячейки}$$

$$\frac{1}{V} W_m^{qq} = \frac{1}{8}\frac{Q^2}{V_0}\sum_n \frac{1}{R_n^5} - \frac{35}{24}\frac{Q^2}{V_0}\cos 4\varphi_0 \sum_n \frac{\cos 4\varphi_{\vec{R}_n}}{R_n^5}, \text{ что}$$

в точности совпадает с inhom.dat статьи SMM'14. $K_4^{qq} = -\frac{35}{24}\frac{Q^2}{V_0}\sum_n \frac{\cos 4\varphi_{\vec{R}_n}}{R_n^5}$

Это наверняка верно при $\alpha,\beta \neq z$. При $\alpha,\beta = z$ надо проверить.
в исх. ф. W_{qq}.

Характерно, что $\sum_{\alpha\beta} Q_{\alpha\beta}^2$ от φ_0 не зависит для d.d. доса.
Сохранится ли такая инвариантность и для других доменов с $\vec{M}(\vec{r})$ и меняющим квадруп. момент?
(независимость от выбранного угла ориентации)

$\frac{1}{V} W_m^{qq}(\text{isotrop}) = \frac{1}{16}\frac{1}{V_0}\Big(\sum_{\alpha\beta} Q_{\alpha\beta}^2\Big)\sum_n \frac{1}{R_n^5} > 0$, тогда как для q_m-доменов (конечных диполей)

23/IV было $\frac{1}{V} W_m(\text{isotrop}) = -\frac{\mu^2}{4V_0}\sum_n \frac{1}{R_n^3}, < 0$

$W_m(q\text{-доса}) = W_m(\text{isotrop}) - \frac{2q_m^2}{V_0}\cos 4\varphi \sum_{\vec{R}_n} \frac{\Delta^4}{R_n^5}\cos 4\varphi_{\vec{R}_n} P_{-1/2}^{(4,0)}(1)$.

Сравнение с W_m^{qq} дает $\frac{35}{48}\frac{1}{V_0}\Big[2\sum_\alpha Q_{\alpha\alpha}^2 - \sum_{\alpha\beta} Q_{\alpha\beta}^2\Big] = -\frac{2\mu^2\Delta^2}{V_0}\cos 4\varphi\, P_{-1/2}^{(4,0)}(1)$,

где φ - угол $\vec{\Delta}$, $\mu = q_m\Delta$. Видно, что $Q_{\alpha\beta} \sim \mu\Delta$.

Escaneado con CamScanner

Получил proofs APL'88.

ADDRESS & TELEPHONE

Работа в KIAS:

Company	Phone	Address
9/X – 1/XI		98г. Первый расчет SW цилиндра и цилиндрич. фрезерной группы.
2-3/XI 98 г.		Single-domain (hom.) и double-domain (inhom. dots)
4/XI		D.-d. dots
5-11/XI		Hom. dots
12/XI – 14/XII		Inhom. dots
15-17/XII		Вихрь в решетке однородных доков.
18-21/XII		Написание ст. SW в инн. докл.
22-23/XII		Написание ст. hom. dots в APL
28/XII 98г. – 15/I 99г.		Современ. расчет SW в цилиндре. Вид ФГ. получение прав. формулы для расч. в декарт. представлении. Дин. поле скатит. неточно, потерял H_x^x.
6/I-4/II		SW-Сравнение с экп. BLS, интенсивности, цилиндр, общие урав. условия, первые нелин. элементы.
1/II-26/II		Анализ и решение нелин. ур. для SW, расчет нелин. матрич. элементов и условий завершения первых SW-ход.
27/II-15/III		Закончил и отправил ст. hom. dots APL. Начало расчета УФ в решетке hom. dots при $H \neq 0$.
16/III-17/III		Анализ и сравн. с экп. BLS на V2 решетке ДМ доков. Величина дин. поля взаимодействия.
18/III-20/III		МФД $H-\Phi_H$ hom. dots.
20-25/III		D.-d. dots. Современ. C^{lm} – расчет конфигураций
26/III-3/IV		МФД $H-\Phi_H$ hom. dots.
4-9/IV-17/IV		D.-d. dots, общий подход и квадрат. приближение.
17-22/IV		ПЛН – ОЛН переход для hom. dots
23-26/IV		Нелин. расчет SW цилиндра.
26/IV-11/V		МФД $H-\Phi_H$ и общий подход к hom. dots.
4/VI-22/VI		SW в сопр- и дин сф-базисах. Уравнения УД. Расчет нелин. матрич. элементов и нелин. члены цилиндра.

Escaneado con CamScanner

ADDRESS & TELEPHONE

Name/Company	Phone	Address
22/VI - 30/VI	Расчет ФГ	магнитостат. поля и расчет rectangular dots
1/VII - 28/VII	Расчет взаимн.	бэдиса цилиндра. Нелин. расчет токов и матрич. элементов.
1/VIII - 26/VIII	SW в rect.dots. Нелин. взаимн - расчет. Точный вид взаимн. дин. поля в цилиндре и его усреднение. SW взаимн - бэдиса и общий вид м. эл. для $\Phi_{ik}(\varphi)$ - вид. формулы. Случаи усреднения УДВ цилиндра. Упрощение матриц. элементов дин. поля. Квантование цилиндра вдоль в-ТВ и вывод УД цилиндра.	- толщины
1/IX	построение	K_y^{gg} для d.-d. доров
1/X - 20/X	Расчет ГПЛ и-ОЛН перехода hom.dots	
21/X - 10/XI	SW - Расчет дин. поля и матрич. эл. ФГ rectangular dots.	
30/XI - 3/XII	общие разложения и свойства ФГ.	
4/XII - 22/XII	SW Непрерыв. представление для матрич. элементов ФГ цилиндра. Расчет с $d \neq 0$. СФ магнитостат. операторы цил. Нелин. расчет токов.	
26/XII - 31/XII	ФГ и матрич. элементы rectang.dots и wires. СФ магнитостат. операторы rect.dots и цилиндров. СЗ балансн. и магнитомагнитн. размн. факторы.	
2000г. 2-9/I	SW - матрич. элементы rect.dots, wires и цилиндров предел Φ - цилин.	
9-12/I	SW - размн. факторы и матрич. элементы rectang.dots.	
13/I	общие формулы магнитостат. энергии расчеты доров.	
14-25/I	матрич. элементы и токовы rect.dots и wires - SW	
26/I - 28/I	МФД и-$\varphi_и$ hom.dots	
30 - 31/I	Сравнение с BbS Экспериментом wires - SW.	
1/II	Сравн. с эксп. rectan. 1x1,75 mm dots.	
2-4/II - 6/II	МФД и-$\varphi_и$ hom.dots и вычисл. $K_и$ rect.lattice hom.dots. Общее выраж. дин. энергии рем. hom.dots	(ср. с Conburn)
10-12/II	SW - Непрер. расчет SW цилиндра и выраж. спектра через СЗ и. опер.	
13/II - 15/II	Нелин. мод rectang.dots и СФ, СЗ и. оператора wires. Сравн. с эксп.	
16-21/II	СФ и СЗ магнитостат. операторы wires.	
1/III - 3/III	Дин. поле rectang.dots, СФ и СЗ wires, упрощение системы УД.	

Escaneado con CamScanner

ADDRESS & TELEPHONE

Company	Phone	Address
7/III	ФГ для vi2q при $\frac{1}{N_w} \to 0$. SW в цилиндре, тесное дерево.	
8-12/III	Магнитная. Взаимодействие в решетке доз. Цельнополевое разложение.	
13-15/III	Диадная ФГ.	
15/III	Магнитная. Энергия double-domain дога (обобщение Анатоли).	
16/III	Сетка канле в d.d. дога. Сравнение энергий s.d., v.d. и d.d. (сетевой канал) доз изолированных	
21/III	Анализ и. энергии решетки эффектив. диполей Усова.	
22/III	Сравнение полных энергий S.d., d.d. и V.d. решеток цил. доз	
22/III - 24/III	Полная энергия „вихрей" дога и решетки „вихрей" доз в „sheckerboard" - состояний M_z.	
26/III - 28/III	Сравнение полных энергий S.d., V.d. и d.d. решеток цил. доз	
30-31/III	Расчет изолир. „вихря" дога (b.d.). b.d. - энергия немного выше V.d. C-state → Hn	