2001

WED/수	THU/목	FRI/금	SAT/토
28/11 2001,	New papers on m. dots.		1 #10·17
(1) PRB 64 (18), 4400 (2001). LC Sampaio,...			
(2) APL 79, 3348 (2001) C.T. Yu,...			
(3) JAMAM, 237, 90-96 (2001) G. Grubstein,...			
(4) APL 79, 2228 (2001), Y. Acremann,...			
5 #10·21 개천절 대체공휴일	6 #10·22	7 #10·23 대설	8 #10·24
박사 (5) JAMAM 237, 231 (2001), H. Takahoshi,...			
dump (6) PRB 63 4418 (2001), SM Rezende,...			
dump (7) PRB 62 11585 (2000) GM Wysin,...			
dump (8) JAP 89, 6216, P2B, 1991			
12 #10·28	13 #10·29	14 #10·30	15 #11·1
Sm (9) Physica B 306, 47-51, 106-111, 121-125 G. Bertotti,...			
(10) PRL 87(21), 213203 (2001). G. Bertotti,...			
dump (11) JAP 90 5768 (2001) N. Smith			
(12) JAP 89, 6981 (2001), P2, J. Miltat,...			
19 #11·5	20 #11·6	21 #11·7	22 #11·8 동지
RA (13) D. Weller ... IEEE TM, 2000, 36, N1, Pt.1, 10-15 2001, 37, N4, Pt.1, 1239-43.			
FR (14) J.W. Harrel, (IEEE TM) APL 79 4393-5 (2001).			
26 #11·12	27 #11·13	28 #11·14	29 #11·15

Escaneado con CamScanner

Aug. 2001 – 1 May 2002

13/VIII 20012.

2000

12 DECEMBER

금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31

28 Thu목요일 음12·3

План работы на ближ. время:

→ 1) Закончить и отправить SW-PRB и продвинуть SW-wires paper со Славиным (APL-?)

2) Разобраться в методе расчета Беркова и SW-paper Chantrell'a (линейная – dynamics).

→ 3) Написать Thode и Chantrell'u по поводу выкупаемых задержек с отвездой из-за visa.

4) Получить аналитически $H_d(z)$ в „flower" state of rectangular dot для SW.

5) MFD vortex'a в ним. доле $R_c(L)$ с откалом от vortexa усова для $L > L_{cr}$ и с углом „flower" state.

29 Fri금요일 음12·4

ММММ'01 → 6) Расчет с Ивановым часов vortexa и MMM-paper

ММММ'01 → 7) Сдвиг $R_c(L)$ и $\chi(\varphi_H)$, $H_{n,an}(\varphi_H)$ в dot arrays с ководом

8) Интерпретационная exp. Kob.-Grimsditch по SW-BLS в rectangular dots.

→ 9) Найти часовую vortex моды, соотв. колебаниям радиуса „core" ($m=0$) → выход на MFD при $L > L_{cr}$.

→ 10) Внести часы продления на 2 дня Жинкиной визы.

→ 11) Slides для Stuart'a по SRT in s.d. dot arrays.

30 Sat토요일 음12·5

31 Sun일요일 음12·6

Escaneado con CamScanner

January 14/VIII Частоты колебаний vortex'а

1 JANUARY

1 Mon

$$\omega_0 = \frac{1}{2}\frac{\gamma M_s}{\chi(0)}$$

$M_s = 860$ G

$\beta = L/R$	0,04	0,05	0,1	0,133	0,15	0,2	0,25	0,267	0,3	0,4
$\omega_{LLG}/2\pi$, GHz	0,20	0,24	0,45	0,59	0,63	0,87 / 0,82 / 0,79 / 0,77	0,94	1,03	1,18	1,48
$\omega_0/2\pi$, GHz	0,48	0,57	0,97	1,19	1,31	1,58	1,87	1,95	2,08	2,51
ω_0/ω_{LLG}	2,4	2,38	2,16	2,02	2,08	1,82	1,99	1,89	1,76	1,70

2,2 – эксп. для $\beta = 0,2$

$$\chi^{-1} \approx 2\beta\left[\ln 8/\beta - \frac{1}{2}\right] \rightarrow \left(\frac{\omega_0}{2\pi}\right) = \left(\frac{\gamma}{2\pi}\right) M_s \cdot \beta\left[\ln\frac{8}{\beta} - \frac{1}{2}\right], \quad \beta = \frac{L}{R}$$

$M_s = 860$ (Новосад)

2

$$\frac{\gamma}{2\pi} = 2{,}95 \ \frac{\text{GHz}}{\text{kOe}}$$

Точное $\frac{\omega_0(\beta)}{2\pi} = \left(\frac{\gamma}{2\pi}\right)\frac{1}{2} M_s \chi^{-1}(\beta) = (1{,}27\ \text{GHz}) \cdot \chi^{-1}(\beta)$

$$\chi^{-1}(\beta) = 4\pi F_1(\beta) - \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 = 4\pi F_1(\beta) - \beta^2\left(\frac{R_0}{L}\right)^2$$

Видно, что $\omega_0/\omega_{LLG} \approx 2$ в зависимости от β.

Критика!

a) Может я „2" потерял в расчете ω_0.

$$\omega_0 = \frac{\varkappa}{G}, \quad G = 2\pi M_s L, \quad W = \frac{1}{2}\varkappa X^2$$

3

$$w = \frac{1}{M_s^2 V_d} W = \frac{1}{M_s^2 \pi R^2 L}\frac{1}{2}\varkappa X^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\varkappa}{\pi L M_s^2}\right) s^2, \quad s = \frac{X}{R}$$

$$w(s) = w(0) + \frac{1}{2\chi} s^2, \quad \frac{1}{\chi} = \frac{\varkappa}{\pi L M_s^2}, \quad x = \frac{\pi L M_s^2}{\chi}$$

$$\rightarrow \omega_0 = \frac{\varkappa}{G} = \frac{\pi L M_s^2}{\chi}\cdot\frac{\gamma}{2\pi M_s L} = \frac{1}{2}\frac{\gamma M_s}{\chi}$$ – расчет вроде верный.

b) Может масса вортекса все же играет и поэтому $\omega_0 \approx$ в 2 раза.

c) Может G надо в 2 раза увеличить (например из-за увеличения χ в 2 раза – orbital motion тысяч) ?

Или из-за two-vortex sol. с тополог. зарядом $q = 2$?

Escaneado con CamScanner

В цил. коорд. $\nabla\Psi(\rho,\varphi,z) = \hat{\rho}\frac{\partial\Psi}{\partial\rho} + \hat{\varphi}\frac{1}{\rho}\frac{\partial\Psi}{\partial\varphi} + \hat{z}\frac{\partial\Psi}{\partial z}$

2001

2 FEBRUARY

목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 • • •
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 • • •

4 Надо найти $\int_{S_d} d^2\vec{\rho}\, \sin\theta\,(\nabla\Phi\times\nabla\theta)$, где $m_z=\cos\theta$, $m_x+im_y=\sin\theta e^{i\Phi}$.

Вычисляем G

Для vortex Ycoba (в rigid v. model он сохраняется при движении): $\sin\theta(\rho) = \begin{cases} \frac{2b\rho}{b^2+\rho^2}, & \rho\le b \\ 1, & \rho>b \end{cases}$.

$\Phi = \varphi + \pi/2$.

$\nabla\Phi = \hat{\varphi}\frac{1}{\rho}$; $\theta(\rho) = \begin{cases} 2\,\mathrm{arctg}\frac{\rho}{b}, & \rho\le b \\ \pi/2, & \rho>b \end{cases}$

5 $\nabla\theta(\rho) = \hat{\rho}\frac{\partial\theta}{\partial\rho}$ и $\neq 0$ только внутри "core".

$$\nabla\Phi\times\nabla\theta = \begin{vmatrix} \hat{\rho} & \hat{\varphi} & \hat{z} \\ 0 & 1/\rho & 0 \\ \theta'_\rho & 0 & 0 \end{vmatrix} = -\hat{z}\frac{1}{\rho}\frac{\partial\theta}{\partial\rho}$$

$$\int_{S_d} d^2\vec{\rho}\,\sin\theta(\rho)\,(\nabla\Phi\times\nabla\theta)_z = \int_{\rho\le b} d\rho\,\rho\int d\varphi\,\sin\theta(\rho)\,(-1)\frac{1}{\rho}\frac{\partial\theta}{\partial\rho} =$$

$$= -2\pi\int_0^b d\rho\,\sin\theta\frac{\partial\theta}{\partial\rho} = 2\pi\int_0^b d(\cos\theta) = 2\pi\cos\theta(\rho)\Big|_0^b =$$

$$= 2\pi\left[\cos\theta(b) - \cos\theta(0)\right] = 2\pi\left[0-1\right] = -2\pi.$$

6 $\vec{G} = \hat{z}\frac{M_s}{\gamma}L\int d^2\vec{\rho}\,\sin\theta\,(\nabla\Phi\times\nabla\theta)_z = \hat{z}\frac{M_s}{\gamma}L\,(-2\pi)$ Gyrovector

или $G_z = -2\pi\frac{M_s}{\gamma}L$.

7 Эксп. ω_0 (Hobocag-Shima, January 2001): $\frac{\omega_0}{2\pi} = 2{,}2$ GHz ($M_s \approx 800$ kA/m) FEM:
где $L = 100$ nm, $R = 500$ nm $\to \beta = 0{,}2$.

Для этих расчётов было Eq.(4) calc $(\omega_0/2\pi) = 1{,}6$ GHz и значительно выше LLG calc $(\omega_0/2\pi) = 0{,}8$ GHz (см. Table).

Причина: $L = 100$ nm $\approx 5.5\,L_{ex}$ Симулируемая ячейка, чтобы vortex translation mode была линейной! Но главное при таком L зависимостью от „z" пренебрегать уже нельзя.

Escaneado con CamScanner

8 Если в уравнение vortex motion добавить член с массой $M \to \infty$

$$\vec{F} + \vec{G} \times \vec{V} = M\dot{\vec{V}}, \quad \vec{V} = \frac{d\vec{X}}{dt}, \quad \vec{G} = G\vec{z}$$

Для кругового движения с $\omega = \text{const}$ of vortex center $\vec{X}$

$\vec{\omega} = \omega \vec{z}$ $\quad \vec{V} = \vec{\omega} \times \vec{X}$ $\quad \dot{\vec{V}} = \vec{\omega} \times \vec{V} = -\omega^2 \vec{X}$

$$\vec{G} \times \vec{V} = \vec{G} \times \vec{\omega} \times \vec{X} = \vec{\omega}(\vec{G}\cdot\vec{X}) - \vec{X}(\vec{G}\cdot\vec{\omega}) = -\omega G \vec{X}$$

$$\vec{F} = -\frac{\partial W}{\partial \vec{X}} = -\frac{\partial}{\partial \vec{X}}\left[W(0) + \frac{1}{2}\varkappa \vec{X}^2\right] = -\varkappa \vec{X}$$

$-\varkappa \vec{X} - \omega G \vec{X} = -M\omega^2 \vec{X}$ или $\omega^2 - \frac{G}{M}\omega - \frac{\varkappa}{M} = 0$

Откуда собств. частоты (Wysin'96)

$$\omega_\pm = \frac{1}{2M}\left[G \pm \sqrt{G^2 + 4\varkappa M}\right]$$

9 Знак G меняется, т.к. у меня $G_z = -2\pi\left(\frac{M_s}{\gamma}L\right)$, $G < 0$, а у Wysin'96 $G = 2\pi\rho q\left(\frac{M_s}{\gamma}L\right) = 2\pi\left(\frac{M_s}{\gamma}L\right)$, $p=1, q=1$.

а) $G > 0$. При $M \to 0$ $(\varkappa M \ll G^2)$

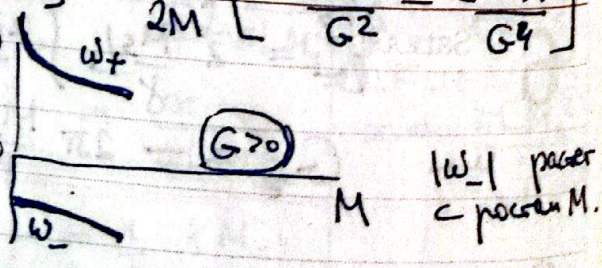
$$\sqrt{G^2 + 4\varkappa M} \underset{(G>0)}{=} G\sqrt{1 + \frac{4\varkappa M}{G^2}} = G\left[1 + \frac{1}{2}\frac{4\varkappa M}{G^2} + \frac{1}{8}\left(\frac{4\varkappa M}{G^2}\right)^2 - \ldots\right]$$

$$\omega_\pm = \frac{1}{2M}\left[G \pm G\left\{1 + \frac{2\varkappa M}{G^2} + \frac{2\varkappa^2 M^2}{G^4}\right\}\right], \quad \varkappa \geq 0, M \geq 0.$$

$$\to \omega_+ = \frac{1}{2M}\left[G + G\left\{1 + \frac{2\varkappa M}{G^2}\right\}\right] = \frac{G}{M}\left[1 + \frac{\varkappa M}{G^2}\right]$$

$$\omega_- = \frac{1}{2M}G\left[1 - \left\{1 + \frac{2\varkappa M}{G^2} + \frac{2\varkappa^2 M^2}{G^4}\right\}\right] = \frac{G}{2M}\left[-\frac{2\varkappa M}{G^2} - \frac{2\varkappa^2 M^2}{G^4}\right]$$

10 $\to \omega_- = -\frac{\varkappa}{G}\left[1 + \frac{\varkappa M}{G^2}\right]$



$|\omega_-|$ растет с ростом M.

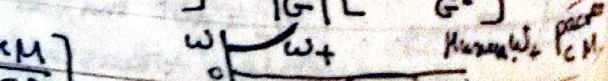
б) $G < 0$. $G = -|G|$. $\sqrt{G^2 + 4\varkappa M} = |G|\sqrt{1 + \frac{4\varkappa M}{G^2}} = |G|\left[1 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{8}x^2 + \ldots\right]$, $x = \frac{4\varkappa M}{G^2}$

$$\omega_\pm = \frac{1}{2M}\left[-|G| \pm |G|\left\{1 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{8}x^2\right\}\right]$$

$$\omega_+ = \frac{1}{2M}\left[-|G| + |G|\{\ldots\}\right] = \frac{|G|}{2M}\left[\frac{1}{2}x + \frac{1}{8}x^2\right] = \frac{\varkappa}{|G|}\left[1 + \frac{\varkappa M}{G^2}\right]$$

$$\omega_- = -\frac{|G|}{2M}\left[1 + \left\{1 + \frac{1}{2}x + \ldots\right\}\right] = -\frac{|G|}{M}\left[1 + \frac{\varkappa M}{G^2}\right]$$

→ Т.е. для малой M



Модуль ω_+ растет с M.

11 → Pay low-lying ω расеет с M, то уже M увеличит ~~ту~~ частоту и тем больше по сравн. с ω_{LLG}.

Критерий разложения по $M \to 0$ есть $\chi = \frac{4\pi M}{G^2} \ll 1$,

или $M \ll \frac{1}{4}\frac{G^2}{\pi}$, $\frac{G^2}{\pi} = \left(\frac{2\pi M_s L}{\gamma}\right)^2 \frac{\gamma}{\pi L M_s^2} = 4\pi L \gamma \frac{1}{\gamma^2}$

Масса домен. стенки на ед. площади ($г/см^2$) $m_w \cong \frac{1}{\gamma^2 \delta}$, где δ - характерный размер неоднородности

$M \ll \frac{1}{4}\frac{G^2}{\pi} = \frac{\pi L \gamma}{\gamma^2}$. $M_w = m_w S_{ef} = \frac{1}{\gamma^2 \delta}\pi R L = \frac{\pi L}{\gamma^2}\left(\frac{R}{\delta}\right)$,

$S_{ef} = \frac{V_d}{R} = \pi R L$ как 21/III

M_w - масса „доменной стенки". $R/\delta \approx 1$

12 Поэтому $M \ll \gamma M_w$ - критерий применимости разложения ω± частот по малым M (когда низкая ω расеет с M):

$M_w \approx \frac{\pi L}{\gamma^2} = \frac{1}{4\pi}\frac{L}{(\gamma/2\pi)^2} = \frac{L}{4\pi(3\cdot GHz/kOe)^2} = \frac{L}{4\pi\cdot 9}\frac{10^6 (Oe)^2}{10^{18}(Hz)^2} =$

$= \frac{L}{4\pi\cdot 9}\, 10^{-12}\, \frac{эрг\cdot c^2}{см^3} \approx L\cdot 10^{-14}\, \frac{эрг\cdot c^2}{см^3}$

Для $L \approx 10$ nm $M_w = 10\cdot 10^{-7}$ см $\frac{эрг\cdot c^2}{см^3}\cdot 10^{-14} = 10^{-20}\, z$, $[z] = \frac{эрг\cdot c^2}{см^2}$.

Это - то M_w малового, проверить.

13

14

15 Mon월요일 음12·21

Ур-е Thiele верно для „steady" motion, т.е. $c\vec{v} = const$, не завис. ни от „t" ни от $\vec{r}$.

$M_i = M_i(X_j - X_j)$, но всегда считать $X_j = v_j t$, вихрь vortex движет по кругу. $\vec{X}(t)$ – координата центра vortex

$$\vec{X} = X(\cos\omega t, \sin\omega t) = X(\cos\omega t + i\sin\omega t) = Xe^{i\omega t}$$

$$\frac{dM_i}{dt} = \frac{\partial M_i}{\partial x_j}(-1)\frac{dX_j}{dt} = \frac{\partial M_i}{\partial x_j}(-1)\, i\omega X_j$$

$$\frac{d\vec{X}}{dt} = X(-\omega\sin\omega t, \omega\cos\omega t) = i\omega X(i\sin\omega t + \cos\omega t) = i\omega X e^{i\omega t} = i\omega\vec{X}$$

$$H_i^g = -\frac{1}{M_s^2\gamma}\varepsilon_{ijk} M_j \frac{dM_k}{dt} = -\frac{1}{M_s^2\gamma}\varepsilon_{ijk} M_j (-i\omega)\frac{\partial M_k}{\partial x_\ell} X_\ell$$

16 Гирост. $f_j^g = -H_i^g \frac{\partial M_i}{\partial x_j} = \frac{1}{M_s^2\gamma}(-i\omega) M_m \frac{\partial M_k}{\partial x_\ell} X_\ell \varepsilon_{imk} \frac{\partial M_i}{\partial x_j} =$

$$= \frac{1}{M_s^2\gamma}(-i\omega)\varepsilon_{imk} M_m \frac{\partial M_i}{\partial x_j}\frac{\partial M_k}{\partial x_\ell} X_\ell = \frac{k}{M_s}(-i\omega) g_{j\ell} X_\ell$$

$$\hat{g}_{j\ell} = \frac{1}{M_s^2\gamma}\varepsilon_{imk} M_m \frac{\partial M_i}{\partial x_j}\frac{\partial M_k}{\partial x_\ell} \quad \text{– гиро-тензор}$$

или $f_j^g = (-i\omega)\varepsilon_{j\ell i} g_i X_\ell$, $g_i = -\frac{1}{2}\varepsilon_{ije}\hat{g}_{je}$

$f_j^g = \varepsilon_{jie} g_i \frac{dX_\ell}{dt}$, $\vec{f}^g = \vec{g} \times \frac{d\vec{X}}{dt}$ — выражения Thiele для гироскопич. силы $\vec{f}^g$ (напр. для $\vec{v} = const$) сохраняются

17 для любого движения (круговое, in particular), просто $\vec{v} \to \frac{d\vec{X}}{dt}$ и т.д.

В приближении Thiele главное внешнее („rigid" vortex):

если был вихрь неподвижный $\vec{M}_0(\vec{\rho})$, то смещенный на $\vec{X}$ $\Rightarrow \vec{M}_0(\vec{\rho} - \vec{X})$ с центром при $\vec{\rho} = \vec{X}(t)$. Это эквивалентно тому, что если была $f(z)$ т.о для shifted vortex стала $f(z - s)$ – т.е. смещение формы вихря не влияет, влияет лишь положение центра. → Ясно что уравнение Thiele $\vec{G} \times \frac{d\vec{X}}{dt} + \vec{F} = 0$ подходит лишь для translation motion сдвига вихря как целого ($ds/dt \neq 0$), но не подходит для расширения вихря с $\frac{dc}{dt} \neq 0$.

Escaneado con CamScanner

Частота vortexa из quadratic model

2001

2 FEBRUARY

목	금	토	일	월	화	수	목	금	토	일	월	화	수	목	금	토	일	월	화	수	목	금	토	일	월	화	수	•	•	•
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	•	•	•

18 Зависимость $\vec{X} = \vec{v}t$ ($\vec{v} = \text{const}$) не обязательна, $\vec{X}(t)$ может быть произвольной и все равно в "rigid" v. model будет УД

$$\vec{G} \times \frac{d\vec{X}}{dt} + \vec{F} = 0$$

для translation vortex mode.

Видимо от точн. заряда $q = 1$ придется отказаться и использовать two-vortex подход с $f(z) = \frac{1}{c}\left[iz + \frac{1}{2}(a - \bar{a}z^2)\right]$ с $q = 2$. Альтернатива: $z \to z' = \frac{z-a}{1-\bar{a}z}$ с $|z| = 1$.

I Quadr. model п/ч $a \ll 1$ (малое смещение vortex'a от центра):

$$f(z) = \frac{1}{c}\left[iz + \frac{a}{2}(1 - z^2)\right] \approx \left|\,|z| \ll 1\,\right| = \frac{1}{c}\left(iz + \frac{a}{2}\right) =$$

19 $= \frac{i}{c}\left(z - i\frac{a}{2}\right) = \frac{i}{c}z'$, $z' = z - i\frac{a}{2}$ эквивалентна "rigid" vortex model с $s = i\frac{a}{2}$ вдоль оси Oy. (стоит. до (8)). Действительно

$$f(z) = -\frac{a}{2c}(z - z_1)(z - z_2)$$ п/ч $a \ll 1$ $z_1 = i\frac{a}{2}$, $|z_1| \ll 1$, $z_2 = i\frac{2}{a}$.

II Conformal model $z' = \frac{z-a}{1-\bar{a}z} \asymp z - a$ тоже эквивалентна to "rigid" v. model с $s = a$.

Эквивалентность п/ч $a \ll 1$ по виду $\vec{m}(\vec{p})$, но не по $W(a)$.

Для conf. mode $W(a) = W(0) + \frac{1}{2}(4\pi)F_1(\beta) \cdot 4 \cdot a^2$, т.к. боковые заряды (см. 12/XII 00 г.) в 2 раза больше rigid v. model п/ч тем же $s = a$.

20 $W(a) \underset{\text{мин. } s}{=} W(0) + \frac{1}{2} 4\left[4\pi F_1(\beta)\right] s^2$, $s = a$ для конф. модели в мин. приближ.

$x = 4\, x_{Rig.V} \to \omega_0 = \frac{x}{G} = 4 \cdot \frac{x_{Rig.V}}{G} = 4 \cdot \omega_0\,(Rig.V.)$

$G \sim qp$ тоже

conformal model только увеличить частоту

If translation oscil. mode vortexa (которая и так велика).

21 → I Осталось попробовать quadratic model.

Согласно JEMS-JMMM paper (см. 28/XII) в quadratic model

$W(a) = W(0) + \left[2\pi F_1^V - \frac{1}{4}(R_0/R)^2\right] a^2$, но $|s| = \frac{a}{2}$ - сдвиг центра vortexa.

$W(s) = W(0) + 4\left[2\pi F_1^V - \frac{1}{4}(R_0/R)^2\right] s^2 \to \omega_0 = \frac{x_q}{G}$, $x_q \sim [\dots]$.

Escaneado con CamScanner

22

$$w(s) = \frac{W(X)}{(\pi R^2 L) M_s^2} = \frac{1}{2}\chi_q X^2 \frac{1}{\pi R^2 L M_s^2} = \frac{1}{2}\frac{\chi_q}{\pi L M_s^2}\left(\frac{X}{R}\right)^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\chi_q}{\pi L M_s^2}\right) s^2$$

$\rightarrow w(s) = w(0) + \tilde{a}\cdot s^2$, $\tilde{a} = \frac{1}{2}\frac{\chi_q}{\pi L M_s^2}$, $\chi_q = 2(\pi L M_s^2)\tilde{a}$, было $\chi_q = \frac{2\pi}{q} M_s K$

$$\omega_0 = \frac{\chi_q}{G} = \frac{1}{G} 2\pi L M_s^2 \tilde{a} = \frac{1}{\frac{2\pi}{q}\frac{M_s}{\gamma} K} 2\pi L M_s^2 \tilde{a} = \gamma M_s \frac{1}{q}\tilde{a}$$

$\omega_0 = \gamma M_s \frac{1}{q}\tilde{a}$ – закон translat. moges, q - топол. заряд ($q=2$ для quadr. model), $\tilde{a}$ – коэф. при s^2 в $w(s)$.

Quadratic model gave $\tilde{a} = 4\cdot\left[2\pi F_1^V(\beta) - \frac{1}{4}(R_0/R)^2\right] \approx 8\pi F_1^V(\beta)$ и $q=2$

Тогда $\omega_0 = (\gamma M_s)\frac{1}{2} 8\pi F_1^V(\beta)$ в рамках quadratic model.

23

$$\left(\frac{\omega_0}{2\pi}\right) = \left(\frac{\gamma}{2\pi}\right) M_s \cdot 4\pi F_1^V(\beta) = (1{,}27\ GHz)\cdot 8\pi F_1^V(\beta), \quad M_s = 860\ G \text{ как в LLG}$$

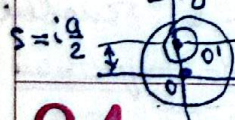
$$F_1^V(\beta) = \int_0^\infty \frac{dk}{k} f(\beta k)\left[\int_0^1 d\rho\,\rho J_1(k\rho)\right]^2 = \int_0^{k_m} dk(\ldots) + I(k_m), \text{ см. } 29/\overline{VII}$$

если брать $q=2$, то эта $\omega_0 \approx$ в 2 раза меньше ω_0-LLG.

$$f(z) = \frac{i}{c} z' = \frac{i}{c}\left[z + \frac{a}{2i}(1-z^2)\right], \quad z=0 \text{ – центр диска.}$$

$z'=0$ – центр вихря.

$x'0'y'$ система координат с центром в центре вихря.



$$\vec{m}(z) \Rightarrow \frac{dm}{dt} = \frac{\partial m}{\partial z'}\frac{\partial z'}{\partial t} = \frac{\partial m(z')}{\partial z'}\frac{1}{2i}\frac{dq}{dt}(1-z^2) =$$

24

$\vec{m}(z')$ – вектор в собств. системе координат

$$= \left| s = i\frac{a}{2} = -\frac{a}{2i} \right| = \frac{\partial m(z')}{\partial z'}\left(-\frac{ds}{dt}\right)(1-z^2)$$

этот множитель

$(1-z^2)$ перейдет в вычисление $\vec{G} \sim \int d^2\vec{\rho}\,\vec{g} \sim \int d^2\vec{\rho}\,\frac{dm_z}{dt}$

но $\int d^2\vec{\rho}\,(\ldots)$ дает $\vec{G}$ берется лишь по области где $m_z \neq 0$,

т.е. $z^2 \ll 1$, т.к. $|z|^2 \leq c^2 \ll 1$, дает $R \gg R_0$.

Сам вектор $\vec{G}$ считается при $a = 2s = 0$ в min. approximation, т.к. сила

рядом с $\frac{ds}{dt}$. $\vec{F}_g = \vec{G}\times\frac{d\vec{s}}{dt} \rightarrow (\vec{G})_{s=0} \times \frac{d\vec{s}}{dt}$.

но $(\vec{G})_{s=0} = (\vec{G})_{a=0}$ совпад. $f(z) = \frac{i}{c} z$, т.е. топол. заряд $q=1$, а не $q=2$ (!).

25 Положим $G = 2\pi\cdot\left(\frac{M_s}{\gamma}L\right)$ соотв. $q=1$, тогда как z^2 в рав-ве $W(s)$ дает в квадр. по s приближении пренебрегать нельзя (!). Ведь $W(s)$ считается $\int d^2\vec{\rho}\,(\dots)$ по всему доту. А $\vec{G}$ – свойство "core" и это свойство, локально при $c\ll 1 \Rightarrow z^2\ll 1$ можно выбросить. А в линейном по $s\sim a$ приближении и все остальные вклады в $\vec{q}$ надо взять при $s = i\frac{q}{1} = 0$, т.е. как для "rigid" вортекса.

$$\left(\vec{G}\right)_{\substack{a=0\\ c\ll 1}} \times \frac{d\vec{X}}{dt} - \frac{\partial W(\vec{X})}{\partial \vec{X}} = 0$$

← интегральный член

→ лок. член $\left(\vec{G}\right)_{\substack{a=0\\ c\ll 1}} = \left(\vec{G}\right)_{\text{rig.v. с } q=1}$

26 (Т.е. z^2 в $z' = z + \frac{a}{2i}(1-z^2)$ дает вклад в W, и не дает в $\vec{G}$ – в лин. по "a" приближении и $c^2\ll 1$.

Corrected Tacoma quadratic model $\omega_0 = (\gamma M_s)\,8\pi F_1^V(\beta)$, $q=1$.

Или $\left(\frac{\omega_0}{2\pi}\right) = (1{,}27\ \text{GHz})\cdot 16\pi F_1^V(\beta)$

$M_s = 860$ G, file New-vort.mcs

β	0,04	0,05	0,1	0,133	0,15	0,2	0,25	0,267	0,3	0,4	0,5
$\left(\frac{\omega_0}{2\pi}\right)$ GHz	0,217	0,269	0,516	0,667	0,742	0,95	1,14	1,21	1,32	1,64	
	0,204	0,249	0,495	0,631	0,721	0,930 (R=200nm)	1,12	1,17	1,24	1,56	1,84

← с поправкой на обмен

это довольно близко к (Эксп.) LLG – calc. точкам, см. 14/VIII

→ Более точно $\omega_0 = (\gamma M_s)\left[8\pi F_1^V(\beta) - \left(\frac{R_0}{R}\right)^2\right]$ – quadr. model

27 и $8\pi F_1^V(\beta) = \left(\frac{R_0}{R}\right)^2$ дает линию на МФД R-L, которую Кося численно построил в JMMM-JEMS paper.

Для quadratic model объем. поправка $(R_0/R)^2$ более значима, т.к. $R_c(L)$ идет выше, чем $R_c(L)$ – rig.v. model.

Но → $\omega_0(\beta) = \gamma M_s\cdot\left[8\pi F_1^V(\beta) - \beta^2\left(\frac{R_0}{L}\right)^2\right]$ – не есть строго

28 говоря, $f(\beta)$ только, а немного зависит и от L (только при $L<R_0$). Будем строить $\omega_0(\beta)$ с L такими как в LLG calc. при подсчете данного β и ω_0^{LLG}.

Например, для $\beta = 0{,}04$ берем $L = 10$ nm (т.к. только такое L соотв. $\beta = 0{,}04$ в LLG-calc. таблице Новосада – file Vort-dynam.opj').

→ Для rig.v. model $\omega_0 = (\gamma M_s)\left[2\pi F_1(\beta) - \frac{1}{2}\left(\frac{R_0}{R}\right)^2\right]$

Escaneado con CamScanner

January
일월 17/VII

1 JANUARY

월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31

29 Надо проверить вывод $\vec{G}$ для quadratic model, $a \ll 1$.

$$W(z,\bar{z}) = \begin{cases} f(z), & |f(z)|<1 \\ \dfrac{f(z)}{|f(z)|}, & |f(z)|\geq 1 \end{cases}, \quad f(z) = \frac{1}{c}\left[iz + \frac{1}{2}(a - \bar{a}z^2)\right]$$

a – вещество.

$\vec{G}$ вычисл. $\int d^2\vec{\rho}$ по „core", там $W(z,\bar{z}) = f(z)$,

$$m_x + i m_y = \sin\theta e^{i\Phi} = \frac{2W}{1+|W|^2}, \quad m_z = \cos\theta = \frac{1-|W|^2}{1+|W|^2}.$$

$$|f(z)|^2 = f(z)f(\bar{z}) = \frac{1}{c^2}\left[\rho^2 - a\rho(1+\rho^2)\sin\varphi + \frac{a^2}{4}(1-z^2)(1-\bar{z}^2)\right]$$

$$\sin\theta = \frac{2|W|}{1+|W|^2} \geq 0, \quad W = |W| e^{i\arg W}, \quad \Phi = \arg W.$$

30 Для обл. вокруг „core" $\Phi(\vec{\rho}) = \arg f(z)$

$$\arg f(z) = \operatorname{Im} \ln \frac{f(z)}{|f(z)|} = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im} f(z)}{\operatorname{Re} f(z)}$$

$$c f(z) = iz + \frac{1}{2}a(1-z^2) = i\rho e^{i\varphi} + \frac{1}{2}a(1-\rho^2 e^{i2\varphi}) =$$

$$= \rho(i\cos\varphi - \sin\varphi) + \frac{1}{2}a\{1 - \rho^2(\cos 2\varphi + i\sin 2\varphi)\}$$

$$c \operatorname{Re} f(z) = -\rho\sin\varphi + \frac{1}{2}a(1-\rho^2\cos 2\varphi)$$

$$c \operatorname{Im} f(z) = \rho\cos\varphi - \frac{1}{2}a\rho^2\sin 2\varphi$$

$$\operatorname{tg}\Phi(\vec{\rho}) = \frac{\operatorname{Im} f(z)}{\operatorname{Re} f(z)} = \frac{+\rho\cos\varphi - \frac{1}{2}a\rho^2\sin 2\varphi}{-\rho\sin\varphi + \frac{1}{2}a(1-\rho^2\cos 2\varphi)} =$$

31

$$= \frac{\cos\varphi - \frac{1}{2}a\rho\sin 2\varphi}{-\sin\varphi + \frac{1}{2}\frac{a}{\rho}(1-\rho^2\cos 2\varphi)}$$ – раскл. по „a" нельзя.

Согласно Thiele'73: $\hat{g}_{ij} = \frac{M_s}{\gamma} e_{kln} m_k \frac{\partial m_l}{\partial x_i} \frac{\partial m_n}{\partial x_j}$, $\vec{m}^2 = 1$, x_i – декарт. коорд.

Т. Леви-Чивита $e_{kln} = \begin{cases} 1, & kln = 123 \text{ и цикл. перестан.} \\ -1, & kln = 132 \text{ и цикл. перест.} \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$

$$\hat{g}_{xx} = \frac{M_s}{\gamma} e_{kln} \frac{\partial m_l}{\partial x} \frac{\partial m_n}{\partial x} m_k = (\cdot)\left[m_x\left\{\frac{\partial m_y}{\partial x}\frac{\partial m_z}{\partial x} - \frac{\partial m_z}{\partial x}\frac{\partial m_y}{\partial x}\right\} + \right.$$

$$\left. + m_y\left(\frac{\partial m_z}{\partial x}\frac{\partial m_x}{\partial x} - \frac{\partial m_x}{\partial x}\frac{\partial m_z}{\partial x}\right) + m_z\left(\frac{\partial m_x}{\partial x}\frac{\partial m_y}{\partial x} - \frac{\partial m_y}{\partial x}\frac{\partial m_x}{\partial x}\right)\right] = 0$$

и все $\hat{g}_{dd} = 0$.

Escaneado con CamScanner

1 $\sum_{p\ (k\neq p)} \delta_{klp}\,\varepsilon_{ijk} = \varepsilon_{ijk}\,\varepsilon_{klp} = \delta_{il}\delta_{jm} - \delta_{in}\delta_{je}$

$\hat{g}_{xy} = \left(\frac{M_s}{\gamma}\right) \varepsilon_{kln}\, m_k \frac{\partial m_l}{\partial x}\frac{\partial m_n}{\partial y} = (\cdot)\left[m_x\left(\frac{\partial m_y}{\partial x}\frac{\partial m_z}{\partial y} - \frac{\partial m_z}{\partial x}\frac{\partial m_y}{\partial y}\right) + \right.$

$\left. + m_y\left(\frac{\partial m_z}{\partial x}\frac{\partial m_x}{\partial y} - \frac{\partial m_x}{\partial x}\frac{\partial m_z}{\partial y}\right) + m_z\left(\frac{\partial m_x}{\partial x}\frac{\partial m_y}{\partial y} - \frac{\partial m_y}{\partial x}\frac{\partial m_x}{\partial y}\right)\right]$

$\hat{g}_{xz} = 0$, $\hat{g}_{\alpha z} = 0$ т.к. $\frac{\partial m_\alpha}{\partial z} = 0$ — не зависимость от z.

$$\rightarrow \hat{g}_{\alpha\beta} = \begin{array}{c} \\ x \\ y \\ z \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x & y & z \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & g_{xy} & 0 \\ g_{yx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}, \quad \hat{g}_{yx} = -\hat{g}_{xy}$$ — в 2D-случае

2

Гиперветор $g_i = -\frac{1}{2}\varepsilon_{ijk}\hat{g}_{jk}$. $g_x = -\frac{1}{2}\varepsilon_{ijk}\hat{g}_{jk} = -\frac{1}{2}(\hat{g}_{xz} - \hat{g}_{zx}) = 0$ (1)

$g_y = -\frac{1}{2}(\hat{g}_{zx} - \hat{g}_{xz}) = 0$

$\rightarrow g_z = -\frac{1}{2}(\hat{g}_{xy} - \hat{g}_{yx}) = -\frac{1}{2}(\hat{g}_{xy} + \hat{g}_{xy}) = -\hat{g}_{xy}$ — одна компонента, $\vec{g} \parallel oz$

$f_i^g = \varepsilon_{ijk} g_j v_k = (\vec{g}\times\vec{v})_i$, $\vec{f}^g \cdot \vec{a} = f_i^g a_i = \varepsilon_{ijk} a_i g_j v_k = \vec{a}\cdot(\vec{g}\times\vec{v})$

Красиво $\hat{g}_{ij} = \frac{M_s}{\gamma}\,\vec{m}\cdot\left(\frac{\partial\vec{m}}{\partial x_i}\times\frac{\partial\vec{m}}{\partial x_j}\right)$ — тензор

3 В 2D случае $\vec{g} = g_z\hat{\vec{z}} = -\hat{z}\frac{M_s}{\gamma}\vec{m}\cdot\left(\frac{\partial\vec{m}}{\partial x}\times\frac{\partial\vec{m}}{\partial y}\right)$

В цил. координатах:

$\nabla\psi = \hat{\vec{x}}\frac{\partial\psi}{\partial x} + \hat{\vec{y}}\frac{\partial\psi}{\partial y} + \hat{\vec{z}}\frac{\partial\psi}{\partial z} = \hat{\vec{\rho}}\frac{\partial\psi}{\partial\rho} + \hat{\vec{\varphi}}\frac{1}{\rho}\frac{\partial\psi}{\partial\varphi} + \frac{\partial\psi}{\partial z}\hat{\vec{z}}$

$(\nabla\psi)_{xy} = \hat{x}\frac{\partial\psi}{\partial x} + \hat{y}\frac{\partial\psi}{\partial y} = \hat{\rho}\frac{\partial\psi}{\partial\rho} + \hat{\varphi}\frac{1}{\rho}\frac{\partial\psi}{\partial\varphi} = (\hat{x}\cos\varphi + \hat{y}\sin\varphi)\frac{\partial\psi}{\partial\rho} +$

$+ (-\hat{x}\sin\varphi + \hat{y}\cos\varphi)\frac{1}{\rho}\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}$

4

$\hat{x}$: $\frac{\partial}{\partial x} = \cos\varphi\frac{\partial}{\partial\rho} - \sin\varphi\cdot\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\varphi}$

$\hat{y}$: $\frac{\partial}{\partial y} = \sin\varphi\frac{\partial}{\partial\rho} + \cos\varphi\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\varphi}$

$$\begin{vmatrix} \hat{\rho}(\vec{i}) & \hat{\varphi}(\vec{j}) & \hat{z}(\vec{k}) \\ \frac{\partial m_x}{\partial x} & \frac{\partial m_y}{\partial x} & \frac{\partial m_z}{\partial x} \\ \frac{\partial m_x}{\partial y} & \frac{\partial m_y}{\partial y} & \frac{\partial m_z}{\partial y} \end{vmatrix}$$

$\frac{\partial m_y}{\partial x}\frac{\partial m_z}{\partial y} - \frac{\partial m_z}{\partial x}\frac{\partial m_y}{\partial y} = \left(\cos\varphi\frac{\partial m_y}{\partial\rho} - \frac{1}{\rho}\sin\varphi\frac{\partial m_y}{\partial\varphi}\right)\left(\sin\varphi\frac{\partial m_z}{\partial\rho} + \frac{\cos\varphi}{\rho}\frac{\partial m_z}{\partial\varphi}\right)$

Escaneado con CamScanner

5

$$= -\left(\cos\varphi\frac{\partial m_z}{\partial\rho} - \frac{\sin\varphi}{\rho}\frac{\partial m_z}{\partial\varphi}\right)\left(\sin\varphi\frac{\partial m_y}{\partial\rho} + \frac{\cos\varphi}{\rho}\frac{\partial m_y}{\partial\varphi}\right) =$$

$$= -\frac{1}{\rho}\sin^2\varphi\,\frac{\partial m_y}{\partial\varphi}\frac{\partial m_z}{\partial\rho} + \frac{1}{\rho}\cos^2\varphi\,\frac{\partial m_y}{\partial\rho}\frac{\partial m_z}{\partial\varphi} + \frac{1}{\rho}\sin^2\varphi\,\frac{\partial m_z}{\partial\varphi}\frac{\partial m_y}{\partial\rho} - \frac{\cos^2\varphi}{\rho}\frac{\partial m_z}{\partial\rho}\frac{\partial m_y}{\partial\varphi}$$

$$= \frac{1}{\rho}\sin^2\varphi\left(\frac{\partial m_z}{\partial\varphi}\frac{\partial m_y}{\partial\rho} - \frac{\partial m_y}{\partial\varphi}\frac{\partial m_z}{\partial\rho}\right) + \frac{1}{\rho}\cos^2\varphi\left(\frac{\partial m_y}{\partial\rho}\frac{\partial m_z}{\partial\varphi} - \frac{\partial m_z}{\partial\rho}\frac{\partial m_y}{\partial\varphi}\right)$$

$$= \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial m_y}{\partial\rho}\frac{\partial m_z}{\partial\varphi} - \frac{\partial m_y}{\partial\varphi}\frac{\partial m_z}{\partial\rho}\right)$$

$$\frac{\partial\vec m}{\partial x}\times\frac{\partial\vec m}{\partial y} = \left[\cos\varphi\frac{\partial\vec m}{\partial\rho} - \frac{\sin\varphi}{\rho}\frac{\partial\vec m}{\partial\varphi}\right]\times\left[\sin\varphi\frac{\partial\vec m}{\partial\rho} + \frac{\cos\varphi}{\rho}\frac{\partial\vec m}{\partial\varphi}\right] =$$

$$= \left|\text{есть только перпендик. члены}\right| = \frac{\cos^2\varphi}{\rho}\frac{\partial\vec m}{\partial\rho}\times\frac{\partial\vec m}{\partial\varphi} - \frac{\sin^2\varphi}{\rho}\frac{\partial\vec m}{\partial\varphi}\times\frac{\partial\vec m}{\partial\rho} =$$

6

$$= \frac{1}{\rho}\frac{\partial\vec m}{\partial\rho}\times\frac{\partial\vec m}{\partial\varphi}$$

В 2D случае в цил. коорд.:

$$\vec q = q_z\hat{\vec z} = -\hat{\vec z}\frac{M_s}{\gamma}\frac{\vec m}{\rho}\cdot\left(\frac{\partial\vec m}{\partial\rho}\times\frac{\partial\vec m}{\partial\varphi}\right)$$ — топологический заряд

- Для $\vec m$ возможны цил. проекции $\vec m(m_\rho, m_\varphi, m_z)$ или сферические проекции $m_x + i m_y = \sin\theta e^{i\varphi}$, $m_z = \cos\theta$ и, конечно, декартовы $\vec m(m_x, m_y, m_z)$.
- Для $\vec r$ - координат возможны декартовы (x, y), цил. (ρ, φ) и комплексные $z, \bar z$ - координаты, $z = x + iy$.

$$\frac{\partial}{\partial z} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial x} - i\frac{\partial}{\partial y}\right),\quad \frac{\partial}{\partial\bar z} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial x} + i\frac{\partial}{\partial y}\right),\quad \frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial\bar z},\quad \frac{\partial}{\partial y} = \frac{1}{i}\left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial\bar z}\right) = i\left(\frac{\partial}{\partial\bar z} - \frac{\partial}{\partial z}\right)$$

7

$$\frac{\partial\vec m}{\partial x}\times\frac{\partial\vec m}{\partial y} = \left(\frac{\partial\vec m}{\partial z} + \frac{\partial\vec m}{\partial\bar z}\right)\times i\left(\frac{\partial\vec m}{\partial z} - \frac{\partial\vec m}{\partial\bar z}\right) =$$

$$= i\left[-\frac{\partial\vec m}{\partial z}\times\frac{\partial\vec m}{\partial\bar z} + \frac{\partial\vec m}{\partial\bar z}\times\frac{\partial\vec m}{\partial z}\right] = 2i\left(\frac{\partial\vec m}{\partial\bar z}\times\frac{\partial\vec m}{\partial z}\right)$$

$$\rightarrow \vec q = -\hat{\vec z}\frac{M_s}{\gamma}\vec m\cdot 2i\left(\frac{\partial\vec m}{\partial\bar z}\times\frac{\partial\vec m}{\partial z}\right)$$ — можно выразить через комплекс. координату $W(z,\bar z)$, $m_x + i m_y = \frac{2W}{1+|W|^2}$, $m_z = \frac{1-|W|^2}{1+|W|^2}$

$$W(z,\bar z) = \operatorname{tg}\left[\frac{1}{2}\theta(x,y)\right]e^{i\varphi(x,y)}$$, θ, Φ - сферич. углы $\vec m$.

В области "вне" $W(z,\bar z) = f(z)$ и $m_x + i m_y = \frac{2W}{1+|W|^2}$, $m_z = \frac{1-|W|^2}{1+|W|^2}$

Escaneado con CamScanner

Dynam. Vortex - papers review

2001

3 MARCH

복 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31

8

Посмотреть:

а) A.A. Thiele, IEEE Tr. Magn. 22 (6), 1876-80 (1986) JAP 47 (6), 2759 (1976), JAP 53 (3), 2552 (1982).
Как работа после 1991 г.

б) Huber D.L., JAP 53(3), 1899 (1982).

в) Wysin G.M. – Phys. Lett. A 240 (1-2), 95-99 (1998)
– J. Phys. – Cond. Mat 4 (47), 9411-9422 (1992); | Ph. R. B55 14 144 (1997), PRB 52, 7412 (1995).
– J. Ph. – Cond. Mat. 2(7), 1853-68 (1990)

9

д) Mertens F.G. Physica D141 (3-4), 261-80 (2000).
Ph. R. B 59, 7010-19 (1999). – Euro Phys J B 9(2), 237-43 (1999).
– Euro Phys. J B 7(4), 607-18 (1999).

10

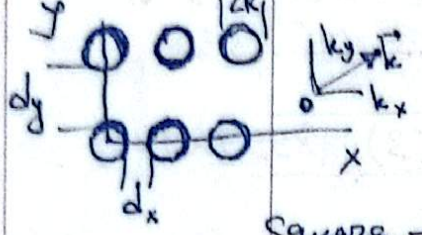
11

Escaneado con CamScanner

February 26/VIII Расчет Han, χ в rectan. lot array (зависимости от φ_H)

2 FEBRUARY

12 → Повторяю с Shima сделаем и построим $\chi(\varphi_H)$, $H_{an}(\varphi_H)$ на rectan. lot arrays FeNi cylindrical dots. $L = 76$ nm, $2R = 0{,}8\,\mu$m, FeNi, $d_x = 6$



A) $d_x = 0{,}2\,\mu$m; $d_y = 3R = 1{,}2\,\mu$m

B) $d_x = 0{,}2\,\mu$m; $d_y = R = 0{,}4\,\mu$m

Square → C) $d_x = 0{,}2\,\mu$m; $d_y = 0{,}2\,\mu$m $= \frac{1}{2}R$

$\xi = \frac{T_1}{T_2} = \frac{T_x}{T_y}$. Сделать зависимость от φ_H.

См. анализ 8/III, 12/III, 20-21/III, 21-26/VII

Lacoste ($\vec{k}$) 13 $W(s,\varphi_H) = \frac{1}{M_s^2 V_d} W(s,\varphi_H) = W(s=0) + F(\beta,d,\varphi_H)\cdot 2\pi s^2 - sh$

$\frac{1}{V_d} W_H = -\langle \vec{M} \rangle_{V_d} \cdot \vec{H} = -s M_s \frac{\vec{H}}{H} \cdot \vec{H} = -s M_s H = -sh\,(M_s^2)$ -

в рамках "rigid" v. model $\vec{s} \perp \vec{H}$, $\langle \vec{M} \rangle \parallel \vec{H}$.

→ $F(\beta,d,\varphi_H) = \frac{4\pi}{T_1 T_2} \sum_{\vec{k}} \frac{f(kL)}{k^2} J_1^2(kR) \cos^2(\varphi_k - \varphi_H)$

Ч/з grace обмена $F(\beta,d,\varphi_H) \to F(\ldots) - \frac{1}{4\pi}(R_0/R)^2$.

$W(s,\varphi_H) = W(0) + A(\varphi_H)\,s^2 - sh$, $F(\beta,d,\varphi_H) = \frac{1}{2\pi} A(\varphi_H)$

14 Две теоремы: решетки vortex dots в поле $\vec{H}(\varphi_H)$ в рамках "rigid" v. model

$\chi_{int}(0) = \frac{1}{2A(\varphi_H)}$ и $H_{an} = 2M_s A(\varphi_H)$

$\cos^2(\varphi_k - \varphi_H) = [\cos\varphi_k \cos\varphi_H + \sin\varphi_k \sin\varphi_H]^2 = \cos^2\varphi_k \cos^2\varphi_H +$

$+ 2\sin\varphi_k \cos\varphi_k \cos\varphi_H \sin\varphi_H + \sin^2\varphi_k \sin^2\varphi_H =$

(не даст вкл. в $\sum_{\vec{k}}(\ldots)$ из-за сим. $\vec{k} \to -\vec{k}$)

$= \cos^2\varphi_k \cos^2\varphi_H + (1 - \cos^2\varphi_H)\sin^2\varphi_k = \sin^2\varphi_k + \cos 2\varphi_k \cdot \cos^2\varphi_H$

→ $F(\beta,d,\varphi_H) = \sum_{\vec{k}} G(k)\cos^2(\varphi_k - \varphi_H) = \sum_{\vec{k}} G(k)\sin^2\varphi_k + \left[\sum_k G(k)\cos 2\varphi_k\right]$

$\vec{k} = 2\pi\left(\frac{n_1}{T_1}, \frac{n_2}{T_2}\right)$ & $\vec{k}$ – произвольн.

Escaneado con CamScanner

15 $G(k) = \frac{4\pi}{T_1 T_2} \frac{f(kL)}{k^2} J_1^2(kR)$ и $\sum_k G(k)\cos 2\varphi_k$ –

– характерна, initial anisotropy due to interdot m. coupling

→ $W(\varphi_H) = \text{const} + K_4 \cos^2\varphi_H$, $K_4 = 2\pi s^2 \sum_k G(k)\cos 2\varphi_k$

(для Нан, $s=1$).

И $h_{an}(\varphi_H) = \chi^{-1}_{int}(\varphi_H) = 4\pi \mathbb{F}(\beta, d, \varphi_H)$ – нанобразная обменная

Отметим, что $\langle M\rangle_{V_d} \sim S$, а $Q \sim s^2$ пренебрегаем. Т.о. расчет Нан, χ в "grid" model — это численное приближение для описания interdot m. coupling, где каждый dot имеет дип. момент $\vec{\mu} = \langle \vec{M}\rangle_{V_d} \cdot V_d$, расположенный в его центре ($\vec{R}=0$).

16 II способ ($\vec{R}_n$ – представление) – нужно найти $\mathbb{F}(\beta, d, \varphi_H)$

Сам. 24/VII в дип. приближ. для interdot coupling (без тождественных W_m – th-dot)

$$W_m(S) = W_m^S(0) + 2\pi \mathbb{F}(\beta, d, \varphi_H) S^2$$

$$\to \mathbb{F}(\beta, d, \varphi_H) = F_1(\beta) + \frac{V_d}{4\pi} \sum_{n\neq 0} \frac{1}{R_n^3}\left[1 - 3\cos^2(\varphi_{R_n} - \varphi_H)\right], \quad V_d = \pi R^2 L$$

$$\mathbb{F}(\beta, d, \varphi_H) = F_1(\beta) + \frac{1}{4}\beta \sum_{n\neq 0}\left(\frac{R}{R_n}\right)^3\left[1 - 3\cos^2(\varphi_{R_n} - \varphi_H)\right]$$

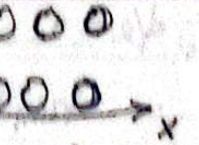
$$\cos^2(\varphi_{\vec{R}_n} - \varphi_H) = \sin^2\varphi_{\vec{R}_n} + \cos 2\varphi_{\vec{R}_n} \cdot \cos^2\varphi_H$$

17 $1 - 3\cos^2(\varphi_{R_n} - \varphi_H) = 1 - 3\sin^2\varphi_{R_n} - 3\cos 2\varphi_{R_n} \cdot \cos^2\varphi_H$

$$\to \mathbb{F}(\beta, d, \varphi_H) = \mathbb{F}(\beta, d, \varphi_H = \pi/2) - \frac{3}{4}\beta \cdot \cos^2\varphi_H \sum_{n\neq 0}\left(\frac{R}{R_n}\right)^3 \cos 2\varphi_{\vec{R}_n} =$$

$$= \mathbb{F}(\beta, d, \varphi_H = \pi/2) + \mathbb{F}_a(\beta, d)\cos^2\varphi_H$$

18 $\mathbb{F}_a(\beta, d) = -\frac{3}{4}\beta \sum_{n\neq 0}\left(\frac{R}{R_n}\right)^3 \cos 2\varphi_{\vec{R}_n}$



$\mathbb{F}_a < 0$, это соотв. ОЛН вдоль Ox – оси легкой намагн. ($\varphi_H = 0$).

Тогда как в $\vec{k}$-представлении $\mathbb{F}_a(\beta, d) = \sum_k G(k)\cos 2\varphi_k$ с

$G(k) = \frac{4\pi}{T_1 T_2} f(kL)\frac{1}{k^2} J_1^2(kR)$ – Считать сложнее численно, но это более точно (см. →).

Escaneado con CamScanner

February
이월

$\vec{R}_n = (n_1 T_1, n_2 T_2)$

2 FEBRUARY

목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28

19 Рыбин расчет Rectan - Lat - Voztex. mcd

$d_1 = d_x = \text{const}$. $d_y = d_2 = d$ - менялся

$$\frac{R}{R_n} = \frac{R}{\sqrt{n_1^2 T_1^2 + n_2^2 T_2^2}} = \frac{R}{T_1}\frac{1}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2 (T_2/T_1)^2}} = \frac{R}{T_1}\frac{1}{\left(n_1^2 + \frac{n_2^2}{\xi^2}\right)^{1/2}}$$

$$\xi = \frac{T_1}{T_2} = \frac{1 + (d_1/2R)}{1 + (d_2/2R)} \rightleftharpoons \xi(d_2).$$

$$\mathbb{F}_a(\beta, d) = -\frac{3}{4}\beta \sum_{n\neq 0}\left(\frac{R}{R_n}\right)^3 \cos 2\varphi_{Rn} = -\frac{3}{4}\beta\left(\frac{R}{T_1}\right)^3 \sum_{n\neq 0}\frac{\cos 2\varphi_{Rn}}{\left(n_1^2 + \frac{n_2^2}{\xi^2}\right)^{3/2}}$$

$$\cos 2\varphi_{Rn} = \cos^2\varphi_{Rn} - \sin^2\varphi_{Rn} = \frac{n_1^2 T_1^2 - n_2^2 T_2^2}{n_1^2 T_1^2 + n_2^2 T_2^2} = \frac{n_1^2\xi^2 - n_2^2}{n_1^2\xi^2 + n_2^2}$$

$$\rightarrow \mathbb{F}_a(\beta, d) = -\frac{3}{4}\beta\left(\frac{R}{T_1}\right)^3 \sum_{n_1, n_2 \neq 0}\frac{1}{\left[n_1^2 + \frac{n_2^2}{\xi^2}\right]^{3/2}}\left(\frac{n_1^2\xi^2 - n_2^2}{n_1^2\xi^2 + n_2^2}\right)$$

20

$$\sum_{n_1 n_2} F(n_1^2, n_2^2) = 2\sum_{n_1=1} F(n_1^2, 0) + 2\sum_{n_2=1} F(0, n_2^2) + 4\sum_{\substack{n_1=1\\ n_2=1}} F(n_1^2, n_2^2)$$

$$\mathbb{F}(\beta, d, \varphi_H = \pi/2) = F_1(\beta) + \frac{1}{4}\beta\sum_{n\neq 0}\left(\frac{R}{R_n}\right)^3\left[1 - 3\sin^2\varphi_{Rn}\right]$$

$$\rightarrow \mathbb{F}(\beta, d, \varphi_H = \pi/2) = F_1(\beta) + \frac{1}{4}\beta\left(\frac{R}{T_1}\right)^3 \sum_{n_1 n_2}\frac{1}{\left[n_1^2 + \frac{n_2^2}{\xi^2}\right]^{3/2}}\left[1 - 3\frac{n_2^2}{n_1^2\xi^2 + n_2^2}\right]$$

$d = d_y = d_2$ изменяем. $d \to d/R$.

$\beta = \frac{76\ nm}{400\ nm} = 0{,}19$. $\frac{d}{R} = 3,\ 1,\ 1/2$

exp. образц (A) (B) (C) – N образцов dot array

21 (A) $d/R = 3$ $\mathbb{F}(\beta, 3, \frac{\pi}{2}) = 0{,}09980$; $\mathbb{F}_a(\beta, 3) = -0{,}01688$

$$h_{an}(\varphi_H) = \chi^{-1}(\varphi_H) = 4\pi\,\mathbb{F}(\beta, 3, \varphi_H) = 4\pi\left[\mathbb{F}(\beta, 3, \tfrac{\pi}{2}) + \mathbb{F}_a(\beta, 3)\cos^2\varphi_H\right]$$

$h_{an}(\varphi_H) = \chi^{-1}(\varphi_H) = 1{,}254 - 0{,}213\cdot\cos^2\varphi_H$, $h_{an} = H_{an}/M_s$

(B) $d/R = 1$ $\mathbb{F}(\beta, 1, \pi/2) = 9.065\cdot 10^{-2}$; $\mathbb{F}_a(\beta, 1) = -0.754\cdot 10^{-2}$

$h_{an}(\varphi_H) = \chi^{-1}(\varphi_H) = 1{,}139 - 0{,}095\cdot\cos^2\varphi_H$.

(C) $d/R = 1/2$ quadratic lat. $\mathbb{F}(\beta, 1/2, \pi/2) = 8.377\cdot 10^{-2}$; $\mathbb{F}_a(\beta, 1/2) = 0$

$h_{an}(\varphi_H) = \chi^{-1}(\varphi_H) = 1{,}053$

Escaneado con CamScanner

28/III Описание rectan. dot array - Ku. 2001

3 MARCH

목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31

22 Анизотропия $H_{an}(\varphi_H)$, в rectan. dot array:

$$h_{an}(\varphi_H=\pi/2) - h_{an}(\varphi_H=0) = -4\pi F_a(\beta,d) > 0.$$

Сом. 8/III

$$w_m = \frac{1}{V_d M_s^2} W_m(\varphi_H) = \sum_{\vec{k}} F(k) \sin^2\varphi_{\vec{k}} + K_u \cos^2\varphi_H$$

$$K_u = \sum_{\vec{k}} F(k) \cos 2\varphi_{\vec{k}}, \quad F(k) = s^2 \frac{8\pi^2}{T_1 T_2} f(kL) \frac{1}{k^2} J_1^2(kR)$$

(Зависит от $\vec{H}$ через $\langle M\rangle$ или s. Для $s=1$ ($\langle M\rangle = M_s$ - saturation)

(*) $$K_u/M_s^2 = \frac{8\pi^2}{T_1 T_2} \sum_{\vec{k}} \frac{f(kL)}{k^2} J_1^2(kR) \cos 2\varphi_k = 2\pi \sum_{\vec{k}} G(k) \cos 2\varphi_{\vec{k}} = 2\pi F_a$$

23 uniaxial m. coupling/anisotropy (induced) in rectan. d. array in M_s^2 units.

Более общее выраж. (см. 21/VII) в дип. приближении для interdot coupling:

$$\frac{1}{V_d} W_m = \frac{8\pi^2}{T_1 T_2} \langle\vec{M}\rangle^2 \sum_{\vec{k}} \frac{f(kL)}{k^2} J_1^2(kR) \cos^2(\varphi_k - \varphi_H)$$

$$\frac{1}{V_d} W_m(\varphi_H) = \underset{(W_m(\pi/2))}{\text{const}} + K_u \cos^2\varphi_H$$

$$K_u = \frac{8\pi^2}{T_1 T_2} \langle\vec{M}\rangle^2 \sum_{\vec{k}} \frac{f(kL)}{k^2} J_1^2(kR) \cos 2\varphi_{\vec{k}}$$

$\langle\vec{M}\rangle$ определен подробно ранее m. distribution.

24 Для "rigid" v. model $\langle\vec{M}\rangle = M_s s \frac{\vec{H}}{H}$ и K_u как выше (x):

$$\frac{1}{M_s^2} K_u = 2\pi F_a(\beta,d), \quad F_a(\beta,d) = \begin{cases} \sum_{\vec{k}} G(k) \cos 2\varphi_k & \text{в } \vec{k}\text{-представл.} \\ -\frac{3}{4}\beta \sum_{n\neq 0} \left(\frac{R}{R_n}\right)^3 \cos 2\varphi_{R_n} & \text{в } \vec{R}\text{-пред.} \end{cases}$$

25 Но все же F_a, K_u в $\vec{k}$ представлении и $\vec{R}_n$ - представление будут различаться.

Ведь в $\vec{R}_n$ - представлении отсутствие диполя, а в $\vec{k}$ - пред. hom. dots с $\langle M\rangle \neq 0$, $\vec{M} = M_s \frac{\vec{H}}{H}$, $Q=0$, но конечного радиуса R. Различие будет для $d/R < 1$.

Escaneado con CamScanner

26

Ковисар стигал:

$$\frac{1}{2}\left[h_{an}(\psi_R) - h_{an}^{(isol)}\right] = 2\pi\left[F(\beta, d, \varphi_H) - F_1(\beta)\right] =$$

$$\left|\frac{\delta \vec{R}}{\text{нуля}}\right| = 2\pi \cdot \frac{1}{4}\beta \sum_{n\neq 0}\left(\frac{R}{R_n}\right)^3\left[1 - 3\cos^2(\varphi_{R_n} - \varphi_H)\right]$$

Тогда как $K_u = 2\pi F_a(\beta, d) = (2\pi)\left(\frac{-3}{4}\right)\beta \sum_{n\neq 0}\left(\frac{R}{R_n}\right)^3 \cos 2\varphi_{R_n}$

Т.к. $1 - 3\cos^2(\varphi_{R_n} - \varphi_H) = 1 - 3\sin^2\varphi_{R_n} - 3\cos 2\varphi_{R_n}\cos^2\varphi_H$, то

$$\frac{1}{2}\left[h_{an}(d, \varphi_H) - h_{an}(isol)\right] = 2\pi \cdot \frac{1}{4}\beta \sum_n \left(\frac{R}{R_n}\right)^3 (1 - 3\sin^2\varphi_{R_n}) -$$

27

$$- 2\pi\left(+\frac{3}{4}\right)\beta \sum_n \left(\frac{R}{R_n}\right)^3 \cos 2\varphi_{R_n} \cdot \cos^2\varphi_H$$

Видно, что только коэф. при $\cos^2\varphi_H$ из $\frac{1}{2}[h_{an}(d, \varphi_H) - h_{an}(isol)]$ дает вклад в K_u, да и то в не очень удачном $\vec{R}$-представлении (теряет линейность).

→ $h_{an}(\varphi_H) = 4\pi F(\beta, d, \varphi_H)$ и $K_u = 2\pi F_a(\beta, d)$

$$F(\beta, d, \varphi_H) = F(\beta, d, \tfrac{\pi}{2}) + F_a(\beta, d)\cos^2\varphi_H$$

Поэтому $K_u = \frac{1}{2}\left[h_{an}(\varphi_H = 0) - h_{an}(\pi/2)\right]$

→ Видно, что $\frac{1}{\beta}K_u$ будет универсал. функцией d/R и его надо сделать.

28

→ Для $h_{an}(\varphi_H)$ универсал. ф-я от $\frac{d}{R}$ есть $\frac{h_{an}(\beta, d, \varphi_H)}{h_{an}^{isol}(\beta)}$ как в PRL и PRB submitted papers.

Уточним расчет от 26/VIII в $\vec{R}$-представл.:

Образцы

• (A) $d/R = 3$ → $h_{an}(\varphi_H) = 1{,}267 - 0{,}283\cdot\cos^2\varphi_H$, $h_{an}^{isol}(\beta = 0{,}19) = 1{,}226$ (с exch. ур. 1,223)
$K_u = -0{,}141$

• (B) $d/R = 1$ → $h_{an}(\varphi_H) = 1{,}130 - 0{,}142\cdot\cos^2\varphi_H$
$K_u = -0{,}071$

• (C) $d/R = 1/2$ (quadrat. lat.) → $h_{an}(\varphi_H) = 1{,}001$; $K_u = 0$

Escaneado con CamScanner

1 В эксперименте можно измерить $H_{an}^{isol} = H_{an}^{chain}$ ($\vec{H} \perp chain$), т.е. $H_{an}^{isol} = H_{an}(\varphi_k = 3, \varphi_H = \pi/2)$, а это $\max H_{an}(\varphi_H)$ на эксперименте.

Для Sample A (а это $\perp$ chain) $H_{an}^{max} = 937$ Oe – эксп., $M_s = 800$ Oe, $h_{an}^{isol} = \frac{937\ Oe}{800\ Oe} = 1,171$ — довольно близко к теор. $h_{an}^{isol} = 1,225$

(A) $\frac{h_{an}(\varphi_H)}{h_{an}^{isol}} = 1,034 - 0,231 \cdot \cos^2\varphi_H$; $\frac{h_{an}(\pi/2)}{h_{an}(0)} = 1,29 \rightarrow$ эксп. $\frac{h_{an}(\frac{\pi}{2})}{h_{an}(0)} = 1,53$

origin – Rect_vert-lat-Han.opj

$K_u^{эксп} = \frac{1}{2}\left[h_{an}(0) - h_{an}(\frac{\pi}{2})\right] = -0,203$

(B) $\frac{h_{an}(\varphi_H)}{h_{an}^{isol}} = 0,922 - 0,116 \cdot \cos^2\varphi_H$;

2 Calc. $\frac{h_{an}(\pi/2)}{h_{an}(0)} = 1,144 \rightarrow$ эксп. $\frac{h_{an}(\pi/2)}{h_{an}(0)} = \frac{758}{568} = 1,335$

$K_u^{эксп} = -0,119$

Видно: 1) $K_u^{эксп} > K_u^{calc}$ ~ в 1,5 раза (немного $K_u^{эксп}$ можно уменьшить, увеличивая $M_s = 800$ Oe);

2) амплитуда разброса $\frac{h_{an}(\pi/2)}{h_{an}(0)}$ – эксп. ~ на 20 % больше calc.

т.е. exp. anisotropy $h_{an}(\varphi_H)$ заметно больше calc.

3

4

Escaneado con CamScanner

March 삼월

Vortex

МФД R-L и new-vortex ($\theta(\rho)$ - модель)

26/IV

3 MARCH

5

Согласно 3/V для цил. дом. vortex с $\vec{m} = \vec{m}(\rho)$ только и $m_\varphi = 0$ отнс. ур. Эйлера:

$$(*)\quad \nabla^2\theta(\rho) - \frac{1}{\rho^2}\sin\theta(\rho)\cos\theta(\rho) = \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \int_0^1 d\rho' \rho' g(\rho,\rho')\cos\theta(\rho') \cdot \sin\theta(\rho)$$

где $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}$, $m_z(\rho) = \cos\theta(\rho)$, $R_0^2 = C/M_s^2$ - обм. длина,

и. ядро $g(\rho,\rho') = -\frac{4\pi}{\beta}\int_0^\infty dx \left[1 - e^{-\beta x}\right] J_0(\rho x)\, J_0(\rho' x)$ имеет max при $\rho = \rho'$

Анзацы условия $\theta_0(\rho) = \begin{cases} 2\operatorname{arctg}\rho/\delta, & \rho \le \delta \\ \pi/2, & \rho > \delta \end{cases}$, $c = \delta/R$ - безразм. радиус "ядра"

удов. левую часть (*).

6

$$0 = \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \sin\theta_0(\rho) \int_0^c d\rho' \rho' g(\rho,\rho')\cos\theta_0(\rho')$$

$$I(\rho,\rho_1) = \int_0^\infty d\xi\, J_0(a\xi) J_0(x\xi) e^{-\xi z} = \left(\frac{1}{4\pi}\frac{k^3}{k^{1/2}(ax)^{3/2}}\right) K(k),\ k^2 = \frac{4ax}{(a+x)^2+z^2}$$

$$= \frac{k}{\pi\sqrt{ax}} K(k).$$

$$\int_0^\infty dx\, J_0(\rho x) J_0(\rho' x) e^{-\beta x} = \frac{k}{\pi\sqrt{\rho\rho'}} K(k),\ k^2 = \frac{4\rho\rho'}{(\beta+\rho')^2+\beta^2}$$

Отсюда $g(\rho,\rho') = -\frac{4\pi}{\beta}\frac{1}{\pi\sqrt{\rho\rho'}}\left[\frac{\sqrt{4\rho\rho'}}{(\beta+\rho')} K\left(\frac{2\sqrt{\rho\rho'}}{\rho+\rho'}\right) - \frac{2\sqrt{\rho\rho'}}{\sqrt{(\rho+\rho')^2+\beta^2}} K\left(\frac{2\sqrt{\rho\rho'}}{\sqrt{(\rho+\rho')^2+\beta^2}}\right)\right] =$$

7

$$= -\frac{8}{\beta}\left[\frac{1}{(\beta+\rho')} K\left(\frac{2\sqrt{\rho\rho'}}{\rho+\rho'}\right) - \frac{1}{\sqrt{(\rho+\rho')^2+\beta^2}} K\left(\frac{2\sqrt{\rho\rho'}}{\sqrt{(\rho+\rho')^2+\beta^2}}\right)\right],$$

$$K(k) = \int_0^{\pi/2} d\varphi \frac{1}{\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}},$$ см. 25/IV.

Разлагать по $\beta \ll 1$, $c = \frac{\delta}{R} \ll 1$ плохо (ибо $\rho' \le c \ll 1$) • Можно лишь $\cos\theta(\rho') \to \cos\theta(\rho)$ (≈)

Очевидно $\theta = 0$ и $\theta = \pi/2$ дав. экстремалями $W(\theta)$, т.к. - удов. ур. Эйлера (*).

$$W(\theta) = \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \int_0^1 d\rho\rho\left[(\theta')^2 + \frac{\sin^2\theta}{\rho^2}\right] + \frac{4\pi}{\beta}\int_0^\infty dx \left[1 - e^{-\beta x}\right] I^2(x)$$

$$I(x) = \int_0^1 d\rho\rho \cos\theta(\rho) J_0(\rho x)$$

Escaneado con CamScanner

Возмущение $\delta(\rho)$ для $\theta_0=0$ 1-state of tot.

Устойчивость 1 s.d. state ($\theta=0$)

2001

APRIL

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

→ Нельзя ли связи теории устойчивости равнов. $\theta=0$ (только $\perp$ s.d.)? Есть ли еще min на $\theta_0(\rho)\ll 1$  ?

8 $W_{ex}(\theta_0+\delta)$ - нет. как $\pi/2$, а вот $W_m(\theta_0+\delta)$ может иметь здесь (не требуя $\beta\to 0$). $\theta_0=0$ - различали ось. $\theta_0=0$, возмущ. $\delta(\rho)\ll 1$.

$$W_m(0+\delta) = -\int_0^1 d\rho\,\rho \int_0^1 d\rho'\,\rho'\, g(\rho,\rho')\cos\delta(\rho)\cos\delta(\rho') =$$

$$= -\int d\rho\,\rho \int d\rho'\,\rho' g(\rho,\rho')\left[1-\tfrac{1}{2}\delta^2(\rho)\right]\left[1-\tfrac{1}{2}\delta^2(\rho')\right] =$$

$$= -\int d\rho\,\rho \int d\rho'\,\rho' g(\rho,\rho')\left[1-\tfrac{1}{2}\delta^2(\rho)-\tfrac{1}{2}\delta^2(\rho')\right] = \left|g(\rho,\rho')=g(\rho',\rho)\right| =$$

$$= W_m(0) + \int d\rho\,\rho \int d\rho'\,\rho'\, g(\rho,\rho')\,\delta^2(\rho)$$

9

$$W(0+\delta) = W_{ex}(0+\delta) + W_m(0+\delta) = W(0) +$$

$$+\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \int_0^1 d\rho\,\rho\, 2\left[-\nabla^2\theta_0 + \frac{\sin\theta_0\cos\theta_0}{\rho^2}\right]_{\theta_0=0}\delta(\rho) + \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \int_0^1 d\rho\,\rho\left[\delta'^2+\frac{1}{\rho^2}\delta^2\right] +$$

$$+\int_0^1 d\rho\,\rho\int_0^1 d\rho'\,\rho'\, g(\rho,\rho')\,\delta^2(\rho) = W(0) + \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \int_0^1 d\rho\,\rho\left[-\delta\cdot\nabla^2\delta + \frac{1}{\rho^2}\delta^2\right] +$$

$$+\int_0^1 d\rho\,\rho\,\Gamma(\rho)\,\delta^2(\rho) = W(0) + \int_0^1 d\rho\,\rho\left[\left(\frac{R_0}{R}\right)^2\left\{-\nabla^2\delta+\frac{1}{\rho^2}\delta\right\} + \Gamma(\rho)\delta(\rho)\right]\delta(\rho)$$

На $\theta_0=0$ собств. сост.: $W(0+\delta) = W(0) + \int_0^1 d\rho\,\rho\left[\left(\frac{R_0}{R}\right)^2\left\{-\nabla^2\delta+\frac{1}{\rho^2}\delta\right\} + \Gamma(\rho)\delta(\rho)\right]\delta(\rho)$

10 где $F(\rho) = \int_0^1 d\rho'\,\rho'\, g(\rho,\rho') = \mathcal{J}(\rho)$ от 25/IV или $\mathcal{J}(\rho,\beta)$.

→ Когда потеря устойчивости $\theta_0=0$ - форма $\delta(\rho)$ из:

$$\left(\frac{R_0}{R}\right)^2\left\{-\nabla^2\delta+\frac{1}{\rho^2}\delta\right\} + \mathcal{J}(\rho)\delta(\rho) = 0$$

$$-\nabla^2\delta + \left(\frac{1}{\rho^2} + F(\rho)\right)\delta(\rho) = 0, \quad F(\rho) = \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \mathcal{J}(\rho) < 0 \text{ и}$$

гр. усл. $\delta\left.\frac{d\delta}{d\rho}\right|_{\rho=1} = 0$.

11 Было 23/IV $\varkappa^2 = -\frac{1}{\alpha}\mathcal{J}(0) = -\left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \mathcal{J}(0) > 0$

$$\delta'' + \frac{1}{\rho}\delta' + \left[-F(\rho) - \frac{1}{\rho^2}\right]\delta(\rho) = 0. \quad \text{н/м } \rho\to 0\ F(0) = -\varkappa^2$$

и ур. для $\delta(\rho)$ есть ур-е Бесселя (23/IV). Отметим, что ур-е для $\delta(\rho)$ - локальное без всяких приближений по β. И $\delta(\rho)\sim J_1(\varkappa\rho)$ н/м $\rho\ll 1$.

Escaneado con CamScanner

March

3 MARCH

12

$$J(\rho,\beta) = -\frac{4\pi}{\beta}\int_0^\infty dx\left[1-e^{-\beta x}\right]\frac{J_1(x)}{x}J_0(\rho x)$$

$$J(\rho,\beta\to 0) = -4\pi, \quad J(\rho\to\infty,\beta) = -\frac{4\pi}{\beta}\left[1+\beta-\sqrt{1+\beta^2}\right]$$

Интересно, $\delta(\rho)$ – это когда нетривиальное реш. $\Theta=0$?

Можно найти $\Theta \ll 1$ из самого уравнения Эйлера (

$$\nabla^2\Theta - \frac{1}{\rho^2}\Theta(\rho) = \left(\frac{R}{R_0}\right)^2\int_0^1 d\rho'\,\rho' K(\rho,\rho')\cdot\Theta(\rho)$$

$$\nabla^2\Theta - \frac{1}{\rho^2}\Theta(\rho) = \left(\frac{R^2}{R_0^2}\right)J(\rho)\Theta(\rho) \quad \text{– совпад. с ур. для } \delta(\rho).$$

Т.е. $\delta(\rho)=\Theta(\rho)\ll 1$ если реш. ур-я Эйлера, предполагая $\Theta\ll 1$.

13

$$W(\delta) = W(0) + \underbrace{\left(\frac{R_0}{R}\right)^2\int_0^1 d\rho\,\rho\left[\delta'^2+\frac{1}{\rho^2}\delta^2\right]}_{\text{exch. вклад}>0} + \underbrace{\int_0^1 d\rho\,\rho\,J(\rho)\delta^2(\rho)}_{\text{m-вклад}<0}$$

$$W(0) = \frac{4\pi}{\beta}\int_0^\infty dx\left[1-e^{-\beta x}\right]\left[\int_0^1 d\rho\,\rho J_0(\rho x)\right]^2 = W(\perp\text{s.d.})$$

Важно: $\int_0^1 d\rho\,\rho\,\delta'^2 = \rho\,\delta'(\rho)\delta(\rho)\Big|_0^1 - \int_0^1 d\rho\,\rho\,\delta(\rho)\nabla^2\delta$, $\nabla^2_{(1)} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho(1)) = \frac{\partial^2}{\partial\rho^2}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}$

$$W(\delta) = W(0) + \left(\frac{R_0}{R}\right)^2\frac{1}{2}\rho\delta'(\rho)\delta(\rho)\Big|_0^1 + \int_0^1 d\rho\,\rho\left[\left(\frac{R_0}{R}\right)^2\left\{-\nabla^2\delta+\frac{1}{\rho^2}\delta\right\} + J(\rho)\delta(\rho)\right]\delta(\rho)$$

$\delta(\rho)\sim J_1(x\rho)\sim\rho$ при $\rho=0$, поэтому $\delta'(1)<0$

14

$$W(\delta) = W(0) + \frac{1}{2}\left(\frac{R_0}{R}\right)^2\delta'(1)\delta(1), \quad \delta(\rho)\geq 0$$

Т.е. любая ф-я $\delta(\rho)\ll 1$ удовлетвор. $\nabla^2\delta - \left[\frac{1}{\rho^2}+\left(\frac{R}{R_0}\right)^2 J(\rho)\right]\delta(\rho)=0$ и имеющая $\frac{d\delta}{d\rho} = \delta'(\rho)\big|_{\rho=1} < 0$ приводит к полной энергии меньшей, чем $W(\theta=0) = W(\perp\text{s.d.})$. $m_z(\rho) = \cos\delta(\rho) \approx 1-\frac{1}{2}\delta^2(\rho)$

если $m_z(\rho) = \cos\theta(\rho) = \frac{\sin x\rho}{x\rho}$, $\frac{\partial\theta}{\partial\rho} = -\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\frac{\sin x\rho}{x\rho}\right)$

Но обмен. функц. условие $\frac{\partial\vec{m}}{\partial n}\big|_S = 0$ дает $\frac{\partial\theta}{\partial\rho}\big|_{\rho=1} = 0$, т.к. $\frac{\partial}{\partial n} = \frac{\partial}{\partial\rho}$

т.е. они обращ. $\frac{d\delta(\rho)}{d\rho}\big|_{\rho=1} = \delta'(1) = 0$.

Если вып. $\frac{\partial\vec{m}}{\partial n}\big|_S = 0$, то $W(\delta) = W(0)$ с точностью до членов $\sim\delta^2$.

Escaneado con CamScanner

1ви интеграл ур. Гюйгенса и оценка ангажира Якоба 2001

4 APRIL

15 → 1ви интеграл обыкн. уравнения для $\Theta(\rho)$:

$$\Theta'' + \frac{1}{\rho}\Theta' - \frac{1}{\rho^2}\sin\Theta\cos\Theta = \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \int d\rho' \rho' g(\rho\rho')\cos\Theta(\rho')\cdot\sin\Theta(\rho)$$

Умнож. на $\rho^2\Theta'$ и $\int_0^1 d\rho(\dots)$ или $\int_0^\rho d\rho(\dots)$, сж. 9/V.

$$\int d\rho'\rho' g(\rho\rho')\cos\Theta(\rho') \int d\rho\, \rho^2 \frac{d\Theta}{d\rho}\sin\Theta(\rho) = \int d\rho'(\cdot) \int d\rho\, \rho^2 \frac{d\cos\Theta}{d\rho} g(\rho\rho') =$$

$$= (-1)\int d\rho'(\dots)\left[\rho^2 g(\rho\rho')\cos\Theta - \int \cos\Theta(\rho)\, d\left(\rho^2 g(\rho\rho')\right)\right]_0^\rho =$$

$$= (-1)\int d\rho'(\dots)\left[\rho^2 g(\rho\rho')\cos\Theta(\rho) - 2\int_0^\rho \cos\Theta(\rho)\, g(\rho\rho')\rho d\rho - \int_0^\rho \cos\Theta(\rho)\,\rho^2 \frac{dg(\rho\rho')}{d\rho} d\rho\right]$$

16

$$\frac{1}{2}\left[\left(\rho\frac{d\Theta}{d\rho}\right)^2 - \sin^2\Theta(\rho)\right] = (-1)\left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \int_0^1 d\rho'\rho'\cos\Theta(\rho')\left[\rho^2 g(\rho\rho')\cos\Theta(\rho) - \right.$$

$$\left. - 2\int_0^\rho d\rho\rho\, g(\rho\rho')\cos\Theta(\rho) - \int_0^\rho d\rho\rho^2 \frac{\partial g(\rho\rho')}{\partial\rho}\cos\Theta(\rho)\right] + C$$

$$-\frac{1}{2}\left[\left(\rho\Theta'\right)^2 - \sin^2\Theta(\rho)\right] = \left(R/R_0\right)^2 \rho^2\cos\Theta(\rho)\left[\Theta'' + \frac{1}{\rho}\Theta' - \frac{1}{\rho^2}\sin\Theta\cos\Theta\right]\frac{1}{\sin\Theta(\rho)} -$$

$$- 2(R/R_0)^2 \int_0^1 d\rho'\rho'\cos\Theta(\rho') \int_0^\rho d\rho\rho\, g(\rho\rho')\cos\Theta(\rho) - (R/R_0)^2 \int_0^\rho d\rho\rho^2 \frac{\partial g(\rho\rho')}{\partial\rho}\cos\Theta(\rho)\int_0^1 d\rho'\rho'\cos\Theta(\rho') -$$

$$-C$$

При $\rho = 1$ $\Theta' = 0$: $\frac{1}{2}\sin^2\Theta(1) = \cos\Theta(1)\left[\Theta''(1) - \sin\Theta(1)\cos\Theta(1)\right]\frac{1}{\sin\Theta(1)} +$

$$+ (R/R_0)^2 \cdot 2W_m - (R/R_0)^2 \int_0^1 d\rho\rho^2\cos\Theta(\rho)\int_0^1 d\rho'\rho'\cos\Theta(\rho')\frac{\partial g(\rho,\rho')}{\partial\rho} - C -$$

Намаляване и пресмятане на магнитната енергия, сж. 9/V.

17 Ур-е Ойлера: $\nabla^2\Theta - \frac{1}{\rho^2}\sin\Theta\cos\Theta = \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \int_0^1 d\rho'\rho' g(\rho,\rho')\cos\Theta(\rho')\sin\Theta(\rho)$

Якоб's решение дава $\Theta_0(\rho) = \pi/2$ при $\rho \geq b$, т.е. при $\varepsilon << 1$ дължат общо

$$\mathcal{E}(\rho) = \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \int_0^c d\rho'\rho' g(\rho,\rho')\cos\Theta_0(\rho')\cdot\sin\Theta(\rho) \qquad \mathcal{E}(\rho) = (R/R_0)^2 \sin\Theta_0 I_0(\rho)$$

18 а) $I_0(\rho) = \int_0^c d\rho'\rho' g(\rho,\rho')\frac{c^2-\rho'^2}{c^2+\rho'^2} = \left(-\frac{4\pi}{\beta}\right)\int_0^c d\rho'\rho'\frac{c^2-\rho'^2}{c^2+\rho'^2}\int_0^\infty dx\left[1-e^{-\beta x}\right]J_0(\rho x)J_0(\rho' x) =$

$$\leq \left|J_0(\rho' x) \to J(0) = 1,\right| \leq \left(-\frac{4\pi}{\beta}\right)\int_0^c d\rho'\rho'\frac{c^2-\rho'^2}{c^2+\rho'^2}\int_0^\infty dx\left[1-e^{-\beta x}\right]J_0(\rho x) =$$

$$= -\left(\frac{4\pi}{\beta}\right)\frac{1}{2}\int_0^{c^2} dt\,\frac{c^2-t}{c^2+t}\left[\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\sqrt{\rho^2+\beta^2}}\right] = -\left(\frac{4\pi}{\beta}\right)c^2\left(\ln 2 - \frac{1}{2}\right)\left[\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\sqrt{\rho^2+\beta^2}}\right]$$

$$|\mathcal{E}(\rho)| \leq \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \sin\Theta_0(\rho)\,\frac{4\pi}{\beta}\left(\ln 2 - \frac{1}{2}\right)c^2\left[\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\sqrt{\rho^2+\beta^2}}\right], \quad c = b/R$$

Escaneado con CamScanner

March
삼월

3 MARCH

목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31

19

$$|\mathcal{E}(\rho)| \le \left(\frac{b}{R_0}\right)^2 \frac{4\pi}{\beta}\left(\ln 2 - \frac{1}{2}\right)\left[\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\sqrt{\rho^2+\beta^2}}\right]\frac{2c\rho}{c^2+\rho^2}, \quad \rho \le c$$

$$|\mathcal{E}(\rho=0)| = \left(\frac{b}{R_0}\right)^2 \frac{4\pi}{\beta}\left(\ln 2 - \frac{1}{2}\right)\frac{2}{c}$$, но из нач. $\mathcal{E}(\rho)$ ясно $\mathcal{E}(0)=0$.

Также $|\mathcal{E}(\rho=c)| = \left(\frac{b}{R_0}\right)^2 \frac{4\pi}{\beta}\left(\ln 2 - \frac{1}{2}\right)\left[\frac{1}{c} - \frac{1}{\sqrt{c^2+\beta^2}}\right] = 4\pi\left(\ln 2 - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{b}{R_0}\right)^2 \frac{1}{\beta c}\left[1 - \frac{1}{\sqrt{1+\beta^2}}\right]$

$\beta/c \simeq L/b = \frac{L}{L_{ex}}\left(\frac{L_{ex}}{b}\right)$. Если $\beta/c \ll 1$, т.е. $L \ll L_{ex} = R_0$

$b = 0{,}6 \div 1{,}0\, R_0$.

то $|\mathcal{E}(c)| = 4\pi\left(\ln 2 - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{b}{R_0}\right)^2 \frac{1}{\beta c}\frac{1}{2}\beta^2 c^2 = 2\pi\left(\ln 2 - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{b}{R_0}\right)^2 \frac{Lb}{R^2} =$

$= 2\pi(\dots)\left(\frac{b}{R_0}\right)^2 \frac{L}{R_0}\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \frac{b}{R_0} \approx 2\pi\left(\ln 2 - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{b}{R_0}\right)^3 \left(\frac{L}{R_0}\right)\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \sim \frac{L}{R_0}\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \ll 1$

– ошибка действительно мала даже если $R \sim R_0$ и очень мала для $R \gg R_0$. Но возрастает с увеличением R

20

Если же $\beta/c = \frac{L}{R_0}\left(\frac{R_0}{b}\right) \gtrsim 1$, то $(L \gtrsim R_0)$

$|\mathcal{E}(c)| \simeq 4\pi\left(\ln 2 - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{b}{R_0}\right)^2 \frac{R}{L}\frac{R}{b} = 4\pi \cdot 0{,}2\left(\frac{b}{R_0}\right)\left(\frac{R}{R_0}\right)^2\left(\frac{R_0}{L}\right) \approx 4\pi \cdot 0{,}2\left(\frac{R}{R_0}\right)^2$.

$\sim \left(\frac{R}{R_0}\right)^2$, т.е. ошибка велика ~ 1 даже для $R \simeq R_0$.

Но метод оценки а) хорош для $c \ll 1$, $b/R \ll 1$, $\frac{R_0}{R} \ll 1$.

$\left(\text{т.к. } J_0(\beta' x) \to J_0(0)\right)$

Т.е. так можно обосновать лишь, что $|\mathcal{E}(c)| \sim \left(\frac{L}{R_0}\right)\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \ll\ll 1$

(при $L \ll R_0$ – метод Усова $D_0(\rho)$ асимптотически хорош при $\frac{L}{R_0} \ll 1$ для малых точек, вне зависимости от $\frac{R}{R_0}$.

21

→ В пределе $\frac{R}{R_0} \to \infty$, т.е. $c = \frac{b}{R} \approx \frac{R_0}{R} \to 0$ надо рассм. отдельно (но $L \sim R_0$)

в) $I_0(\beta) = -\left(\frac{4\pi}{\beta}\right)\int_0^c d\rho' \rho' \frac{c^2-\rho'^2}{c^2+\rho^2}\int_0^\infty dx\left[1 - e^{-\beta x}\right] J_0(\rho x)\, J_0(\rho' x) =$

$= |\beta/c = t| = -\left(\frac{4\pi}{\beta}\right)c^2 \int_0^1 dt\, t\, \frac{1-t^2}{1+t^2}\int_0^\infty dx\left[1 - e^{-\beta x}\right] J_0(\rho x)\, J_0(ctx) =$

$\simeq \left|\text{разлож. по } \beta \ll 1\right| = -4\pi c^2 \int_0^1 dt\, \frac{1-t^2}{1+t^2}\, t \int_0^\infty dx\, x\, J_0(\rho x) J_0(ctx) =$

$= -4\pi c^2 \int_0^1 dt\, t\, \frac{1-t^2}{1+t^2}\, \frac{1}{ct}\, \delta(\rho - ct) = -4\pi \int_0^c d\rho' \rho' \frac{c^2-\rho'^2}{c^2+\rho'^2}\frac{1}{\rho'}\delta(\rho - \rho') =$

$= -4\pi\, \frac{c^2-\rho^2}{c^2+\rho^2}$, $\rho < c$, иначе $= 0$.

$\mathcal{E}(\rho) = \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \frac{2c\rho}{c^2+\rho^2}(-4\pi)\frac{c^2-\rho^2}{c^2+\rho^2}$, $\rho \ll c$.

Расходимся Антонина

Escaneado con CamScanner

8/IX R-L MPD vortex num. gas c focus 2001

4 APRIL

22 28/IX – 7/X Отвел рецензенту PRB и напрасно PRL – m. coupling paper для PRB – Rapids.

Полная магнитостат. энергия тела объема V и $\vec{M}(\vec{r})$:

$$W_m = -\frac{1}{2}\int_V d^3\vec{r}\,\vec{M}(\vec{r})\cdot\vec{H}_m(\vec{r})$$

$$H_m^\alpha(\vec{r}) = \int_V d^3\vec{r}'\,G_{\alpha\beta}(r,r')M_\beta(r') = -\int_V d^3r'\,M_\beta(r')\frac{\partial^2}{\partial x_\alpha \partial x'_\beta}\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$$

$$\to W_m[\vec{M}(\vec{r})] = -\frac{1}{2}\int_V d^3\vec{r}\,M_\alpha(r)H_m^\alpha(r) =$$

$$= \frac{1}{2}\int d^3\vec{r}\int d^3\vec{r}'\,M_\alpha(r)\cdot\frac{\partial}{\partial x_\alpha}M_\beta(r')\frac{\partial}{\partial x'_\beta}\frac{1}{|r-r'|} =$$

23

$$= \frac{1}{2}\int_V d^3\vec{r}\int_V d^3\vec{r}'\left(\vec{M}(r)\cdot\vec{\nabla}_r\right)\left(\vec{M}(r')\cdot\vec{\nabla}_{r'}\right)\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|},\quad \vec{\nabla}_r = \frac{\partial}{\partial\vec{r}}$$

Магнитный $\varphi_m(r) = -\nabla_r\cdot\int_V d^3r'\frac{\vec{M}(r')}{|r-r'|} = -\int_V d^3r'\frac{\vec{\nabla}_{r'}\cdot\vec{M}(r')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} + \int_S dS'\frac{\vec{n}'\cdot\vec{M}(r')}{|r-r'|}$ (a)

Или эквив. $\varphi_m(\vec{r}) = \int_V d^3r'\,\vec{M}(r')\cdot\vec{\nabla}_{r'}\frac{1}{|r-r'|}$, что и будет в W_m.

Формула: $\int_V d^3r\left(\nabla_r\cdot\vec{M}(r)\right)\cdot f(r) = \int_V d^3r\,\mathrm{div}(f\vec{M}) - \int_V d^3r\,\vec{M}\cdot\nabla f(r) =$

$$= \int_S (f\vec{M})\cdot\vec{n}\,dS - \int_V d^3\vec{r}\,\vec{M}\cdot\nabla f(r)\qquad \vec{H}_m(r) = -\nabla\varphi_m(r)$$

24

$$\int_V d^3r\,\vec{M}\cdot\nabla f(r) = -\int_V d^3r\,\nabla_r\vec{M}(r)\cdot f(r) + \int_S dS\,f(\vec{M}\cdot\vec{n})$$

Заменим здесь $r\to r'$ и подставим $f(r') = \frac{1}{|r-r'|}$, чему дано (a).

$$W_m = +\frac{1}{2}\int d^3r\,\vec{M}(\vec{r})\cdot\nabla\varphi_m(r) = -\frac{1}{2}\int_V d^3r\left[\nabla_r\vec{M}(r)\right]\varphi_m(r) + \frac{1}{2}\int_S dS\,\varphi_m(r)\left(\vec{M}(r)\cdot\vec{n}\right) =$$

$$= -\frac{1}{2}\int_V d^3r\,\mathrm{div}\vec{M}(r)\left[-\int_V d^3r'\frac{\mathrm{div}\vec{M}(r')}{|r-r'|} + \int_S dS'\frac{\vec{n}'\cdot\vec{M}(r')}{|r-r'|}\right] +$$

25

$$+\frac{1}{2}\int_S dS\left(M(r)\cdot\vec{n}\right)\left[-\int_V d^3r'\frac{\mathrm{div}\vec{M}(r')}{|r-r'|} + \int_S dS'\frac{n'\cdot\vec{M}(r')}{|r-r'|}\right] = \left|\begin{matrix}\rho(r) = -\mathrm{div}\vec{M}(r)\\ \sigma(r) = \vec{M}(r)\cdot\vec{n}\end{matrix}\right|$$

$$= \frac{1}{2}\int_V d^3r\,d^3r'\frac{\rho(r)\rho(r')}{|r-r'|} + \frac{1}{2}\int_V d^3r\int_S dS'\frac{\rho(r)\sigma(r')}{|r-r'|} -$$

$$+\frac{1}{2}\int_S dS\int_V d^3r'\frac{\sigma(r)\rho(r')}{|r-r'|} + \frac{1}{2}\int_S dS\int_S dS'\frac{\sigma(r)\sigma(r')}{|r-r'|}$$

Escaneado con CamScanner

(V) **26** $W_m = \frac{1}{2}\int_V d^3r \int_V d^3r' \frac{\rho(r)\rho(r')}{|r-r'|} + \frac{1}{2}\oint_S dS \oint_S dS' \frac{\vartheta(r)\vartheta(r')}{|r-r'|} + \int_V d^3r \oint_S dS' \frac{\rho(r)\vartheta(r')}{|r-r'|}$

– нормал. и сфер. энергии через заряды $-\rho(r) = \operatorname{div}\vec{M}(r)$, $\vartheta(r) = \vec{M}(r)\cdot\vec{n}$.

Вот так да! Удивительно.

$W_m = \frac{1}{2}\int_V d^3r\, \varphi_m(r)\rho(r) + \frac{1}{2}\int_S dS\, \varphi_m(r)\vartheta(r)$ и подставляя сюда

$\varphi_m(r) = -\int_V d^3r' \frac{\operatorname{div}M(r')}{|r-r'|} + \oint_S dS' \frac{\vec{n}'\cdot\vec{M}(r')}{|r-r'|} = \int_V \frac{\rho(r')}{|r-r'|} d^3r' + \oint_S dS' \frac{\vartheta(r')}{|r-r'|}$

Формула дает (V).

Но почему член $W_m^{VS} \sim \rho\vartheta$ раньше не учитывали?

27 1) Для "rigid" v. model W_m^{VS} и $W_m^{V} = 0$ из-за $\rho = -\operatorname{div}\vec{M} = 0$

2) Для conformal model W_m^V нам не нужен. с W_m^S, но нам ли W_m^{VS} не нужен. с W_m^S?

3) Для "quadratic" model W_m^{VS} нужен при расчете МФД (JEMS – JMMM), т.к. сам W_m^V важен. "Flower" – частн. случай "quadratic" m.

→ Все это если $W_m^{VS} \sim \rho\vartheta$ член не нужен из-за симметр.

Формально можно $\hat\rho(\vec r) = \hat\rho_V(\vec r) + \delta(\rho - R)\vartheta(\varphi)$ и $\vartheta(\varphi) = (\vec M(r)\cdot\vec n)_{S,\,\rho=R}$.

$W_m = \frac{1}{2}\int d^3r \int d^3r' \frac{\hat\rho(r)\hat\rho(r')}{|r-r'|}$

$\int d^3\vec\rho\, \delta(\rho-R) f(\vec\rho) = \int d\varphi \int_0^R d\rho\,\rho\, \delta(\rho-R) f(\vec\rho) =$

28 $= \int d\varphi \frac{1}{2} R\left[f(R-0,\varphi) + f(R+0,\varphi)\right]^0 = \frac{1}{2}R\int d\varphi\, f(R,\varphi)$ из-за $\rho = R$-границ

W_m^{side} из-за $\vartheta(r)$ "quadr." model в каком 29/VI, а W_m^{Vol} – 1/VII

Зарядка $\operatorname{div}\vec m = -\frac{2A\rho\cos\varphi}{|f(z)|}$, $\vartheta(\vec r) = \frac{A}{|f(z)|}(\zeta^2 - R^2)\cos\varphi$ – боковые заряды.

"Flower" $f(z) = A(\zeta^3 - \bar z^3)$, $|f(z)| = |A|\sqrt{\rho^4 - 2\rho^2\zeta^2\cos 2\varphi + \zeta^4}$.

$W_m^{Vol-surf} = \int_V d^3r \int_S dS' \frac{\rho(r)\vartheta(r')}{|r-r'|} = \int_0^L dz dz' \int_0^R d\rho\,\rho \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} d\varphi' R \frac{1}{|r-r'|} \times$

$\times \frac{1}{|A|}\frac{2A\rho\cos\varphi}{\sqrt{\rho^4 - 2\rho^2\zeta^2\cos 2\varphi + \zeta^4}} \quad \frac{A(\zeta^3 - \bar\zeta^3)\cos\varphi'}{|A|\sqrt{R^4 - 2R^2\zeta^2\cos 2\varphi' + \zeta^4}} =$

Escaneado con CamScanner

29 $= 2(\xi^2-1)\int d\alpha\, d\alpha' \int_0^R d\rho\rho \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} d\varphi' k \int_0^\infty dk\, e^{-kL(\alpha+\alpha')} \sum_\mu J_\mu(k\rho) J_\mu(k\rho') e^{i\mu(\varphi-\varphi')} \times$

$\times \frac{\rho\cos\varphi}{\sqrt{(\dots)}} \frac{\cos\varphi'}{\sqrt{(\dots)_{\rho=R}}} = 2(\xi^2-1)(2L)\int_0^R d\rho\rho \int d\varphi \int d\varphi' k \int_0^\infty \frac{dk}{k} f(kL) \times$

$\times \sum_\mu J_\mu(k\rho) J_\mu(k\rho') e^{i\mu\varphi} e^{-i\mu\varphi'} \frac{\rho\cos\varphi}{\sqrt{(\dots)}} \frac{\cos\varphi'}{\sqrt{(\dots)_{\rho=R}}} =$

$= 4L(\xi^2-1)R\int_0^R d\rho\rho \int_0^\infty \frac{dk}{k} f(kL) \sum_\mu J_\mu(k\rho) J_\mu(k\rho') \rho \mathcal{J}_\mu(\rho,\xi) \mathcal{J}_\mu(R,\xi) =$

$\rho' = \rho$ — ρ dimensionless

$= \left|\begin{matrix} k\rho = x \\ kR = \beta \\ k/\alpha = \xi \end{matrix}\right| = 4L(\xi^2-1)R^2 R \int_0^1 d\rho\rho^2 \int_0^\infty \frac{dx}{x} f(\beta x) \sum_\mu J_\mu(\beta x) J_\mu(x) \frac{1}{R^2} \mathcal{J}_\mu(\rho,\xi) \frac{1}{R^2} \mathcal{J}_\mu(1,\xi)$

30 $\cdot \varepsilon_m^{\text{ИК-Surf}} = \frac{1}{4\pi V_d} W_m^{\text{ИК-S}} = \frac{1}{4\pi \cdot \pi R^2 L} 4L(\xi^2-1)\frac{R}{R^4} \int_0^1 d\rho\rho^2 \int_0^\infty \frac{dx}{x} f(\beta x) \sum_\mu J_\mu J_\mu \mathcal{J}_\mu(\rho,\xi) \mathcal{J}_\mu(1,\xi)$

$\to \varepsilon_m^{V-S} = \frac{1}{\pi^2}(\xi^2-1)\int_0^1 d\rho\rho^2 \int_0^\infty \frac{dx}{x} f(\beta x) \sum_\mu J_\mu(\beta x) J_\mu(x) \mathcal{J}_\mu(\rho,\xi) \mathcal{J}_\mu(1,\xi)$ —

– энергия W_m^{V-S} volume – surface (side) charges of „flower" state,

где $\mathcal{J}_\mu(\rho,\xi) = \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\cos\mu\varphi \cdot \cos\varphi}{\sqrt{\rho^4 - 2\rho^2\xi^2\cos 2\varphi + \xi^4}}$ как $1/\sqrt{\nu}$.

Отдельно $\cdot \varepsilon_m^V = \frac{1}{\pi^2}\int_0^1 d\rho\rho^2 \int_0^1 d\rho'\rho'^2 \int_0^\infty \frac{dx}{x} f(\beta x) \sum_\mu J_\mu(x\rho) J_\mu(x\rho') \mathcal{J}_\mu(\rho,\xi) \mathcal{J}_\mu(\rho',\xi)$

31 $\cdot \varepsilon_m^{\text{Surf}} = \frac{1}{4\pi^2}(\xi^2-1)^2 \sum_\mu I_\mu(\beta) \mathcal{J}_\mu^2(\xi)$, $I_\mu(\beta) = \int \frac{dx}{x} f(\beta x) J_\mu^2(x)$,

$\mathcal{J}_\mu(\xi) = \mathcal{J}_\mu(1,\xi)$

Если $\tilde{\mathcal{J}}_\mu(\rho,\xi) = \mathcal{J}_\mu(\rho,\xi) + (\xi^2-1)\delta(\rho-1)\mathcal{J}_\mu(\xi)$, то

$\varepsilon_m^{\text{tot}} = \frac{1}{\pi^2}\int_0^1 d\rho\rho^2 \int_0^1 d\rho'\rho'^2 \int_0^\infty \frac{dx}{x} f(\beta x) \sum_\mu J_\mu(x\rho) J_\mu(x\rho') \tilde{\mathcal{J}}_\mu(\rho,\xi) \tilde{\mathcal{J}}_\mu(\rho',\xi)$

1 $\text{Ч.и.н.} \to W_m^{\text{tot}} = \frac{1}{2}\int d^3z\, d^3z' \frac{\hat\rho(z)\hat\rho(z')}{|z-z'|} = \frac{1}{2}\int_0^L dz\, dz' \int d^2\rho \int d^2\rho' \hat\rho(z)\hat\rho(z') \times$

$\times \int dk\, e^{-k|z-z'|} \sum_\mu J_\mu(k\rho) J_\mu(k\rho') e^{i\mu(\varphi-\varphi')} = \frac{1}{2} 2L \int d^2\rho \int d^2\rho' \int \frac{dk}{k} f(kL) \times$

$\sum_\mu J_\mu(k\rho) J_\mu(k\rho') e^{i\mu(\varphi-\varphi')} \hat\rho(\rho,\varphi) \hat\rho(\rho',\varphi') = L\int_0^\infty \frac{dk}{k} f(kL) \sum_\mu |\Lambda_\mu(k)|^2$,

$\Lambda_\mu(k) = \int d^2\vec\rho\, J_\mu(k\rho) e^{i\mu\varphi} \hat\rho(\rho,\varphi)$

Escaneado con CamScanner

April
사월

4 APRIL

일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

2 → $\varepsilon_m^{tot} = \frac{1}{V_d} W_m^{tot} = \frac{1}{4\pi^2} \int \frac{dx}{x} f(\beta x) \sum_\mu |\Lambda_\mu(x)|^2$, $\beta \le 1$

Обобщ. 2/XI: $\Lambda_\mu(x) = \int d^2\vec{\rho}\, \mathbf{J}_\mu(x\rho)\, e^{i\mu\varphi}\, \hat{\rho}(\rho,\varphi)$. Так упрощается если нет вертикальных зарядов ($m_z = 0$), в частности для „flower" и all s.d. state. Если $m_z = 0$, $\int dz(\dots)$ надо знать.

→ $\hat{\rho}(\rho,\varphi) = \underset{\text{объемные}}{\hat{\rho}_v(\rho,\varphi)} + \delta(\rho-1)\, \underset{\text{surface side charges}}{\sigma(\varphi)}$

$$\Lambda_\mu(x) = \int_0^1 d\rho\, \rho \int_0^{2\pi} d\varphi\, J_\mu(x\rho) e^{i\mu\varphi} \hat{\rho}(\rho,\varphi) = \int_0^1 d\rho\, \rho J_\mu(x\rho) \underbrace{\int_0^{2\pi} d\varphi\, e^{i\mu\varphi} \hat{\rho}(\rho,\varphi)}_{\text{даст } \gamma_\mu(\rho,\varphi)}$$

Вклад W_m ↓ (через β-integr.):

3 $W_m^{vol-vol} = W_m^{V}$, $W_m^{vol-surf.side} = W_m^{V-ss}$, $W_m^{surf.side} = W_m^{ss}$

$W_m^{face\ surf.} = W_m^{sf}$, $W_m^{surf\ side-surf\ face} = W_m^{ss-sf}$, $W_m^{vol-surface} = W_m^{V-sf}$

Тогда как исход м.- ФГ дает один интеграл: $W_m = \frac{(-1)^m}{2} \int dz \int dz' M_\alpha(z) M_\beta(z') G_{\alpha\beta}$

или $W_m = \frac{(-1)^m}{2} L \int d^2\vec{\rho} \int d^2\vec{\rho}'\, M_\alpha(\vec{\rho}) M_\beta(\vec{\rho}')\, g_{\alpha\beta}(\vec{\rho},\vec{\rho}')$, если нет зависим. от z.

$g_{\alpha\beta}(\vec{\rho}\vec{\rho}') = \frac{1}{L} \int dz dz' G(\vec{\rho},z;\vec{\rho}',z') \to \begin{pmatrix} g_{\rho\rho} & g_{\rho\varphi} & 0 \\ g_{\varphi\rho} & g_{\varphi\varphi} & 0 \\ 0 & 0 & g_{zz} \end{pmatrix}$

1) Shifted Rigid vortex ($\operatorname{div}_{\rho(z)=0} \vec{u} = 0$): W_m^{ss}, W_m^{sf}, W_m^{ss-sf}

2) 4 Conformal model: есть все W_m, но vol. charges - W_m отличается нулем

3) Shifted Quadratic vortex ($\sigma_{side} = 0$): W_m^{V}, W_m^{sf}, W_m^{vol-sf}

4) Quadratic flower ($m_z = z_{topol} = 0$): W_m^{V}, W_m^{V-ss}, W_m^{ss}

Escaneado con CamScanner

11 Flavor state / $J_\mu(\rho,\xi) = \frac{1}{\xi^2}\sum_{n=0}\left(\frac{\rho}{\xi}\right)^{2n} P_{n\mu}$ 9/X 2001

5 May

5 $J_\mu(\rho,\xi) = \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\cos\mu\varphi\cdot\cos\varphi}{\sqrt{\xi^4 - 2\rho^2\xi^2\cos2\varphi + \rho^4}} = \frac{1}{\xi^2}\int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\cos\mu\varphi\cdot\cos\varphi}{\sqrt{1 - 2\left(\frac{\rho}{\xi}\right)^2\cos2\varphi + \left(\frac{\rho}{\xi}\right)^4}} =$

$= \frac{1}{\xi^2}\int_0^{2\pi} d\varphi \cos\mu\varphi\cos\varphi \sum_{n=0}\left(\frac{\rho}{\xi}\right)^{2n} P_n(\cos2\varphi) = \frac{1}{\xi^2}\sum_{n=0}\left(\frac{\rho}{\xi}\right)^{2n}\int_0^{2\pi} d\varphi \cos\mu\varphi\cos\varphi P_n(\cos2\varphi)$

$P_{n\mu} = \int_0^{2\pi} d\varphi \cos\mu\varphi\cos\varphi P_n(\cos2\varphi)$. удобно для разложения по $\frac{1}{\xi}$, $\xi \gg 1$.

$P_{n\mu} = \int_{-\pi}^{\pi} d\varphi (\dots) = 2\int_0^{\pi} d\varphi \cos\varphi\cos\mu\varphi P_n(\cos2\varphi) = \left|\begin{matrix}\sin\varphi = x \\ d\varphi\cos\varphi = dx\end{matrix}\right| = (\dots)$.

$P_{0\mu} = \int_0^{2\pi} d\varphi \cos\mu\varphi\cos\varphi = \pi(\delta_{\mu1} + \delta_{\mu,-1})$, $P_{n0} = 0$.

$P_{1\mu} = \int_0^{2\pi} d\varphi \cos\mu\varphi\cos\varphi\cdot\cos2\varphi = \int_0^{2\pi} d\varphi \cos\mu\varphi\,\frac{1}{2}[\cos\varphi + \cos3\varphi] = \frac{\pi}{2}(\delta_{\mu1} + \delta_{\mu,-1} +$

$+ \delta_{\mu3} + \delta_{\mu,-3})$

6 $\varepsilon_m^{V\text{-}S}(\xi) = \frac{2}{\pi^2}(\xi^2-1)\int_0^1 d\rho\rho^2\int\frac{dx}{x} f(\beta x)\sum_{\mu=1}^{\infty} J_\mu(\rho x)J_\mu(x)J_\mu(\rho,\xi)J_\mu(1,\xi) =$

Vol-Surf Energy of Wm

$= \frac{2}{\pi^2}(\xi^2-1)\frac{1}{\xi^4}\int d\rho\rho^2\int\frac{dx}{x} f\sum_{\mu=1} J_\mu J_\mu\left[\pi\delta_{\mu1} + \frac{\rho^2}{\xi^2}\frac{\pi}{2}(\delta_{\mu1}+\delta_{\mu3}) + O\left(\frac{1}{\xi^4}\right)\right]\times$

$\times\left[\pi\delta_{\mu1} + \frac{1}{\xi^2}\frac{\pi}{2}(\delta_{\mu1}+\delta_{\mu3}) + O\left(\frac{1}{\xi^4}\right)\right] = \frac{2}{\pi^2}\left(\frac{1}{\xi^2} - \frac{1}{\xi^4}\right)\int d\rho\rho^2\int\frac{dx}{x} f(\beta x)\pi^2\times$

$\times\sum_{\mu=1} J_\mu(\rho x)J_\mu(x)\left[\delta_{\mu1} + \delta_{\mu1}\frac{1}{2}\frac{1}{\xi^2} + \delta_{\mu1}\frac{1}{2}\frac{\rho^2}{\xi^2} + O\left(\frac{1}{\xi^4}\right)\right] =$

$= \frac{2}{\xi^2}\left(1-\frac{1}{\xi^2}\right)\int_0^1 d\rho\rho^2\int\frac{dx}{x} f(\beta x)J_1(\rho x)J_1(x)\left[1 + \frac{1}{2}\frac{1}{\xi^2}(1+\rho^2)\right] + O(1/\xi^6) =$

7 $= \frac{2}{\xi^2}\left(1-\frac{1}{\xi^2}\right)\int\frac{dx}{x} f(\beta x)J_1(x)\left[\frac{1}{x}J_2(x) + \frac{1}{2}\frac{1}{\xi^2}\frac{J_2(x)}{x} + \frac{1}{2}\frac{1}{\xi^2}\int_0^1 d\rho\rho^4 J_1(\rho x)\right]$

$\varepsilon_m^{V\text{-}S}(\xi\gg1) = \frac{2}{\xi^2}\int\frac{dx}{x^2} f(\beta x)J_1(x)J_2(x) + \frac{2}{\xi^4}\int\frac{dx}{x} f(\beta x)J_1(x)\left[-\frac{1}{x}J_2(x) + \frac{1}{2}\frac{J_2(x)}{x} +\right.$

8 $\left. + \frac{1}{2}\int d\rho\rho^4 J_1(\rho x)\right] = \frac{2}{\xi^2}\int\frac{dx}{x^2} f(\beta x)J_1(x)J_2(x) + \frac{1}{\xi^4}\int\frac{dx}{x} f(\beta x)J_1(x)\left[\int_0^1 d\rho\rho^4 J_1(\rho x) - \frac{J_2(x)}{x}\right]$

$\varepsilon_{tot}(\xi) = \varepsilon_{tot}(0) + \frac{1}{\xi^2}\left[2\int\frac{dx}{x^2} f(\beta x)J_1(x)J_2(x) - \frac{1}{2}I_1(\beta)\right] +$

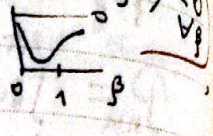
$+ \frac{1}{\xi^4}\left[\frac{1}{4\pi}(R_0/R)^2 + 2\tilde{I}(\beta) - \frac{1}{8}\{I_1(\beta) - I_3(\beta)\} + \int\frac{dx}{x} f(\beta x)J_1(x)\left[\int_0^1 d\rho\rho^4 J_1(\rho x) - \frac{J_2(x)}{x}\right]\right]$

Escaneado con CamScanner

$J_3(x)$

9 $\cdot \frac{1}{\xi^2}[\dots] = \frac{1}{2\xi^2}\int \frac{dx}{x} f(\beta x) J_1(x)\left[\frac{4}{x}J_2(x) - J_1(x)\right] =$

$= \frac{1}{2}\frac{1}{\xi^2}\int \frac{dx}{x} f(\beta x) J_1(x) J_3(x)$, $\quad I_x(\beta) = \int_0^\infty \frac{dx}{x} f(\beta x) J_1(x) J_3(x)$



т.е. "flower" state в главном по $\frac{1}{\xi} \ll 1$
приближении выходное $\|$ s.d.c $\frac{1}{\xi} = 0$.

Проверить ε_{ex} и вых. $\int d\beta \beta^4 J_1(\beta x)$.

$$\int_0^1 d\beta \beta^4 J_1(\beta x) = \frac{1}{x^5}\int_0^x dt\, t^4 J_1(t) = \frac{1}{x^5}\left[t^4 J_2(t) - 2t^3 J_3(t)\right]_0^x =$$

$$= \frac{1}{x}J_2(x) - \frac{2}{x^2}J_3(x)$$

10 $\cdot \frac{1}{\xi^4}[\dots] = \frac{1}{\xi^4}\left[\frac{1}{4\pi}\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 + 2\int \frac{dx}{x^3} f(\beta x) J_2^2(x) -\right.$

$\left. - \frac{1}{8}\int \frac{dx}{x} f(\beta x)\left[J_1^2(x) - J_3^2(x)\right] + \int \frac{dx}{x} f(\beta x) J_1(x)\left[\frac{1}{x}J_2(x) - \frac{2}{x^2}J_3(x) - \frac{J_2(x)}{x}\right]\right]$

$= \frac{1}{\xi^4}\left[\frac{1}{4\pi}\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 + 2\int \frac{dx}{x^3} f(\beta x)\left[J_2^2(x) - J_1(x)J_3(x)\right] - \frac{1}{8}\int \frac{dx}{x} f(\beta x)\left[J_1^2(x) - J_3^2(x)\right]\right.$

$B = \frac{2}{x^2}\left[J_2^2(x) - J_1(x)J_3(x)\right] - \frac{1}{8}\left[J_1^2(x) - J_3^2(x)\right] =$

$= \left|\begin{array}{l}\text{исполз. } J_{n-1}(x) + J_{n+1}(x) = \frac{2n}{x}J_n(x) \\ J_1 + J_3 = \frac{4}{x}J_2, \quad J_0 + J_2 = \frac{2}{x}J_1\end{array}\right| = 2\frac{1}{16}(J_1 + J_3)^2 - \frac{2}{x^2}J_1 J_3 -$

11 $- \frac{1}{8}J_1^2 + \frac{1}{8}J_3^2 = \frac{1}{8}\left(J_1^2 + J_3^2 + 2J_1J_3\right) - \frac{2}{x^2}J_1J_3 - \frac{1}{8}J_1^2 + \frac{1}{8}J_3^2 =$

$= \frac{1}{4}J_3^2 + \frac{1}{4}J_1J_3 - \frac{2}{x^2}J_1J_3$ — так ли?

Надо проверить $\varepsilon_m^{surf}(\xi)$.

$$\varepsilon_m^S = \frac{1}{4\pi^2}(\xi^2-1)^2\sum_\mu I_\mu(\beta) y_\mu^2(1,\xi) = \frac{2}{4\pi^2}(\xi^2-1)^2\sum_{\mu=1} I_\mu(\beta) \times$$

$$\times\left[\frac{1}{\xi^2}\sum_{n=0}\frac{1}{\xi^{2n}}P_{n\mu}\right]^2 = \frac{1}{2\pi^2}(\xi^2-1)^2\frac{1}{\xi^4}\sum_{\mu=1} I_\mu\left[P_{0\mu} + \frac{1}{\xi^2}P_{1\mu} + \frac{1}{\xi^4}P_{2\mu}\right]^2 =$$

$$= \frac{1}{2\pi^2}(\xi^2-1)^2\frac{1}{\xi^4}\sum_\mu I_\mu\left[P_{0\mu}^2 + \frac{2}{\xi^2}P_{0\mu}P_{1\mu} + \frac{1}{\xi^4}P_{1\mu}^2 + \frac{2}{\xi^4}P_{0\mu}P_{2\mu}\right] + O(\dots)$$

$P_{0\mu} = \pi\delta_{\mu 1}$; $\quad P_{1\mu} = \frac{\pi}{2}(\delta_{\mu 1} + \delta_{\mu 3})$; $\quad P_{2\mu} = \dots$

Escaneado con CamScanner

12 $\Phi_{2\mu} = \int_0^{2\pi} d\varphi \cos\mu\varphi \cos\varphi P_2(\cos 2\varphi) = \int d\varphi \cos\mu\varphi \cos\varphi \frac{1}{2}(3\cos^2 2\varphi - 1) =$

$= \frac{3}{2}\int d\varphi \cos\mu\varphi \cos\varphi \cos^2 2\varphi - \frac{1}{2}\int d\varphi \cos\mu\varphi \cos\varphi = \frac{3}{2}\frac{1}{2}\int d\varphi \cos\mu\varphi \cos\varphi (\cos 4\varphi + 1) -$

$- \frac{1}{2}\int d\varphi \cos\mu\varphi \cos\varphi = \frac{3}{4}\int d\varphi \cos\mu\varphi \cos\varphi \cos 4\varphi + \frac{1}{4}\int d\varphi \cos\mu\varphi \cos\varphi =$

$= \frac{3}{4}\int d\varphi \cos\mu\varphi \frac{1}{2}[\cos 3\varphi + \cos 5\varphi] + \frac{1}{4}\pi\delta_{\mu 1} = \frac{3}{8}\pi(\delta_{\mu 3} + \delta_{\mu 5}) + \frac{1}{4}\pi\delta_{\mu 1}$ ($\mu > 0$)

$\varepsilon_m^S(\xi) = \frac{1}{2\pi^2}(3^2-1)^2\frac{1}{\xi^4}\sum_{\mu>0} I_\mu \pi^2\left[\delta_{\mu 1} + \frac{2}{\xi^2}\delta_{\mu 1}\frac{1}{2}(\delta_{\mu 1}+\delta_{\mu 3}) + \right.$

$\left. + \frac{1}{\xi^4}\frac{1}{4}(\delta_{\mu 1}+\delta_{\mu 3}) + \frac{2}{\xi^4}\delta_{\mu 1}\left[\frac{3}{8}(\delta_{\mu 3}+\delta_{\mu 5}) + \frac{1}{4}\delta_{\mu 1}\right]\right] =$

13 $= \frac{1}{2}(\xi^2-1)^2\frac{1}{\xi^4}\sum_{\mu>0} I_\mu\left[\delta_{\mu 1} + \frac{1}{\xi^2}\delta_{\mu 1} + \frac{1}{\xi^4}\frac{1}{4}(\delta_{\mu 1}+\delta_{\mu 3}) + \frac{1}{2}\frac{1}{\xi^4}\delta_{\mu 1}\right] =$

$= \frac{1}{2}\left(1 - \frac{2}{\xi^2} + \frac{1}{\xi^4}\right)\left[I_1 + \frac{1}{\xi^2}I_1 + \frac{1}{\xi^4}\left(\frac{3}{4}I_1 + \frac{1}{4}I_3\right)\right] = |\,g_0\ 1/\xi^6\,| =$

$= \frac{1}{2}\left[I_1 + \frac{1}{\xi^2}I_1 + \frac{1}{\xi^4}\left(\frac{3}{4}I_1 + \frac{1}{4}I_3\right) - \frac{2}{\xi^2}I_1 - \frac{2}{\xi^4}I_1 + \frac{1}{\xi^4}I_1\right] =$

$= \frac{1}{2}I_1 - \frac{1}{2}\frac{1}{\xi^2}I_1 - \frac{1}{8}\frac{1}{\xi^4}(I_1 - I_3)$ — верно, совпад. с 1/VIII.

$\varepsilon_m^V(\xi) = \frac{1}{\pi^2}\int d\beta\beta^2\int d\beta'\beta'^2\int\frac{dx}{x}f(\beta x)\cdot 2\sum_{\mu>0} J_\mu J_\mu(x')\frac{1}{\xi^4}\pi^2\delta_{\mu 1} =$

$= \frac{2}{\xi^4}\int\frac{dx}{x}f(\beta x)\left[\int_0^1 d\beta\beta^2 J_1(\beta x)\right]^2 = \frac{2}{\xi^4}\int\frac{dx}{x}f(\beta x)\left[\frac{J_2(x)}{x}\right]^2$

14 $B = \frac{1}{4}J_3^2 + \frac{1}{4}J_1J_3 - \frac{2}{x^2}J_1J_3 = \frac{1}{4}J_3(J_1+J_3) - \frac{2}{x^2}J_1J_3 =$

$= \frac{1}{4}J_3\frac{4}{x}J_2 - \frac{2}{x^2}J_1J_3 = \frac{1}{x}J_3\underbrace{\left(J_2 - \frac{2}{x}J_1\right)}_{-J_0} = -\frac{1}{x}J_0(x)J_3(x)$ (!)

15 $\varepsilon_{tot}(\xi) = \varepsilon_{tot}(\xi=0) + \frac{1}{2}\frac{1}{\xi^2}\int_0^\infty\frac{dx}{x}f(\beta x)J_1(x)J_3(x) +$

$+ \frac{1}{\xi^4}\left[\frac{1}{4\pi}\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 - \int_0^\infty\frac{dx}{x^2}f(\beta x)J_0(x)J_3(x)\right]$, тогда с $J_0J_3 > 0$ но мал

$[\dots] = 0$, $\frac{1}{4\pi}\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 = \int\frac{dx}{x^2}f(\beta x)J_0(x)J_3(x)$ задает минимум R ($[\dots]<0$ / >0) минимум

которой есть $\min E_{tot}(\xi)$ при $\xi \gg 1$ (quasi-uniform || s.d. state), а

April 사월 1 16/X

|| Flower state

4 APRIL

16 Выше $A_2<0$, $A_4<0$ этого минимума нет, он сме-
щается в область меньших ξ, вплоть до $\xi\sim 1$.
→ $[\dots]=0$ может рассм. как граница устойчивости
"flower" state при малых $L \le L_{cr}$ (когда наименьшая масса
и осн. сост. $\simeq$ || S.d. dot).

16/X → Совпадает ли мой $\mathcal{E}_{tot}(\xi)_{\xi\gg1}$ без обмена с $e(\beta,\xi)$ - Eq
из косинай заголовки от 11/X? (там $g\leftrightarrow\beta$, $x\leftrightarrow\xi$).
ξ - центр скирмиона. $\xi\gg1$ асимптотика.

$$I_1^{(1)}(1/\xi) = \int_0^\infty dk\left[J_0\left(\frac{k}{\xi^2}\right)J_0(k) + J_1\left(\frac{k}{\xi^2}\right)J_1(k)\right]$$

17 $$I_1^{(1)}(0) = \int_0^\infty dk\, J_0(k) = 1$$

→ $$I_1^{(1)}(1/\xi) \approx 1 - \frac{1}{2}\ln\left(1-\frac{1}{\xi^2}\right) = 1 - \frac{1}{2}\left[-\frac{1}{\xi^2} - \frac{1}{2}\frac{1}{\xi^4}\right] = 1 + \frac{1}{2}\frac{1}{\xi^2} + \frac{1}{4}\frac{1}{\xi^4}$$

$$\langle I_1^{(1)}(r/\xi)\rangle_r = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}(\xi^2-1)\ln\left(1-\frac{1}{\xi^2}\right) \approx \frac{3}{2} - \frac{1}{2}(\xi^2-1)\left[-\frac{1}{\xi^2} - \frac{1}{2}\frac{1}{\xi^4} - \frac{1}{3}\frac{1}{\xi^6}\right] =$$

$$= \frac{3}{2} + \frac{1}{2}\left[1 + \frac{1}{2}\frac{1}{\xi^2} + \frac{1}{3}\frac{1}{\xi^4} - \frac{1}{\xi^2} - \frac{1}{2}\frac{1}{\xi^4}\right]$$? - не то, ведь при $\xi\to\infty$ должно быть 1.

→ $$\langle I_1^{(1)}(r/\xi)\rangle_r = 2\int_0^1 dr\, r\, I_1^{(1)}(r/x) = 2\int dr\, r\left[1 - \frac{1}{2}\ln\left(1-\frac{r^2}{\xi^2}\right)\right] =$$

$$= 1 - \int_0^1 dr\, r\ln\left(1-\frac{r^2}{\xi^2}\right) = \left|\frac{r^2}{\xi^2} = x,\ \frac{2r\,dr}{\xi^2} = dx\right| = 1 - \frac{\xi^2}{2}\int_0^{1/\xi^2} dx\ln(1-x) =$$

18 $$= 1 - \frac{1}{2}\xi^2\left[x\ln(1-x^2) - 2x + \ln\frac{x+1}{1-x}\right]_0^{1/\xi^2} = 1 - \frac{1}{2}\xi^2 x$$

$$\cdot\left[\frac{1}{\xi^2}\ln\left(1-\frac{1}{\xi^2}\right) - 2\frac{1}{\xi^2} + \ln\frac{1+1/\xi^2}{1-1/\xi^2}\right] = 1 - \frac{1}{2}\left[\ln\left(1-\frac{1}{\xi^2}\right) - 2 + \xi^2\ln\frac{1+1/\xi^2}{1-1/\xi^2}\right] =$$

$$= 2 - \frac{1}{2}\left[\ln\left(1-\frac{1}{\xi^2}\right) + \xi^2\left\{\ln\left(1+\frac{1}{\xi^2}\right) - \ln\left(1-\frac{1}{\xi^2}\right)\right\}\right] =$$

$$= 2 + \frac{1}{2}(\xi^2-1)\ln\left(1-\frac{1}{\xi^2}\right) - \frac{1}{2}\xi^2\ln\left(1+\frac{1}{\xi^2}\right)$$; нет, см. → 17/X

Тогда при $\xi\gg1$: $\langle I_1^{(1)}(r/\xi)\rangle = 2 + \frac{1}{2}(\xi^2-1)\left[-\frac{1}{\xi^2} - \frac{1}{2}\frac{1}{\xi^4} - \frac{1}{3}\frac{1}{\xi^6}\right] -$

$$-\frac{1}{2}\xi^2\left[\frac{1}{\xi^2} - \frac{1}{2}\frac{1}{\xi^4} + \frac{1}{3}\frac{1}{\xi^6}\right] = 2 + \frac{1}{2}\left[-1 - \frac{1}{2}\frac{1}{\xi^2} - \frac{1}{3}\frac{1}{\xi^4}\right] - \frac{1}{2}\left[1 - \frac{1}{2}\frac{1}{\xi^2} + \frac{1}{3}\frac{1}{\xi^4}\right]$$

$$+ \frac{1}{2}\left[\frac{1}{\xi^2} + \frac{1}{2}\frac{1}{\xi^4}\right] = 1 + \frac{1}{2}\frac{1}{\xi^2} - \frac{1}{12}\frac{1}{\xi^4} + O(1/\xi^6)$$

Escaneado con CamScanner

19 Ст-ка $\frac{1}{\xi^2}$: $e(g,\xi) = \frac{1}{2}a_1(g)\left[\left(1-\frac{1}{\xi^2}\right) I_1^{(1)}(\gamma_\xi)\right]^2 +$

$+ 2a_3(g)\frac{1}{\xi^2} I_1^{(1)}(0) \langle I_1^{(1)}(0)\rangle = \frac{1}{2}a_1\left[\left(1-\frac{1}{\xi^2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\frac{1}{\xi^2}\right)\right]^2 + \frac{2}{\xi^2}a_3 =$

$= \frac{1}{2}a_1(g)\left(1-\frac{1}{\xi^2}\right) + \frac{2}{\xi^2}a_3(g) = \frac{1}{2}a_1 + \frac{1}{\xi^2}\left[2a_3 - \frac{1}{2}a_1\right]$

$\left[2a_3 - \frac{1}{2}a_1\right] = \frac{1}{2}\left[4a_3 - a_1\right] = \frac{1}{2}\int_0^\infty \frac{dk}{k} f(gk) J_1(k)\left[4\int_0^1 dz z^2 J_1(kz) - J_1(k)\right]$

У меня $\varepsilon_m(\xi) = \frac{1}{2}a_1 + \frac{1}{2}\frac{1}{\xi^2}\int_0^\infty \frac{dx}{x} f(gx) J_1(x) J_3(x)$.

Они совпадают, если "2" ставить - ②.

$4\int_0^1 dz z^2 J_1(kz) = 4\frac{J_2(k)}{k}$ и $\frac{4}{k}J_2(k) - J_1(k) = J_3(k)$. Похоже Косяя с функцией (ag-3@ dimension).

20 17/Σ Надо $\langle I_1^{(1)}(\gamma_\xi)\rangle = 1 - \frac{\xi^2}{2}\int_0^{1/\xi^2} dx \ln(1-x) = 1 - \frac{\xi^2}{2}\left[\ln(1-x) - 1\right](x-1)\Big|_0^{1/\xi^2} =$

$1-x=y$

$= 1 - \frac{\xi^2}{2}\left[\left\{\ln\left(1-\frac{1}{\xi^2}\right)-1\right\}\left(\frac{1}{\xi^2}-1\right) - \{-1\}(-1)\right] = 1 - \frac{\xi^2}{2}\left[\left(\frac{1}{\xi^2}-1\right)\ln\left(1-\frac{1}{\xi^2}\right) -$

$-\frac{1}{\xi^2} + 1 - 1\right] = 1 - \frac{1}{2}\left[\left(1-\xi^2\right)\ln\left(1-\frac{1}{\xi^2}\right) - 1\right] = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}\left(1-\xi^2\right)\ln\left(1-\frac{1}{\xi^2}\right)$ –

– отлич. от косинусов Eq.(18) знаком перед вторым членом.

$\langle I_1^{(1)}(\gamma_\xi)\rangle = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}(\xi^2-1)\ln\left(1-\frac{1}{\xi^2}\right) = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}(\xi^2-1)\left[-\frac{1}{\xi^2} - \frac{1}{2}\frac{1}{\xi^4} - \frac{1}{3}\frac{1}{\xi^6}\right] =$

$= \frac{3}{2} + \frac{1}{2}\left[-1 - \frac{1}{2}\frac{1}{\xi^2} - \frac{1}{3}\frac{1}{\xi^4} + \frac{1}{\xi^2} + \frac{1}{2}\frac{1}{\xi^4}\right] = 1 + \frac{1}{4}\frac{1}{\xi^2} + \frac{1}{12}\frac{1}{\xi^4}$ – верно

21 Метод через ф. Бесселя:

$J_\mu(\rho,\xi) = \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\cos\mu\varphi\cdot\cos\varphi}{\sqrt{\rho^4+\xi^4-2\rho^2\xi^2\cos 2\varphi}} = \int_0^{2\pi} d\varphi \cos\mu\varphi\cos\varphi \int_0^\infty J_0\left(k\sqrt{\rho^4+\xi^4-2\rho^2\xi^2\cos 2\varphi}\right)dk =$

$= \left|\begin{matrix}\cos(\varphi_1-\varphi_2)\\ \varphi_1=\varphi,\ \varphi_2=-\varphi\end{matrix}\right| = \int d\varphi\cos\mu\varphi\cos\varphi\int dk\left[J_0(k\rho^2)J_0(k\xi^2) +\right.$

22 $\left. + 2\sum_{n=1} J_n(k\rho^2)J_n(k\xi^2)\cos 2n\varphi\right] = \int dk\left[J_0J_0\pi\delta_{\mu 1} + \right.$ $(\mu\neq 0)$

$\left. + 2\sum_{n=1} J_nJ_n\int d\varphi\cos\varphi\cos\mu\varphi\cos 2n\varphi\right] = \int dk\left[J_0J_0\pi\delta_{\mu 1} + \sum_{n=1} J_nJ_n\left(\delta_{2n,\mu-1} + \delta_{2n,\mu+1}\right)\pi\right] =$

$= \pi\int dk\left[J_0J_0\delta_{\mu 1} + J_{\frac{1}{2}(\mu-1)}J_{\frac{1}{2}(\mu-1)} + J_{\frac{1}{2}(\mu+1)}J_{\frac{1}{2}(\mu+1)}\right]$ $\mu>1$

$\mu > 0$ и μ - целое. $\mu = 2l+1$, $l = 0,1,2,\ldots$. $\mu = 1,3,5\ldots$ (иначе $J_\mu = 0$).

Escaneado con CamScanner

April 4 APRIL

$\mu = 2l+1$ здесь $l>0$

23 $J_\mu(\rho,\zeta) = \pi\int_0^\infty dk\left[J_0(k\rho^2)J_0(k\zeta^2)\delta_{l0} + J_l(k\rho^2)J_l(k\zeta^2) + J_{l+1}(k\rho)J_{l+1}(k\zeta^2)\right]$

$J_{2l+1}(\rho,\zeta) = \pi\int_0^\infty dk\left[J_l(k\rho^2)J_l(k\zeta^2) + J_{l+1}(k\rho^2)J_{l+1}(k\zeta^2)\right]$, $l=0,1,2,\dots$

Отсюда Кас. $I^{(1)}_{2l+1}(\rho,\zeta) = \frac{1}{2\pi}J_{2l+1}(\rho,\zeta)$

$\to \mathcal{E}_m^{tot} = \frac{1}{4\pi V_d}W_m^{tot} = \int_0^\infty \frac{dx}{x} f(\rho x)\sum_\mu |\Lambda_\mu(x)|^2 \cdot \frac{1}{4\pi^2}$

$\Lambda_\mu(x) = \int_{S_d} d^2\vec{\rho}\, J_\mu(x\rho)e^{i\mu\varphi}\hat{\rho}(\rho,\varphi) = \int_0^1 d\rho\rho\, J_\mu(x\rho)\int_0^{2\pi} d\varphi\, e^{i\mu\varphi}\hat{\rho}(\rho,\varphi) =$

$= \int d\rho\rho J_\mu \int d\varphi e^{i\mu\varphi}\left[\hat{\rho}_v(\rho,\varphi) + 2\delta(\rho-1)\beta(\varphi)\right] =$

24 $= \int d\rho\rho J_\mu(x\rho)\int d\varphi e^{i\mu\varphi}\hat{\rho}_v(\rho,\varphi) + J_\mu(x)\int d\varphi e^{i\mu\varphi}\beta(\varphi)$

и в $|\Lambda_\mu|^2$ входит $\left[J_\mu(x)\int_0^1 d\rho\rho J_\mu(\rho x)\right]$ в отличие от $8/\bar{x}$, где было $\int d\rho\rho^2 J_\mu(\rho x)$.

Кас. в-ра $W_m^{v-s} \sim \int d\rho\rho^2 J_\mu(\rho x)$ из-за $\hat{\rho}_v(\rho,\varphi) \sim \rho$.

$\hat{\rho}_v(\rho,\varphi) = -\mathrm{div}\vec{m} = \frac{2\rho\cos\varphi}{\sqrt{\rho^4+\zeta^4-2\rho^2\zeta^2\cos 2\varphi}}$, $\beta(\varphi) = (\vec{m}\cdot\vec{n}) = (\zeta^2-1)\frac{\cos\varphi}{\sqrt{1+\zeta^4-2\zeta^2\cos 2\varphi}}$ (свои)

$\Lambda_\mu(x) = \int_0^1 d\rho\rho J_\mu(x\rho)\int_0^{2\pi} d\varphi e^{i\mu\varphi}\left[\frac{2\rho\cos\varphi}{\sqrt{\rho^4+\zeta^4-2\rho^2\zeta^2\cos 2\varphi}} + \delta(\rho-1)(\zeta^2-1)\frac{2\cos\varphi}{\sqrt{1+\zeta^4-2\zeta^2\cos 2\varphi}}\right]$

$= \int_0^1 d\rho\rho J_\mu(x\rho)\left[2\rho J_\mu(\rho,\zeta) + 2\delta(\rho-1)(\zeta^2-1)J_\mu(1,\zeta)\right] =$

25 $= 2\int_0^1 d\rho\rho J_\mu(x\rho)J_\mu(\rho,\zeta)\left[\rho + \delta(\rho-1)(\zeta^2-1)\right] =$

$= 2\int_0^1 d\rho\rho^2 J_\mu(x\rho)J_\mu(\rho,\zeta)\left[1 + \delta(\rho-1)(\zeta^2-1)\right]$

эта "2" и "+1" отлич. от Косихой Eq. (16). У него - наоборот.

Note: в разложении по $\frac{1}{\zeta^2}$ возникают $\int_0^1 d\rho\rho^2 J_\mu(\rho x)J_\mu(\rho,\zeta) = B_\mu$

$J_\mu(\rho,\zeta) = \frac{1}{\zeta^2}\sum_{n=0}\left(\frac{\rho}{\zeta}\right)^{2n}P_{n\mu} \to$

$B_\mu = \frac{1}{\zeta^2}\sum_{n=0}\frac{1}{\zeta^{2n}}P_{n\mu}\int_0^1 d\rho\rho^2 J_\mu(\rho x)\rho^{2n} = \frac{1}{\zeta^2}\sum_{n=0}\frac{P_{n\mu}}{\zeta^{2n}}\int_0^1 d\rho\rho^{2n+2}J_\mu(\rho x)$

Так. μ - нечет. $\mu+2(n+1)$ - нечет. Все эти $\int d\rho$ берутся как $x^m J_n(x)$. (нечет)

Escaneado con CamScanner

m_ℓ – mass of nucleation ($m_\beta = 0$) of vortex

χ – trial function gives L.S.d. – vortex

2001

5 MAY

화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31

26 $B_\mu = \int_0^1 d\rho\, \rho^2 J_\mu(\rho x)\, \mathcal{Y}_\mu(\rho, \zeta) =$ [исп. представл. $\mathcal{Y}_\mu$ через ф. Бесселя] =

$$= \int_0^1 d\rho\, \rho^2 J_\mu(\rho x)\, \pi \int_0^\infty dk \left[J_{\frac{1}{2}(\mu-1)}(k\rho^2) J_{\frac{1}{2}(1)}(k\zeta^2) + J_{\frac{1}{2}(\mu+1)}(k\rho^2) J_{\frac{1}{2}(1)}(k\zeta^2) \right]$$

$C_\mu^\pm = \int_0^1 d\rho\, \rho^2 J_\mu(\rho x)\, J_{\frac{1}{2}(\mu\pm1)}(k\rho^2)$ – брался бы аст $\int_0^\infty d\rho(\dots)$.

А $\int_0^\infty dk\, J_\ell(k\rho^2) J_\ell(k\zeta^2)$ берется лишь через гипергеом. функцию.

Когда писал $\left(\varepsilon_{ex} = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \ln\left(\frac{\zeta^4}{\zeta^4 - 1}\right)\right)$, то дал $\varepsilon_{ex} = + \frac{1}{4\pi}\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \frac{1}{\zeta^4}$ – верное при $\zeta \gg 1$.

27

$$\varepsilon_{ex}(\zeta) = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 (-1) \ln\left(1 - \frac{1}{\zeta^4}\right) = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \left[\frac{1}{\zeta^4} + \frac{1}{2}\frac{1}{\zeta^8} + \dots\right], \quad \zeta > 1.$$

19/X

→ Вернемся к χ-расчету ФП vortex – L.S.d. и уточним его до χ^4 ср. 26-28 IV и конкурир. модели BP – solitona (выбор до $\rho = 1$).

$m_z(\rho) = \frac{\sin \chi\rho}{\chi\rho}$ – trial function. Пусть $\chi \ll 1$:

$$W_{ex}(\chi) = \frac{1}{3}\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \chi^2 + O(\chi^4)$$

$$m_z(\rho) = \frac{\sin \chi\rho}{\chi\rho} = 1 - \frac{1}{3!}\chi^2\rho^2 + \frac{1}{5!}\chi^4\rho^4 + O(\chi^6\rho^6)$$

Видимо $m_\beta = 0$ исходя при L.S.d. → vort. и неудачу будет L-flower ($m_\beta \neq 0$) → → Vortex ($m_\beta = 0$)

28

$$m_\ell^2(\rho) = 1 - m_z^2(\rho) = 1 - \left(1 - \frac{1}{3!}\chi^2\rho^2 + \frac{1}{5!}\chi^4\rho^4\right)^2 =$$

$$= 1 - \left[1 - \frac{1}{3}\chi^2\rho^2 + \frac{1}{36}\chi^4\rho^4 + \frac{2}{5!}\chi^4\rho^4\right] = \frac{1}{3}\chi^2\rho^2 - \frac{2}{45}\chi^4\rho^4$$

$$m_\ell(\rho) = \sqrt{\frac{1}{3}\chi^2\rho^2\left(1 - \frac{2}{15}\chi^2\rho^2\right)} = \frac{1}{\sqrt{3}}\chi\rho\left[1 - \frac{1}{15}\chi^2\rho^2\right], \quad \alpha = \left(\frac{R_0}{R}\right)^2.$$

29

$$W_{ex}(\chi) = \alpha \int_0^1 d\rho\,\rho \left[\left(\frac{\partial m_z}{\partial \rho}\right)^2 + \left(\frac{\partial m_\ell}{\partial \rho}\right)^2 + \frac{1}{\rho^2} m_\ell^2\right] =$$

$$= \alpha \int d\rho\,\rho \left[\frac{1}{9}\chi^4\rho^2 + \frac{\chi^2}{3}\left(1 - \frac{2}{5}\chi^2\rho^2\right) + \frac{1}{\rho^2}\left(\frac{1}{3}\chi^2\rho^2 - \frac{2}{45}\chi^4\rho^4\right)\right] =$$

$$= \alpha \int_0^1 d\rho\,\rho \left[\frac{1}{9}\chi^4\rho^2 + \frac{\chi^2}{3} - \frac{2}{15}\chi^4\rho^2 + \frac{1}{3}\chi^2 - \frac{2}{45}\chi^4\rho^2\right] =$$

$$= \alpha \int_0^1 d\rho\,\rho \left[\frac{2}{3}\chi^2 - \frac{1}{15}\chi^4\rho^2\right] = \alpha\left[\frac{2}{3}\chi^2 \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{15}\chi^4 \cdot \frac{1}{4}\right] = \frac{1}{3}\alpha\left[\chi^2 - \frac{1}{20}\chi^4\right]$$

Escaneado con CamScanner

May
5 MAY

30

$W_{ex}(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{R\rho}{R}\right)^2 x^2\left[1 - \frac{1}{20}x^2\right]$

$I_x(x) = \int_0^1 d\rho\,\rho\, m_2(\rho) J_0(x\rho) = \int_0^1 d\rho\,\rho\left[1 - \frac{1}{3!}x^2\rho^2 + \frac{1}{5!}x^4\rho^4\right] J_0(\rho x)$

$= \frac{1}{x}J_1(x) - \frac{1}{3!}x^2\int_0^1 d\rho\,\rho^3 J_0(\rho x) + \frac{1}{5!}x^4\int_0^1 d\rho\,\rho^5 J_0(\rho x)$

$I_x^2(x) = \frac{1}{x^2}J_1^2(x) - \frac{1}{3}\frac{J_1(x)}{x}x^2\int d\rho\,\rho^3 J_0 + \frac{1}{36}x^4\left[\int d\rho\,\rho^3 J_0\right]^2 +$

$+ \frac{1}{x}J_1\cdot\frac{2}{5!}x^4\int d\rho\,\rho^5 J_0(\rho x)$

$\int_0^1 d\rho\,\rho^5 J_0(\rho x) = |\rho x = t| = \frac{1}{x^6}\int_0^x dt\,t^5 J_0(t) = \frac{1}{x^6}\int \underbrace{dt\,tJ_0(t)}_{dv}\cdot\underbrace{t^4}_{u} = \frac{1}{x^6}\left[tJ_1(t)t^4 -\right.$

1 $\left. - 4\int tJ_1(t)t^3 dt\right] = \frac{1}{x^6}\left[t^5 J_1(t) - 4\int \underbrace{dt\,t^2 J_1(t)}_{dv}\underbrace{t^2}_{u}\right] =$

$= \frac{t^5}{x^6}J_1(t) - \frac{4}{x^6}\left[t^2\cdot t^2 J_2(t) - \int t^2 J_2(t)\,2t\,dt\right] = \frac{t^5}{x^6}J_1(t) - \frac{4}{x^6}\left[t^4 J_2\right.$

$\left. - 2\int dt\,t^3 J_2(t)\right] = \frac{t^5}{x^6}J_1(t)\Big|_0^x - \frac{4}{x^6}\left[t^4 J_2(t) - 2t^3 J_3(t)\right]_0^x =$

$= \frac{1}{x}J_1(x) - \frac{4}{x^6}\left[x^4 J_2(x) - 2x^3 J_3(x)\right] = \frac{1}{x}J_1(x) - \frac{4}{x^2}J_2(x) + \frac{8}{x^3}J_3(x) =$

$= \frac{1}{x}\left[J_1(x) - \frac{4}{x}J_2(x)\right] + \frac{8}{x^3}J_3(x) = \frac{1}{x}J_1 - \frac{4}{x^2}J_2 + \frac{8}{x^3}\left[\frac{4}{x}J_2 - J_1\right] =$

$= -\frac{1}{x}J_3 + \frac{8}{x^3}J_3 = \frac{1}{x}\left[\frac{8}{x^2} - 1\right]J_3(x)$

проверка $x \to 0$

$\frac{1}{6} = \frac{1}{x}\left[\frac{8}{x^2} - 1\right]\frac{x^3}{8\cdot 2\cdot 3} = \frac{1}{6}$

2 $\int_0^1 d\rho\,\rho^3 J_0(\rho x) = \frac{1}{x^4}\int_0^x dt\,t^3 J_0(t) = \frac{1}{x^4}\int \underbrace{dt\,tJ_0(t)}_{dv}\cdot t^2 = \frac{1}{x^4}\left[tJ_1(t)\cdot t^2 -\right.$

$\left. - 2\int tJ_1(t)\,t\,dt\right] = \frac{1}{x^4}\left[t^3 J_1(t) - 2t^2 J_2(t)\right]_0^x \overset{dv}{=} \frac{1}{x}\left[J_1(x) - \frac{2}{x}J_2(x)\right] =$

$I_x^2(x) = \frac{1}{x^2}J_1^2(x) - \frac{1}{3}x^2\frac{J_1(x)}{x^2}\left[J_1(x) - \frac{2}{x}J_2(x)\right] + \frac{1}{36}x^4\frac{1}{x^2}\left[J_1(x) - \frac{2}{x}J_2(x)\right]^2 +$

$+ \frac{1}{60}x^4\frac{J_1(x)}{x}\frac{1}{x}\left[\frac{8}{x^2} - 1\right]J_3(x) = \frac{J_1^2(x)}{x^2} - \frac{1}{3}x^2\frac{J_1(x)}{x^2}\left[J_1(x) - \frac{2}{x}J_2(x)\right] +$

$+ \frac{x^4}{60}\left\{\frac{5}{3}\frac{1}{x^2}\left[J_1(x) - \frac{2}{x}J_2(x)\right]^2 + \frac{1}{x^2}\left(\frac{8}{x^2} - 1\right)J_1(x)J_3(x)\right\}$ — разложение W_m

$W_m(x) = \frac{4\pi}{\beta}\int_0^\infty dx\left[1 - e^{-\beta x}\right]I_x^2(x) = W_m(0) - \frac{1}{3}x^2\frac{4\pi}{\beta}\int dx\left[1 - e^{-\beta x}\right]\frac{J_1(x)}{x^2}\left[J_1(x) - \frac{2}{x}\right.$

Escaneado con CamScanner

$\int_0^1 dy\, y^3 J_0(yx) = \frac{1}{x} J_3'(x)$

$J_1(x) - J_3(x) = 2J_2'(x)$ 2001

6 JUNE

금	토	일	월	화	수	목	금	토	일	월	화	수	목	금	토	일	월	화	수	목	금	토	일	월	화	수	목	금	토	일
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	•

3 $+\frac{x^4}{60}\frac{4\pi}{\beta}\int dx\left[1-e^{-\beta x}\right]\{\dots\}$, $J_1(x) = \frac{2}{x}J_2(x) + J_2'(x)$

$W_m(x) = W_m(0) - \frac{1}{3}x^2\frac{4\pi}{\beta}\int_0^\infty dx\left[1-e^{-\beta x}\right]\frac{J_1(x)}{x^2}J_2'(x) +$

$+\frac{x^4}{60}\frac{4\pi}{\beta}\int dx\left[1-e^{-\beta x}\right]\left\{\frac{5}{3}\frac{1}{x^2}\frac{1}{4}\left[J_1(x)-J_3(x)\right]^2 + \frac{1}{x^2}\left(\frac{8}{x^2}-1\right)J_1(x)J_3(x)\right\}$

$W(x) = W_{ex}(x) + W_m(x) = \frac{1}{3}\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 x^2\left[1-\frac{1}{20}x^2\right] - \frac{1}{3}x^2\frac{4\pi}{\beta}\int_0^\infty\frac{dx}{x^2}\left[1-e^{-\beta x}\right]J_1(x)J_2'(x) +$

$+\frac{x^4}{60}\frac{4\pi}{\beta}\int dx\left[1-e^{-\beta x}\right]\{\dots\} + W_m(0)$

$W(x) = W(0) + \frac{x^2}{3}\left[\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 - \frac{4\pi}{\beta}\int_0^\infty\frac{dx}{x^2}\left[1-e^{-\beta x}\right]J_1(x)J_2'(x)\right] +$

4 $+\frac{x^4}{60}\left[\frac{4\pi}{\beta}\int dx\left[1-e^{-\beta x}\right]\{\dots\} - \left(\frac{R_0}{R}\right)^2\right]$

Если ФП-II $\perp$ s.d. $\leftrightarrow$ vortex, то коэф. при $x^4 > 0$, а линия ФП-II по (коэф. при x^2) $= 0$:

$\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 = \frac{4\pi}{\beta}\int_0^\infty dx\left[1-e^{-\beta x}\right]\frac{1}{x^2}J_1(x)J_2'(x)$ — линия ФП-II vortex $\leftrightarrow$ $\perp$ s.d. из $\frac{\sin x\beta}{x\beta}$-модели

При $\beta \ll 1$, $1-e^{-\beta x} = 1-\left[1-\beta x+\frac{1}{2}\beta^2x^2+\dots\right] = \beta x - \frac{1}{2}\beta^2x^2$

$\left(\frac{R_0}{R_c}\right)^2 = \frac{4\pi}{\beta}\int\frac{dx}{x^2}\left[\beta x - \frac{1}{2}\beta^2x^2\right]J_1J_2' = 4\pi\int_0^\infty\frac{dx}{x}J_1(x)J_2'(x) -$

5 $-4\pi\cdot\frac{1}{2}\beta\int_0^\infty dx\, J_1(x)J_2'(x)$ может находиться.

Асимптотика $\beta \ll 1$ (см. 28/IV) есть $\frac{R_c}{R_0} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}$. Но она не имеет физ. смысла, т.к. при $L < L_{ver}$ будет II s.d. (flower) state.

При $\beta \gg 1$, $e^{-\beta x} \to 0$ пренебрежем, тогда

6 $\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 = \frac{4\pi}{\beta}\int_0^\infty\frac{dx}{x^2}J_1(x)J_2'(x)\cdot\int_0^\infty\frac{dx}{x^2}J_1(x)\left[J_1(x)-\frac{2}{x}J_2(x)\right] =$

$= \int\frac{dx}{x^2}J_1^2(x) - 2\int\frac{dx}{x^3}J_1(x)J_2(x) = \frac{\sqrt{\pi}\,\Gamma(2)}{4\,\Gamma(5/2)\,\Gamma^2(3/2)} - 2\frac{\sqrt{\pi}\,\Gamma(3)}{8\,\Gamma(7/2)\Gamma(3/2)\Gamma(5/2)} =$

$= \frac{\sqrt{\pi}\cdot 1}{4\cdot\frac{3}{2}\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}\right)^3} - 2\frac{\sqrt{\pi}\cdot 2\cdot 1}{8\cdot\frac{5}{2}\left(\frac{3}{2}\right)^2\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}\right)^3} = \frac{1}{\pi}\left[\frac{2^4}{4\cdot 3} - \frac{2^2\cdot 2^6}{8\cdot 5\cdot 9}\right] = \frac{1}{\pi}\frac{28}{45}$, $\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 = 4\pi\frac{R}{L}\frac{1}{\pi}\frac{28}{45} = \frac{4\cdot 28}{45}\frac{R}{L}$

$R_c/R_0 = (45/112)^{1/3}(L/R_0)^{1/3} = 0.738\,(L/R_0)^{1/3}$, $R_c(L)$ немного (~10%) выше 28/IV.

Escaneado con CamScanner

May 오월

$m_\varphi(\rho)$ – мода плотности стабильности ⊥ s.d. ($m_\rho = 0$)

5 MAY

화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31

7 BP-soliton model $m_z(\rho) = \frac{c^2 - \rho^2}{c^2 + \rho^2}$, $\rho \in [0,1]$,

$\sin\theta(\rho) = m_\varphi(\rho) = \frac{2c\rho}{c^2+\rho^2}$ конкурирует с x-моделью, где $m_z(\rho) = \frac{\sin x\rho}{x\rho}$

Но вблизи ФП-II ⊥ s.d. → vortex $x \ll 1$ и $c \gg 1$ но сильно

тогда:

1) $m_z(\rho) = 1 - \frac{1}{3!}x^2\rho^2 + \frac{1}{5!}x^4\rho^4$ в x-модели

$m_\varphi(\rho) = \frac{1}{\sqrt{3}} x\rho \left[1 - \frac{1}{15}x^2\rho^2\right]$

2) $m_z(\rho) = 1 - 2\frac{\rho^2}{c^2} + 2\frac{\rho^4}{c^4}$ для BP-soliton

$m_\varphi(\rho) = 2\frac{\rho}{c}\left[1 - \frac{\rho^2}{c^2}\right]$. При $x^2 = \frac{12}{c^2}$ эти разложения совпадают с m_z, ρ^2

8 коэфф. и коэфф. $W(x)$, $W(1/c)$ разложений по x и $\frac{1}{c}$ ($\ll 1$) будут совпадать после $x^2 \leftrightarrow \frac{12}{c^2} \Rightarrow [\dots]x^2 = 0$ и $[\dots]\frac{1}{c^2} = 0$ – условия $W''(x=0) = 0$ и $W''(1/c=0) \simeq 0$ совпадают и

ур-е $\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 = \frac{4\pi}{\beta}\int_0^\infty dx \left[1 - e^{-\beta x}\right] \frac{J_1(x)J_2'(x)}{x^2}$ Сохранится для BP-sol возбуждения ⊥ s.d. st

→ И x-model и BP-soliton — однотипные curling моды ⊥ s.d. цилиндра с $m_z = 1$, обладающие свойств. $m_\rho = 0$, $m_\varphi \sim \rho$, $\vec{m}$ — аксиально сим.

Это аксиально-сим. m_φ-моды, или "vortex" моды.

Усов в Гинзбург, p.275 имел на основе своей ТВ, что

9 m_φ-моды невозможны, а есть только m_ρ-моды (?) ... ⊥ flower

Но по ТВ применима лишь для $R \gg R_s$ или большого объема ($L \ll R_0$)

И именно m_ρ-мода дает  -flower state цилиндра $c \frac{L}{R} \geq 2$.

Ishii'97 расч. Hn диска в ($h/R = 0.2$) Сильная H_z как $\Theta(\rho)$ – монотон по ρ.

→ Асимптот. решение точного ур. Гинзбурга ($\rho \to 0$) $m_\varphi(\rho) = C J_1(\tilde{x}\rho)$, $\tilde{x}^2 = -\frac{1}{\alpha}\gamma(0,\beta)$

также явл. моды такого типа. Собственно и BP-soliton с $m_\varphi(\rho) = 2c\rho/[c^2+\rho^2]$ и x-trial func. $m_\varphi^2(\rho) = 1 - \left(\frac{\sin x\rho}{x\rho}\right)^2$ авт. попытками распространить $m_\varphi(\rho) \sim \rho$-Закон на весь инт. $\rho \in [0,1]$

→ $m_\varphi(\rho) = C J_1(x\rho)$ – это curling мода Aharoni для $\beta \to \infty$

Escaneado con CamScanner

22/X

6/JUNE

Вернемся к вар. расчету от 26/IX 2001

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

10 В ТВ $\theta(\rho) = \theta_0 + \delta(\rho)$ надо различать ещ 2 зав.

когда а) $\theta_0 = \theta_{us}(\rho)$, а $\delta(\rho)$ – поправка к нему (находится из ур. Эйлера, линейн.)

б) θ_0 – стационар. решение ур-я Эйлера, а $\delta(\rho)$ – произвольная малая вариация

в) $\theta_0 \ll 1$ – слаб. связ.

№ 7/IX: а) $W_{ex}(\theta_0+\delta) = W_{ex}(\theta_0) + \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 2\int_0^R d\rho\rho\left[-\nabla^2\theta_0 + \frac{\sin\theta_0\cos\theta_0}{\rho^2}\right]\delta(\rho) +$

$\delta(\rho)$ – произвольная вариация

$+ \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \int_0^R d\rho\rho\left[\delta'^2 + \frac{\cos 2\theta_0}{\rho^2}\delta^2\right] + O(\delta^3)$

$W_m(\theta_0+\delta) = -\int d\rho\rho\int d\rho'\rho' g(\rho,\rho')\cos[\theta_0+\delta(\rho)]\cos[\theta_0(\rho')+\delta(\rho')] =$

$= -\int d\rho\rho\int d\rho'\rho' g\left\{\cos\theta_0(\rho)\left[1-\frac{1}{2}\delta^2(\rho)\right] - \sin\theta_0(\rho)\delta(\rho)\right\}\left\{\cos\theta_0(\rho')\left[1-\frac{1}{2}\delta^2(\rho')\right] - \sin\theta_0(\rho')\delta(\rho')\right\}$

11 $= W_m(\theta_0) + (-1)\int d\rho\rho\int d\rho'\rho' g\left[\cos\theta_0(\rho)\cos\theta_0(\rho')\left[-\frac{1}{2}\delta^2(\rho) - \frac{1}{2}\delta^2(\rho')\right] -\right.$

$\left. - \cos\theta_0(\rho)\sin\theta_0(\rho')\delta(\rho') - \cos\theta_0(\rho')\sin\theta_0(\rho)\delta(\rho) + \sin\theta_0(\rho)\sin\theta_0(\rho')\delta(\rho)\delta(\rho')\right] =$

$= W_m(\theta_0) + 2\int d\rho\rho\int d\rho'\rho' g(\rho,\rho')\cos\theta_0(\rho')\sin\theta_0(\rho)\delta(\rho) + \int d\rho\rho\int d\rho'\rho' g\left[\cos\theta_0(\rho)\cos\theta_0(\rho')\delta^2(\rho) -\right.$

$\left. - \sin\theta_0(\rho)\sin\theta_0(\rho')\delta(\rho)\delta(\rho')\right]$

$W_{tot}(\theta_0+\delta) = W(\theta_0) + 2\int d\rho\rho\,\delta(\rho)\left[\left(\frac{R_0}{R}\right)^2\left\{-\nabla^2\theta_0 + \frac{\sin\theta_0\cos\theta_0}{\rho^2}\right\} + \int d\rho'\rho' g(\rho,\rho')\cos\theta_0(\rho')\sin\theta_0(\rho)\right] +$

$+ \int d\rho\rho\left[\left(\frac{R_0}{R}\right)^2\left\{\delta'^2(\rho) + \frac{\cos 2\theta_0}{\rho^2}\delta^2(\rho)\right\} + \int d\rho'\rho' g(\rho\rho')\left\{\cos\theta_0(\rho)\cos\theta_0(\rho')\delta^2(\rho) -\right.\right.$

$\left.\left. - \sin\theta_0(\rho)\sin\theta_0(\rho')\delta(\rho)\delta(\rho')\right\}\right]$

12 Видно, что $[\dots]$ при $\delta(\rho) = 0$ дает вар. ур. Эйлера:

$-\nabla^2\theta_0 + \frac{\sin\theta_0\cos\theta_0}{\rho^2} + \left(\frac{R}{R_0}\right)^2\int d\rho'\rho' g(\rho\rho')\cos\theta_0(\rho')\cdot\sin\theta_0(\rho) = 0$ — ур. Эйлера

Исп. $\int d\rho\rho\,\delta'^2(\rho) = \rho\delta(\rho)\frac{d\delta(\rho)}{d\rho}\Big|_0^R - \int d\rho\rho\,\delta(\rho)\nabla^2\delta(\rho)$, где $\rho\delta(\rho)\delta'(\rho)\Big|_0^R = 0$.

13 $W(\theta_0+\delta) = W(\theta_0) + \int d\rho\rho\left[\left(\frac{R_0}{R}\right)^2\left\{-\nabla^2\delta + \frac{\cos 2\theta_0}{\rho^2}\delta(\rho)\right\} + \int d\rho'\rho' g(\rho\rho')\left\{\cos\theta_0(\rho)\cos\theta_0(\rho')\delta(\rho) -\right.\right.$

$\left.\left. - \sin\theta_0(\rho)\sin\theta_0(\rho')\delta(\rho')\right\}\right]\delta(\rho)$

на стац. рад. $\theta_0(\rho)$

Вторая вариация $W[\theta(\rho)]$ на стационар. решении $\theta_0(\rho)$, описывающем сил. с $m_p = 0$.

II-flower state так назыв. решен., т.к. там нет аксиальной симм. и если $m_p \neq 0$.

Теперь положим $\theta_0(\rho) = 0$, т.е. стационар. state есть $\perp$ S.d.:

$W(0+\delta) = W(0) + \int_0^1 d\rho\rho\left[\left(\frac{R_0}{R}\right)^2\left\{-\nabla^2\delta + \frac{1}{\rho^2}\delta\right\} + \delta(\rho)\int d\rho'\rho' g(\rho,\rho')\right]\delta(\rho)$

$\delta(\rho) \sim J_1(\varkappa\rho)$

$\delta(0) = \delta(R) = 0$

но симметр. произв. вар. ия.

Escaneado con CamScanner

May 5월 23/X

5 MAY

화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31

Член $-\delta\nabla^2\delta \xrightarrow{\text{помимо}} (\delta')^2$ заменить.

14 .6) Ур. Эйлера: $(*) -\nabla^2\theta + \frac{\sin\theta\cdot\cos\theta}{\rho^2} + \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \sin\theta(\rho)\int d\rho'\rho' g(\rho,\rho')\cos\theta(\rho') = 0$

$\theta(\rho) \ll 1$ – решение ур. Эйлера

Ищем решение $\theta(\rho) \ll 1$, тогда в ур. по θ приближении

лин. ур. $-\nabla^2\theta + \left[\frac{1}{\rho^2} + \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 J(\rho)\right]\theta(\rho) = 0$, $J(\rho) = \int d\rho' g(\rho,\rho')$

Обычная фун. $W(\theta) = \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \int d\rho\rho\left[(\theta')^2 + \frac{\sin^2\theta}{\rho^2}\right] - \int d\rho\rho\int d\rho'\rho' g(\rho,\rho')\cos\theta(\rho)\cos\theta(\rho')$

$\to W(\theta\ll 1) = W(0) + \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \int d\rho\rho\left[(\theta')^2 + \frac{\theta^2}{\rho^2}\right] + \int d\rho\rho\int d\rho'\rho' g(\rho,\rho')\theta^2(\rho) =$

$= W(0) + \int d\rho\rho\left[\left(\frac{R_0}{R}\right)^2\left\{(\theta')^2 + \frac{1}{\rho^2}\theta^2\right\} + J(\rho)\theta^2(\rho)\right] + O(\theta^4)$

15 $\int d\rho(\theta')^2\rho = \int d\rho\rho\left(\frac{d\theta}{d\rho}\right)^2 = \int \underbrace{d\rho\frac{d\theta}{d\rho}}_{dv}\rho\underbrace{\frac{d\theta}{d\rho}}_{u} = \rho\frac{d\theta}{d\rho}\theta(\rho)\Big|_0^R - \int\theta\frac{d}{d\rho}\left(\rho\frac{d\theta}{d\rho}\right)d\rho = \rho\theta'\theta(\rho)\Big|_0^R - \int d\rho\rho\theta\nabla^2$

$W(\theta\ll 1) = W(0) + \frac{1}{2}\left(\frac{R_0}{R}\right)^2\rho\theta'(\rho)\theta(\rho)\Big|_0^R + \int d\rho\rho\left[\left(\frac{R_0}{R}\right)^2\underbrace{\left\{-\nabla^2\theta + \frac{\theta}{\rho^2}\right\}}_{=0 \text{ ур-я Эйл.}} + J(\rho)\theta(\rho)\right]\theta$

но в отличие от вариац. $\delta(\rho)$ с $\rho\delta(\rho)\delta'(\rho)\Big|_0^R = 0$ для решения ур-я Эйлера $\rho\theta'(\rho)\theta(\rho) = 0$ не обязательно.

Вариац. формулы с точн. до θ^2:

$$\begin{cases} W(\theta\ll 1) = W(0) + \int d\rho\rho\left[\left(\frac{R_0}{R}\right)^2\left\{(\theta')^2 + \frac{1}{\rho^2}\theta^2\right\} + J(\rho)\theta^2(\rho)\right] \\ W(\theta\ll 1) = W(0) + \frac{1}{2}\left(\frac{R_0}{R}\right)^2\rho\theta'(\rho)\theta(\rho)\Big|_0^R \end{cases}$$

16 где $\theta(\rho)$ – решение ур-я Эйлера $\nabla^2\theta - \left[\frac{1}{\rho^2} + J(\rho)\left(\frac{R}{R_0}\right)^2\right]\theta(\rho) = 0$,

Гран. условия $\theta(\rho=0) = 0$. Требовать $\left(\frac{\partial m}{\partial n}\right)_S \sim \frac{d\theta}{d\rho}\Big|_R = 0$ не можем, т.к. $R \approx R_0$ и

Следов., 27/IX верно замечание, что для решения ур-я Эйлера $\tilde\theta(\rho)$ с $\tilde\theta'(R) < 0$, $\tilde\theta(0) = 0$, $\tilde\theta(R) \neq 0$ получим $W(\tilde\theta\ll 1) < W(0) = W(1\,s.d.)$, но симметрию $\theta(\rho) \geq 0$. Т.е. такая $\tilde\theta(\rho)$ и будет модой, переходя в 1 s.d. ($\theta=0$) в вогнутой

Вблизи $\rho=0$ известно $\tilde\theta(\rho) = \mathbb{C}J_1(\tilde\varkappa\rho)$, $\tilde\varkappa^2 = -\left(\frac{R}{R_0}\right)^2 J(0)$.

$\tilde\theta(\rho) \ll 1$ – мода начнет устойчиво существовать $\perp$ s.d. state с $\theta(\rho)=0$.

→ В отличие от x- и BP-soliton моделей (где $\varkappa \ll 1$ и $\frac{1}{c} \ll 1$ описывают переход 1 s.d. → 0)

$m_\varphi(\rho) = \tilde\theta(\rho) \ll 1$ вычисляется за счет $\tilde\theta(\rho) = \mathbb{C}J_1(\tilde\varkappa\rho)$, $\mathbb{C} \ll 1$ – малая амплитуда, а $\tilde\varkappa$ не мало.

Escaneado con CamScanner

17

План работы и действий на ближ. время:

1) Закончить и отправить SW-PRB и SW-wires (APL) со Славиным.

2) Разобраться в SW-paper Chandrall'a и Ланжевен-dynamics

3) Получить аналитически $H_k(\vec{r})$ в flower state of rectangular dot для SW-description.

→ 4) R-L MPD имп. дока с Новосадом и Метловым.

5) Интеграл. exp. BLS - Новосад - Grimsditch в rectan. dots

6) Частота колебаний „vortex core" (радиальная мода), 47ГГц

→ 7) Доклады на MMM в Seattle:

18

→ а) oral с Ив., Нов. - подготовить прозрачки и текст dynamics

→ б) poster со Славиным по SW-wires

в) poster с Нов., Shima по m.coupling

→ г) Зарезервир. Hotel в Seattle

8) Узнать и сообщ. в Seagate:

а) где нам жить с 17/XI и кто встретит

б) как отправить багаж

→ в) подать travel appl. в Seagate и сообщ. обилах

г) как взять машину напрокат

9) В KIAS до отъезда:

19

а) пройти о з/п. по 17/XI, включая 13-ую з/пл.

б) получить командир-ые (conf.fee, hotel, airfare-?)

в) узнать о возврате мед. страховки

г) сдать книги в библ., e-keys и ключи, activity сер.

д) переписать все важные files с компьютера, Кор. Windows

е) попросить сохранить mail-box до нов. года.

20

29/I → 10) подъехать в U.S. Embassy насчет визы

11) письмо Otani и отдача big-PRB paper (Он обещал)

12) поменять $ на дол. и снять дол. со счета

→ 13) заполнить в мэт. 9/XI документы на багаж

Escaneado con CamScanner

May 오월

BR-L plane Устойчивость LS.d. State ч.

5 MAY

화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31

Подходы LS.d. → Vort.

21 Плоская задача

① x/BP – trial function метода и $\left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}\right)_{x=0} = 0 \to R_c(L)$

② решения ур. Эйлера с $\tilde{\theta} \ll 1$ и условия $\tilde{\theta}'(R) < 0$, $\tilde{\theta}$

типа $|J(1,\beta)|\left(\frac{R}{R_0}\right)^2 = \text{const} \to R_c(L)$

(если условием сущ. решения ур. Эйлера с $\tilde{\theta}'(R) < 0$ явл. условие на его коэф. $|J(\beta,\beta)|\left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \geq \text{const}$)

Числен. метод

③ метода Bogdanov-Kubert с $\delta(\beta)$ – произвольной $\delta(\beta)$ не удовлетв. никакому ур. Эйлера. $\delta(0) = \delta(R)$

$$\delta(\beta) = \sum_{n=1} C_n J_n(\alpha_n \beta), \quad \delta(0) = \delta(1) = 0 \quad \alpha_n \text{ корни } J_n(x) = 0.$$

③ $-\nabla^2\delta + \frac{1}{\beta^2}\delta = -\left[\frac{d^2}{d\beta^2} + \frac{1}{\beta}\frac{d}{d\beta} - \frac{1}{\beta^2}\right]\delta(\beta) = -\sum_n C_n\left[\frac{d^2}{d\beta^2} + \frac{1}{\beta}\frac{d}{d\beta} - \frac{1}{\beta^2}\right]J_n(\alpha_n\beta)$

Ур. Бесселя $\left[\frac{d^2}{d\beta^2} + \frac{1}{\beta}\frac{d}{d\beta} + \left(k^2 - \frac{n^2}{\beta^2}\right)\right]J_n(k\beta) = 0.$

22

② $+\nabla^2\theta - \frac{1}{\beta^2}\theta - \frac{1}{\alpha}J(\beta)\theta(\beta) = 0$ (см. 9/V) $\cdot\, \beta^2\frac{d\theta}{d\beta}$ и $\int_0^1 d\beta(\ldots)$ или $\int_{\beta_1}^{\beta_2}$

$$\frac{1}{2}\left[\beta^2(\theta')^2 - \theta^2\right]\Big|_{\beta_1}^{\beta_2} - \frac{1}{\alpha}\int_{\beta_1}^{\beta_2} d\beta\, J(\beta)\theta(\beta)\beta^2\frac{d\theta}{d\beta} = C$$

$$\frac{1}{2}\left[\beta^2(\theta')^2 - \theta^2\right]_{\beta_1}^{\beta_2} - \frac{1}{\alpha}\frac{1}{2}\beta^2 J(\beta)\theta^2(\beta)\Big|_{\beta_1}^{\beta_2} + \frac{1}{2}\frac{1}{\alpha}\int_{\beta_1}^{\beta_2} d\beta\, \frac{d[J(\beta)\beta^2]}{d\beta}\theta^2(\beta) = C.$$

$\beta_1 = 0, \beta_2 = \beta$:

$$\frac{1}{2}\left[\beta^2(\theta')^2 - \theta^2(\beta)\right] - \frac{1}{2}\frac{1}{\alpha}\beta^2 J(\beta)\theta^2(\beta) + \frac{1}{2}\frac{1}{\alpha}\int_0^{\beta} d\beta'\left[2\beta' J(\beta') + \beta'^2\frac{dJ}{d\beta'}\right]\theta^2(\beta') =$$

Это можно для $\theta'' - f(\theta) = 0$ можно взять 1-ый инт., здесь ↑ нет нельзя.

Но при $\beta \to 1$ $\quad \theta'' + \frac{1}{\beta}\theta' - \frac{1}{\beta^2}\theta + \hat{\varkappa}^2\theta = 0, \quad \hat{\varkappa}^2 = -\frac{1}{\alpha}J(\beta = 1, \beta) = -\frac{1}{\alpha}J(1,\beta),$ $\alpha = (R_0/R)^2$

23 $\beta \approx 1$ решение $\theta(\beta) = C J_1(\hat{\varkappa}\beta), \quad \beta \approx 1,$

$$\theta'(\beta) = C\hat{\varkappa}\left[J_0(\hat{\varkappa}\beta) - \frac{1}{\hat{\varkappa}\beta}J_1(\hat{\varkappa}\beta)\right], \quad \theta'(R) = C\hat{\varkappa}\left[J_0(\hat{\varkappa}) - \frac{1}{\hat{\varkappa}}J_1(\hat{\varkappa})\right] \geq 0$$

Но $\theta'(R) = 0$ задает сом. ② граничн. усл. $\theta = 0$ задач.

Можно найти $\hat{\varkappa}$ – корни $\boxed{J_0(\hat{\varkappa}) = \frac{1}{\hat{\varkappa}}J_1(\hat{\varkappa})}$, тогда

$\to \text{Const} = \hat{\varkappa}^2 = -\left(\frac{R}{R_0}\right)^2 J(1,\beta)$ – Задача $R_c(L)$ LS.d. ↔ vortex.

Явно $J(\beta,\beta) = -\frac{4\pi}{\beta}\int_0^{\infty} dx\left[1 - e^{-\beta x}\right]\frac{J_1(x)}{x}J_0(\beta x)$, $\quad J(\beta, \beta \ll 1) = -4\pi.$

$J(0,\beta) = -\frac{4\pi}{\beta}\left[1 + \beta - \sqrt{1+\beta^2}\right]$

$k^2 = \frac{4\beta}{(1+\beta)^2 + \beta^2} < 1. \quad J(\beta,\beta) = \int_0^1 d\beta'\beta' g(\beta,\beta')$

Escaneado con CamScanner

Сл. 3/II 022

24/X → 6/JUNE

Ур-е Лапласа: $\theta'' + \frac{1}{\rho}\theta' - \left[\frac{1}{\rho^2} + \frac{1}{\alpha}\mathcal{J}(\rho,\beta)\right]\theta(\rho) = 0$ 2001

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

24

$g_{zz}(\rho,\rho') = g(\rho,\rho') = -\frac{4\pi}{\beta}\int_0^\infty dx\,[1-e^{-\beta x}]\,J_0(\rho x)J_0(\rho' x)$ — это $g_{zz}(\vec\rho,\vec\rho')$ усредн. по φ'.

$g_{zz}(\rho,\rho') = \frac{2}{\beta}\int_0^{2\pi} d\varphi\left[\frac{1}{\sqrt{(\vec\rho-\vec\rho')^2+\beta^2}} - \frac{1}{|\vec\rho-\vec\rho'|}\right] = \int_0^{2\pi} d\varphi\, g_{zz}(\vec\rho,\vec\rho')$

$g(\rho,\rho') = -\frac{4\pi}{\beta}\int_0^\infty dx\,[1-e^{-\beta x}]\,J_0(\rho x)J_0(\rho' x)$ и $\mathcal{J}(\rho,\beta) = \frac{H_m^2(\rho)}{M_s}$ от $m_z = 1$.

→ $\mathcal{J}(\rho,\beta) = -\frac{4\pi}{\beta}\left[I_{(-101)}(\rho,0) - I_{(-101)}(\rho,\beta)\right]$

$I_{(-101)}(\rho,\beta) = \int_0^\infty dx\, x^{-1}e^{-\beta x}J_0(\rho x)J_1(x)$, См. Conway, IE³Tr.M. 37 2927(2001)

$\rho < 1$

25

$I_{(-101)}(\rho,\beta) = \frac{1}{\pi}\sqrt{\rho}\left[\frac{2}{k}E(k) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\rho}-\rho\right)k\,K(k)\right] + \frac{\beta}{2}\Lambda_0(\gamma,k) - \beta$, $k^2 = \frac{4\rho}{(1+\rho)^2+\beta^2}$, $\sin\gamma = \frac{\beta}{\sqrt{(1-\rho)^2+\beta^2}}$.

$\Lambda_0(\gamma,k) = \frac{2}{\pi}\left[E(k)F(\gamma,k') + K(k)E(\gamma,k') - K(k)F(\gamma,k')\right]$, $k'^2 = 1-k^2$.

Считаем $k^2 << 1$ и разлагаем по нему. Это рад по „ρ" или по $\frac{1}{\beta^2}$ ($\beta >> 1$).

$K(k) = \frac{\pi}{2}\left\{1 + \frac{1}{4}k^2 + \frac{9}{64}k^4 + O(k^6)\right\}$, → $F(\gamma,k')$ и $E(\gamma,k')$ даже в Г.-р. расклад. по k^2 лишь при $\gamma << 1$.

$E(k) = \frac{\pi}{2}\left\{1 - \frac{1}{4}k^2 - \frac{3}{64}k^4 + O(k^6)\right\}$

26

Но γ не мало ($\gamma \approx \pi/2$), $\sin\gamma = \frac{\beta}{\sqrt{(1-\rho)^2+\beta^2}}$, $\sin\gamma(\rho=0) = \frac{\beta}{\sqrt{1+\beta^2}} \approx 1 + O(1/\beta^2)$

$\sin\gamma(\rho=1) = \beta/\beta = 1$

→ Примем $\gamma = \pi/2$, это точно при $\rho = 1$ и $\approx$ точно для $\rho = 0$ если $\beta >> 1$.

Тогда эл. интегралы $F(\gamma,k')$, $E(\gamma,k')$ станут полными.

$F(\frac{\pi}{2},k') = K'(k)$, $E(\frac{\pi}{2},k') = E'(k)$.

27

$F(\frac{\pi}{2},k) = K'(k) = K(k') = \ln\frac{4}{k} + \frac{1}{4}\left(\ln\frac{4}{k} - 1\right)k^2 + \frac{9}{64}\left(\ln\frac{4}{k} - \frac{7}{6}\right)k^4 + O(k^6)$

$E'(k) = E(\frac{\pi}{2},k') = E(k') = 1 + \frac{1}{2}\left(\ln\frac{4}{k} - \frac{1}{2}\right)k^2 + \frac{3}{16}\left(\ln\frac{4}{k} - \frac{13}{12}\right)k^4 + \ldots$

$\Lambda_0(\frac{\pi}{2},k) = \frac{2}{\pi}\left[\frac{\pi}{2}\left(1-\frac{1}{4}k^2\right)\left\{\ln\frac{4}{k} + \frac{1}{4}k^2\left(\ln\frac{4}{k} - 1\right)\right\} + \right.$

Escaneado con CamScanner

May 5월

Расчет ⊥ S.d. → vortex перехода, не конформный из ⊙ (2+

$k = \frac{2\sqrt{\rho}}{\sqrt{(1+\rho)^2+\beta^2}}$, $k^2 \ll 1$ предполагаем

5 MAY

화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31

28 $+ \frac{\pi}{2}(1+\frac{1}{4}k^2)\left\{1 - \ln\frac{4}{k} + \frac{1}{4}k^2 \ln\frac{4}{k}\right\}\Big] =$

$= \ln\frac{4}{k} + \frac{1}{4}k^2\left(\ln\frac{4}{k} - 1\right) - \frac{1}{4}k^2\ln\frac{4}{k} + 1 - \ln\frac{4}{k} + \frac{1}{4}k^2\ln\frac{4}{k} + \frac{1}{4}k^2 - \frac{1}{4}k^2 =$

→ $\Lambda_0(\pi/2, k) = 1 + O(k^4 \ln k)$ — красиво.

$I_{(-101)}(\beta,\beta) = \frac{\sqrt{\rho}}{\pi}\left[\frac{2}{k}\frac{\pi}{2}(1-\frac{1}{4}k^2) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\rho}-\rho\right)k\left(1+\frac{1}{4}k^2\right)\frac{\pi}{2}\right] + \frac{\beta}{2}\cdot 1 - \beta$

$= \frac{1}{2}\sqrt{\rho}\left[\frac{2}{k}\left(1-\frac{1}{4}k^2\right) + \left(\frac{1}{\rho}-\rho\right)\frac{1}{2}k\left(1+\frac{1}{4}k^2\right)\right] - \frac{\beta}{2} = \frac{\sqrt{\rho}}{k}\left(1-\frac{1}{4}k^2\right) +$

$+\frac{1}{4}\sqrt{\rho}\,k\left(\frac{1}{\rho}-\rho\right)\left(1+\frac{1}{4}k^2\right) - \frac{\beta}{2} = \frac{\sqrt{\rho}}{k} - \frac{1}{4}k\sqrt{\rho} + \frac{1}{4}\frac{k}{\sqrt{\rho}}(1-\rho^2)\left(1+\frac{1}{4}k^2\right) - \frac{1}{2}\beta$

29 $= \frac{1}{2}\sqrt{(1+\rho)^2+\beta^2} - \frac{1}{2}\frac{\rho}{\sqrt{(1+\rho)^2+\beta^2}} + \frac{1}{4}\frac{2}{\sqrt{(1+\rho)^2+\beta^2}}(1-\rho^2)\left[1+\frac{1}{4}\frac{4\rho}{(1+\rho)^2+\beta^2}\right] - \frac{1}{2}$

В $E(k)$ ряд до k^4, тогда $I_{(-101)}$ будет с точн. до k^3.
Но все члены $\sim k^3$ пока пренебрегаю. ⇒

$I_{(-101)}(\beta,\beta) = \frac{1}{2}\sqrt{(1+\rho)^2+\beta^2} - \frac{1}{2}\frac{\rho}{\sqrt{(1+\rho)^2+\beta^2}} + \frac{1}{2}\frac{(1-\rho^2)}{\sqrt{(1+\rho)^2+\beta^2}} - \frac{1}{2}\beta$

→ $\mathcal{J}(\beta,\beta) = -\frac{4\pi}{\beta}\frac{1}{2}\left[(1+\rho) - \frac{\rho}{1+\rho} + \frac{1-\rho^2}{1+\rho} - \sqrt{(1+\rho)^2+\beta^2} + \frac{\rho}{\sqrt{(1+\rho)^2+\beta^2}} - \frac{(1-\rho^2)}{\sqrt{(\dots)}} + \beta\right]$

$\mathcal{J}(0,\beta) = -\frac{4\pi}{\beta}\frac{1}{2}\left[2 - \sqrt{1+\beta^2} - \frac{1}{\sqrt{1+\beta^2}} + \beta\right]$ — проверить, не сходится

30 $\mathcal{J}(1,\beta) = -\frac{4\pi}{\beta}\frac{1}{2}\left[2 - \frac{1}{2} - \sqrt{4+\beta^2} + \frac{1}{\sqrt{4+\beta^2}} + \beta\right]$

с $\mathcal{J}(0,\beta) = -\frac{4\pi}{\beta}\left[1+\beta-\sqrt{1+\beta^2}\right]$ — сходится при β

$\mathcal{J}(0,\beta) = -\frac{4\pi}{\beta}\frac{1}{2}\left[2 - \beta - \frac{1}{\beta} + \beta\right] = -\frac{4\pi}{\beta}$, что совп. с $\mathcal{J}(0,\beta) = -\frac{4\pi}{\beta}\left[1+\beta-\sqrt{1+\beta^2}\right]$ при $\beta \gg 1$

Действительно, $k^2 = \frac{4\rho}{(1+\rho)^2+\beta^2} \ll 1$ и $\sin\gamma = \frac{\beta}{\sqrt{(1-\rho)^2+\beta^2}} = 1$ совместимы лишь при $\beta \gg 1$.

Тогда $\mathcal{J}(1,\beta) = -\frac{4\pi}{\beta}\cdot\frac{3}{2}\frac{1}{2}$ в главном по $\frac{1}{\beta}$ приближении.

Крит. линия ⊥ S.d-vort. $\text{Const} = \hat{x}^2 = -\left(\frac{R}{R_0}\right)^2\mathcal{J}(1,\beta) = \frac{R^2}{R_0^2}\frac{3\pi}{\beta} = 3\pi\frac{R^3}{R_0^3}\left(\frac{R_0}{L}\right) =$

$\left(\frac{L}{R_0}\right) = \frac{3\pi}{(1,84)^2}\left(\frac{R}{R_0}\right)^3$, $\frac{R_c(L)}{R_0} = \left(\frac{1,84^2}{3\pi}\right)^{1/3}\left(\frac{L}{R_0}\right)^{1/3} = 0,711\,(L/R_0)^{1/3}$

Escaneado con CamScanner

31 — Это значение $R_c(L)$ vs x-trial (или BP) расчетом $19/\sqrt{x}$, где было $\frac{R_c^x(L)}{R_0} = 0{,}738\,(L/R_0)^{1/3}$, это немного ниже R_0^x как и должно быть в более точном (не trial func.) расчете. (наложено согласно)

Но это глав. член асимптотики по $\frac{1}{\beta} \ll 1$.

На самой линии ФП-II $\beta_c = \frac{L}{R} = \frac{1}{2}\frac{6\pi}{(1{,}84)^2}\left(\frac{R}{R_0}\right)^2 = \frac{1}{2}15{,}57\left(\frac{R}{R_0}\right)^2$

или $\beta_c = (0{,}711)^{-1}\left(\frac{L}{R_0}\right)^{2/3} = 1{,}41\,(L/R_0)^{2/3}$ заметно >1 если $\frac{L}{R} > 2$.

Но интересно пересечение этой линии $R_c(L)$ с линией равновесия ⊥ S.d. — flower 8b, где $\frac{L}{R_0} \approx 2$ ожидается.

1 Проверка: $I_{(-101)}(\beta, \beta=0) = \frac{1}{2}\left[1+\beta + \frac{1-\beta^2-\beta}{1+\beta}\right]$, но $\beta=0$ в $I_{(-101)}$ плохо, там ведь $\beta \gg 1$.

Надо $I_{(-101)}(\beta, \beta=0) = \int_0^\infty \frac{dx}{x} J_0(\beta x) J_1(x) = \left|\beta = 1,\ \text{иначе сложно}\right| =$

$= \frac{\sqrt{\pi}\,\Gamma(1)}{2\,\Gamma(3/2)\Gamma(3/2)\Gamma(1/2)} = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\frac{1}{\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}\right)^2\sqrt{\pi}} = \frac{1}{2}\frac{4}{\pi} = \frac{2}{\pi} = I_{(-101)}(1,0)$

Тогда как было $I_{(-101)}(1,0) = \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2} = \frac{3}{4}$ на пред. стр.

В глав. по $\frac{1}{\beta}$ приближ. $\mathcal{J}(1,\beta) = -\frac{4\pi}{\beta}\left[I_{(-100)}(1,0) + O\left(\frac{1}{\beta}\right)\right] = -\frac{4\pi}{\beta} I_{(-101)}(1,0)$

Поэтому еще точнее асимптотика $\mathcal{J}(1,\beta) = -\frac{4\pi}{\beta}\cdot\frac{2}{\pi} = -\frac{8}{\beta}$ (!) $(\beta \gg 1)$

вместо $-\frac{3\pi}{\beta}$. Тогда $\frac{R_c(L)}{R_0} = \left(\frac{1{,}84^2}{8}\right)^{1/3}(L/R_0)^{1/3} = 0{,}751\,(L/R_0)^{1/3}$ —

2 — это практически совпадает с x/BP-trial f. расчетом.

Но надо точнее, ведь $\beta \gg 1$ хорошо точно при $\frac{L}{R_0} > 2 \div 3$. здесь "1"

Надо найти точнее $I_{(-101)}(1,\beta) = \frac{1}{2}\left[\sqrt{4+\beta^2} - \beta + \frac{1}{\sqrt{4+\beta^2}}\right] = \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{\beta} + O\left(\frac{1}{\beta^3}\right)$

3 $\mathcal{J}(1,\beta) = -\frac{4\pi}{\beta}\left[I_{(\cdot)}(1,0) - I_{(\cdot)}(1,\beta)\right] = -\frac{4\pi}{\beta}\left[\frac{2}{\pi} - \frac{3}{2}\frac{1}{\beta}\right] + O(1/\beta^4)$

Линия ФП $\hat{x}^2 = \left(\frac{R}{R_0}\right)^2(-1)\mathcal{J}(1,\beta) = \left(\frac{R}{R_0}\right)^2\frac{4\pi}{\beta}\left[\frac{2}{\pi} - \frac{3}{2}\frac{1}{\beta}\right]$ неверно, см. → или $\tau = \frac{R}{R_0}$, $\ell = \frac{L}{R_0}$

здесь 2π! $\hat{x}^2 = \tau^3\frac{4\pi}{\ell}\left[\frac{2}{\pi} - \frac{3}{2}\frac{\tau}{\ell}\right]$, $\frac{1}{\ell} = t$. $\hat{x}^2 = \tau^3 4\pi t\left[\frac{2}{\pi} - \frac{3}{2}\tau t\right]$,

$(6\pi\tau^4)t^2 - 8\tau^3 t + \hat{x}^2 = 0$, $t_\pm = \frac{1}{12\pi\tau^4}\left[8\tau^3 \pm \sqrt{64\tau^6 - 4\cdot 6\pi\tau^4\hat{x}^2}\right] = \frac{2}{3\pi}\frac{\tau \pm \sqrt{\tau^2 - \frac{3\pi}{8}\hat{x}^2}}{\tau^2}$

линия $\ell_-(\tau)$ дает R_c ниже.

Escaneado con CamScanner

June

유월 26/주

6 JUNE

금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

4 $l(\tau) = \frac{3}{2}\pi \frac{\tau^2}{\tau - \sqrt{\tau^2 - \frac{3\pi}{8}\hat{x}^2}}$, $\tau \geq \left(\frac{3\pi}{8}\right)^{1/2}\hat{x} = 2{,}00$ (неверно, см.)

Но когда $l(\tau) \geq 3\pi$ - ? это неверно.

Для проверки возможно использовать асимпт. разложение по β интеграла Лапласа.

$\rightarrow I_{(-101)}(\beta,\beta) = \int_0^\infty dx\, e^{-\beta x} F(x)$, $F(x) = J_0(\beta x)\frac{J_1(x)}{x}$, $F(0) = \frac{1}{2}$

Ошибка $\frac{3}{2} \to \frac{1}{2}$ в коэф. $I_{(-100)}$.

$I_{(-101)}(\beta,\beta) = \frac{1}{\beta}F(0) = \frac{1}{2}\frac{1}{\beta}$

$(2\pi\tau^4)t^2 - 8\tau^3 t + \hat{x}^2 = 0$

$t_\pm = \frac{1}{4\pi\tau^4}\left[8\tau^3 \pm \sqrt{64\tau^6 - 4\cdot 2\pi\tau^4\hat{x}^2}\right] = \frac{2}{\pi\tau^2}\left[\tau \pm \sqrt{\tau^2 - \frac{\pi}{2}\hat{x}^2}\right]$

5 Для кривых ФП II LSd-vortex пересекает кривую II flower - LSd.

$l(\tau) = \frac{\pi}{2}\frac{\tau^2}{\tau - \sqrt{\tau^2 - \frac{\pi}{8}\hat{x}^2}}$, $\tau \geq \left(\frac{\pi}{8}\right)^{1/2}\hat{x} = 1{,}15 = \tau_c$

$l(\tau_c) = 1{,}81$.

Разложение $I_{(-101)}(\beta,\beta)$ по $\beta \gg 1$ как ин. Лапласа дает искомое разложение модели Эл. фуллерена, а только (ведь требования $k^2 \ll 1$ и $\sin\gamma = 1$ одновременно $\beta \gg 1$, только тогда они совместимы).



$\rightarrow$ Критич. линия ФП-II LSd-vortex из $\theta_\beta'(R) = 0$

и есть $\hat{x}^2 = -\left(\frac{R}{R_0}\right)^2 J(1,\beta)$, $J(1,\beta) = -\frac{4\pi}{\beta}\left[I_{(-101)}(1,0) - I_{(-101)}(1,\beta)\right]$

$I_{(-101)}(1,0) = \frac{2}{\pi}$. В 0-ом приближ. $\hat{x}^2 = -\left(\frac{R}{R_0}\right)^2(-1)\frac{4\pi}{\beta}\frac{2}{\pi} = \left(\frac{R}{R_0}\right)^3\left(\frac{R_0}{L}\right)\cdot 8$

6 $l(\tau) = \frac{8}{\hat{x}^2}\tau^3$, $l = \frac{L}{R_0}$, $\frac{R}{R_0} = \tau$.

В 1-ом приближении (ν_β) $R_c(L)$ немного выше и есть (*)

В 2-ом приближ.: $I_{(-101)}(\beta,\beta) = \int_0^\infty dx\, e^{-\beta x}F(x) = \frac{1}{\beta}F(0) + \frac{1}{\beta^2}F'(0) + \dots + \frac{F^{(n)}(0)}{\beta^{n+1}}$

если $F(0) \neq 0$, $F(0) = \text{const}$.

$F(0) = \underset{x\to 0}{J_0(0)}\frac{J(x)}{x} = \frac{1}{2}$. $F'(x) = \frac{d}{dx}\left[J_0(\beta x)\frac{J_1(x)}{x}\right] = -\beta J_1(\beta x)\frac{J_1(x)}{x} -$

$- J_0(\beta x)J_1(x)\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}J_0(\beta x)J_1'(x) = -\beta J_1(\beta x)\frac{J_1(x)}{x} + \frac{J_0(\beta x)}{x}\underbrace{\left[J_1'(x) - \frac{J_1(x)}{x}\right]}_{-J_2(x)}$

$= -\beta J_1(\beta x)\frac{1}{x}J_1(x) - J_0(\beta x)\frac{1}{x}J_2(x)$, $F'(0) = -0 - 0 = 0$

$F(x)$ - четн. фун. x.

$F''(x) = \frac{d}{dx}\left[-\beta J_1(\beta x)\cdot J_1(x)\right] - \frac{d}{dx}\left[J_0(\beta x)\cdot x\cdot\frac{J_2(x)}{x^2}\right] =$

Escaneado con CamScanner

7 $= -\rho\left[\rho J_1'(x)\cdot\frac{J_1(x)}{x} + J_1(\rho x)\left(-\frac{1}{x}\right)J_2(x)\right] - J_0(\rho x)\frac{J_2(x)}{x^2} -$

$- x\cdot\frac{J_2(x)}{x^2}(-\rho)J_1(\rho x) - x J_0(\rho x)\left(-\frac{1}{x^2}\right)J_3(x)$

$F''(x\to 0) = -\rho\left[\rho\frac{1}{2}\frac{1}{2} + 0\right] - \frac{1}{2^2 2!} = -\frac{1}{4}\rho^2 - \frac{1}{8} = -\frac{1}{4}\left(\rho^2+\frac{1}{2}\right)$

$\to I_{(-101)}(\rho,\beta) = \frac{1}{2}\frac{1}{\beta} - \frac{1}{4}\left(\rho^2+\frac{1}{2}\right)\frac{1}{\beta^3} + O(1/\beta^5)$, $\beta\gg 1$.

$\to \underset{1}{y}(\rho,\beta) = -\frac{4\pi}{\beta}\left[\frac{2}{\pi} - \frac{1}{2}\frac{1}{\beta} + \frac{3}{8}\frac{1}{\beta^3} + O(1/\beta^5)\right]$, $\rho\to 1$.

Ошибка 1-го приближ. по $\frac{1}{\beta}$ $\varepsilon(\rho) \le \frac{3}{8}\frac{1}{\beta^3}$, $\varepsilon_{max} = \frac{3}{8}\frac{1}{(1.8/1.15)^3} = 0{,}096$,

8 тогда наш треб. знач $\left(\frac{1}{2}\frac{1}{\beta_{min}}\right) = 0{,}318$, $\Rightarrow (1/\beta^2)$ надо увеличивать для малых R_2.

$I_{(-101)}(\rho,\beta=0) = \int_0^\infty \frac{dx}{x} J_0(\rho x) J_1(x) = \frac{\sqrt{\rho}}{\pi}\left[\frac{2}{k}E(k) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\rho}-\rho\right)kK(k)\right]$,

где $k^2 = \frac{4\rho}{(1+\rho)^2}$. Конечно $I_{(1)}(1,0) = \frac{1}{\pi}[2E(1)] = \frac{2}{\pi}$.

Разложим в окрестности $\rho=1$ и $\rho=0$.

$I_{(\cdot)}(\rho\to 1,\beta=0) = \frac{\sqrt{\rho}}{\pi}\left[\frac{2}{k}\left\{1+\frac{1}{2}k'^2\left(\ln\frac{4}{k'}-\frac{1}{4}\right)\right\} + \frac{1}{2\rho}(1-\rho^2)k\left\{\ln\frac{4}{k'} + \frac{k'^2}{4}\left(\ln\frac{4}{k'}-1\right)\right\}\right]$

$\left|k'^2 = 1-k^2 = 1-\frac{4\rho}{(1+\rho)^2} = \left(\frac{1-\rho}{1+\rho}\right)^2,\ \rho = \frac{1-k'}{1+k'}\right|$

9 $[\ldots] = \frac{2}{k}E(k) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\rho}-\rho\right)kK(k) = \left|k^2(1-\rho^2) = \frac{4\rho}{(1+\rho)^2}(1-\rho^2)\right| =$

$= \frac{2}{k}\left[E(k) + \frac{1}{4}\frac{k^2}{\rho}(1-\rho^2)K(k)\right] = \frac{2}{k}\left[E(k) + \frac{1}{4}\frac{4}{(1+\rho)^2}(1-\rho^2)K(k)\right] =$

$= \frac{2}{k}\left[E(k) + \frac{(1-\rho^2)}{(1+\rho)^2}K(k)\right] = \frac{2}{k}\frac{1}{(1+\rho)^2}\cdot\left[(1+\rho)^2E(k) + (1-\rho^2)K(k)\right] =$

10 $= \frac{2}{k}\frac{1}{1+\rho}\left[(1+\rho)E(k) + (1-\rho)K(k)\right] = \frac{2}{2\rho}\left[E(k)(1+\rho) + (1-\rho)K(k)\right] =$

$= \frac{1}{\sqrt{\rho}}\left[2\rho E(k) + (1-\rho)\left\{K(k)+E(k)\right\}\right] = \frac{1}{\sqrt{\rho}}\left[2\rho\left\{1+\frac{1}{2}k'^2\left(\ln\frac{4}{k'}-\frac{1}{4}\right)\right\} +\right.$

$\left. + (1-\rho)\left\{\ln\frac{4}{k'} + O(k'^2) + 1 + O(k'^2)\right\}\right] = \frac{1}{\sqrt{\rho}}\left[2\rho\left\{1+\frac{1}{2}k'^2\left(\ln\frac{4}{k'}-\frac{1}{4}\right)\right\} +\right.$

$\left. + (1-\rho)\left\{\ln\frac{4}{k'}+1\right\}\right] =$

Escaneado con CamScanner

June 6

$k^2 = \frac{4\rho}{(1+\rho)^2}$, $k'^2 = \left(\frac{1-\rho}{1+\rho}\right)^2 = 1-k^2$, $\rho = \frac{1-k'}{1+k'}$

11 $I_{(-101)}(\rho\to 1, \beta=0) = \frac{\sqrt{\rho}}{\pi}[\dots] = \frac{1}{\pi}\left[1+\rho+(1-\rho)\ln\frac{4(1+\rho)}{(1-\rho)}\right] =$

$= \frac{1}{\pi}\left[1+\rho+(1-\rho)\ln\frac{8}{(1-\rho)}\right] + O((1-\rho)^2)$

$I_{(-101)}(\rho\to 0, \beta=0) = \frac{\sqrt{\rho}}{\pi}[\dots] = \frac{\sqrt{\rho}}{\pi}\frac{1}{\sqrt{\rho}}\left[E(k)+K(k)+\rho\{E-K\}\right] =$

$= \frac{1}{\pi}\left[\frac{\pi}{4}(1+k')\left(1+\frac{1}{4}\rho^2\right) + \frac{\pi}{(1+k')}\left(1+\frac{1}{4}\rho^2\right) + \rho\left(1+\frac{1}{4}\rho^2\right)\frac{\pi}{4}\left\{1+k'-\frac{4}{(k'+1)}\right\}\right]$

$= \frac{1}{\pi}\frac{\pi}{4}\left(1+\frac{1}{4}\rho^2\right)\left[1+k'+\frac{4}{(1+k')}+\rho\left\{1+k'-\frac{4}{(k'+1)}\right\}\right]$ – ?

12 $E(k)+K(k) = \frac{\pi}{2}2 + O(k^4)$

$E(k)-K(k) = \frac{\pi}{2}\left[1-\frac{1}{4}k^2+\dots\right] - \frac{\pi}{2}\left[1+\frac{1}{4}k^2+\dots\right] = -\frac{\pi}{2}\frac{1}{2}k^2 + O(k^4)$

$I_{(-101)}(\rho\to 0, \beta=0) = \frac{1}{\pi}\left[2\cdot\frac{\pi}{2} + O(k^4) + \rho\left(-\frac{\pi}{4}\right)k^2 + O(k^4)\right] =$ (чаго хотит.)

$= \frac{1}{\pi}\left[\frac{\pi}{2}\left(2+\frac{3}{32}k^4\right) + \rho\frac{\pi}{2}\left(-\frac{1}{2}k^2\right)\right] = \frac{1}{2}\left[2+\frac{3}{32}k^4-\frac{1}{2}\rho k^2\right] + O(\rho)$

$= 1 + \frac{3}{64}\frac{4^2\rho^2}{1} - \frac{1}{4}\rho\cdot\frac{4\rho}{(1+\rho)^2} = 1+\frac{3}{4}\rho^2-\rho^2 = 1-\frac{1}{4}\rho^2$

$I_{(-101)}(\rho\ll 1, \beta=0) = 1 - \frac{1}{4}\rho^2 + O(\rho^4)$ – верно

13 Проверка (вывода) разложения по $\rho < 1$:

$I_{(-101)}(\rho, \beta=0) = \int_0^\infty \frac{dx}{x} J_0(\beta x) J_1(x) = \left|\begin{matrix}\nu=0, \mu=1, \lambda=1 \\ \alpha=\rho, \beta=1\end{matrix}\right.$ (6.574 Ng.-P.) $=$

$= \frac{\Gamma(1/2)}{2\Gamma(3/2)\Gamma(1)} F\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 1, \rho^2\right) = F\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 1, \rho^2\right)$

$I_{(-101)}(\rho, \beta=0) = 1 - \frac{1}{4}\rho^2 - \frac{3}{64}\rho^4 + O(\rho^6)$ – см. ближе по „ρ"

$J(\rho,\beta) \underset{\beta\gg 1}{=} -\frac{4\pi}{\beta}\left[I_{(-101)}(\rho,0) - I_{(-101)}(\rho,\beta)\right] = -\frac{4\pi}{\beta}\begin{cases} 1-\frac{1}{4}\rho^2 - \frac{1}{2}\frac{1}{\beta} + \frac{1}{4}\left(\rho^2+\frac{1}{2}\right)\frac{1}{\beta^3}, \rho \\ \frac{1}{\pi}\left[1+\rho+(1-\rho)\ln\frac{8}{1-\rho}\right] - \frac{1}{2}\frac{1}{\beta} + \frac{1}{4}\left(\frac{\rho^2}{2}\right) \end{cases}$

14 → $I_{(-101)}(\beta, 0) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{4}\beta^2, & \beta \ll 1 \\ \frac{1}{\pi}\left[1 + \beta + (1-\beta)\ln\frac{8}{1-\beta}\right], & \beta \to 1 \end{cases}$

$I_{(-101)}(\beta, \beta) = \frac{1}{2}\frac{1}{\beta} - \frac{1}{4}(\beta^2+1)\frac{1}{\beta^3} + O(1/\beta^5)$ $\beta \gg 1$ для $\forall \beta$.

Ур. Зинна: $\Theta'' + \frac{1}{\rho}\Theta' + \left[-\frac{1}{2}\mathcal{J}(\beta,\beta) - \frac{1}{\rho^2}\right]\Theta(\rho) = 0$. $-\frac{1}{2}\mathcal{J}(\beta,\beta) = \varkappa^2(\rho)$

$\Theta = \Theta(\rho)$.

$\Theta(\rho) \ll 1$ из этого уравнения есть
инкапсон mode ($n=0$) перехода "1 SD" → "non-uniform st."
" (vortex)
в предположении $m_p = 0$.

См. Gus' JAP' 2004.

15

16

17

25/XI Vortex - Ivanov 2001

7/JULY

일	월	화	수	목	금	토	일	월	화	수	목	금	토	일	월	화	수	목	금	토	일	월	화	수	목	금	토	일	월	화
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31

21 24/XI Обсуждение с Глебом ФМР в ним. FeNi' дисках с $L = 100$ nm, $2R = 1{,}3$ μm, $T = 2$ μm.

→ Замечания и вопросы к заготовке by Ivanov-Zagorel по vortex-частотам в ним. дисках.

1) При $L/R \to 0$ будет $\vec{H}_m(\vec{\rho}) = -4\pi M_z(\vec{\rho})\,\hat{z}$, $M_z(\rho)$ — определ. vortex core. но не M_s просто вместо $M_z(\rho)$.

2) $M_z + \delta M_z$, $M_{x,y} + \delta M_{x,y}$ определ. из $M_z = \cos\theta$, $M_x + iM_y = \sin\theta\, e^{i\varphi}$,

→ $\theta(\rho,\chi) = \theta_0(\rho) + \vartheta(\rho,\chi)$; $\varphi(\rho,\chi) = \chi + \pi/2 + \psi(\rho,\chi)$,

ϑ добавка — sin-добавка

22 $\mu(\rho,\chi) = -\psi(\rho,\chi)\sin\theta_0(\rho)$, $\theta_0(\rho)$ - centered vortex, χ — полярный угол.

$\frac{1}{M_s}(M_z + \delta M_z) = \cos[\theta_0 + \vartheta] = \cos\theta_0 - \sin\theta_0 \cdot \vartheta + \Theta(\vartheta^2)$,

т.е. $\delta M_z = -M_s \sin\theta_0\, \vartheta$

$\frac{1}{M_s}(M_\rho + \delta M_\rho) = \sin[\theta_0+\vartheta]\cos[\chi + \frac{\pi}{2} + \psi]\cos\chi + \sin[\theta_0+\vartheta]\sin[\chi+\frac{\pi}{2}+\psi]\sin\chi =$

$= [\sin\theta_0 + \vartheta\cos\theta_0][\cos(\chi+\pi/2) - \sin(\chi+\frac{\pi}{2})\cdot\psi]\cos\chi +$

$+ [\sin\theta_0 + \vartheta\cos\theta_0][\sin(\chi+\pi/2) + \cos(\chi+\pi/2)\cdot\psi]\sin\chi =$ $\left|\begin{matrix}\cos(\chi+\pi/2) = -\sin\chi \\ \sin(\chi+\pi/2) = \cos\chi\end{matrix}\right|$

$= [-\sin\theta_0\sin\chi - \sin\theta_0\cos\chi\cdot\psi - \vartheta\cos\theta_0\sin\chi]\cos\chi +$

23 $+ [\sin\theta_0\sin(\chi+\pi/2) - \sin\theta_0\sin\chi\cdot\psi + \vartheta\cos\theta_0\cos\chi]\sin\chi =$

$= [\underbrace{\sin\theta_0\cos(\chi+\pi/2)}_{M_x}\cos\chi + \underbrace{\sin\theta_0\sin(\chi+\pi/2)}_{M_y}\sin\chi] - \sin\theta_0\cdot\psi$

т.е. $\delta M_\rho = -M_s\sin\theta_0\cdot\psi = \mu M_s$, $\mu = -\sin\theta_0\cdot\psi$

24 Аналогично $\delta M_\chi = \vartheta\cos\theta_0 M_s$, $\left\{\begin{matrix} M_\rho = M_x\cos\chi + M_y\sin\chi \\ M_\chi = -M_x\sin\chi + M_y\cos\chi\end{matrix}\right\}$

$\frac{\delta\vec{M}}{M_s} = \mu\hat{\rho} + \vartheta\cos\theta_0\hat{\chi} - \psi\sin\theta_0\hat{z}$, см. 30/XII.

Escaneado con CamScanner

June 유월 29/XI

SW-wires

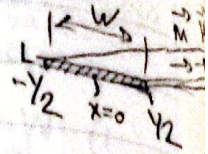
6 JUNE

금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

25 Магнитостат. СФ wires будут

четные осн. конфигурации ($x=0$): $m_n^s(x) = \cos \varkappa_n^s x$,
(sym.)

а нечетные (asym.): $m_n^a(x) = \sin \varkappa_n^a x$.



Для четных гр. на $\varkappa$: $\varkappa_n^s \operatorname{tg}\left(\frac{1}{2}\varkappa_n^s\right) = d$,

для нечет. $\varkappa_n^a \operatorname{ctg}\left(\frac{1}{2}\varkappa_n^a\right) = -d$ по Славину (Ерухимов-Canavan)

→ Гр. краевые условия $\begin{cases} \frac{dm_n}{dx} - d\, m_n(x) = 0, & x = -Y/2, \; d>0 \\ \frac{dm_n}{dx} + d\, m_n(x) = 0, & x = Y/2. \end{cases}$

26 Типичное $d = \frac{2\pi}{p(1-2\ln p)} \approx 20 \gg 1$ для $p \sim 10^{-3}$.

Из Eq.(5) заготовки для четных СФ:

$\lambda_n = \frac{1}{m_n(0)} \sum_{s=0} \frac{m_n^{(2s)}(0)}{(2s)!} I_{2s}$. Туда надо $m_n(x) = \cos(\varkappa x)$ подставить, а не $\cos(\pi n x)$.

и → $\lambda_n = \lambda_0 - 8p\left[1 - \cos\left(\frac{1}{2}\varkappa_n\right) - \frac{1}{2}\varkappa_n \operatorname{Si}\left(\frac{1}{2}\varkappa_n\right)\right]$, $\pi n \to \varkappa_n$

Дырявый ф-ла для trial СФ $\cos(\varkappa x)$.

27 и $\varkappa_n$ ($n=0,1,2,\dots$) n-ное реш. ур. $\varkappa_n \operatorname{tg}\left(\frac{1}{2}\varkappa_n\right) = d$

При $d \to \infty$ $\varkappa_n = \pi n$, $n=1,2,\dots$. $\lambda_0 = -4\pi + 8p$.

Из Лоренц-ядра ⇒ $\lambda_n \approx -4\pi + \pi^2(2n+1)p$, $n=0,1,2,\dots$

приближ. ф-ла $p \ll 1$ и Лоренц-ядро, но не зависит от вида СФ.

Из $\lambda_n m_n(x) = \int dx' g(xx') m_n(x')$ и норм. $\int dx\, m_n^2(x) = 1$

следует $\lambda_n = \int dx \int dx'\, m_n(x) g(x,x') m_n(x')$, где λ_n –

– просто диаг. матрич. элемент от $g(x,x')$ на СФ $m_n(x)$.

Escaneado con CamScanner

28 $m_n^s(x) = \cos(x_n^s x)$ и $m_n^a(x) = \sin(x_n^a x)$ — это trial func.,
т.к. грав. условие $\frac{\partial m_n}{\partial x} - d\, m_n(x) = 0$ приближенное (при $p \to 0$)

Для ∞-ямки с квант. $q_n = \pi n$ из Eq.(9)

$$\lambda_n = -4\pi + 4\pi f(pq_n) = 4\pi\left[f(pq_n) - 1\right] = 4\pi \frac{e^{-pq_n} - 1}{pq_n} \to$$

– квантованный DE, хорош для $n \geq 1$.

$$1 + \frac{\lambda_n}{4\pi} = f(pq_n) = P_{00}^n(k_n b) \quad k_n = \pi n/w$$

— матр. эл. из Kalin.-Sl.'86

29 Если приближ. eq. $\lambda_n = -4\pi + \pi^2(2n+1)p$, $1 + \frac{\lambda_n}{4\pi} = \frac{\pi}{4}(2n+1)p = \left(\frac{\pi}{2}n + \frac{\pi}{4}\right)p$

Тогда как из квант. ∞-ямки $\Rightarrow 1 + \frac{\lambda_n}{4\pi} = f(pq_n) \approx \frac{1}{2} pq_n = \frac{1}{2} p\pi n$

Т.е. приближ. ф-ла для λ_n дает $1 + \frac{\lambda_n}{4\pi} = \frac{\pi}{2} p\left(n + \frac{1}{2}\right)$, а

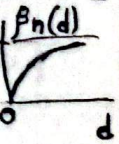
квант. ∞-ямка $1 + \frac{\lambda_n}{4\pi} = \frac{\pi}{2} p n$, где $n=0$ разница важна(!)

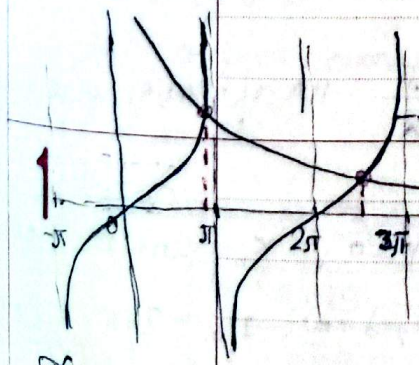
Отличие в слагаемом 1/2 (!), похоже на fitting by Rousseau 2001

I Вообще для trial func. $m_n(x) = \cos(x_n x)$, x_n из

30 $x_n \operatorname{tg}\left(\frac{1}{2} x_n\right) = d$. Хорошее приближ. $x_n = \pi\left[n + \beta_n\right]$

$\beta_n = \beta_n(d)$, $\beta_n(0) = 0$, $\beta_n(d \to \infty) = 1$, $0 < \beta_n < 1$





а) $d = 0$, $\operatorname{tg}\left(\frac{x_n}{2}\right) = 0$, $x_n = (2n)\pi$, $n = 0, 1, 2, \ldots$

б) $d = \infty$, $x_n = (2n+1)\pi$, $n = 0, 1, 2, \ldots$

Для $d \gg 1$ $(d \to \infty)$, $x_0 \cong \pi$ и $m_{(x)}^0 \cong \cos(\pi x)$ – верно

Для $d \neq 2\sigma$ надо поправку к $x_0 = \pi$ найти. $x_0 = \pi - \gamma$,

где $\gamma(d) << 1$ и $\gamma(\infty) = 0$. $\gamma(d) \sim d^{-\alpha}$.

Escaneado con CamScanner

2

$(\pi-\gamma)\frac{1}{d}\,\mathrm{tg}\left[\frac{1}{2}(\pi-\gamma)\right]=1$, $\left(\frac{\pi}{d}\right)\mathrm{ctg}\frac{\gamma}{2}=1$, $d\ll 1$,

$\mathrm{ctg}\frac{\gamma}{2}=\frac{1}{\mathrm{tg}\frac{\gamma}{2}}=\frac{1}{(\gamma/2)}=\frac{2}{\gamma}$, $\frac{\pi}{d}\frac{2}{\gamma}=1$, $\gamma=\frac{2\pi}{d}$,

и $x_0(d)=\pi-\gamma(d)=\pi-\frac{2\pi}{d}$. $m_0(x)=\cos\left[\pi\left(1-\frac{2}{d}\right)x\right]$

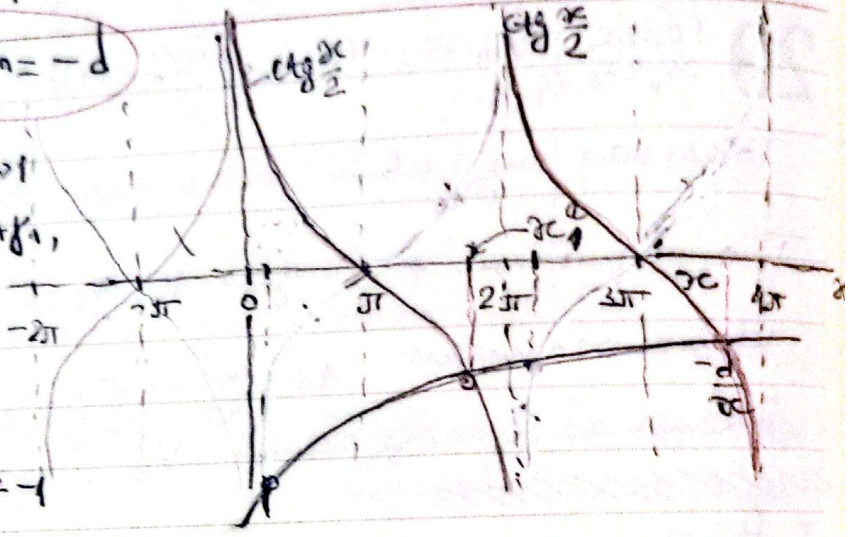
$\longrightarrow m_0(\pm 1/2)=\cos\left[\frac{\pi}{2}\left(1-\frac{2}{d}\right)\right]=\cos\left[\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{d}\right]\approx\sin\frac{\pi}{d}\approx\frac{\pi}{d}$ и

d можно определить из графика чётного $m_0(x)$

II Дистальная нечет. функция $m_n(x)=\sin(x_n^s x)$

и x_n^s $x_n\,\mathrm{ctg}\frac{x_n}{2}=-d$

3



Есть два корня при $d\gg 1$

$x_0^a\approx 0$ и $x_1^a=2\pi+\gamma_1$,

$\gamma_1\ll 1$, (Ровно $x_0^a=\gamma_0\ll 1$ нельзя.)

$x_1=2\pi+\gamma_1$, $\gamma_1<0$.

$\frac{1}{d}(2\pi+\gamma_1)\,\mathrm{ctg}\left[\frac{1}{2}(2\pi+\gamma_1)\right]=-1$

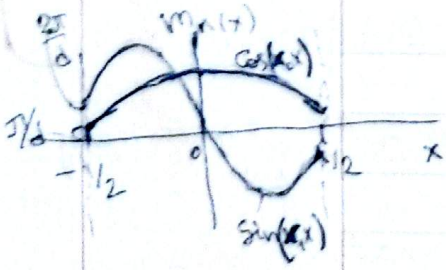
$\frac{2\pi}{d}\,\mathrm{ctg}\left(\frac{\gamma_1}{2}\right)=-1$, $\frac{2\pi}{d}\cdot\left(\frac{\gamma_1}{2}\right)^{-1}=-1$, $\gamma_1=-\frac{4\pi}{d}<0$ (!)

4

$x_1^a=2\pi+\gamma_1=2\pi-\frac{4\pi}{d}=2\pi\left(1-\frac{2}{d}\right)$.

Сравним с $x_0^s=\pi\left(1-\frac{2}{d}\right)$. для $\cos(x_0^s x)$.

$m_1\left(\pm\frac{1}{2}\right)=\sin\left(\frac{x_1^a}{2}\left(\pm\frac{1}{2}\right)\right)=\pm\sin\pi\left(1-\frac{2}{d}\right)=\pm\sin\left(\frac{2\pi}{d}\right)\approx\pm\frac{2\pi}{d}$ на графике, где $x=\pm\frac{1}{2}$.



Для нечет. СФ $\begin{cases}a)\ d=0,\ x_n=(2n+1)\pi,\ n=0,1,2\ldots\\ b)\ d=\infty,\ x_n=2n\pi,\ n=1,2,\ldots\end{cases}$

Escaneado con CamScanner

5 I Для нечет. СФ и $d \to \infty$, $x_n = (2n+1)\pi$, $n = 0, 1, 2, \ldots$

Ищем $x_n = (2n+1)\pi - \gamma_n$, где $\gamma_n(d) \xrightarrow[d\to\infty]{} 0$.

$$\frac{1}{d}\left[(2n+1)\pi - \gamma_n\right] \operatorname{tg}\left[\frac{1}{2}\left\{(2n+1)\pi - \gamma_n\right\}\right] = 1$$

$$\operatorname{tg}[\ldots] = \frac{\sin[\ldots]}{\cos[\ldots]} = \frac{(-1)^n \cos(\gamma_n/2)}{(-1)^n \sin(\gamma_n/2)} = \operatorname{ctg}\frac{\gamma_n}{2}$$

$x_n = (2n+1)\pi \times \left[1 - \frac{2}{d}\right]$

$$\frac{1}{d}\pi(2n+1)\operatorname{ctg}\frac{\gamma_n}{2} = \frac{\pi}{d}(2n+1)\frac{2}{\gamma_n} = 1, \quad \gamma_n = \frac{2\pi}{d}(2n+1), \quad n = 0, 1, 2, \ldots$$

→ II Для нечет. СФ и $d \to \infty$, $x_n = 2n\pi$, $n = 1, 2, \ldots$.

→ Ищем $x_n = 2n\pi - \gamma_n$

$$\frac{1}{d}\left[2n\pi - \gamma_n\right]\operatorname{ctg}\left[\frac{1}{2}(2n\pi - \gamma_n)\right] = -1$$

6

$$\operatorname{ctg}[\ldots] = \frac{\cos[\ldots]}{\sin[\ldots]} = \frac{(-1)^n \cos(\gamma_n/2)}{-\sin\frac{\gamma_n}{2}\cdot(-1)^n} = -\operatorname{ctg}\frac{\gamma_n}{2}.$$

$$\frac{1}{d}2n\pi\operatorname{ctg}[\ldots] = \frac{2\pi n}{d}(-1)\operatorname{ctg}\frac{\gamma_n}{2} = \frac{2n\pi}{d}(-1)\frac{2}{\gamma_n} = -1$$

$$\gamma_n = \frac{4n\pi}{d}, \quad x_n = 2n\pi - \frac{4n\pi}{d} = 2n\pi\left(1 - \frac{2}{d}\right).$$

На границе wire: I нечет. СФ $m_n\left(\pm\frac{1}{2}\right) = \cos\left[(2n+1)\frac{\pi}{2}\left(1-\frac{2}{d}\right)\right] =$

$$= (-1)^n \sin\left[(2n+1)\frac{\pi}{d}\right] \approx (-1)^n (2n+1)\frac{\pi}{d}$$

7 Для всех СФ (чет. и нечет.) когда с $x_n = \frac{1}{2}$: 3/XII

$$x_n = n\pi\left(1 - \frac{2}{d}\right) \text{ и } q_n = \frac{\pi n}{w}\left(1 - \frac{2}{d}\right), \quad d \gg 1, \quad n = 1, 2, \ldots$$

Это совпад. с Roussigne'2001, где $q_n = \frac{\pi}{w}(n + \beta)$, $n = 1, 2, \ldots$, $\beta = -V_3$.

8 Величина запрещения $d(p) = 2\pi / [p(1 - 2\ln p)]$ → для $\ln(\ldots)$

$p = \frac{b}{w}$	0,019	0,029	0,058
d	37,0	26,8	16,2
$d^{\downarrow}$	20,9	15,3	9,5
x_0	$0{,}946\pi$	$0{,}925\cdot\pi$	$0{,}876\pi$
$x_0^{\downarrow}$	$0{,}904\pi$	$0{,}869\pi$	$0{,}790\pi$

Eg. pinning

$d^{\downarrow} = -\frac{\pi}{2p\ln p}$ → для Лоренц. ядра

$m_0(x) = \cos(x_0 x)$

$x_0 = \pi\left(1 - \frac{2}{d}\right)$

Escaneado con CamScanner

July 4/XII

SW-wires: Maxima, Julia, Octave и C3

7 JULY

일	월	화	수	목	금	토	일	월	화	수	목	금	토	일	월	화	수	목	금	토	일	월	화	수	목	금	토	일	월	화
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31

9

Осн. мода $m_0(x) = \cos(x_0 x)$, $x_0 = \pi\left(1 - \frac{2}{d}\right) \approx 0{,}946 \cdot \pi$

Ядро $p = 0{,}019$ (Rouss.'01).

$$\tilde{\Lambda}(x_n) = \frac{1}{N(x)} \int dx\, dx'\, g_L(x-x')\, m_n(x)\, m_n(x') \quad \text{– ядро Лоренц. ядра}$$

$$\lambda(x_n) = N(x)^{-1} \int dx\, dx'\, g(x-x')\, m_n(x)\, m_n(x') \quad \text{– } \ln(\dots) \text{ ядро}$$

$$N(x) = \int dx\, m_n^2(x) \quad \text{– норм. множитель.}$$

$$\lambda^L(x_n) = (-4\pi)\,\tfrac{1}{2}\left[\tilde{\Lambda}_L(x_n) + 1\right]$$

10

SW: $\omega^2(x_n) = \omega_n^2 = \left[\omega_H + 1 + \frac{\lambda_n}{4\pi}\right]\left[\omega_H - \frac{\lambda_n}{4\pi}\right]$,

$\lambda_n = \lambda(x_n)$ или $\lambda_n = \lambda^L(x_n)$ для Лоренц-ядра.

Получим: $\to \left(-\frac{1}{4\pi}\right)\lambda_0 = 0{,}977$; $\omega_0 = 0{,}313$, Сим. $\frac{12}{IV}$ $\omega_0 = 0{,}314$.
($p = 0{,}019$)
($\omega_H = 0{,}071$) $\to \left(-\frac{1}{4\pi}\right)\lambda_0^L = 0{,}979$; $\omega_0^L = 0{,}311$ (!) (0,310 Rouss.'01)

Из Si(x)-eq. $\to \left(-\frac{1}{4\pi}\right)\lambda_0^{Si} = 1 - \frac{2}{\pi}p = 0{,}988$; ω_0^{Si} = плохо.

C3 $p = 0{,}019$, $\omega_H = 0{,}071$ – Rouss.'01 $\qquad \lambda_n^\infty = 4\pi \frac{e^{-pq_n} - 1}{pq_n}$, $q_n = \pi n$

11

n'	0	9/10	1	5	2	6	3	7	4	8
$\left(-\frac{1}{4\pi}\right)\lambda_n$	0,977 cos	sin/cos	0,949 sin	sin	0,923 cos	cos	0,896 sin	sin	0,871 cos	
$\left(-\frac{1}{4\pi}\right)\lambda_n^L$	0,979	0,783 (0,769)	0,952	0,856 (0,447)	0,926	0,835 (0,482)	0,901	0,816 (0,475)	0,878	
$\left(-\frac{1}{4\pi}\right)\lambda^\infty$	1,000	0,774 / 0,753	0,971	0,865	0,943	0,841	0,916	0,817	0,890	
$\left(\frac{1}{4\pi}\right)\lambda_{Zuch.}^L$	0,979	0,782 / 0,766	0,952	0,857	0,926	0,837	0,902	0,818	0,879	
$\left(-\frac{1}{4\pi}\right)\lambda_n^{Si}$	0,988		0,974		0,942		0,908		0,880	
$\left(-\frac{1}{4\pi}\right)\lambda_{n'}^L = 1 - \frac{\pi}{4}(2n'+1)p$	0,985		0,955		0,925		0,896		0,866	

$x_n = n\pi\left(1 - \frac{2}{d}\right)$ для обш. СФ $\cos(x_n x)$, $\sin x_n x$. $\quad n' = n - 1$

$\begin{cases} n = 1, 3, 5, \dots \\ n = 2, 4, 6, \dots \end{cases}$ четн.

Escaneado con CamScanner

SW-wires

2001

8 August

12 Pinning shift of ω_n

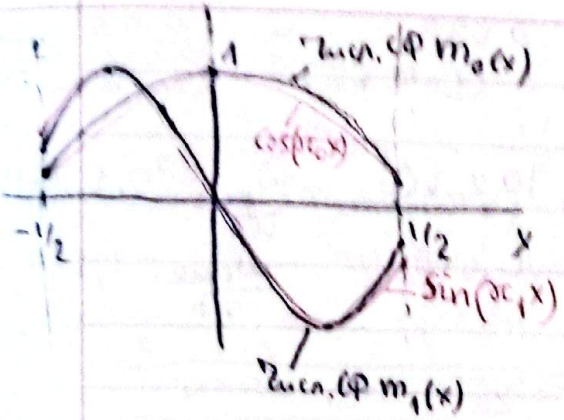
Тъкмяно запълването на вълнов wire (с дорин-аррем):

$\frac{m_0(1/2)}{m_0(0)} = 0{,}158$; $\frac{m_1(1/2)}{m_1^{max}} = 0{,}233$

$\cos(\frac{1}{2}q) = 2q \rightarrow$ $m_0(1/2) \approx \frac{\pi}{d} \approx 0{,}150$; $m_1(1/2) \approx \frac{2\pi}{d} = 0{,}301$;

Точно $m_0(1/2) = \sin\frac{\pi}{d} = 0{,}150$; $m_1(1/2) = \sin\frac{2\pi}{d} = 0{,}296$ - запълване достатъчно

13



СФ wire:

Тръгнах на APS meeting. 5-7/XII

Коригиране Figs для SW-wires paper. 10/XII

Fig. 1. Wire и координ. система, $L, w, \vec{H}, \vec{M}_0$.

14 Fig. 2. СФ - профили. $m_{0,1}(x)$ - Тъкм. в общия вид

Общ. СФ: $m_0(x) = \cos(\pi_0 x)$, $m_1(x) = \sin(\pi_1 x)$ $p = 0{,}019$.

$(\pi_0' = 0{,}904\pi)$ $(\pi_1 = 2\pi(1-\frac{2}{d}) = 0{,}904 \cdot 2\pi)$

Тъкм. СФ дават $p = 0{,}019$ коригиране - file EF-wires.opj.

15 Fig. 3. $\omega_n(p)$, $n = 0, 1, 2$ Тъкм. L- разлика.

$\omega_H = 0{,}071$ - Rous'01

	$p = \frac{t}{w}$	0,002	0,005	0,01	0,015	0,02	0,025	0,03	0,035	0,04	0,045	0,05
Тъкм. Тъкм. wires	ω_0	0,279	286	295	304	312	320	327	334	341	347	353
	ω_1	0,285	299	319	337	352	367	380	391	402	412	421
	ω_2 ω_3	0,290 0,295	311 322	339 358	363 386	384 410	402 430	418 447	431 462	444 474	456 485	468 495

July 칠월

7 JULY

일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31

16

Note: чем больше p, тем меньше N_{max} – число разбиений $x \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ при котором MCAD считает, т.е. расчет проще (короче) при больших „p", хотя точность его падает с $p\uparrow$.

Теор. частота ФМР для Rousseau: $\omega_\perp = \sqrt{\omega_H(\omega_H+1)} = 0{,}276$ – хорошо совп. с эксп.: $f_0 = 0{,}278$ (см. 12/IV).

11/XII → Вернемся к обсуждению Эксперимента Демокритова на wires (см 12-13/IV).

17

Но $p = 0{,}011$ ($L=20$ nm), $0{,}022$ ($L=40$ nm) и $0{,}03$ ($L=30$ nm, $w=1$ μm)

$H = 500$ Oe, $4\pi M_S = 10{,}2$ kOe, $\frac{\omega_M}{2\pi} = 30{,}1$ GHz, $f = 2{,}95$

$\frac{\omega_H}{\omega_M} = \frac{H}{4\pi M_S} = \frac{0{,}500 \text{ kOe}}{10{,}2 \text{ kOe}} = 0{,}049$. $\frac{\omega_{FMR}}{2\pi} = 0{,}227 \cdot 30{,}1 = 6{,}82$ G

$n = n' + 1$.

$\varkappa_n = \pi n(1 - \frac{2}{d})$

1) $p = 0{,}011$

n'	0	1	2	3	4
$\omega_{n'}$	0,252	0,282	0,307	0,328	0,347
Calc. Аск. $\frac{\omega_{n'}}{2\pi}$ GHz	7,59	8,49	9,23	9,88	10,45
→ GHz – эксп. f_n	7,04	8,0	8,9	9,7	–

18

2) $p = 0{,}022$

n'	0	1	2	3	4
$\omega_{n'}$	0,273	0,322	0,359	0,388	0,412
Calc. – GHz – Аск. $\omega_n/2\pi$	8,23	9,70	10,80	11,68	12,40
→ GHz – эксп. f_n PRB'99	7,8	9,3	10,4	11,5	–
Dem. → Nev эксп.	7,5	9,0	10,3	11,4	, см. → сл. стр.

3) $p = 0{,}03$

n'	0	1	2	3	4
Calc. – GHz – $\omega_{n'}/2\pi$	0,297	0,346	0,387	0,419	0,443
→ GHz – эксп. $f_{n'}$	8,64	10,40	11,65	12,60	13,34
$p = 0{,}035$ → GHz – $\omega_n/2\pi$ calc.	9,2	11,1	12,6	13,6	14,35
	8,88	10,79	12,10	13,07	13,80

Exp. Demokr.: $p = 0{,}035$

См. 22/VII, чем $H = 600$ Oe?

Escaneado con CamScanner

12.XII SW wires 2001

8 AUGUST

19 Д.ие СФ $\cos(\varkappa_n x)$, $\sin(\varkappa_n x)$, $\varkappa_n = \pi n\left(1-\frac{2}{d}\right)$, $(n=1,2,3,\dots)$

исслед. $\lambda_n = -4\pi + 8p\left[\cos\left(\frac{\varkappa_n}{2}\right) + \frac{1}{2}\varkappa_n \mathrm{Si}\left(\frac{\varkappa_n}{2}\right)\right]$ сам

.б.мн. по "p" приближении

$$\lambda_n = -4\pi + 8p\left[\cos\left(\tfrac{1}{2}\pi n\right) + \tfrac{1}{2}\pi n\,\mathrm{Si}\left(\tfrac{1}{2}\pi n\right)\right],\quad n=1,2,\dots$$

Осн. мода $\lambda_1 = -4\pi + 8p\,\frac{1}{2}\pi\,\mathrm{Si}\left(\frac{1}{2}\pi\right) \Rightarrow \quad \mathrm{Si}\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1{,}37.$

$$\left(-\tfrac{1}{4\pi}\right)\lambda_1 = 1 - p\,\mathrm{Si}\left(\tfrac{\pi}{2}\right) \approx 1 - 1{,}37\cdot p$$

20 Тогда как ранее на $m_0'(x)=1$ была осн. мода $\lambda_0'\left(-\frac{1}{4\pi}\right) = 1-\frac{2}{\pi}p$ (слева)

очевидно $\lambda_0' > \lambda_1$ и $\omega_0' < \omega_1$, т.е. более частый подход с осн. СФ $\sim\cos(\pi x)$ дает заметно большую осн. частоту, чем грубый подход с $m_0(x)=1$.

Это очевидно если сравн. с exp. Roussigne'01, но calc. частоты выглядят завышенными по сравн. с exp. Демокритова'98, 99.

Численно известно, что $\lambda(\varkappa) = -4\pi + 8p\left[\cos\frac{\varkappa}{2} + \frac{\varkappa}{2}\mathrm{Si}\left(\frac{\varkappa}{2}\right)\right]$

или $\left(-\frac{1}{4\pi}\right)\lambda(\varkappa) = 1 - \frac{2}{\pi}p\left[\cos\frac{\varkappa}{2} + \frac{\varkappa}{2}\mathrm{Si}\left(\frac{\varkappa}{2}\right)\right]$, начиная

21 с $\varkappa_c \approx 2\pi$ $(n\geq 2)$ очень хорошо аппроксимируется by

$$\left(-\tfrac{1}{4\pi}\right)\lambda(\varkappa) = 1 - \tfrac{1}{2}p\varkappa,\quad \varkappa \to \varkappa_n = \pi n,\ n=1,2,3,\dots$$

Пусть $z \gg 1$: $\mathrm{Si}(z) = \frac{\pi}{2} - f(z)\cos z - g(z)\sin z = |$Abr. St., p 233$| =$

22 $= \frac{\pi}{2} - \frac{1}{z}\left(1-\frac{2}{z^2}+\dots\right)\cos z - \frac{1}{z^2}\left(1-\frac{6}{z^2}\right)\sin z \approx \frac{\pi}{2} - \frac{1}{z}\cos z + O\left(\frac{1}{z^2}\right)$,

т.е. $z\,\mathrm{Si}(z) + \cos z \approx \frac{\pi}{2}z + O(1/z)$

$\left[\cos\frac{\varkappa}{2} + \frac{\varkappa}{2}\mathrm{Si}\left(\frac{\varkappa}{2}\right)\right] \approx \frac{\pi}{4}\varkappa + O(1/\varkappa)$, что и обосновывает приближ.

Т.е. при $n\geq 2$ можно $\left(-\frac{1}{4\pi}\right)\lambda_n = 1 - \frac{1}{2}p\varkappa_n$, $\varkappa_n = \pi n$, что

Escaneado con CamScanner

July 칠월

7 JULY

일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31

23 задает мин. сведь λ_n и x при $\frac{x}{\pi} \gtrsim 2$.

Не обязательно $x = \pi n$, x" из СФ $\cos(\pi x)$, $\sin(\pi x)$.

Волновое число.

$$\left(-\frac{1}{4\pi}\right)\lambda_n = \frac{1-e^{-pq_n}}{pq_n} \approx 1 - \frac{1}{2}pq_n, \quad q_n = \pi n, \rightarrow \text{можно использ.}$$

Лишь для $pq_n = \pi n p \ll 1$ $(n \lesssim 10)$, тогда как $\lambda_n(x)\left(-\frac{1}{4\pi}\right) = 1 - \frac{1}{2}px$ в лин. приближении верна при $x \gtrsim 2\pi$ ($x \to \infty$ тоже).

В СФ $\cos(\pi x)$, $\sin(\pi x)$ надо $x_n = n\pi\left(1 - \frac{2}{d}\right)$, $\frac{1}{d} \sim p$.

Но в центр надо подставл. $x_n^0 = n\pi$, иначе будут $2n$ степени

$$\left(-\frac{1}{4\pi}\right)\lambda_n = 1 - \frac{1}{2}px_n^0, \quad n \geq 2.$$

24 Но изв. из лит. ур. с L-ядром $\lambda_n\left(-\frac{1}{4\pi}\right) = 1 - \frac{\pi}{4}(2n-1)$, $n=1,2$

$$1 - \frac{1}{2}px_n^0 = 1 - \frac{\pi}{4}p(2n-1) \rightarrow x_n^0 = \frac{\pi}{2}(2n-1) = \pi n - \frac{\pi}{2}, \quad n \geq 2,$$

Что согласуется с $x_n^0 = \pi n$ из обычного подхода, полученным из гран. условий с "d" $\sim \frac{1}{p}$.

$x_n^0 W = \pi(n-1/2)$ или $\pi(n+1/2)$ согласуется с кв.м. квазиклассическим правилом квантования Бора–Зоммерф.

$$\int_a^b k\,dx = \frac{1}{\hbar}\int_a^b p\,dx = \pi(n+1/2),$$ где a, b точки поворота. где $p = \sqrt{2m(E-}$ $n \gg 1$.

Пересчитаем сравн. с эксп. Демкиновой для $p = 0{,}011$ и $p = 0{,}02$

25 Тут $W = 2\,\mu m$ там, а не $1{,}8\,\mu m$, что pt и wt calc.

1) $p = \frac{20\,nm}{2\,\mu m} = 0{,}010$

n	0	1	2	3	4
Calc. $\omega_n/2\pi$, Γ_n	7,52	8,36	9,06	9,67	10,22
New – Exp. GHz, f_n	7,04	8,02	8,93	9,68	—

2) $p = \frac{40\,nm}{2\,\mu m} = 0{,}020$

n	0	1	2	3	4
Calc. $\omega_n/2\pi$, Γ_n	8,12	9,50	10,55	11,41	12,11
New – Exp. GHz, f_n	7,46	9,02	10,31	11,41	—
Exp. Old (as PRB 99) f_n	7,8	9,3	10,4	11,5	

New Dem. exp. data

Escaneado con CamScanner

26 Пресметнати $\omega_n(p)$ с $\omega_H = 0{,}049$, $\omega_M/2\pi = 30{,}1$ GHz-Dem.

$p=\frac{L}{W}$	0,002	0,005	0,01	0,015	0,020	0,025	0,030	0,035	0,040	0,050
$\frac{1}{2\pi}\omega_0, \eta_0$	6,94	7,19	7,52	7,84	8,12	8,39	8,64	8,88	9,10	9,51
$\frac{1}{2\pi}\omega_1$	7,14	7,66	8,36	8,97	9,50	9,98	10,41	10,79	11,15	11,77
$\frac{1}{2\pi}\omega_2$	7,33	8,07	9,06	9,87	10,55	11,14	11,65	12,10	12,49	13,16
$\frac{1}{2\pi}\omega_3$	7,52	8,46	9,67	10,63	11,41	12,05	12,60	13,07	13,47	14,12

→ Дискусия с MSW с A. Rebei и T. Crawford. 13/XII

27 Дискус. с A. Rebei разчита „d" методом pathintegrals для impurity mechanism of damping и расчет MuCPP (FeNi) – положи отношение для ~1 mm thickness of layers of FeNi and Cu. Метод расчета диф. ур. $Df(x) = 0$ с гранич. условиями методом „annealing" – minimum $E[f] = e^{|Df(x)|}$ и введение ф-я Температура T (задам $T \to 0$) при поиска абс. минимума of $E[f]$.

→ Предел $p \gg 1$ (усреднение по z, есть x). 16/XII

См. 17/III.

28 а) $\ln(\cdot)$ ядро. $\lambda m(x) = \frac{4}{p}\int_{-V_2}^{V_2} dx' \ln\frac{|x-x'|}{p} m(x')$, $p \gg 1$

Инт. ур. не решается, но $\lambda_n(p) \sim \frac{1}{p}$ при $p \to \infty$.

$$\lambda_n(p) = \frac{1}{N(p)} \int dx\, dx'\, g(x-x')\, m_n(x)\, m_n(x') \approx |p \gg 1| \approx$$

29

$$\approx \frac{1}{N}\frac{4}{p}\int dx \int dx' \ln\frac{|x-x'|}{p} m_n(x) m_n(x') \approx \Big/ N(p) = \int_{-V_2}^{V_2} dx\, m_n^2(x) \Big/$$

$$\approx \frac{1}{N}\frac{4}{p}\left[-\ln p \cdot \left(\int dx\, m_n(x)\right)^2 + \int dx\, dx' \ln|x-x'|\, m_n(x) m_n(x')\right]$$

Ин. 48/III) $\lambda(p) \approx \frac{4}{p}\int_0^\infty dq \left(\frac{e^{-pq}-1}{q}\right)\hat{m}^2(q) = \frac{4}{p}\left[\int dq \frac{\hat{m}^2(q)}{q} + \frac{1}{p}\lim_{q\to 0}\frac{\hat{m}^2(q)}{q}\right]$ –

тук дим. нерег. с-ф $\hat{m}(q) = \int dx\, m(x) \sin qx$, $\lambda(p) \sim \frac{1}{p}$.

Escaneado con CamScanner

August 팔월

8 AUGUST

ln-asymp: $g(\zeta) \approx \frac{4}{\rho} \ln\frac{|\zeta|}{\rho}$, $\rho \gg 1$.

30

$I_0(x,\rho) = \left[\zeta g(\zeta) - 4\operatorname{arctg}\frac{\zeta}{\rho}\right]_{-1/2-x}^{1/2-x} =$

$= \left[\zeta \frac{4}{\rho}\ln\frac{|\zeta|}{\rho} - 4\frac{\zeta}{\rho}\right]_{\cdot} = \frac{4}{\rho}\zeta\left[\ln\frac{|\zeta|}{\rho} - 1\right]_{\cdot}$ ≈

$I_0(x\to -1/2,\rho) = \frac{4}{\rho}\zeta\left[\ln\frac{|\zeta|}{\rho} - 1\right]_0^1 = \frac{4}{\rho}\cdot 1\cdot\left[\ln\frac{1}{\rho} - 1\right]$

$I_1(x,\rho) = \left[\frac{1}{2}\zeta^2 g(\zeta) - \rho\ln(\zeta^2+\rho^2)\right]_{\cdot} \approx \left[\frac{1}{2}\zeta^2\frac{4}{\rho}\ln\frac{|\zeta|}{\rho} - 2\rho\ln\rho - \frac{\zeta^2}{\rho}\right.$

$I_1(x\to -1/2) = [\dots]_0^1 = \left(\frac{2}{\rho}\ln\frac{1}{\rho} - 2\rho\ln\rho - \frac{1}{\rho}\right) - (-2\rho\ln\rho) = \frac{1}{\rho}($

$I_2(x\to -1/2,\rho) = \left[\frac{1}{3}\zeta^3 g(\zeta) - \frac{4}{3}\rho\zeta + \frac{4}{3}\rho^2\operatorname{arctg}\frac{\zeta}{\rho}\right]_0^1 =$

31

$= \frac{1}{3}g(1) - \frac{4}{3}\rho + \frac{4}{3}\rho^2\operatorname{arctg}\frac{1}{\rho} = \frac{4}{3}\frac{1}{\rho}\ln\frac{1}{\rho} - \frac{4}{3}\rho + \frac{4}{3}\rho^2\left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{3}\frac{1}{\rho^3}\right.$

$= \frac{4}{3}\frac{1}{\rho}\ln\frac{1}{\rho} - \frac{4}{9}\frac{1}{\rho} = \frac{4}{3}\frac{1}{\rho}\left(\ln\frac{1}{\rho} - \frac{1}{3}\right)$

При $x\to -\frac{1}{2}$: $\lambda(\rho)m(x) = I_0(-\frac{1}{2},\rho)m(x) + I_1(-\frac{1}{2},\rho)m'(x) + \frac{1}{2}I_2(-\frac{1}{2},\rho)m''(x)$

$\lambda(\rho)m(x) = \frac{4}{\rho}\left(\ln\frac{1}{\rho} - 1\right)m(x) + \frac{1}{\rho}\left(2\ln\frac{1}{\rho} - 1\right)m'(x) + \frac{1}{2}\frac{4}{3}\frac{1}{\rho}\left(\ln\frac{1}{\rho} - \frac{1}{3}\right)m''($

В отличие от предела $\rho\to 0$ 13/IV теперь при $\rho\gg 1$ все $I_n(-\frac{1}{2},\rho$ будут ~ одного порядка малости.

1

$\Rightarrow I_s(x,\rho) = \int_{-1/2-x}^{1/2-x} d\zeta\, g(\zeta)\zeta^s = \frac{4}{\rho}\int d\zeta \ln\frac{|\zeta|}{\rho}\cdot\zeta^s$, $\rho\gg 1$

$I_s(-1/2,\rho) = \frac{4}{\rho}\int_0^1 d\zeta\,\zeta^s\ln\frac{\zeta}{\rho} = \frac{4}{\rho}\int_0^1 d\zeta\,\zeta^s[\ln\zeta - \ln\rho] =$

$= \frac{4}{\rho}\left[-\ln\rho\cdot\frac{1}{(s+1)} + \int_0^1 d\zeta\,\zeta^s\ln\zeta\right] \approx -\frac{4}{(s+1)}\frac{\ln\rho}{\rho}$ — все $I_s(-\frac{1}{2},\rho)$ — одного порядка по $\rho^{n}\to 0$

т.е. гран. условие при $x=\pm 1/2$ теряет смысл.

Инт. ур. $\lambda m(x) = \frac{4}{\rho}\int_{-1/2}^{1/2} dx'\ln\frac{|x-x'|}{\rho}m(x') \approx \frac{4}{\rho}\left[-\ln\rho\cdot\int_{-1/2}^{1/2} dx' m(x') + \int_{-1/2}^{1/2} dx'\ln|x-x'|m(x'\right.$

Для пот. СФ $\lambda(\rho)\sim\frac{\ln\rho}{\rho}$, а для неотр. СФ $\lambda(\rho)\sim\frac{1}{\rho}$ при $\rho\gg 1$

и СФ $m(x)=1$

Escaneado con CamScanner

SW wires

$\lambda_x m_x(x) = \int dx' G_{xx}(xx') m_x(x')$

2001

9/SEPTEMBER

토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

$\omega_n^2(p) \to \omega_H(\omega_H+1) = \omega^2_{ферр}$ при $p \gg 1$, и

2 СФ → uniform при $p \gg 1$, закрепление при $x \neq \pm 1/2$ исчезает.

б) Лоренц - ядро, см. 17/III. $\lambda m(x) = (\epsilon\gamma) \int dx' \frac{m(x')}{(x-x')^2+p^2}$

$g_L(\zeta) = -\frac{\gamma}{p^2}$, $p \gg 1$ и $\lambda(p) = -\frac{\gamma}{p}\ln p + \frac{C}{p}$ как и для $\ln(\cdot)$ - ядра.

но $m(x) = 1$ в главном по $\frac{1}{p} \to 0$ приближении

и $\frac{\partial m}{\partial x} = 0$, pinning'а нет.

Но это для $m_z(x)$ и λ_z: $\frac{\partial m_z}{\partial x} - d_z m_z(x) = 0\Big|_{x=-\frac{1}{2}}$

3 Для $\lambda_x, m_x(x)$ ~~имеем~~, ведь $\lambda_x = -4\pi - \lambda_z$, но и $G_{xx} = -4\pi - G_{zz}$.

$m_x'(x) + \left(\frac{I_0 - \lambda_z}{I_1}\right) m(x) = 0$, $I_0(-1/2, p) = -2\pi + 2p$

$I_1(-1/2, p) = p(2\ln p - 1)$

Поэтому $\frac{\partial m_x}{\partial x} - d_x m_x(x) = 0\Big|_{x=1/2}$, $-d_x = \frac{I_0 - \lambda_z}{I_1} = \frac{[-2\pi + 2p + 4\pi]}{p(2\ln p - 1)}$

$\lambda_z = -4\pi + Ap$, $\lambda_x = -Ap$ $\Rightarrow$ $d_x(p) = -\frac{2\pi}{p(2\ln p - 1)} \to 0$, а $d_z(p) > 0$, $d_z = +d_x$.

Pinning $m_x(x)$

4 Магнитная энергия wire и грав. условия. 17/XII

M.w. - $W_m = -\frac{1}{2}\int d^3z\, \vec{h}_m(\vec{r}) \cdot \vec{m}(r)$, $h_m^\alpha(r) = \int d^3z' G_{\alpha\beta}(rz') m_\beta(r')$

Для wires, $G_{\alpha\beta}$ - диаг. $\begin{pmatrix} G_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_{zz} \end{pmatrix}$ - после $\langle \dots \rangle_z$, усреднение.

5 На ед. площади $\perp Ox$: $W_m = -\frac{1}{2}\int dx\, \vec{h}_m(x) \cdot \vec{m}(x)$

$h_m^z(x) = \int dx' G_{zz}(xx') m_z(x') = \lambda_z m_z(x)$

$h_m^x(x) = \int dx' g_{xx}(xx') m_x(x') = \lambda_x m_x(x)$

} для СФ "n"

$W_m^{(n)} = -\frac{1}{2}\int dx \left[h_m^x(x) m_x^{(n)}(x) + h_m^z(x) m_z^{(n)}(x)\right] = -\frac{1}{2}\int dx \left[\lambda_x^n m_x^{(n)2}(x) + \lambda_z^n m_z^{(n)2}(x)\right]$

Escaneado con CamScanner

$\lambda_z^{(n)} = -4\pi + A_n p$.

6 Если СФ нормирована на „1" $\int m_n^{(n)2} dx$

$W_m^{(n)} = -\frac{1}{2}\left(\lambda_x^{(n)} + \lambda_z^{(n)}\right) = -\frac{1}{2}(-4\pi) = 2\pi$ - ?

Вклад $m_{z,x}$ компоненты в $W_m^{(n)}$:

$W_m^{(n)z} = -\frac{1}{2}\lambda_z^{(n)}$ и $W_m^{(n)x} = -\frac{1}{2}\lambda_x^{(n)} = \frac{1}{2}Ap$ - ?

$\Rightarrow = 2\pi - \frac{1}{2}Ap$.

Гр. условия при $\frac{x}{w} = -1/2$ ($\hat{n} = -\hat{i} = -\hat{x}$), $\vec{M}_0 \parallel$



$$\frac{\partial m_z}{\partial n} + d_z m_z(x) = 0, \quad \frac{\partial m_x}{\partial n} + d_x m_x(x) = 0,$$

где $d_z > 0$, $d_x \geq 0$ и $d_x = +d_z$.

7 При касат. намагничивании ($\vec{M}_0 \parallel$ поверхн.), см. гр.-ю

$$\frac{\partial m_x}{\partial n} - d\, m_x(x) = 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial m_z}{\partial n} = 0$$

- exch. - K_s в

$m_x \parallel$ нормали к поверхности, m_z касательна поверхности

Видно, что магнитостат. boundary conditions для m_z отличаются от boundary conditions обменных с K_s.

$d = \frac{2K_s}{dM_s^2}$, $\vec{h}_{ex} = \lambda_{ex}^2 \vec{m}$, $W_s = -K_1 \frac{(\vec{M}\cdot\vec{n}_0)^2}{M_s^2}$, $K_s = \int_0^{d_s} dx\, K$

($\vec{n}_0$ - нормаль к поверх.)

$K_1 > 0 \Rightarrow d > 0$ - ОЛН $\perp$ поверхности, $K_1 < 0, d < 0$ - ПЛН

8 Т.к. $d_z > 0$, то $x = \pm\frac{1}{2}$ для m_z? Нет аналога в exch.

ПЛН

$d_x \geq 0$ $\frac{\partial m_x}{\partial n} + |d_x| m_x = 0$ соотв. ПЛН - $\hat{x}$ для m_x ; 250

нормально фрустрации. Ведь $\beta = (\vec{m}\cdot\vec{n})_{\pm 1/2} = \pm m_x$ - плоск

поверх. зарядов и увеличение $m_x(\pm 1/2) \Rightarrow$ увеличивает β

W. Scholz micromag. calc. of Vortex

13/XII Discussion with W. Scholz о расчете $\vec{m}(\rho)$ - Vortex'a

о Vortex колебаний. Он численно обнаружил, что ω_0 меньше, а амплитуда $\vec{m}$ больше, чем у нас. в ММ-3

W_m - осциллирует! (где $\beta = -\int dx\, m_x \cdot \beta - ?$)

Беседа с С.Н. Гишковым о SW и reversal

$\lambda_z^{(n)} = -4\pi + A_n p$.

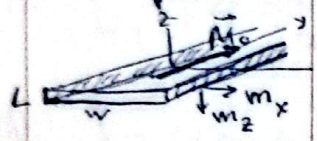
6 Если СФ нормированы на „1" $\int m_\alpha^{(n)2}(x)dx = 1$,

то $W_m^{(n)} = -\frac{1}{2}\left(\lambda_x^{(n)} + \lambda_z^{(n)}\right) = -\frac{1}{2}(-4\pi) = 2\pi$ – eg. W_m

Вклад $m_{z,x}$ components to $W_m^{(n)}$:

$W_m^{(n)z} = -\frac{1}{2}\lambda_z^{(n)} = 2\pi - \frac{1}{2}Ap$ и $W_m^{(n)x} = -\frac{1}{2}\lambda_x^{(n)} = \frac{1}{2}Ap$ – мала.

Эф. граничн. условия при $\frac{x}{w} = -1/2$ ($\hat{n} = -\hat{i} = -\hat{x}$), $\vec{M}_0 \parallel Oy$



$$\frac{\partial m_z}{\partial n} + d_z m_z(x) = 0, \quad \frac{\partial m_x}{\partial n} + d_x m_x(x) = 0, \quad x = -\frac{1}{2}$$

magnetostatic boundary cond.

где $d_z > 0$, $d_x \gtrless 0$ и $d_x = +d_z$.

7 Чёрн. касат. намагничивание ($\vec{M}_0 \parallel$ поверхн.), см. Гур.–Мелков.

$$\frac{\partial m_x}{\partial n} - d \cdot m_x(x) = 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial m_z}{\partial n} = 0$$ – exch. – K_s boundary conditions

$m_x \parallel$ нормали к поверхности, m_z касательна поверхности

Видно, что магнитостат. boundary conditions для m_z отличаются от boundary conditions обменных с K_s.

$d = \frac{2K_s}{\alpha M_s^2}$, $\vec{h}_{ex} = \alpha\nabla^2\vec{m}$, $W_s = -K_1\frac{(\vec{M}\cdot\vec{n}_0)^2}{M_s^2}$, $K_s = \int_0^{d_s} dx\, K_1$.

($\vec{n}_0$ – нормаль к поверх.)

$K_1 > 0 \Rightarrow d > 0$ – ОЛН $\perp$ поверхности, $K_1 < 0, d < 0$ – ПЛН = поверхн.

8 Т.к. $d_z > 0$, то $x = \pm\frac{1}{2}$ для m_z? (ПЛН) Нет аналога в exch. bound. conditions

$d_x \gtrless 0$ $\frac{\partial m_x}{\partial n} + |d_x| m_x = 0$ соотв. ПЛН – $\hat{x}$ для m_x, это

нормально физически. Ведь $\beta = (\vec{m}\cdot\vec{n})_{\pm 1/2} = \pm m_x$ – плотность поверх. зарядов и уменьшение $m_x(\pm 1/2) \Rightarrow$ уменьшает β и W_m

W. Scholz micromag. calc. of vortex

13/XII Discussion with W. Scholz о расчёте $\vec{m}(p)$ – vortex'а и vortex колебаний. Он численно обнаружил, что W_0 меньше, а амплитуда $\delta\vec{m}$ больше, чем у нас в MMM-JAP. W_m – осциллирует! (идея $\beta = -\mathrm{div}\,\vec{m}$, β – ?)

Беседа с О. Мысковым о возбуждении SW и reversal теории.

26/XII

18 – 22/XII Работа над чтением и Figs. SW-wires paper.

9

9/XII (Попытка найти диф. ур. типа УШ для описания SW-wires. Эф. потенциал. (См. 8/XII).

Фурье-представление $\lambda m(x) = \int_{-1/2}^{1/2} dx' \hat{g}(x,x') m(x')$ дало

$\lambda \hat{m}(q) = \int_0^\infty dq' \hat{g}(q,q') \hat{m}(q')$, $\hat{g}(qq') = \frac{4}{pq'}\left[e^{-pq'} - 1\right] \int_{-1/2}^{1/2} dx \cos qx \cdot \cos q'x$,

$\hat{m}(q) = \int_{-1/2}^{1/2} dx\, m(x) \cos qx$ для чет. СФ.

$g(x,x') = g(x-x') = g(\xi) = \frac{2}{p} \ln \frac{\xi^2}{\xi^2+p^2} = \frac{4}{p}\int_0^\infty dt \cos(\xi t)\left[\frac{e^{-pt}-1}{t}\right]$, $t \to k_x$.

10 Полезное Eq. (Weyl): $\frac{e^{ik_0 r}}{r} = \frac{i}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} d^2\vec{k}\, \frac{e^{i\vec{k}\vec{\rho}} e^{ik_z|z|}}{k_z}$,

$k_z^2 + \vec{k}^2 = k_0^2$, $\vec{r} = (\vec{\rho}, z)$, $\vec{k} = (k_x, k_y)$.

ФГ для неоднор. ур-я Г. $(\nabla^2 + \varkappa^2)\psi(r) = f(r)$ есть $G(r,r') = \frac{(-1)}{4\pi}\frac{e^{i\varkappa R}}{R}$, где $R = |\vec{r} - \vec{r}'|$, 3D-пробел.

УШ: $\Delta\psi + \varkappa^2\psi = U(r)\psi(r) = f(r)$ запис. в интегр. виде:

11 $\psi(r) = \int d^3\vec{r}'\, G(r,r') U(r') \psi(r') = \left(-\frac{1}{4\pi}\right)\int d^3r' \frac{e^{i\varkappa|r-r'|}}{|r-r'|} U(r')\psi(r')$

Будет ли это инт. ур. эквивалентно инт. ур. для СФ wires? Можно ли найти вид потенциала УШ $U(r)$?

12 Полезно найти для wires (y''-transl. inv., но „z" учтена явно)

вид $I(xx', \varkappa) = \int dz\, dz' \int dy\, dy' \frac{e^{i\varkappa|r-r'|}}{|r-r'|}$

По т-ме Weyl: $\frac{e^{i\varkappa|r-r'|}}{|r-r'|} = \frac{1}{2\pi^2}\int d^3\vec{K} \frac{e^{i\vec{K}(\vec{r}-\vec{r}')}}{K^2 - \varkappa^2} = \frac{i}{2\pi}\int d^2\vec{k}\, \frac{e^{i\vec{k}(\vec{\rho}-\vec{\rho}')} e^{ik_z|z-z'|}}{k_z}$,

$k_z^2 = \varkappa^2 - \vec{k}^2$.

Escaneado con CamScanner

August 8월

8 AUGUST

13 Ищем через ур-ие $(\Delta + \varkappa^2)\psi(r) = u(r)\psi(r)$ (Ландау, §. 122)

$$(-k^2 + \varkappa^2)\psi(\vec{k}) = \int d^3k' \, u(\vec{k} - \vec{k}')\psi(\vec{k}')$$

$$\psi(\vec{k}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3r \, \psi(r) e^{-i\vec{k}\vec{r}}, \quad \psi(r) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3k \, \psi(\vec{k}) e^{i\vec{k}\vec{r}}$$

$$u(\vec{k}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3r \, u(r) e^{-i\vec{k}\vec{r}}$$

$\psi(r) \sim m_z(r)$ по смыслу. Полагаем $\psi(\vec{k}) = \psi(k_x, k_y, k_z)$ надо будет взять при $k_y = 0$, $k_z = 0$ (проекции по "y" и "z").

14 $$(-k_x^2 + \varkappa^2)\psi(k_x) = \int dk_x' \, u(k_x - k_x')\psi(k_x'), \quad k_x \to q$$

$$(-q^2 + \varkappa^2)\psi(q) = \int_{-\infty}^{\infty} dq' \, u(q - q')\psi(q')$$

Сравн. с $\lambda \hat{m}(q) = \int_0^\infty dq' \, \hat{g}(q,q')\hat{m}(q')$, $\hat{g}(q,q') = \frac{4}{pq'}\left[e^{-pq'} - 1\right] \int_{-1/2}^{1/2} dx \cos qx \cdot \cos q'x$.

$$\lambda \hat{m}(q) = \int_{-\infty}^{\infty} dq' \, \hat{g}(qq')\hat{m}(q'), \quad \hat{g}(qq') = \frac{4}{p|q'|}\left[e^{-p|q'|} - 1\right] \int_{-1/2}^{1/2} dx \cos qx \cdot \cos q'x$$

Значит: $\frac{u(q-q')}{\varkappa^2 - q^2} = \frac{1}{\lambda}\hat{g}(qq') = \frac{1}{\lambda}\frac{4}{p|q'|}\left[e^{-p|q'|} - 1\right] \int dx \cos qx \cdot \cos q'x$

$q - q' = Q$

15 $$u(Q) = (\varkappa^2 - q^2)\frac{4}{\lambda}\frac{1}{p|q-Q|}\left[e^{-p|q-Q|} - 1\right] \int_{-1/2}^{1/2} dx \cos qx \cdot \cos(q-Q)x =$$

$$= \frac{4}{\lambda p}\frac{(\varkappa^2 - q^2)}{|q-Q|}\left[e^{-p|q-Q|} - 1\right]\left[\frac{\sin\frac{1}{2}(2q-Q)}{2q-Q} + \frac{\sin\frac{1}{2}Q}{Q}\right] - \text{зависит}$$

не только от Q, но и от "q", что неплохо.

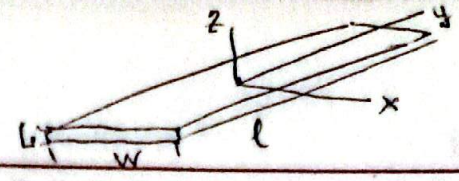
При $pq \ll 1$, $p \to 0$ $\quad u(Q) = -\frac{4}{\lambda}(\varkappa^2 - q^2)\left[\frac{\sin\frac{1}{2}(2q-Q)}{2q-Q} + \frac{\sin\frac{Q}{2}}{Q}\right]$.

Если $q = 0$ (слишком "хорошая" задача), то

$$u(Q) = -\frac{4}{\lambda}\varkappa^2 \cdot 2\frac{\sin\frac{Q}{2}}{Q} = \int_{-1/2}^{1/2} dx \, u(x)\cos Qx, \quad u(x) = u_0 = -\frac{4\varkappa^2}{\lambda} = \text{const}$$

Но $u(x) = \text{const}$ совпало. Ср. $(\Delta + \varkappa^2)\varphi = u_0\psi(x) - \cos(\varkappa x)$ и $\sin(\varkappa x)$

Escaneado con CamScanner



16 • Координат. пусть: 1) $\psi(r) = \int d^3r'\, G(r,r')\, u(r')\psi(r')$,

$G(r,r') = G(r-r') = \frac{(-1)}{4\pi} \frac{e^{ik|r-r'|}}{|r-r'|}$. Считаем $u = u(x)$ – только (!).

Имеем $\psi(r) = \psi(x,y,z)$ не зависящую от „y" – координаты вдоль wire, а по „z" вдоль тонкими wire усредним, $\psi(r)$ не зависит от z" под $\int d^3r'(\dots)$.

$$\psi(x) = \underset{y=0}{\langle \psi(x,z) \rangle_z} = \frac{1}{L}\int dz \int dx'dy'dz'\, G(r,r')\, u(x')\,\psi(x')$$

[или $\int dy(\dots)$]

положить $y=0$ или $\int dy(\dots)$ должно привести к одинак. рез. с/м $l \to \infty$.

$$\psi(x) = \frac{1}{L}\int dz\,dz' \int dy' \int dx'\, G(r,r')\, u(x')\psi(x')$$

17 $\psi(x) = \int dx'\, g_s(xx')\, u(x')\psi(x')$, $[u(x)] = 1/k^2$.

$g_s(xx') = \frac{1}{L}\int dz\,dz' \int\limits_{y=0} dy'\, G(r,r')$ или $g_s(xx') = \int\limits_L \frac{dz\,dz'}{L} \int\limits_l \frac{dy\,dy'}{l}\, G(r,r')$

$$g_s(xx') = \frac{1}{Ll}\int dz\,dz' \int dy\,dy' \left(-\frac{1}{4\pi}\right) \frac{e^{ik|r-r'|}}{|r-r'|} = \frac{1}{Ll}\left(-\frac{1}{4\pi}\right) \int dz\,dz' \int dy\,dy' \times$$

$$\times \frac{1}{2\pi^2}\int d^3\vec{K}\, \frac{e^{i\vec{K}(r-r')}}{K^2 - \varkappa^2} = \left|\vec{K} = (K_x, K_y, K_z)\right| = -\frac{1}{4\pi}\frac{1}{Ll}\frac{1}{2\pi^2}\int d^3\vec{K}(\dots) =$$

$$= \left(-\frac{1}{4\pi}\right)\frac{1}{Ll}\, I(xx', \varkappa)$$

18 $I(xx', \varkappa) = \int dz\,dz'\,dy\,dy'\, \frac{e^{ik|r-r'|}}{|r-r'|} = \frac{1}{2\pi^2}\int d^3\vec{K}\, \frac{1}{K^2-\varkappa^2} \int dz\,dz'\,dy\,dy'\, e^{i\vec{K}(\vec{r}-\vec{r}')} =$

$$= \frac{1}{2\pi^2}\int \frac{d^3\vec{K}\, e^{iK_x(x-x')}}{K^2-\varkappa^2}\left(\frac{4}{K_y^2}\sin^2 K_y\frac{l}{2}\right)\cdot\left(\frac{4}{K_z^2}\sin^2 K_z\frac{L}{2}\right) = \left|\, l\to\infty,\ \frac{4}{K_y^2}\sin^2 K_y\frac{l}{2} \to 2\pi l\,\delta(K_y)\right| =$$

$$= \frac{1}{2\pi^2}\cdot 2\pi l \int \frac{dk_x\,dk_z}{(k_x^2+k_z^2-\varkappa^2)}\,\frac{4}{k_z^2}\sin^2\left(\frac{1}{2}k_z L\right) e^{iK_x(x-x')} = \left|\text{берем по } k_z \text{ 30/X 99г.}\right| =$$

19

$$= \frac{2\pi l}{2\pi^2}\cdot 4\int\limits_{-\infty}^{\infty} dk_x\, e^{iK_x(x-x')} \int\limits_{-\infty}^{\infty} dk_z\, \frac{1}{(k_z^2+k_x^2-\varkappa^2)}\,\frac{\sin^2\frac{1}{2}k_z L}{k_z^2} = \left|\begin{matrix} b^2 = k_x^2 - \varkappa^2 \\ a = L/2 \end{matrix}\right| =$$

$$= \frac{2\pi l}{2\pi^2}\cdot 4\cdot \int dk_x\, e^{iK_x(x-x')}\, 2\cdot\frac{\pi}{2}\,\frac{L}{2(k_x^2-\varkappa^2)}\, f\left(2\frac{L}{2}\sqrt{k_x^2-\varkappa^2}\right),\quad f(x) = 1 - \frac{1}{x}(1-e^{-x})$$

Escaneado con CamScanner

August
팔월

8 AUGUST

수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31

20

$$I(xx',x) = \frac{2\pi\ell \cdot 2\pi L}{2\pi^2}\int dk_x e^{ik_x(x-x')}\frac{f(L\sqrt{k_x^2-x^2})}{(k_x^2-x^2)}$$

$$\to g_s(xx') = -\frac{1}{4\pi}\frac{1}{L\ell}I(xx',x) = -\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}dk_x\, e^{ik_x(x-x')}\frac{f(L\sqrt{k_x^2-x^2})}{(k_x^2-x^2)}$$

$g_s(xx')\,u(x')$ должно совпадать с

$$\frac{1}{\lambda}g(xx') = \frac{1}{\lambda}\frac{2}{p}\ln\frac{(x-x')^2}{(x-x')^2+p^2} = \frac{4}{p\lambda}\int_0^{\infty}dq\cos q(x-x')\left[\frac{e^{-pq}-1}{q}\right]$$

$$\to g_s(xx') = -\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}dk_x\cos k_x(x-x')\frac{f(L\sqrt{k_x^2-x^2})}{(k_x^2-x^2)}$$

21 2) При вычисл. $I(xx',x)$ / $g_s(xx')$ исходим из ф. Вейля $e^{ikr} = e^{ik_x x}e^{ik_y y}e^{ik_z|z-z'|}$, $k_z^2 = x^2 - k_x^2$

$$g_s(xx') = \left(-\frac{1}{4\pi}\right)\frac{1}{L\ell}\int dz dz'\int dy dy'\frac{i}{2\pi}\int dk_x dk_y\frac{e^{i\vec{k}(\vec{\rho}-\vec{\rho}')}e^{ik_z|z-z'|}}{k_z}$$

$$\frac{1}{\ell}\int dy dy' e^{ik_y(y-y')} = 2\pi\delta(k_y),\ \ell\to\infty$$

$$g_s(xx') = \left(-\frac{1}{4\pi}\right)\frac{1}{L}\int dz dz'\frac{i}{2\pi}\int dk_x dk_y\frac{e^{ik_x(x-x')}e^{ik_z|z-z'|}}{k_z}\cdot 2\pi\delta(k_y) =$$

$$= -\frac{1}{4\pi}\frac{1}{L}\int dz dz'\frac{i}{2\pi}\cdot 2\pi\int_{-\infty}^{\infty}dk_x\frac{e^{ik_x(x-x')}e^{ik_z|z-z'|}}{\sqrt{x^2-k_x^2}}$$

$$\int_0^L dz dz' e^{ik_z|z-z'|} = \frac{2L_0}{k_0}f(k_0L_0),\quad k_0 = -ik_z,\quad k_z = \sqrt{x^2-k_x^2},\quad k_0^2 = -k_z^2$$

22

$$g_s(xx') = -\frac{1}{4\pi}\frac{1}{L}i\int dk_x\frac{e^{ik_x(x-x')}}{\sqrt{x^2-k_x^2}}\frac{2L_0}{(-ik_z)}f(-ik_zL_0) =$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int dk_x e^{ik_x(x-x')}\frac{1}{\sqrt{x^2-k_x^2}}\frac{1}{\sqrt{x^2-k_x^2}}f(L\sqrt{k_x^2-x^2}) = \frac{(-1)}{2\pi}\int dk_x e^{ik_x(x-x')}\frac{f(L\sqrt{k_x^2-x^2})}{(k_x^2-x^2)}$$

– получили ту же $g_s(xx')$, что и при $\int d^3\vec{k}(\dots)$.

→ Итого $g_s(xx') = -\frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}dk\cos k\xi\frac{f(L\sqrt{k^2-x^2})}{(k^2-x^2)}$, $\xi = x-x'$.

Альтернатива: $\int dk_x$ сначала, а потом $\int dk_z$.

$kw = q$, $\frac{\xi}{w}\to\xi$, $\frac{L_0}{w} = p$, $xw\to x$.

Escaneado con CamScanner

23 $g_s(x,x') = -\frac{4\pi}{\pi}\int_0^\infty dq \cos q\xi \cdot \frac{f(\rho\sqrt{q^2-\varkappa^2})}{(q^2-\varkappa^2)}$ умн. на $u(x')$ или $\sqrt{u(x)u(x')}$

$\frac{1}{\lambda}g(x,x') = \frac{4}{\rho\lambda}\int_0^\infty dq \cos q\xi \left[\frac{e^{-\rho q}-1}{q}\right]$

$-\frac{1}{\pi}\frac{f(\rho\sqrt{q^2-\varkappa^2})}{(q^2-\varkappa^2)} \underset{\rho\to 0}{\simeq} -\frac{1}{\pi}\frac{(\rho/2)\sqrt{q^2-\varkappa^2}}{(q^2-\varkappa^2)} = -\frac{\rho}{2\pi}\frac{1}{\sqrt{q^2-\varkappa^2}}$

Чтобы перейти $\int_0^\infty dk_x(\ldots)$ на $\int_0^{\varkappa} dk_x(\ldots) + \int_{\varkappa}^\infty dk_x(\ldots)$.

При k_z - веществ. $(k_x<\varkappa)$ $f(-ik_zL) = 1 - \frac{1}{(-ik_zL)}\left[1-e^{ik_zL}\right] =$

24 $= 1 - \frac{e^{ik_zL/2}}{(-i)k_zL}(-2i)\sin k_z\frac{L}{2} = 1 - 2e^{ik_z\frac{L}{2}}\frac{\sin k_zL/2}{k_zL} =$

$= 1 - \frac{\sin k_zL}{k_zL} - 2i\frac{\sin^2 k_z\frac{L}{2}}{k_zL}$, $k_z^2 = \varkappa^2 - k_x^2$

CMU Library — 29/XII **Related integrals:**

Пр. - Р., 3.751

$\int_u^\infty \frac{\sin ax}{\sqrt{x-u}}dx = \sqrt{\frac{\pi}{2a}}\left[\sin au + \cos au\right]$, $\int_u^\infty \frac{\cos ax\,dx}{\sqrt{x-u}} = \sqrt{\frac{\pi}{2a}}\left[\cos au - \sin au\right]$ $a,u>0$.

$\int_1^\infty \frac{\sin ax\,dx}{\sqrt{x^2-1}} = \frac{\pi}{2}J_0(a)$, $\int_1^\infty \frac{\cos ax\cdot dx}{\sqrt{x^2-1}} = -\frac{\pi}{2}N_0(a)$, $a>0$.

25 $\int_0^\infty e^{-\beta\sqrt{\gamma^2+x^2}}\frac{x\sin ax}{\sqrt{\gamma^2+x^2}}dx = \frac{a\gamma}{\sqrt{a^2+\beta^2}}K_1\left(\gamma\sqrt{a^2+\beta^2}\right)$, $\operatorname{Re}\beta>0$, $\operatorname{Re}\gamma>0$, $a>0$

26 $\int_0^\infty e^{-\beta\sqrt{\gamma^2+x^2}}\frac{\cos ax}{\sqrt{\gamma^2+x^2}}dx = K_0\left(\gamma\sqrt{a^2+\beta^2}\right)$, $\operatorname{Re}\beta>0$, $\operatorname{Re}\gamma>0$

Теперь $g_s(x,x') = -\frac{1}{\pi}\left[\int_0^{\varkappa}dk + \int_{\varkappa}^\infty\right]\cos k\xi\,\frac{f(L\sqrt{k^2-\varkappa^2})}{(k^2-\varkappa^2)}$, где $k\in[-\varkappa,\varkappa]$ надо заменить на $ke^{i\pi}$.

$g_s(\xi) = -\frac{1}{2\pi}\int_{-\varkappa}^{\varkappa}dk\,e^{ik\xi}\frac{f(L\sqrt{k^2-\varkappa^2})}{(k^2-\varkappa^2)} - \frac{1}{\pi}\int_{\varkappa}^\infty dk\cos k\xi\,\frac{f(L\sqrt{k^2-\varkappa^2})}{(k^2-\varkappa^2)}$

Escaneado con CamScanner

August 29/XII
팔월

Note: $G(\vec{\rho}_1,\vec{\rho}_2) = \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k|\vec{\rho}_1-\vec{\rho}_2|)$ – ф-я Грина для $(\nabla^2+k^2)\psi(\vec{\rho})=0$

где $k_z(k) = \sqrt{x^2-k^2}$ зав. ф. от k.

8 AUGUST

수	목	금	토	일	월	화	수	목	금	토	일	월	화	수	목	금	토	일	월	화	수	목	금	토	일	월	화	수	목	금	토	일
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31		

27

$$e^{ik\xi} f(-ik_z L) = (\cos k\xi + i\sin k\xi)\left[1 - \frac{\sin k_z L}{k_z L} - 2i\frac{\sin^2\frac{1}{2}k_z L}{k_z L}\right] =$$

$$= \cos k\xi\left(1 - \frac{\sin k_z L}{k_z L}\right) - 2i\cos k\xi\frac{\sin^2\frac{1}{2}k_z L}{k_z L} + (\text{нечет. по } k_z \text{ ф-ция})$$

$$\Rightarrow g_s(\xi) = -\frac{1}{\pi}\int_0^x dk\,\frac{\cos k\xi}{(k^2-x^2)}\left[1 - \frac{\sin k_z L}{k_z L} - 2i\frac{\sin^2 k_z\frac{L}{2}}{k_z L}\right] -$$

$$-\frac{1}{\pi}\int_x^\infty dk\,\frac{\cos k\xi}{(k^2-x^2)} f(L\sqrt{k^2-x^2})$$

происхождение и смысл этой записи неясно

При $L\to 0$ $f(xL)\approx\frac{1}{2}xL$, $1-\frac{\sin k_z L}{k_z L} = 1-\frac{1}{x}\left(x-\frac{1}{3!}x^3\right) = \frac{1}{3!}k_z^2 L^2$

$\frac{\sin^2\frac{1}{2}x}{x} = \frac{1}{x}\left(\frac{1}{2}x\right)^2 = \frac{1}{4}x + O(x^3)$

28

$$g_s(\xi) = -\frac{1}{\pi}\int_0^x dk\,\frac{\cos k\xi}{(k^2-x^2)}\frac{1}{2}(-ik_z L) - \frac{1}{\pi}\int_x^\infty dk\,\frac{\cos k\xi}{(k^2-x^2)}\frac{1}{2}L\sqrt{k^2-x^2} =$$

$$= -\frac{i}{2\pi}L\int_0^x dk\,\frac{\cos k\xi}{\sqrt{x^2-k^2}} - \frac{1}{2\pi}L\int_x^\infty dk\,\frac{\cos k\xi}{\sqrt{k^2-x^2}} =$$

$$= -\frac{i}{2\pi}L\int_0^x dk\,\frac{\cos k\xi}{\sqrt{x^2-k^2}} - \frac{1}{2\pi}L\left(-\frac{\pi}{2}\right)N_0(x\xi) \quad \left[N_0(x) \underset{x\to 0}{=} \frac{2}{\pi}\left(\ln\frac{x}{2}+\gamma\right)+O(x^2)\right]$$

$$g_s(\xi) = \frac{L}{4}\left[N_0(x\xi) - i\frac{2}{\pi}\int_0^x dk\,\frac{\cos k\xi}{\sqrt{x^2-k^2}}\right] = \frac{L}{4}\left[N_0(x\xi) - iJ_0(x\xi)\right]$$

$J_0(x\xi)$? Да. ~~$g_s(\xi) = -\frac{i}{4}L H_0^{(1)}(x\xi)$~~ – ф. Ханкеля

29

Идея: найти ф-ю Грина $u(x)$, исходя из $\frac{1}{\lambda}g(x-x') = g_s(x-x')u(x')$ – неплоха, но тогда ф-я $u(x)$ должна быть нелокальной $u(x-x')$.

Для нелокал. потенциала УШ будет интегро-диф.

$$\Delta\psi + x^2\psi(x) = \int dx' u(x,x')\psi(x'), \quad \Delta \to \frac{\partial^2}{\partial x^2}.$$

и не видно, почему оно будет в пределе исходного ант. гр. для m_2

Для нелок. $u(x,x')$ ур. УШ

$\psi(x) = \int dx' \int dx'' G_0(xx')u(x'x'')\psi(x'')$ или $\psi(x) = \int dx'dx'' g_s^*(x-x')u(x'-x'')\psi$

$\langle\ldots\rangle_{x,y}$

или $\psi(x) = \int dx' g_n(x-x')\psi(x')$, $g_n(x-x') = \int dx'' g_s^*(x-x'')u(x''-x')$ и

$g_n(x-x')$ можно уже приравнивать к $\frac{1}{\lambda} g(x-x')$ исходного инт. ур.; чтобы найти $u(x-x')$ для ур. $u(x''-x') = u(x')\delta(x''-x')$ 2001 вок. предел.

9/SEPTEMBER

30. Если как раньше $u(r-r')$ зависит только от x, x', а $\psi(r) = \psi(x)$, то

$$\psi(x) = \frac{1}{L}\int dz dz' \frac{1}{e}\int dy dy' \int dx' G^*(r,r')\psi(x')$$

$$g_n(x,x') = \frac{1}{L}\int dz dz' \frac{1}{e} dy dy' G^*(r,r'), \quad G(r,r') = \int d^3r'' G(r,r'')u(r'',r') =$$

$$= \int dx''\left[\int dy'' dz'' G(r,r'')\right] u(x'',x')$$

$$g_n(x,x') = \frac{1}{Le}\int dz dz' \int dy dy' \int dx''\left[\int dy'' dz'' G(r,r'')\right] u(x'',x') =$$

$$= \left|\text{от } z', y' \text{ ничего не зависит}\right| = \int dz dz'' \int dy dy'' \int dx'' G(r,r'')u(x'',x'), \text{ т.е.}$$

31 $g_s^*(x,x'') = \int dz dz'' \int dy dy'' G(r,r'') = Le \cdot g_s(x,x'')$, $g_s(\xi)$ — функция.

$\frac{1}{\lambda} g(x,x') = g_n(x,x') = \int dx'' g_s^*(x,x'')\, u(x'',x')$ и $\psi(x) \to m(x)$ при $x \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$

$$\frac{1}{\lambda}\frac{2}{\rho}\ln\left[\frac{\xi^2}{\xi^2+\rho^2}\right] = \int_{-1/2}^{1/2} dx'' g_s^*(x-x'')\, u(x''-x')$$

$\psi(x)$ переходит в $m(x)$ в квазиклас. пределе, а $x = \pm\frac{1}{2}$ точки поворота.

Лок. предел $u(x''-x') = u(x')\delta(x''-x')$ приводит к $\frac{1}{\lambda} g(\xi) = u(x) g_s^*(\xi)$, $\xi = x - x'$ и решается лишь при $u(x') = \text{const}$.

1 $\psi(x)$ определена при $x \in (-\infty, \infty)$, тогда $(\pm\frac{1}{2}) \to (\pm\infty)$ предел.

$$\frac{1}{\lambda} g(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} dx'' g_s^*(x-x'')\, u(x''-x') = \int_{-\infty}^{\infty} dt\, g_s^*(\xi - t)\, u(t), \quad (t = x''-x')$$

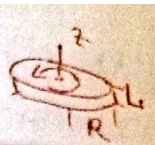
стационар. уравнение Фредг. I рода для $u(t)$ — эф. потенциала.

2 Оно легко решается преобраз. Фурье по ξ, t.

$$\frac{1}{\lambda} g(q) = g_s^*(q)\, u(q), \quad u(q) = \frac{1}{\lambda}\frac{g(q)}{g_s^*(q)}$$

$$u(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} dq\, u(q)\cos q\xi = \frac{A}{\lambda}\int_0^{\infty} dq \cos(q\xi)\left[\frac{e^{-pq}-1}{pq}\right]\frac{(q^2-\varkappa^2)}{f(p\sqrt{q^2-\varkappa^2})}$$ — сходимость сомнит.?

подынтеграл. функция $\sim q$ при $q \gg \varkappa$, интеграл расходится. (?)



3 Радиальная мода ("breath" mode) колебаний vortex'а. Качественный подход.

$$m_x + i m_y = \frac{2W(z,\bar z)}{1+|W|^2}, \quad m_z = \frac{1-|W|^2}{1+|W|^2}, \quad \vec m^2 = 1,$$

$$W(z,\bar z) = \left\{ \begin{matrix} f(z), & |f(z)| \le 1 \\ \frac{f(z)}{|f(z)|}, & |f(z)| > 1 \end{matrix} \right\}, \quad W(z,\bar z) = tg\tfrac{1}{2}\theta(x,y)\cdot e^{i\varphi(x,y)}$$

$$m_x + i m_y = \sin\theta e^{i\Phi}, \quad m_z = \cos\theta(x,y), \quad |\rho| = |z|, \quad z = \rho e^{i\varphi}.$$

"Rigid" vortex model: $f(z) = \frac{i}{c}(z-s)$, "c" – vortex core radius, "s" – vortex shift в ед. R – (для радиус).

4 → Чтобы $s=0$ нова – centered vortex уравн. в статике. Колебаться будет только "c" (!)

Ур. Л.Л. $-\frac{1}{\gamma}\frac{d\vec m}{dt} = \vec m \times \left(-\frac{\partial W}{\partial \vec m}\right)$, $W(\vec m)$ – полная энергия для распределения $\vec m(\vec\rho, t)$.

$f(z,t) = i\frac{z}{c(t)}$ задает $w(z,\bar z,t)$ и $\Rightarrow \vec m(\vec\rho, t)$ в доке.

$\underset{(t)}{\vec m} = \vec m_0 + \vec\mu(t)$, $\vec m_0(\vec\rho)$ – распр. уравн. с $\frac{\partial W}{\partial c} = 0$, $c = c_0$.

c_0 – равновесное значение "core" радиуса.

$$W(c) = W(c_0) + \frac{1}{2} W_c''(c_0)(c-c_0)^2, \quad W_c'(c_0) = 0.$$

5 $\vec\mu \sim (c-c_0) = \Delta$. $\frac{\partial W}{\partial \vec m} = \frac{\partial W}{\partial c}\frac{\partial c}{\partial \vec m}$ – ?

$$\frac{1}{\gamma}\frac{d\vec m}{dt} = (\vec m_0 + \vec\mu)\times\frac{\partial W}{\partial \vec m} = \vec m_0 \times \frac{\partial W}{\partial \vec m} + \vec\mu \times \left(\frac{\partial W}{\partial \vec m}\right)_0$$

В равновесии $c = c_0$, $\vec\mu = 0$, $\vec m_0 \times \left(\frac{\partial W}{\partial \vec m}\right)_0 = 0$, $\left(\frac{\partial W}{\partial \vec m}\right)_0 \overset{\text{нет}}{=} 0$.

Вместо $\frac{d\vec m}{dt}$ надо аккуратно ввести $\frac{dc}{dt}$.

Лагранж. $\mathcal{L}(\vec m) = \frac{1}{\gamma}(1-\cos\theta)\frac{\partial\Phi}{\partial t} - W(\theta,\Phi)$, $\vec m(\theta,\Phi)$,

может продеваться как функционал: $c, \dot c$? $\Phi = \Phi_0 + \nu\varphi$

Может не только "c" но и Φ_0 должно колебаться?

Escaneado con CamScanner

6 Проверка, записывание вопросов и замечаний Бу (Плачу - Zapol по vortex-dynamics в сим. даже (см. 25/XII)

Замечание $\varphi \to \Phi$, $\psi \to \varphi$. (ρ, Φ) - полярные координаты.

$\Theta(x,y) = \Theta(\rho,\varphi) = \Theta_0(\rho) + \vartheta(\rho,\varphi)$; $\Phi(\rho,\varphi) = \varphi + \frac{\pi}{2} + \psi(\rho,\varphi)$

$\Theta_0(\rho)$ и $\Phi_0 = \varphi + \pi/2$ соответ. centered vortex (Уравн. Scheibe)

Можно SW добавим $\vartheta(\vec{\rho},t)$ и $\psi(\vec{\rho},t)$ или $\mu(\vec{\rho},t) = -\sin\Theta_0(\rho)\,\psi(\vec{\rho},t)$.

$\vec{m} = \frac{\vec{M}}{M_s} = \vec{m}_0 + \delta\vec{m}$, $\delta\vec{m} = \mu\hat{\rho} + \vartheta\cos\Theta_0\hat{\varphi} - \vartheta\sin\Theta_0\hat{z}$

→ См. „New vortex" от 22/IV и далее. 24/IV др. а будущ.

7 Записать для $\vec{m}(\rho)$ - Фурье-изображение, что подходит для описания радиально-сим. SW модов. $\vec{m}(\rho)$ - амплитуда

$W_{ex} = \frac{1}{2} C L \int d^2\vec{\rho}\,\left[(\nabla\Theta)^2 + \sin^2\Theta\,(\nabla\Phi)^2\right]$

$W_m = -\frac{1}{2} L \int d^2\vec{\rho}\;\vec{H}_m(\vec{\rho})\,\vec{M}(\vec{\rho})$, $\vec{M}$ осц. не зависит, а $H_m(\vec{\rho}) = \langle H_m(\vec{r}')\rangle_z$

$W = W_{ex} + W_m$.

Магн. ФГ полная $G_{\alpha\beta}(r,r') = -(\nabla_r)_\alpha\,(\nabla_{r'})_\beta \frac{1}{|r-r'|}$,

$\alpha,\beta = \rho,\varphi,z$ или x,y,z. $\vec{H}_{ef} = \vec{H}_{ex} + \vec{H}_m$.

Фурье 8 $\hat{g}_{\alpha\beta}(\rho\rho',z) = \int dz'd\varphi'\,G_{\alpha\beta}(r,r')$, $g_{\alpha\beta}(\rho\rho') = \frac{1}{L}\int dz\,\hat{g}_{\alpha\beta}(\rho\rho',z)$

$-\frac{1}{\gamma}\frac{d\vec{m}}{dt} = \vec{m}\times\vec{H}_{ef}$, $\vec{m} = m_\rho\hat{\rho} + m_\varphi\hat{\varphi} + m_z\hat{z}$

9 (1) $-\frac{1}{\gamma}\frac{dm_\rho}{dt} = (\vec{m}\times\vec{H}_{ef})_\rho = m_\varphi H_{ef}^z - m_z H_{ef}^\varphi = \alpha\Big[m_\varphi\nabla^2 m_z - m_z\nabla^2 m_\varphi + \frac{1}{\rho^2} m_z m_\varphi\Big] + m_\varphi\Big[\int d\rho'\rho'\,\hat{g}_{z\varphi}(\rho\rho',z)\,m_\rho(\rho') + \int d\rho'\rho'\,\hat{g}_{zz}(\rho\rho',z)\,m_z(\rho')\Big]$

(2) $-\frac{1}{\gamma}\frac{dm_\varphi}{dt} = (\vec{m}\times\vec{H}_{ef})_\varphi = m_z H_{ef}^\rho - m_\rho H_{ef}^z = \alpha\Big[m_z\nabla^2 m_\rho - m_\rho\nabla^2 m_z - \frac{1}{\rho^2} m_z m_\rho\Big] + m_z\Big[\int d\rho'\rho'\,\hat{g}_{\rho\rho}\,m_\rho(\rho') + \int d\rho'\rho'\,\hat{g}_{\rho z}\,m_z(\rho')\Big] - m_\rho\Big[\int d\rho'\rho'\,\hat{g}_{z\rho}\,m_\rho(\rho') + \int d\rho'\rho'\,\hat{g}_{zz}\,m_z(\rho')\Big]$

10 $(*) - \frac{1}{\delta}\frac{dm_z}{dt} = m_\rho H^\varphi_{eff} - m_\varphi H^\rho_{eff} = \alpha\left[m_\rho \nabla^2 m_\varphi - m_\varphi \nabla^2 m_\rho\right] +$

$+ (-1) m_\varphi \left[\int d\rho' \rho' \hat{g}_{\rho\rho} m_\rho(\rho') + \int d\rho' \rho' \hat{g}_{\rho z} m_z(\rho')\right]$

→ Усреднение ур-я по z'' $\langle \dots \rangle_z$ дает ($\hat{g}_{\alpha z} = 0$ если $\alpha \neq z$):

a) $-\frac{1}{\delta}\frac{dm_\rho}{dt} = \alpha\left[m_\varphi \nabla^2 m_z - m_z \nabla^2 m_\varphi + \frac{1}{\rho^2} m_z m_\varphi\right] + m_\varphi \int d\rho' \rho' g_{zz}(\rho\rho') m_z(\rho')$

b) $-\frac{1}{\delta}\frac{dm_\varphi}{dt} = \alpha\left[m_z \nabla^2 m_\rho - m_\rho \nabla m_z - \frac{1}{\rho^2} m_z m_\rho\right] + m_z \int d\rho' \rho' g_{\rho\rho} m_\rho(\rho') - m_\rho \int d\rho' \rho' g_{zz} m_z$

$-\frac{1}{\delta}\frac{dm_z}{dt} = \alpha\left[m_\rho \nabla^2 m_\varphi - m_\varphi \nabla^2 m_\rho\right] - m_\varphi \int d\rho' \rho' g_{\rho\rho} m_\rho(\rho')$

11 Имеем ур-е (1) при $\frac{dm_\rho}{dt} = 0$ и используем S/V для получения уравнения $\theta(\rho)$ для "new vortex".

Если $\vec{m}(\rho)$ плоское, то $\nabla^2 = \Delta = \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \rho}$

Надо спроецировать $\vec{m}(\theta,\Phi)$

$$\begin{cases} m_z = \cos\theta \\ m_\rho = m_x \cos\varphi + m_y \sin\varphi = \sin\theta \cos(\Phi - \varphi) \\ m_\varphi = -m_x \sin\varphi + m_y \cos\varphi = \sin\theta \sin(\Phi - \varphi) \end{cases}$$

Для равновесия $\theta_0(\rho)$, $\Phi_0(\varphi) = \varphi + \frac{\pi}{2}$, $m_z^0 = \cos\theta_0(\rho)$, $m_\varphi^0 = \sin\theta_0(\rho)$

$$\theta(\rho,\varphi,t) = \theta_0(\rho) + \psi(\rho,t), \quad \Phi(\rho,\varphi) = \varphi + \frac{\pi}{2} + \psi(\rho,t)$$

12 Покажем, что SW добавки θ и ψ не зависят от φ и $\Rightarrow \vec{m} = f(\rho)$ только, $\theta, \psi \ll 1$ – линеаризация.

$$\begin{cases} m_z = \cos\theta = \cos(\theta_0 + \theta) = -\theta \sin\theta_0 + \cos\theta_0 = m_z^0 + \delta m_z \\ m_\rho = \sin\theta \cos(\pi/2 + \psi) = -\sin\theta \cdot \sin\psi = -\psi \sin\theta_0 = \delta m_\rho \ (!) \\ m_\varphi = \sin\theta \sin(\pi/2 + \psi) = \sin\theta \cos\psi = \sin(\theta_0 + \theta) = \sin\theta_0 + \cos\theta_0 \cdot \theta = \\ \qquad = m_\varphi^0 + \delta m_\varphi, \end{cases}$$

→ то совпад. с Eq. (3) Иванова. $\delta\vec{m} = \vec{\mu}$

→ Предположим пока даже $\psi = 0$, т.е. $m_\rho = 0$ (!), это как можно только в скалке, что и сделал S/V.

$$\mathrm{Exch}\left[m_\varphi \nabla^2 m_z - m_z \nabla^2 m_\varphi + \frac{1}{\rho^2} m_z m_\varphi\right] = (m_\varphi^0 + \mu_\varphi)\nabla^2(m_z^0 + \mu_z) -$$

$$- (m_z^0 + \mu_z)\nabla^2(m_\varphi^0 + \mu_\varphi) + \frac{1}{\rho^2}(m_z^0 + \mu_z)(m_\varphi^0 + \mu_\varphi) = [\dots]_0 +$$

Escaneado con CamScanner

$\nabla^2(f_1 f_2) = f_1 \nabla^2 f_2 + f_2 \nabla^2 f_1 + 2 \nabla f_1 \cdot \nabla f_2$ $\begin{cases} m_z^0 = \cos\theta_0 \\ m_x^0 = \sin\theta_0 \\ m_y^0 = 0 \end{cases}$ 2001

10 [illegible]

13 $+ \mu_\varphi \nabla^2 m_z^0 + m_\varphi^0 \nabla^2 \mu_z - \mu_z \nabla^2 m_\varphi^0 - m_z^0 \nabla^2 \mu_\varphi +$

$+ \frac{1}{\rho^2}(\mu_z m_\varphi^0 + \mu_\varphi m_z^0) = \left| \begin{matrix} \mu_\varphi = \psi m_z^0, \ \mu_\rho = -\psi \sin\theta_0 \\ \mu_z = -\psi \sin\theta_0 = -\psi m_\varphi^0 \end{matrix} \right| =$

$= \psi m_z^0 \nabla^2 m_z^0 - m_z^0 \nabla^2(\psi m_z^0) + m_\varphi^0 \nabla^2(-\psi \sin\theta_0) + \psi \sin\theta_0 \nabla^2 m_\varphi^0 +$

$+ \frac{1}{\rho^2}(-\psi \sin^2\theta_0 + \psi \cos^2\theta_0) - m_z^0 \left[\psi \nabla^2 m_z^0 - \nabla^2(\psi m_z^0) \right] +$

$+ m_\varphi^0 \left[-\nabla^2(\psi m_\varphi^0) + \psi \nabla^2 m_\varphi^0 \right] + \frac{\cos 2\theta_0}{\rho^2} \psi = \left| m_z^{02} + m_\varphi^{02} = 1 \right| =$

$= m_z^0 \left[-m_z^0 \nabla^2 \psi - 2 \nabla m_z^0 \cdot \nabla \psi \right] + m_\varphi^0 \left[-m_\varphi^0 \nabla^2 \psi - 2 \nabla m_\varphi^0 \cdot \nabla \psi \right] +$

$+ \frac{\cos 2\theta_0}{\rho^2} \psi = -\nabla^2 \psi - 2 \nabla \psi \cdot (m_z^0 \nabla m_z^0 + m_\varphi^0 \nabla m_\varphi^0) + \frac{\cos 2\theta_0}{\rho^2} \psi =$

14 $= -\nabla^2 \psi + \frac{\cos 2\theta_0}{\rho^2} \psi$, что совп. с ТВ б/м, где $\theta = \theta_{us} + \delta$ (!)

Напомним: $m_\varphi \Gamma_{zz} m_z = (m_\varphi^0 + \mu_\varphi) \Gamma_{zz} (m_z^0 + \mu_z) = [\dots]_0 +$

$+ m_\varphi^0 \Gamma_{zz} \mu_z + \mu_\varphi \Gamma_{zz} m_z^0$

→ (напомним, что все статич. члены $[\dots]_0$ типа самосогласования, т.е. $\theta_0(\rho)$, Φ_0 удовлетв. ур. Брауна (Эйлера), это дает решения Усова $\theta_{us}(\rho)$, Φ_{us}. Вычисление лишь приблизительно.

15 (!) $-\frac{1}{\delta} \frac{d\mu_\rho}{dt} = \alpha \left[-\nabla^2 \psi + \frac{\cos 2\theta_0}{\rho^2} \psi \right] + \sin\theta_0 \int d\rho' \rho' g_{zz} (-\psi \sin\theta_0) +$

$+ \psi \cos\theta_0 \int d\rho' \rho' g_{zz} \cos\theta_0$

$-\frac{1}{\delta} \frac{d\mu_\rho}{dt} = \alpha \left[-\nabla^2 \psi + \frac{\cos 2\theta_0}{\rho^2} \psi \right] + \psi \cos\theta_0 \int d\rho' \rho' g_{zz}(\rho\rho') \cos\theta_0(\rho') -$

$- \sin\theta_0 \int d\rho' \rho' g_{zz}(\rho\rho') \psi(\rho') \sin\theta_0(\rho')$ (*)

16 При $\beta \to 0$ $g_{zz}(\rho\rho') = -\frac{4\pi}{\rho} \delta(\rho - \rho')$ получим из ур. ур.:

(!) $-\frac{1}{\delta d} \frac{d\mu_\rho}{dt} = -\nabla^2 \psi + \left(\frac{1}{\rho^2} - \frac{4\pi}{\alpha} \right) \cos 2\theta_0 \cdot \psi$

$\left[m_z \nabla^2 m_\rho - m_\rho \nabla^2 m_z - \frac{1}{\rho^2} m_z m_\rho \right] = m_z^0 \nabla^2 \mu_\rho - \mu_\rho \nabla^2 m_z^0 - \frac{1}{\rho^2} m_z^0 \mu_\rho$

$\left[m_\rho \nabla^2 m_\varphi - m_\varphi \nabla^2 m_\rho \right] = \mu_\rho \nabla^2 m_\varphi^0 - m_\varphi^0 \nabla^2 \mu_\rho$

Escaneado con CamScanner

Здесь $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \rho}$, так как нас зависимость $\vec{m}$ от φ

(2) **17** $-\frac{1}{\gamma}\frac{d\mu_z}{dt} = \alpha\left[m_z^0 \nabla^2 \mu_\rho - \mu_\rho \nabla^2 m_z^0 - \frac{m_z^0}{\rho^2}\mu_\rho\right] + m_z^0 \int d\rho' \rho' g_{\rho\rho} \mu_\rho(\rho') -$
$-\mu_\rho \int d\rho' \rho' g_{zz} m_z^0(\rho')$

(3) $-\frac{1}{\gamma}\frac{d\mu_\varphi}{dt} = \alpha\left[\mu_\rho \nabla^2 m_\varphi^0 - m_\varphi^0 \nabla^2 \mu_\rho\right] - m_\varphi^0 \int d\rho' \rho' g_{\rho\rho} \mu_\rho(\rho')$

Из μ_φ и μ_z надо сделать $\ell\ell$:

$\mu_\varphi m_z^0 - \mu_z m_\varphi^0 = \ell\ell (m_z^0)^2 + \ell\ell (m_\varphi^0)^2 = \ell\ell$. $(2)\cdot m_z^0 - (3) m_\varphi^0 =$

$-\frac{1}{\gamma}\frac{d\ell\ell}{dt} = \alpha\left[(m_z^0)^2 \nabla^2 \mu_\rho - m_z^0 \mu_\rho \nabla^2 m_z^0 - \frac{(m_z^0)^2}{\rho^2}\mu_\rho - m_\varphi^0 \mu_\rho \nabla^2 m_\varphi^0 + \right.$

$\left. + (m_\varphi^0)^2 \nabla^2 \mu_\rho\right] + (m_z^0)^2 \int d\rho' \rho' g_{\rho\rho} \mu_\rho - m_z^0 \mu_\rho \int d\rho' \rho' g_{zz} m_z^0 + (m_\varphi^0)^2 \int$

(4) **18** $-\frac{1}{\gamma}\frac{d\ell\ell}{dt} = \alpha\left[\nabla^2 \mu_\rho - \mu_\rho\left(m_z^0 \nabla^2 m_z^0 + m_\varphi^0 \nabla^2 m_\varphi^0\right) - \frac{(m_z^0)^2}{\rho^2}\mu_\rho\right] +$

$+ \int d\rho' \rho' g_{\rho\rho}(\rho\rho') \mu_\rho(\rho') - m_z^0 \mu_\rho \int d\rho' \rho' g_{zz}(\rho\rho') m_z^0(\rho')$

т.к. $m_z^0 \nabla^2 m_z^0 + m_\varphi^0 \nabla^2 m_\varphi^0 = -(\nabla m_z^0)^2 - (\nabla m_\varphi^0)^2 = -\left(\frac{\partial m_z^0}{\partial \rho}\right)^2 - \left(\frac{\partial m_\varphi^0}{\partial \rho}\right)^2 =$
$= -(\theta_0')^2 = -(\nabla$

$-\frac{1}{\gamma}\frac{d\ell\ell}{dt} = \alpha\left[\nabla^2 \mu_\rho + (\nabla\theta_0)^2 \mu_\rho - \frac{\cos^2\theta_0}{\rho^2}\mu_\rho\right] + \int d\rho' \rho' g_{\rho\rho} \mu_\rho(\rho') - \cos\theta_0 \mu_\rho \int d\rho' \rho' g_{zz} \cos$

(*), (**) – уравнения движения для $\ell\ell$ и $\mu_\rho = -\psi' \sin\theta_0 =$ (**)

19 При $\rho \to 0$ (**) дает: $Sp\, g_{\alpha\beta}(\rho\rho') = g_{zz}(\rho\rho') + g_{\rho\rho}(\rho\rho') = -\frac{4\pi}{\rho}\delta(\rho$

Согласно 24/IV: $g_{\rho\rho}(\rho\rho') = -4\pi \int_0^\infty dk k J_1(k\rho) J_1(k\rho') f(kL)$

$g_{zz}(\rho,\rho') = -\frac{4\pi}{L}\int dk \left[1 - e^{-kL}\right] J_0(k\rho) J_0(k\rho')$, $g_{\rho\rho}(\rho\rho') \xrightarrow[\rho\to 0]{} 0$.

$-\frac{1}{\gamma}\frac{d\ell\ell}{dt} = \alpha\left[\nabla^2 \mu_\rho + (\nabla\theta_0)^2 \mu_\rho - \frac{\cos^2\theta_0}{\rho^2}\mu_\rho\right] + (-1)\cos\theta_0 \mu_\rho \int d\rho' \rho' \left(-\frac{4\pi}{\rho}\delta(\rho - \rho')\right)$

$$\begin{cases} -\frac{1}{\alpha\gamma}\frac{d\ell\ell}{dt} = \nabla^2 \mu_\rho + (\nabla\theta_0)^2 \mu_\rho + \left(\frac{4\pi}{\alpha} - \frac{1}{\rho^2}\right)\cos^2\theta_0 \cdot \mu_\rho \\ -\frac{1}{\alpha\gamma}\frac{d\mu_\rho}{dt} = \nabla^2 \ell\ell + \left(\frac{1}{\rho^2} - \frac{4\pi}{\alpha}\right)\cos 2\theta_0 \cdot \ell\ell \end{cases}$$ Система УД при $\mu \rho \to 0$.

Escaneado con CamScanner

20 $\varkappa^2 = \frac{4\pi}{\alpha} + 4\pi\frac{1}{R_0^2}$. Надо сравнить $4\pi\frac{\rho^2}{R_0^2}$ с 1. И $b_s(L\to 0) \approx 0{,}6R_0$.

Функции $\psi(\rho)$, $\mu(\rho)$ сосредоточены вблизи $\rho \approx b$ границы core/vortex. Тогда $4\pi\left(\frac{b}{R_0}\right)^2 = 4\pi\left(\frac{0{,}6R_0}{R_0}\right)^2 \leqq 4\pi\cdot 0{,}36 \simeq 4{,}5 \gg 1$

Решение (сопоставление by Schulz) в немного большем виде, чем у нас: предел $4\pi\left(\frac{b}{R_0}\right)^2 \gg 1$.

$\psi(t) \sim e^{i\omega t} \to \mu_\rho(t) \sim e^{i\omega t}$.

$$\left.\begin{aligned} -i\frac{\omega}{\gamma}\psi\frac{1}{\alpha} &= \nabla^2\mu_\rho + (\nabla\theta_0)^2\mu_\rho + \left(\frac{4\pi}{\alpha} - \frac{1}{\rho^2}\right)\cos^2\theta_0\cdot\mu_\rho \\ -i\frac{\omega}{\gamma}\mu_\rho\frac{1}{\alpha} &= -\nabla^2\psi + \left(\frac{1}{\rho^2} - \frac{4\pi}{\alpha}\right)\cos 2\theta_0\cdot\psi \end{aligned}\right\} \quad (***)$$

21 Используем 1-ый интеграл от ϑ/ν с $\theta_0(R)=\pi/2$, $\theta_0'(R)=0$

$$\frac{1}{2}\left[\rho^2(\theta_0')^2 - \sin^2\theta_0(\rho)\right] + \frac{1}{2}\varkappa^2\rho^2\sin^2\theta_0(\rho) - \varkappa^2\int_0^\rho d\rho\,\rho\sin^2\theta_0(\rho) =$$

$$= -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\varkappa^2R^2 - \varkappa^2\int_0^R d\rho\,\rho\sin^2\theta_0(\rho)$$

$$\rho^2(\theta_0')^2 = \sin^2\theta_0(\rho) - 1 + \varkappa^2\left[R^2 - \rho^2\sin^2\theta_0(\rho)\right] - 2\varkappa^2\left[\int_0^R d\rho\,\rho\sin^2\theta_0 - \int_0^\rho d\rho\,\rho\sin^2\theta_0\right]$$

$$\to \rho^2(\theta_0')^2 = -\cos^2\theta_0 + \varkappa^2R^2\left[1 - \frac{\rho^2}{R^2}\sin^2\theta_0(\rho)\right] - 2\varkappa^2\int_\rho^R d\rho\,\rho\sin^2\theta_0(\rho)$$

$\rho \geqslant b$, $\theta_0 \approx \pi/2$, $\rho \gtrsim b$

$$\rho^2(\theta_0')^2 = -\cos^2\theta_0 + \varkappa^2R^2 - 2\varkappa^2\frac{1}{2}(R^2-\rho^2) = -\cos^2\theta_0 + \varkappa^2\rho^2$$

22 $(\nabla\theta_0)^2 = \varkappa^2 - \frac{1}{\rho^2}\cos^2\theta_0 \approx \varkappa^2 = \frac{4\pi}{\alpha}$ при $\rho\to 0$ — поверхн. см. 4/I

Поищем магнитостат. моду с $\nabla^2\mu, \nabla^2\psi \approx 0$ и $\theta_0 \approx \pi/2$

$$\left.\begin{aligned} -i\frac{\omega}{\gamma}\psi\frac{1}{\alpha} &= \varkappa^2\mu_\rho \\ -i\frac{\omega}{\gamma}\mu_\rho\frac{1}{\alpha} &= -\frac{4\pi}{\alpha}(-1)\psi = \varkappa^2\psi \end{aligned}\right\} \quad \begin{pmatrix} 4\pi & -i\frac{\omega}{\gamma} \\ i\frac{\omega}{\gamma} & 4\pi \end{pmatrix}\begin{pmatrix}\mu_\rho \\ \psi\end{pmatrix} = 0$$

Знак найти

23 $\det R(\omega) = (4\pi)^2 - \frac{\omega^2}{\gamma^2} = 0$, $\frac{\omega_0}{\gamma} = 4\pi M_s$ — частота радиальной моды при $\beta\to 0$ и в магнитостат. пределе

Ив. $\omega_0 = \omega_M$, для FeM: $\frac{\omega_0}{2\pi} \approx 30\ GHz$ (!).

(Ивантеев, на ЗАТО некорр.)

У Иванова $\frac{\omega_0}{\gamma} = 4M_s\sqrt{\pi\beta\ln\frac{4}{\beta}} \xrightarrow[\beta\to 0]{} 0$, что нефизично,

ведь для $L \lesssim R_0$, $R_0 \ll R$, $L/R \ll 1$ низкой моды зав. translation mode.

Escaneado con CamScanner

24 Проверка exch. part. в УД в θ, φ переменных.

Kosevich et al. Физ. маг. по солитонам, 1990:

$$\begin{cases} \Delta\theta - \left[\frac{1}{l_0^2} + (\nabla\varphi)^2\right]\sin\theta\cos\theta = \frac{(-1)}{\omega_0 l_0^2}\sin\theta\frac{\partial\varphi}{\partial t} \\ \operatorname{div}\left[\sin^2\theta\cdot\nabla\varphi\right] = \frac{1}{\omega_0 l_0^2}\frac{\partial\theta}{\partial t}\cdot\sin\theta \end{cases}$$

где $\mathcal{L} = \frac{M_s}{\gamma}(1-\cos\theta)\frac{\partial\varphi}{\partial t} - W(\theta,\varphi)$, $\vec{m}(\theta,\varphi)$,

$\sin\theta\frac{\partial\theta}{\partial t} = -\frac{\gamma}{M_s}\frac{\delta E}{\delta\varphi}$, $\sin\theta\frac{\partial\varphi}{\partial t} = \frac{\gamma}{M_s}\frac{\delta E}{\delta\theta}$, $E = \int d^3x\, W(\theta,\varphi)$.

25 $\frac{\omega_0}{\gamma} = \beta M_s$, $l_0^2 = \frac{\alpha}{\beta}$, $E = \frac{1}{2}\int d^3x\left[\alpha(\nabla M_i)^2 - \beta M_z^2\right]$

(константа анизотропии).

$\omega_0 l_0^2 = \gamma\beta M_s\frac{\alpha}{\beta} = \gamma\alpha M_s$. Если $\beta \to -4\pi$, $l_0^2 = -\frac{\alpha}{4\pi} = -\frac{1}{2\pi^2} = -$

R_0 – exch. length

Два vortex: $\Phi(\vec{\rho}) = \varphi + \pi/2 + \psi(\rho,t)$, $\Theta(\vec{\rho}) = \theta_0(\rho) + \theta(\rho,t)$

$\operatorname{div}(f\vec{F}) = f\operatorname{div}\vec{F} + \nabla f\cdot\vec{F}$

$\nabla\Phi = \left(\frac{\partial}{\partial\rho}\hat{\rho} + \hat{\varphi}\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\varphi} + \hat{z}\frac{\partial}{\partial z}\right)\Phi = \hat{\rho}\frac{\partial\psi}{\partial\rho} + \hat{\varphi}\frac{1}{\rho}$

$(\nabla\Phi)^2 = \frac{1}{\rho^2} + \left(\frac{\partial\psi}{\partial\rho}\right)^2 = \frac{1}{\rho^2}$ в лин. приближении.

26 $\operatorname{div}(\sin^2\theta\cdot\nabla\Phi) = \sin^2\theta\,\nabla^2\Phi + \nabla(\sin^2\theta)\cdot\nabla\Phi =$

$= \sin^2\theta\cdot\nabla^2\Phi + \sin 2\theta\cdot\nabla\theta\cdot\nabla\Phi = \sin^2\theta\cdot\nabla^2\Phi + \frac{\partial\theta}{\partial\rho}\frac{\partial\psi}{\partial\rho}\sin 2\theta$

$$\begin{cases} -\frac{1}{\gamma\alpha M_s}\sin\theta\frac{\partial\Phi}{\partial t} = \nabla^2\theta - \left[\frac{1}{l_0^2} + \frac{1}{\rho^2}\right]\sin\theta\cos\theta \\ \frac{1}{\gamma\alpha M_s}\sin\theta\frac{\partial\theta}{\partial t} = \sin^2\theta\cdot\nabla^2\Phi + \sin 2\theta\,\nabla\theta\cdot\nabla\Phi \end{cases}$$

В сфер. случае с уравн. $l_0^2 = -\frac{1}{\varkappa^2}$: $\nabla^2\theta_0 + \left(\varkappa^2 - \frac{1}{\rho^2}\right)\sin\theta_0\cos\theta_0 = 0$

– ур-е на "new vortex" при локальном пределе $\beta \to 0$, $g_{zz} \to -\frac{4\pi}{\beta}$ (

$\nabla^2\Phi = \frac{\partial^2\psi}{\partial\rho^2} \sim \psi$, $\nabla\theta\cdot\nabla\Phi = \frac{\partial\theta}{\partial\rho}\hat{\rho}\left(\hat{\rho}\frac{\partial\psi}{\partial\rho} + \frac{\hat{\varphi}}{\rho}\right) = \frac{\partial\theta}{\partial\rho}\frac{\partial\psi}{\partial\rho}$ и

$\to 0$ при $\psi = 0$ – сферич. случай.

Escaneado con CamScanner

27 В статье PRB'98 - Ivanov $l_0^2 = -r_v^2$, $\omega_0 l_0^2 = -\omega_0 r_v^2 = -c r_v$, что соответ. ПЛН антиферромаг.

$\sin\theta\cos\theta = \frac{1}{2}\sin 2\theta = \frac{1}{2}\sin 2(\theta_0 + \ell\ell) = \frac{1}{2}\sin 2\theta_0 + \ell\ell\cos 2\theta_0$

$$\Rightarrow \begin{cases} -\frac{1}{\gamma_d M_s}\sin\theta_0 \frac{\partial\psi}{\partial t} = \nabla^2 U + \left(\varkappa^2 - \frac{1}{\rho^2}\right)\ell\ell\cos 2\theta_0 \\ +\frac{1}{\gamma_d M_s}\frac{\partial \ell\ell}{\partial t} = \sin\theta_0 \nabla^2\Phi + 2\cos\theta_0 \nabla\theta_0 \cdot \nabla\Phi \end{cases} \rightarrow \text{совп. с ур. на } \mu_\rho = -\psi\sin\theta_0$$

$\operatorname{div}(\sin^2\theta_0 \nabla\Phi) = \operatorname{div}[\,\cdot\,]$, $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}$ здесь.

$\nabla^2\mu_\rho = \nabla^2(\psi\sin\theta_0) = \sin\theta_0\nabla^2\psi + 2\nabla(\sin\theta_0)\cdot\nabla\psi + \psi\nabla^2(\sin\theta_0)$

28 $\nabla\theta_0 = \frac{\partial\theta_0}{\partial\rho}\hat{\rho}$ и $\nabla\theta_0\cdot\nabla\psi = \nabla\theta_0\cdot\nabla\Phi$, $\nabla^2\Phi = \nabla^2\psi$

$\sin\theta_0\nabla^2\Phi + 2\nabla(\sin\theta_0)\nabla\Phi = -\nabla^2\mu_\rho - \psi\nabla^2(\sin\theta_0) =$

$= -\nabla^2\mu_\rho + \frac{\mu_\rho}{\sin\theta_0}\nabla^2(\sin\theta_0)$

$\nabla^2(\sin\theta_0) = \left(\frac{\partial^2}{\partial\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\right)\sin\theta_0 = -\sin\theta_0(\theta_0')^2 + \cos\theta_0\left(\theta_0'' + \frac{1}{\rho}\theta_0'\right)$

$= -\sin\theta_0(\theta_0')^2 + \cos\theta_0\nabla^2\theta_0 = \left|\nabla^2\theta_0 = -\left(\varkappa^2 - \frac{1}{\rho^2}\right)\sin\theta_0\cos\theta_0\right| =$

$= -\sin\theta_0(\theta_0')^2 + \cos^2\theta_0\left(\frac{1}{\rho^2} - \varkappa^2\right)\sin\theta_0$

$\frac{1}{\gamma_d M_s}\frac{\partial \ell\ell}{\partial t} = -\nabla^2\mu_\rho + \frac{\mu_\rho}{\sin\theta_0}\nabla^2(\sin\theta_0) = -\nabla^2\mu_\rho + \mu_\rho\left[-(\theta_0')^2 + \cos^2\theta_0\left(\frac{1}{\rho^2} - \varkappa^2\right)\right]$

29 Это уравнение также совпадает с тем, что от 30/XII для предела $\beta \to 0$ (когда магнитостатика сводится к антиферромагн. ПЛН).

Выводы: •1) Общие части уравнений для $\ell\ell, \mu_\rho$ 30/XII и предел магнитостат. части были 30/XII получены верно. ($\beta \to 0$)

30 •2) $\psi = 0, \mu_\rho = 0$, что соответ. колебаниям только vortex core radius "c", невозможно. При возникновении динам. $\ell\ell$ возникает динам. $\delta m_\rho = \mu_\rho$.

•3) подход 29/XII отн. с применением (динам.) core радиус "c" (≈ $w(z,\bar{z})$) проходит лишь при $c = |c|e^{i\alpha}$ - комплекс. "c".

Точка $m_\rho = m_x\cos\varphi + m_y\sin\varphi \sim \cos(\varphi+\Pi+\alpha)\cos\varphi + \sin(\varphi+\Pi+\alpha)\sin\varphi = \cos(\Pi+\alpha) \neq 0$ ($m_\rho \neq 0$)

Escaneado con CamScanner

FePt problem и L-recording problem 2001

NOVEMBER 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

4 → Уточнение Figs. к SW wires paper.
→ Беседа с Scholz о расчете vortex и инт. гр. wires.
→ Беседа с Олегом о FePt пленке (3нм) гранулах, их анизотропии при Т комн., их перемагничивании для high density recording.
→ Проблема: рассчитать их врем. стабильность (термодинамику) и динамику в ВЧ-диапазоне и при импульсных ext. fields.
→ Проблема (Литвинов): рассчитать ширину transition zone и глубину + скорость перемагничивания media при ⊥-записи.

Vortex dynamics 3/I

5 Система УД для vortex's ψ и $\mu_p = -\psi' \sin\theta_0$ от 30/XII имеет вид:

$$-\frac{1}{\gamma}\frac{\partial \mu_p}{\partial t} = L_1 \psi \quad , \quad -\frac{1}{\gamma}\frac{\partial \psi}{\partial t} = L_2 \mu_p$$

где $L_{1,2}$ – вещественные инт. операторы.

подставляя $\psi(t) = a e^{i\omega t} + a^* e^{-i\omega t}$, $\mu_p(t) = b e^{i\omega t} + b^* e^{-i\omega t}$ дает

$$-\frac{1}{\gamma}\left[b i e^{i\omega t} + b^*(-i) e^{-i\omega t}\right]\omega = L_1\left[a e^{i\omega t} + a^* e^{-i\omega t}\right]$$

$$-\frac{1}{\gamma}\left[i a e^{i\omega t} - i a^* e^{-i\omega t}\right]\omega = L_2\left[b e^{i\omega t} + b^* e^{-i\omega t}\right]$$

$\psi(t) = a e^{i\omega t} + a^* e^{-i\omega t} = (a' + ia'') e^{i\omega t} + (a' - ia'') e^{-i\omega t} = 2a' \cos\omega t - 2a'' \sin\omega t$

6 $\omega\left[i a e^{i\omega t} - i a^* e^{-i\omega t}\right] = 2\left[-a' \sin\omega t - a'' \cos\omega t\right]\omega$

$$-\frac{1}{\gamma} 2\omega\left[-b' \sin\omega t - b'' \cos\omega t\right] = L_1\left[2a' \cos\omega t - 2a'' \sin\omega t\right]$$

$$-\frac{1}{\gamma} 2\omega\left[-a' \sin\omega t - a'' \cos\omega t\right] = L_2\left[2b' \cos\omega t - 2b'' \sin\omega t\right]$$

7 $\sin\omega t$: $\frac{\omega}{\gamma} b' = -L_1 a''$ и $\frac{\omega}{\gamma} b'' = L_1 a'$

$\cos\omega t$: $\frac{\omega}{\gamma} a'' = L_2 b'$ $\frac{\omega}{\gamma} a' = -L_2 b''$, т.е.

Ч.ф. будут инвар. в силу своей структуры УД распадаются на две пары, для (a', b'') и (a'', b') и понятно откуда взялся "-" в УД 30/XII.

Можно взять $\psi(t) \sim \cos\omega t$, $\mu_p(t) \sim \sin\omega t$ или наоборот.

Это отмечено в Ivanov-PRB'98. $\begin{cases} \psi(p,t) = \psi(p)\cos\omega t \\ \mu(p,t) = \mu(p)\sin\omega t \end{cases}$ инвариант

Escaneado con CamScanner

8 Система ур. для $\omega = \zeta(\rho)$ вихря в полярных координатах

Подставляем $\Theta(\rho,t) = \Theta_0(\rho) + \vartheta(\rho,t)$

$\Psi(\rho,t) = \psi + \Psi/2 + \Psi(\rho,t)$,

$\mu_p - \mu = -\psi \cdot \sin\Theta_0$

даёт основную систему УД:

$$\begin{cases} -\frac{1}{\alpha}\frac{\partial \mu}{\partial t} = -\nabla^2 \psi + \frac{\cos 2\Theta_0}{\rho^2}\psi + \frac{1}{\alpha}\psi\cos\Theta_0 \int d\rho' \rho' g_{22}(\rho,\rho')\cos\Theta_0(\rho') - \\ \quad - \frac{1}{\alpha}\sin\Theta_0 \int d\rho' \rho' g_{22}(\rho\rho')\psi(\rho')\sin\Theta_0(\rho') \\ -\frac{1}{\alpha}\frac{\partial \psi}{\partial t} = \nabla^2\mu + (\nabla\Theta_0)^2\mu - \frac{\cos^2\Theta_0}{\rho^2}\mu + \frac{1}{\alpha}\int d\rho' \rho' g_{33}(\rho\rho')\mu(\rho') - \frac{1}{\alpha}\cos\Theta_0 \mu \int d\rho' \rho' g_{23}(\rho\rho') \end{cases}$$

9 В пределе $1/R \to 0$ $g_{22}(\rho\rho') = -\frac{4\pi}{\rho}\delta(\rho-\rho')$, $g_{33} \to 0$ конечно

$$\begin{cases} +\frac{1}{\alpha}\frac{\partial \mu}{\partial t} = \nabla^2\psi + \left(\varkappa^2 - \frac{1}{\rho^2}\right)\cos 2\Theta_0 \psi \\ -\frac{1}{\alpha}\frac{\partial \psi}{\partial t} = \nabla^2\mu + (\nabla\Theta_0)^2\mu + \left(\varkappa^2 - \frac{1}{\rho^2}\right)\cos^2\Theta_0 \cdot \mu \end{cases}$$

$\varkappa^2 = \frac{4\pi}{\alpha}$

$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}$

$\Theta_0(\rho)$ – стационарное решение ($\mu = \psi = 0$) $\nabla^2\Theta_0 + \left(\varkappa^2 - \frac{1}{\rho^2}\right)\sin\Theta_0\cos\Theta_0(\rho) = 0$

или

$$\nabla^2\Theta_0 = \left[\frac{\cos\Theta_0}{\rho^2} + \frac{1}{\alpha}\int_0^R d\rho' \rho' g_{22}(\rho\rho')\cos\Theta_0(\rho')\right]\sin\Theta_0(\rho),$$

$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}$.

$\Theta_0 = \Theta_{us}(\rho)$ – единственное решение, удовлетворяющее $R_0 \beta > 0$

10 Имеет интеграл уравнение для $\Theta_0(\rho)$:

$$I(\Theta_0) = \frac{1}{2}\left[(\nabla\Theta_0)^2 - \frac{1}{\rho^2}\sin^2\Theta_0\right] + \frac{1}{2}\varkappa^2\sin^2\Theta_0 - \frac{\varkappa^2}{\rho^2}\int_0^\rho d\rho' \rho' \sin^2\Theta(\rho) = \mathbb{C}$$

$$(\nabla\Theta_0)^2 + \left(\varkappa^2 - \frac{1}{\rho^2}\right)\sin^2\Theta_0 - 2\frac{\varkappa^2}{\rho^2}\int_0^\rho d\rho' \rho' \sin^2\Theta_0(\rho') = 2\mathbb{C}, \quad \mathbb{C} = I[\Theta_0(\rho_1)], \ \rho_1 = R_1 \mu$$

$$\mathbb{C} = I[\Theta_0(R)] = \left\{\begin{matrix} \frac{\partial\Theta_0}{\partial\rho}\Big|_R = 0 \\ \Theta_0 = \pi/2 \end{matrix}\right\} = \frac{1}{2}\left[-\frac{1}{R^2}\right] + \frac{1}{2}\varkappa^2 - \frac{\varkappa^2}{R^2}\int_0^R d\rho' \rho' \sin^2\Theta_0(\rho')$$

$\rho/R \to \rho$ и при $R = 1$.

$$(\nabla\Theta_0)^2 + \left(\varkappa^2 - \frac{1}{\rho^2}\right)\sin^2\Theta_0 - 2\frac{\varkappa^2}{\rho^2}\int_0^\rho d\rho'(\ldots) = +(\varkappa^2 - 1) - 2\varkappa^2\int_0^1 d\rho' \rho' \sin^2\Theta_0$$

$$(\nabla\Theta_0)^2 = \varkappa^2\cos^2\Theta_0 + \frac{1}{\rho^2}\sin^2\Theta_0 - 1 + 2\varkappa^2\left[\frac{1}{\rho^2}\int_0^\rho d\rho' \rho' \sin^2\Theta_0 - \int_0^1 d\rho' \rho' \sin^2\Theta_0\right]$$

Escaneado con CamScanner

11 $\rho^2(\nabla\Theta_0)^2 = -\cos^2\Theta_0 + \varkappa^2(1-\rho^2\sin^2\Theta_0) - 2\varkappa^2\int_\rho^1 d\rho'\rho'\sin^2\Theta_0(\rho')$

Ако ρ е интересува, то нам $\Theta_0 \approx \pi/2$

$\rho^2(\nabla\Theta_0)^2 = 0 + \varkappa^2(1-\rho^2) - 2\varkappa^2\frac{1}{2}(1-\rho^2) = 0$ (!) Вътрешна об. за $\Delta\Theta/\pi$

Из (1) в тази же приближение: $(\nabla\Theta_0)^2 = \frac{1}{\rho^2} - 1 > 0$, $\rho\in(0,1]$

Какво е $(\nabla\Theta_0)^2$ точно?

Ако $\Theta_0 = \pi/2$, то

$$\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{d\alpha}\frac{\partial\mu}{\partial t} = \nabla^2 u - (\varkappa^2 - \frac{1}{\rho^2})u \\ -\frac{1}{d\alpha^2}\frac{\partial u}{\partial t} = \nabla^2\mu\end{array}\right\} \xrightarrow{(\beta\to 0)} \left\{\begin{array}{l}\frac{\omega}{d\alpha}\mu = \nabla^2 u - (\varkappa^2\frac{1}{\rho^2})u \\ \frac{\omega}{d\alpha}u = \nabla^2\mu\end{array}\right\}$$

Предел $\Theta_0 = \pi/2$, вне „сега" $\beta\to 0$

12 $\frac{\omega}{d\alpha}\to\omega$, $\left\{\begin{array}{l}\omega\mu = \nabla^2 u - (\varkappa^2 - \frac{1}{\rho^2})u \\ \omega u = \nabla^2\mu\end{array}\right\} \to \omega\mu = \nabla^2(\frac{1}{\omega}\nabla^2\mu) - (\varkappa^2 - \frac{1}{\rho^2})(\frac{1}{\omega}\nabla^2\mu)$

$\to \left[\nabla^2\nabla^2 - (\varkappa^2 - \frac{1}{\rho^2})\nabla^2\right]\mu = \omega^2\mu$ – похоже на уравнение на Ш

$\nabla^2\nabla^2\mu = \left(\frac{\partial^2}{\partial\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\right)\left(\frac{\partial^2\mu}{\partial\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial\mu}{\partial\rho}\right) = \frac{\partial^2}{\partial\rho^2}\left(\mu'' + \frac{1}{\rho}\mu'\right) +$

$+ \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\mu'' + \frac{1}{\rho}\mu'\right) = \mu^{(IV)} + \frac{2}{\rho^3}\mu' - \frac{2}{\rho^2}\mu'' + \frac{1}{\rho}\mu''' + \frac{1}{\rho}\mu''' + \frac{1}{\rho}\left[-\frac{1}{\rho^2}\mu' + \frac{1}{\rho}\mu''\right]$

$= \mu^{(IV)} + \frac{2}{\rho}\mu''' - \frac{1}{\rho^2}\mu'' + \frac{1}{\rho^3}\mu'$

13 $\mu^{(IV)} + \frac{2}{\rho}\mu''' - \frac{1}{\rho^2}\mu'' + \frac{1}{\rho^3}\mu' - (\varkappa^2 - \frac{1}{\rho^2})(\mu'' + \frac{1}{\rho}\mu') = \omega^2\mu$

сложено уравнение.

Интересува ни каре: $\varkappa^2 \gg \frac{1}{\rho^2}$ при $\rho\ge\delta$ и пренебрегнем $\nabla^2\nabla^2$ по сравнение с ∇^2. Тогда, $-\varkappa^2\nabla^2\mu = \omega^2\mu$ – вне „сега" $\rho\to 0$ и $\Theta_0 = \pi/2$

14 $\mu'' + \frac{1}{\rho}\mu' + \frac{\omega^2}{\varkappa^2}\mu = 0 \to \mu(\rho) = J_0(\frac{\omega}{\varkappa}\rho)$ или

$\mu(\rho) = AJ_0(\frac{\omega}{\varkappa}\rho) + BN_0(\frac{\omega}{\varkappa}\rho)$. $N_0(x) \underset{x\to 0}{=} \frac{2}{\pi}(\ln\frac{x}{2} + \delta) + O(x^2)$

Тогава все още гран. условията: $\mu(\rho=R) = 0$ или $\frac{\partial\mu}{\partial\rho}\big|_R = 0$?

$\mu = \delta m_\rho$ – вар. изменение $\vec{m}$ и даже $\vec{a} = (\vec{m}\cdot\vec{n}) = \delta m_\rho$.

Трябва $\mu(R) = 0$, тогава $\frac{\omega R}{\varkappa} = \alpha_{0n}$ – $n = 1,2,\ldots$ n-корене $J_0(x) = 0$.

Escaneado con CamScanner

15 Безразм. $\frac{1}{\gamma dM_s}\omega_n = \varkappa d_{on}$, $\omega_n = \gamma d M_s \sqrt{\frac{4\pi}{\alpha}}\, d_{on}$

Безразмерное $\varkappa^2 = \frac{4\pi}{\alpha} = 4\pi\left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \to \frac{\omega_n}{\gamma} = dM_s R^2 \sqrt{4\pi\left(\frac{R}{R_0}\right)^2}\, d_{on}$

Безразмер. $d = dR^2$?

$$\frac{\omega_n}{\gamma} = \sqrt{4\pi}\left(\frac{R}{R_0}\right)(dR^2) M_s d_{on} - ?$$

Лучше $\alpha = \left(\frac{R_0}{R}\right)^2$, тогда $\frac{\omega_n}{\gamma} = M_s\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \sqrt{4\pi\left(\frac{R}{R_0}\right)^2}\, d_{on}$

$$\frac{\omega_n}{\gamma} = M_s \sqrt{4\pi}\left(\frac{R_0}{R}\right) d_{on}, \quad d_{01} = 2{,}405;\ d_{02} = 5{,}520;\ d_{03} = 8{,}6$$

$\beta \to 0, Q_0 = 1/2$

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \left(\frac{\gamma}{2\pi}\right) M_s \sqrt{4\pi}\left(\frac{R_0}{R}\right) d_{on}$$

16 Для эксп. Новосада $R = 400$ нм, $M_s = 0{,}8\cdot 10^3$ Гс, $R_0 = 14$ мкм

$$f_{n=1} \approx 3\ \frac{\text{ГГц}}{\text{кОе}}\ 0{,}8\ \text{кОе}\ \sqrt{4\pi}\left(\frac{14\cdot 2}{800}\right) 2{,}40 = 0{,}71\ \text{ГГц}$$ – мало

Цилиндрич. $\frac{\omega_n R}{\varkappa} = d_{on}$, $\frac{\omega_n}{\gamma d M_s}\frac{R}{\varkappa} = d_{on}$, $\varkappa^2 = 4\pi\frac{1}{R_0^2}$, $\alpha = R_0^2$

$$\frac{\omega_n}{\gamma M_s} = \frac{d\varkappa}{R} d_{on} = \frac{R_0^2}{R}\frac{\sqrt{4\pi}}{R_0} d_{on} = \sqrt{4\pi}\left(\frac{R_0}{R}\right) d_{on}$$ – Верно,

но ω_n – слишком мало. Может это следствие $\frac{L}{R} \to 0$, $R = \text{const}$

$$\frac{\omega_n(\beta\to 0)}{\gamma} = M_s\sqrt{4\pi}\left(\frac{R_0}{R}\right) d_{on}$$, где можно $d_{on} \to$ βон-корень $J_0'(x) = 0$

5/I **17** ФГ

так можно в дек. координатах

$$\to g^*_{zz}(\vec{\rho},\vec{\rho}') + g^*_{\varphi\varphi}(\vec{\rho},\vec{\rho}') + g^*_{\rho\rho}(\vec{\rho},\vec{\rho}') = -4\pi\delta(\vec{\rho}-\vec{\rho}')$$

Усл. $g_{\alpha\beta}(\rho\rho') = \frac{1}{L}\int dz\, \hat{g}_{\alpha\beta}(\rho\rho', z) = \frac{1}{L}\int dz\, dz' \int d\varphi' G_{\alpha\beta}(\vec{\rho},z;\vec{\rho}',z') = \int d\varphi' g^*_{\alpha\beta}(\vec{\rho}$

Сделаем $\int d\varphi'(\ldots)$. $\delta(\vec{\rho}-\vec{\rho}') = \delta(\rho-\rho')\frac{1}{\rho}\delta(\varphi-\varphi')$, $\int_0^{2\pi} d\varphi'\,\delta(\varphi-\varphi') = 1$

$\int d\varphi' g^*_{\varphi\varphi}(\rho,\varphi;\rho',\varphi') = 0 \to g_{zz}(\rho,\rho') + g_{\rho\rho}(\rho\rho') = -4\pi\frac{1}{\rho}\delta(\rho-\rho')$

Но $-\frac{4\pi}{L}\int dk\left[1-e^{-kL}\right] J_0(k\rho) J_0(k\rho') - 4\pi\int dk\, k\left[1-\frac{1}{kL}(1-e^{-kL})\right] J_1(k\rho) J_1(k\rho') =$

$= -\frac{4\pi}{\rho}\delta(\rho\rho') - \frac{4\pi}{L}\int dk\left[1-e^{-kL}\right]\left[J_0(k\rho)J_0(k\rho') - J_1(k\rho)J_1(k\rho')\right]$

Escaneado con CamScanner

→ Если в осн. состоянии УД ✓ спираль $\Theta_0(\rho) = \pi/2$, or 4/I ✓ twist

18 т.е. $\ell(\rho,t)$, $\mu(\rho,t)$ сосредоточены вне "core" $\rho \geq b$, то

$$\begin{cases} \frac{1}{\gamma d}\frac{\partial \mu}{\partial t} = \nabla^2 \ell + \frac{1}{\rho^2}\ell + \frac{1}{d}\int_0^R d\rho' \rho' g_{zz}(\rho\rho')\, U(\rho') \sin\Theta_0(\rho') \\ -\frac{1}{\gamma d}\frac{\partial \ell}{\partial t} = \nabla^2 \mu + \frac{1}{d}\int_0^R d\rho' \rho' g_{\rho\rho}(\rho\rho')\, \mu(\rho') \end{cases}, \quad \frac{\omega}{\gamma d} \to \omega.$$

$$\begin{cases} \omega\mu = \nabla^2 \ell + \frac{1}{\rho^2}\ell + \frac{1}{d}\int d\rho' \rho' g_{zz}(\rho\rho') \sin\Theta_0(\rho')\, \ell(\rho') \\ \omega\ell = \nabla^2 \mu + \frac{1}{d}\int d\rho' \rho' g_{\rho\rho}(\rho\rho')\, \mu(\rho') \end{cases}$$

→ Далее в магнитостат. пределе, выбросив exch. члены

19

$$\begin{cases} \omega\mu = \frac{1}{d}\int d\rho' \rho' g_{zz} \sin\Theta_0(\rho')\, \ell(\rho') \\ \omega\ell = \frac{1}{d}\int d\rho' \rho' g_{\rho\rho}\, \mu(\rho') \end{cases} \to \omega^2\mu(\rho) = \frac{1}{d^2}\int d\rho' \rho' \sin\Theta_0(\rho') \times$$

$$\times g_{zz}(\rho\rho') \int d\rho'' \rho'' g_{\rho\rho}(\rho'\rho'')\, \mu(\rho'')$$

Инт. ур. на Ф3

$$\omega^2\mu(\rho) = \frac{1}{d^2}\int_0^R d\rho' \rho' \Gamma(\rho\rho')\mu(\rho'), \quad \Gamma(\rho,\rho') = \int d\rho'' \rho'' \sin\Theta_0(\rho'')\, g_{zz}(\rho\rho'') \times$$

$$\times g_{\rho\rho}(\rho''\rho')$$

$g_{\rho\rho}$: $\Gamma(\rho,\rho') = \int_0^R dz\, z \sin\Theta_0(z)\, g_{zz}(\rho,z)\, g_{\rho\rho}(z,\rho')$ — нелин. отн. $\rho \rightleftarrows \rho'$.

$$g_{\rho\rho}(\rho,\rho') = -4\pi \int_0^\infty dk\, k\, f(kL)\, J_1(k\rho)\, J_1(k\rho'), \quad f(x) = 1 - \frac{1}{x}(1-e^{-x})$$

20 При $L/R \to 0$: $g_{\rho\rho}(\rho,\rho') = -4\pi \int dk\, k \left[1 - \frac{1}{kL}(1-e^{-kL})\right] J_1(k\rho) J_1(k\rho') =$

$$= -4\pi \frac{1}{\rho}\delta(\rho-\rho') + \frac{4\pi}{L}\int dk \left[1-e^{-kL}\right] J_1(k\rho) J_1(k\rho') \xrightarrow[\beta\to 0]{} 0.$$

21

$$\begin{cases} g_{zz}(\rho,\rho') = -\frac{4\pi}{L}\int_0^\infty dk \left[1-e^{-kL}\right] J_0(k\rho) J_0(k\rho') \\ g_{\rho\rho}(\rho\rho') = -4\pi \frac{\partial^2}{\partial\rho\partial\rho'} \int \frac{dk}{k} f(kL) J_0(k\rho) J_0(k\rho') \underset{L\to 0}{\simeq} (-4\pi)\frac{L}{2}\frac{\partial^2}{\partial\rho\partial\rho'}\int_0^\infty dk\, J_0(k\rho) J_0(k\rho') \end{cases}$$

Variable components:

$\vec{m} = \vec{m}_0 + \delta\vec{m}$

$(\delta\vec{m}\cdot\vec{m}_0) = 0$

$$\begin{cases} \delta m_z = -\ell \sin\Theta_0 \\ \delta m_\varphi = \ell \cos\Theta_0 \\ \delta m_\rho = -\psi \sin\Theta_0 = \mu \end{cases}$$

$m_z^0 = \cos\Theta_0$

$m_\varphi^0 = \sin\Theta_0$

$m_\rho^0 = 0$

Escaneado con CamScanner

22 7/I: Беседа с О.И.И.Ч. – vortex statics and dynamics (Workroom по R-L MPD, transl. Li Breath modes, ... Кистяковский, Домонтович, Ю.Н., Crawford. Лит.обз. Ефр...

8/I (Связь между SW-углами θ, ψ и колебаниями vortex "core" radius "b" ($c = b/R$). См. 29/XII отч.

$f(z)$ задает $w(z,\bar z)$ и $\Rightarrow \vec m(\vec\rho) = \vec m(x,y)$

В сферических коорд. $f(z) = i\frac{z}{c_0}$, где $c_0 = \frac{b}{R}$ – core radius

Колебания vortex предполагается описать $c_0 \to c = |c|e^{-i\psi}$, изменив радиус core – c.

23 $m_z(\rho) = \frac{1-|w|^2}{1+|w|^2} = \cos\Theta(\rho) = \begin{cases} \frac{|c|^2-\rho^2}{|c|^2+\rho^2}, & \rho \le |c| \\ 0, & \rho > |c| \end{cases}$, $|c| = c_0$

– $m_z(\rho) = 0$ вне круга $\rho = c_0 + \Delta(t)$, $\Delta/c_0 \ll 1$

а) Вне "core" $\rho > |c|$ $w(z,\bar z) = \operatorname{tg}\frac{\Theta(\rho)}{2} e^{i\Phi(x,y)}$ имеет $|w|=1$

т.е. $\operatorname{tg}\frac{\Theta}{2} = 1$, $\Theta = \pi/2$, $w(z,\bar z) = \frac{iz}{|z|}e^{i\psi} = e^{i\Phi} = e^{i(\varphi+\frac{\pi}{2}+\psi)}$

т.е. $\Phi(\rho,t) = \varphi + \pi/2 + \psi(\rho,t)$ – такая в угл. параметризации SW

б) Внутри "core" $\rho \le |c|$ $w(z\bar z) = f(z) = i\frac{z}{c} = i\frac{z}{|c|}e^{i\psi} = \frac{\rho}{|c|}e^{i(\varphi+\frac{\pi}{2})}$

24 и имеет такой $\Phi(\rho,t) = \varphi + \pi/2 + \psi(\rho,t)$, т.е. $\psi(\rho,t)$ – совпадает с ψ-угловой параметризацией SW из 30/XII.

$A\,\delta m_\rho = -\psi\sin\Theta_0$.

При $\rho \le |c|$: $\cos\Theta(\rho) = \frac{|c|^2-\rho^2}{|c|^2+\rho^2} = \left|\begin{smallmatrix} |c| = c_0+\Delta \\ \text{лин. по } \Delta \end{smallmatrix}\right| = \cos\Theta_0 + \frac{\Delta}{\rho}\sin\Theta_0(1-\cos\Theta_0)$

Было $\cos\Theta = \cos[\Theta_0 + \ell\ell] = \cos\Theta_0 - \sin\Theta_0\cdot\ell\ell$, т.е. сбегов Δ и $\ell\ell$

$\ell\ell = -\frac{\Delta}{\rho}(1-\cos\Theta_0)$, $\rho \le |c| = c_0 + \Delta$, $\cos\Theta \ne 0$

Это совсем неработает при $\rho > |c| = c_0+\Delta$, где $\rho = c_0$, если $\Delta < 0$. (будет $\ell\ell = \operatorname{ctg}\Theta_0$, ...)

Если $\Delta > 0$, то при $\rho > |c|$ будет $\ell\ell = 0$ (!)

Т.е. данная условия $f(z) = i\frac{z}{c}$ требует ограничений на $\ell\ell$,

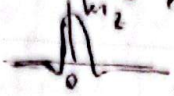
Latest papers by Natali, J. Vac. Sci '01 и Ross, PRB-subm. 2001

11 NOVEMBER

목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 ·
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 ·

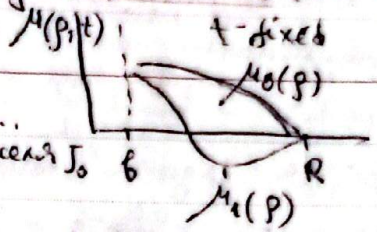
25 а именно $ll = 0$, $\delta m_z = 0$ при $\rho > |c|$, т.е. ρ вне core". Это нефизично, т.к. δm_z вне core в основном и сосредоточено.

→ подход $c = |c| e^{-i\varphi}$ и $f(z) = i\frac{z}{c}$. Условия не выходят

Может предложить комплекс. подход с $W(z,\bar{z})$, если будет более физичная реализация. $W(z,\bar{z})$ с  - зависимостью и $m_\rho \neq 0$ вблизи $\rho = c_0$.

ч/I было получено в пределе $\rho \to 0$, $\theta_0 \approx \pi/2$ (вне core), это (ч/I)

$\mu(\rho,t) \sim J_0\left(\frac{\omega}{\varkappa}\rho\right)\sin\omega t$



26 $\mu\left(\frac{\omega}{\varkappa}R\right) = 0 \to \frac{\omega}{\varkappa}R = \alpha_{0n}$ $n = 1,2,\ldots$ корни ф. Бесселя J_0

$\mu_n(\rho,t) \sim J_0\left(\alpha_{0n}\frac{\rho}{R}\right)\sin\omega t$

Какие ll и m_z соотв. этим $\mu_n(\rho,t)$?

$\omega\, ll = \nabla^2\mu = -\frac{\omega^2}{\varkappa^2}\mu$, $ll = -\frac{\omega}{\varkappa^2}\mu$ и $ll_{(\rho)} \sim \mu(\rho)$

$v(\rho,\omega) \sim \mu(\rho,\omega) \sim J_0\left(\alpha_{0n}\frac{\rho}{R}\right)$. $\mu(\rho,t) = \mu(\rho,\omega)\sin\omega t$,

тогда как $ll(\rho,t) = ll(\rho,\omega)\cos\omega t$ в силу вида YD.

Выходит $\delta m_z(\rho,t) = -\underbrace{\sin\theta_0(\rho)}_{\approx 1}\, ll(\rho,t) \sim J_0\left(\alpha_{0n}\frac{\rho}{R}\right)\cos\omega t$,

но это уже противоречит micromag. calc. Колебания m_z. Из micromag. calc. видно, что $\delta m_z(\rho = R) \neq 0$(!),

27 а некоторая велика?

→ Т.е. либо приближение ч/I плохо, либо гранич. условия не $\mu(R) = 0$, а $\frac{\partial\mu}{\partial\rho}\Big|_{\rho=R} = 0$ (последнее дает $\alpha_{0n} \to \beta_{0n}$).

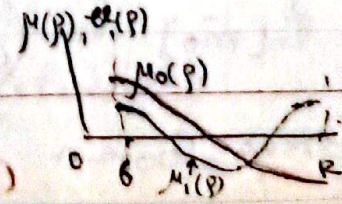
Изменение гран. условий дает $\begin{cases} \mu(\rho,t) \sim J_0\left(\beta_{0n}\frac{\rho}{R}\right)\sin\omega t \\ ll(\rho,t) \sim J_0\left(\beta_{0n}\rho/R\right)\cos\omega t \end{cases}$

28 и немного повысит ω_n.

$\frac{\omega_n}{\gamma} = M_s\sqrt{4\pi}\left(\frac{R_0}{R}\right)\beta_{0n}$, $J_0'(\beta_{0n}) = 0$, $\beta_{0n} = 3{,}83;\ 7{,}02;\ 10{,}17;\ldots$

$\rho \to 0$
$\theta_0 = \pi/2$

$f_{n=1} = 1{,}13$ GHz для FeNi;
$f_2 = 2{,}63$ GHz, $R = 400$ nm

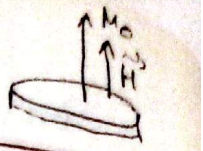


На эксп. BLS при $H = 0$: $f_1 = 7{,}8$ GHz; $f_2 = 12$ GHz.)

Escaneado con CamScanner

October 시월 10/I

SW in 1-saturated dot



10 OCTOBER

월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31

29 → Задача Глеба. Доминир. мики H_{res} для плоского ($L/R = 0{,}1-0{,}2$) цилиндр. дота при $\vec{H} \parallel Oz$ в saturated state.



Аксиально намагн. цилиндр (оз вдоль оси z) рассм. в Гуд. - Мелков, с. 178 для металлич. сеток и в работе Joseph - Schl. JAP '61 в своб. пространстве. Но там рассматривались бегущие магнитостат. волны с $\vec{k} \parallel Oz$ L - цилиндра полагалась ∞. Бралось число электродинам. гр. условий

→ У Глеба же SW магнитостатические или обм. - магнитостат. (L-мало) не зависимости от $\vec{k}$ нет ($k_z = 0$) или есть в виде стоячих

30 SW. с $k_n^z = \frac{n\pi}{L}$.

Тогда задача нахождение дискр. спектра SW аналогична  - нашей со славным JAP '2000.

$\vec{m} = (m_\rho, m_\varphi, m_z)$ или $\vec{m}(\theta, \varphi)$, θ, φ - сферич. углы $\vec{m}$.

Сразу через θ, φ УД неудобно, т.к. $G_{\alpha\beta}$ в цил. координатах и h_m также в цил. координатах.

УД $-\frac{1}{\gamma}\frac{d\vec{m}}{dt} = \vec{m} \times \vec{H}_{ef}$, $\vec{m} = \frac{\vec{M}}{M_s}$, $\vec{H}_{ef} = \vec{H}_{ex} + \vec{H}_m + \vec{H}_{(анис.)}$

Линеаризация $\vec{m} = \vec{m}_0 + \vec{\mu}$, $\vec{\mu} \perp \vec{m}_0$, $\vec{\mu} = (\mu_\rho, \mu_\varphi, 0)$, $\vec{H} \parallel Oz$, $\vec{m}_0 \parallel Oz$

$\vec{m} \times \vec{H}_{ex} = \vec{m} \times \alpha \nabla^2 \vec{\mu} = \alpha \vec{m}_0 \times (\nabla^2 \vec{\mu}) = \vec{m}_0 \times \vec{h}_{ex} =$

31 $= \begin{vmatrix} \hat{\rho} & \hat{\varphi} & \hat{z} \\ 0 & 0 & m_0 \\ h_{ex}^\rho & h_{ex}^\varphi & h_{ex}^z \end{vmatrix} = \hat{\varphi} m_0 h_{ex}^\rho - \hat{\rho} m_0 h_{ex}^\varphi = -\hat{\rho} h_{ex}^\varphi + \hat{\varphi} h_{ex}^\rho$ ($m_0 = 1$)

$\vec{H}_{ex} = \vec{h}_{ex}$, $\vec{H}_m = \vec{H}_m^0 + \vec{h}_m$, $\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{h}_n$, $h_n = 0$, $H_0 \to H$.

$\vec{m} \times \vec{H}_m = (\vec{m}_0 + \vec{\mu}) \times (\vec{H}_m^0 + \vec{h}_m) = \vec{m}_0 \times \vec{H}_m^0 + \vec{\mu} \times \vec{H}_m^0 + \vec{m}_0 \times \vec{h}_m$

→ $-\frac{1}{\gamma}\frac{d\vec{m}}{dt} = \vec{m} \times [\vec{h}_{ex} + \vec{H}_m^0 + \vec{h}_m + \vec{H}] = \vec{m}_0 \times (\vec{H}_m^0 + \vec{H}) + \vec{m}_0 \times \vec{h}_{ex} +$

$+ \vec{\mu} \times \vec{H}_m^0 + \vec{m}_0 \times \vec{h}_m + \vec{\mu} \times \vec{H}$.

$\langle \vec{H}_m^0 \rangle = G[\vec{m}_0] = \begin{pmatrix} G_{\rho\rho} & G_{\rho\varphi} & 0 \\ G_{\varphi\rho} & G_{\varphi\varphi} & 0 \\ 0 & 0 & G_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ m_0 \end{pmatrix} = \hat{z} G_{zz} m_0$ — идем усредн. по z.

Т.е. можно сказать $\langle \vec{H}_m^0 \rangle_z = \hat{z} G_{zz} m_0 \parallel Oz$, $\vec{m}_0 \times (\vec{H}_m^0 + \vec{H}) =$

Escaneado con CamScanner

$H_m^0 + H = H_t \parallel Oz$ $\quad \vec{\mu} \times \vec{H}_t = \begin{vmatrix} \hat{\rho} & \hat{\varphi} & \hat{z} \\ \mu_\rho & \mu_\varphi & 0 \\ 0 & 0 & H_t \end{vmatrix} = \hat{\rho}\mu_\varphi H_t - \hat{\varphi}\mu_\rho H_t$ o

1 $\vec{m}_0 \times \vec{h}_m = -\hat{\rho} h_m^\varphi + \hat{\varphi} h_m^\rho$

$-\frac{1}{\gamma}\frac{d\vec{\mu}}{dt} = -\hat{\rho}\left(h_{ex}^\varphi + h_m^\varphi\right) + \hat{\varphi}\left(h_{ex}^\rho + h_m^\rho\right) + \hat{\rho}\mu_\varphi H_t - \hat{\varphi}\mu_\rho H_t =$

$= \hat{\rho}\left(\mu_\varphi H_t - h_{ex}^\varphi - h_m^\varphi\right) + \hat{\varphi}\left(h_{ex}^\rho + h_m^\rho - \mu_\rho H_t\right)$

(*)
$$\begin{cases} -\frac{1}{\gamma}\frac{d\mu_\rho}{dt} = \mu_\varphi H_t - h_{ex}^\varphi - h_m^\varphi \\ -\frac{1}{\gamma}\frac{d\mu_\varphi}{dt} = h_{ex}^\rho + h_m^\rho - \mu_\rho H_t \end{cases}$$

В отличие от SW над "vortex" ground state здесь $\mu_z = 0$ и к углам θ, ψ можно и не переходить. Здесь $H_{tm}^0 = f(\rho,\varphi)$ и $H_t(\rho,\varphi)$

2 $\frac{1}{\alpha} h_{ex}^\varphi = (\nabla^2\vec{\mu})^\varphi = \nabla^2\mu_\varphi - \frac{1}{\rho^2}\mu_\varphi + \frac{2}{\rho^2}\frac{\partial\mu_\rho}{\partial\varphi}$

$\frac{1}{\alpha} h_{ex}^\rho = (\nabla^2\vec{\mu})^\rho = \nabla^2\mu_\rho - \frac{1}{\rho^2}\mu_\rho - \frac{2}{\rho^2}\frac{\partial\mu_\varphi}{\partial\varphi}$

$h_m^\varphi(\vec{\rho}) = \int d^2\vec{\rho}' \left[G_{\varphi\varphi}\mu_\varphi(\vec{\rho}') + G_{\varphi\rho}\mu_\rho(\vec{\rho}')\right]$, $\quad G_{\alpha\beta}(\vec{\rho},\vec{\rho}') = -L\left\langle \nabla_\alpha \nabla_\beta \frac{1}{|r-r'|}\right\rangle_{z'}$

$h_m^\rho(\vec{\rho}) = \int d^2\vec{\rho}' \left[G_{\rho\rho}\mu_\rho(\vec{\rho}') + G_{\rho\varphi}\mu_\varphi(\vec{\rho}')\right]$

Связь с θ, ψ: $\begin{cases} \Theta(\vec{\rho},t) = \theta(\vec{\rho},t) \\ \Phi(\vec{\rho},t) = \Phi_0 + \psi(\vec{\rho},t) \end{cases}$

$$\begin{cases} m_z = \cos\Theta_0 = 1, \ \delta m_z = \mu_z = 0, \quad \Theta_0 = 0. \\ m_\rho = \mu_\rho = \sin\Theta\cos(\Phi-\varphi) = \sin\theta\cos(\Phi_0-\varphi) = \theta\cos(\Phi_0-\varphi) \\ m_\varphi = \mu_\varphi = \sin\Theta\sin(\Phi-\varphi) = \theta\sin(\Phi_0-\varphi) \end{cases} \quad m_x + i m_y$$

3 В силу $\theta_0 = 0$ уравнение не зависит от ψ.

$m_x + i m_y = \sin\Theta e^{i\Phi} = \theta e^{i\Phi_0}$, $\quad \mu_\rho + i\mu_\varphi = \theta e^{i(\Phi_0-\varphi)} e^{i\varphi} = e^{-i\varphi}(\mu_x + i\mu_y)$

$$G_{zz}(\vec{\rho},\vec{\rho}') = \frac{2}{L}\sum_m e^{im(\varphi-\varphi')} \int_0^\infty dk \left[e^{-kL} - 1\right] J_m(k\rho) J_m(k\rho')$$

4 $H_m^0(\rho,\varphi) = \int d^2\vec{\rho}' \, G_{zz}(\vec{\rho},\vec{\rho}')\cdot(1) = \int_0^R d\rho'\rho' \int_0^{2\pi} d\varphi' \, G_{zz}(\vec{\rho},\vec{\rho}') =$

$= \int_0^R d\rho'\rho' \left(\frac{4\pi}{L}\right) \int_0^\infty dk \left[e^{-kL} - 1\right] J_0(k\rho) J_0(k\rho')$

$\int_0^R d\rho'\rho' J_0(k\rho') = |k\rho' = x| = \frac{1}{k^2}\int_0^{kR} dx \, x J_0(x) = \frac{1}{k^2} x J_1(x)\Big|_0^{Rk} = \frac{R}{k} J_1(kR)$

$\rightarrow \frac{1}{M_s} H_m^0(\rho) = -\frac{4\pi R}{L}\int_0^\infty \frac{dk}{k}\left[1 - e^{-kL}\right] J_0(k\rho) J_1(kR)$, — зависит лишь от ρ,

Стат. ср. нове $(H_m^0)^2$.

Все $\vec{h}_m$, $\vec{h}_{ex}$ в ед. M_s.

Escaneado con CamScanner

November

11 NOVEMBER

SW in 1-saturated del

5 Переход к углам φ, φ_0: $\mu_\rho = \ell\cos(\varphi_0-\varphi)$, $\mu_\varphi = \ell\sin(\varphi_0-\varphi)$

$\frac{\partial\mu_\rho}{\partial\varphi} = +\ell\sin(\varphi_0-\varphi) = \mu_\varphi$, $\frac{\partial\mu_\varphi}{\partial\varphi} = -\ell\cos(\varphi_0-\varphi) = -\mu_\rho$

$\ell = \ell(\rho,\varphi,t)$, $\ell(t) = \ell(\omega)e^{i\omega t}$

Сист. ур. колеб.:
$$\begin{cases} -\frac{i\omega}{\delta}\mu_\rho = \mu_\varphi H_t - h^\varphi_{ex} - h^\varphi_m \\ -\frac{i\omega}{\delta}\mu_\varphi = h^\rho_{ex} + h^\rho_m - \mu_\rho H_t \end{cases}$$

$\mu_x + i\mu_y = e^{i\varphi}(\mu_\rho + i\mu_\varphi) = \mu_\rho\cos\varphi - \mu_\varphi\sin\varphi + i[\mu_\rho\sin\varphi + \mu_\varphi\cos\varphi]$

$$\begin{cases} \mu_x = \mu_\rho\cos\varphi - \mu_\varphi\sin\varphi \\ \mu_y = \mu_\rho\sin\varphi + \mu_\varphi\cos\varphi \end{cases} \text{ и } \begin{cases} \mu_\rho = \mu_x\cos\varphi + \mu_y\sin\varphi \\ \mu_\varphi = -\mu_x\sin\varphi + \mu_y\cos\varphi \end{cases}$$

6 $h^x_m = h^\rho_m\cos\varphi + (-1)h^\varphi_m\sin\varphi \sim \int d^2\rho'\, G_{xx}\,\mu_x(\vec\rho')$,

G_{xx} выражается через $G_{\rho\rho}, G_{\varphi\rho}, G_{\varphi\varphi}$.

(Можно ввести $\mu^+ = \mu_x + i\mu_y = e^{i\varphi}(\mu_\rho + i\mu_\varphi)$ но ФГ усложнится
Можно сделать подстановку через $\ell\ell$.

попробуем возвратиться обратно и искать $\vec\mu = \vec\mu(|\vec\rho|)$ – аксиально-сим. решения → тогда $\int d\varphi'(\dots)$ зависящие $G_{\rho\varphi}$ и $G_{\varphi\varphi}$ обозначаются $g_{\alpha\beta}(\rho,\rho') = \int d\varphi' G_{\alpha\beta}(\vec\rho,\vec\rho')$ — блок.

7 Так можно было для вортекса с $\Phi_0 = \varphi + \pi/2$
тогда $\mu_z = -\ell\sin\theta_0$, $\mu_\varphi = \ell\cos\theta_0$, $\mu_\rho = -\psi'\sin\theta_0$, $\theta_0 = f(\rho)$
и предположение $\ell = \ell(\rho)$, $\psi = \psi(\rho) \Rightarrow \vec\mu = \vec\mu(\rho)$ и упрощало ФГ из-за $\int d\varphi'(\dots)$ как 22/IV и 30/XII 2012.

→ Теперь $\mu_\rho(\rho,\varphi) = \ell(\rho,\varphi)\cos(\Phi_0-\varphi)$ и $\mu_\varphi(\vec\rho) = \ell\ell(\vec\rho)\sin(\Phi_0-\varphi)$
и предположение $\ell = \ell\ell(|\vec\rho|)$ оставляет $\mu_\rho(\vec\rho)$ и $\mu_\varphi(\vec\rho)$ и снова немного упрощает ФГ. $\Phi_0 = \text{const}$ и неопределенно. т.к. $\vec m_0 \parallel Oz$.

Берем $\Phi_0 = 0$: $\mu_\rho = \ell\cos\varphi$, $\mu_\varphi = -\ell\sin\varphi$, $\ell = \mu_x$ –
т.е. рассматриваем колебания только μ_x – компоненты.
(Но μ_x и μ_y должны колебаться одновременно и $\mu_x \neq 0, \mu_y \neq 0$
Видимо, вершина координаты дают сбой при $\theta_0 = 0$.

Escaneado con CamScanner

8 $h_m^\varphi = \int d^2\vec{\rho}' \left[G_{\varphi\varphi}(\vec{\rho}-\vec{\rho}')\sin\varphi' + G_{\varphi\rho}(\rho')\cos\varphi' \right]$, $\int d\varphi' G_{\varphi\rho}\cos\varphi' \neq 0$

$$\left.\begin{aligned} \left(-\frac{i\omega}{\gamma}\right) M_x &= H_t M_y - h_{ex}^y - h_m^y \\ \left(-\frac{i\omega}{\gamma}\right) M_y &= -M_x H_t + h_{ex}^x + h_m^x \end{aligned}\right\} \to \left\{ M^+\left(-\frac{i\omega}{\gamma}\right) = -iM^+ H_t + i(h_{ex}^+ + h_m^+) \right.$$

$M^+ = M_x + iM_y$, $h^+ = h_x + ih_y$

$h_m^x = \cos\varphi\, h_m^\rho - \sin\varphi\, h_m^\varphi = \cos\varphi \int d^2\vec{\rho}' \left[G_{\rho\rho} M_\rho + G_{\rho\varphi} M_\varphi \right] -$

$- \sin\varphi \int d^2\vec{\rho}' \left[G_{\varphi\varphi} M_\varphi + G_{\varphi\rho} M_\rho \right] =$

$= \cos\varphi \int d^2\rho' \left[G_{\rho\rho}(M_x\cos\varphi' + M_y\sin\varphi') + G_{\rho\varphi}(-M_x\sin\varphi' + M_y\cos\varphi') \right] -$

9 $- \sin\varphi \int d^2\rho' \left[G_{\varphi\varphi}(-M_x\sin\varphi' + M_y\cos\varphi') + G_{\varphi\rho}(M_x\cos\varphi' + M_y\sin\varphi') \right] =$

$= \int d^2\vec{\rho}' \left[G_{xx} M_x + G_{xy} M_y(\vec{\rho}') \right]$

$h_m^+ = h_m^x + i h_m^y = G_{xx}M_x + G_{xy}M_y + iG_{yx}M_x + iG_{yy}M_y =$

$= G_{xx}M_x + iG_{yy}M_y + iG_{xy}(M_x - iM_y)$ не $\sim M^+$,

а зависит от M^+ и M^-, т.е. вводя M^+ (только) УД не упростить.

Т.е. что в (M_ρ, M_φ), что в (M_x, M_y) – практически из-за магнитостатики уравнения не расцепляются.

А если $G_{xy} = 0$ и $G_{xx} = G_{yy}$?

10 $\xrightarrow{\omega \to 0}$ При $\beta \to 0$ остается лишь $G_{zz} \neq 0$ и $H_{on}^0 = -4\pi M_s$,

Тогда из M^+-УД: $\frac{\omega}{\gamma} M^+ = M^+ H_t - \alpha\nabla^2 M^+$, $\varkappa^2 = \frac{1}{\alpha}\left(\frac{\omega}{\gamma} - H_t\right)$

$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho} + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}$, $\nabla^2 M^+ + \varkappa^2 M^+ = 0$

Если подставить $M^+ = Cf(\rho)e^{im\varphi}$, то $\left[\frac{\partial^2}{\partial\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho} + \varkappa^2 - \frac{m^2}{\rho^2}\right] f(\rho) = 0$,

11 т.е. $f(\rho) = J_m(\varkappa\rho)$.

$\Rightarrow$ В случае $\beta \to 0$ SW $M^+(\rho,\varphi) = C\, J_m(\varkappa\rho)e^{im\varphi}$, $\frac{\omega}{\gamma} = H_t + \alpha\varkappa^2$,

$\varkappa$ – определяется из граничн. условий при $\rho = R$, т.е. $\varkappa = \frac{\gamma_{mn}}{R}$,

где γ_{mn} n-ый корень $\varkappa J_m'(\varkappa) + d J_m(\varkappa) = 0$, $H_t = H - 4\pi M_s$,

d – параметр pinning'а. При $d = 0$ есть корень $\gamma = 0$ – uniform FMR.

Escaneado con CamScanner

November 11/I

SW → In-plane saturated dot (JAP'2003)



11 NOVEMBER

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

12 Note: При расчете SW в цилиндре с $\vec{H} \parallel$ плоскости (JAP-2000, etc.) а использовали $\mu_\rho = m_x \sim e^{i\omega t}\mu_\rho(\rho)$ ($\vec{H} \parallel Oy$)

$m_z \sim e^{i\omega t} m_z(\rho)$; $m_x(\rho) = J_m(\varkappa_{mn}\rho)\Phi_m(\varphi)$, $m_z(\rho) = J_m(\varkappa\rho)\Phi_m(\varphi)$,

$\Phi_m(\varphi) = e^{im\varphi}$, $\cos m\varphi$, $\sin m\varphi$..

Eq. (2) - JAP'2000 (YD):

$$\begin{cases} \mathcal{D}\,\mu_\rho = -\dfrac{dm_z}{dt} - H_d\mu_\rho + M_s\int d^2\vec{\rho}'\, F(\vec{\rho},\vec{\rho}')\,\mu_\rho(\vec{\rho}') \\ \mathcal{D}\, m_z = \dfrac{d\mu_\rho}{dt} - H_d m_z + M_s\int d^2\vec{\rho}'\, G_{zz}(\vec{\rho},\vec{\rho}')\, m_z(\vec{\rho}') \end{cases}$$

13 $\mu_{\rho y}$: $m_\rho = m_x\cos\varphi + m_y\sin\varphi = m_x\cos\varphi$, $m_x = \mu_\rho = \dfrac{m_\rho}{\cos\varphi}$

(в $\vec{H}\parallel Oy$, $\vec{M}_0 \parallel Oy$)

Лин: $\vec{M} = M_s\hat{y} + \vec{m}$, $\vec{m} = (m_x, 0, m_z)$, $\theta = \theta_0 + \psi$, $\Phi = \Phi_0 + \psi$

SW - $\psi, \psi' \ll 1$

$$\begin{cases} \dfrac{M_z}{M_s} = \cos\theta = \cos\theta_0 - \psi\sin\theta_0 = \left|\begin{matrix}\theta_0 = \pi/2 \\ \Phi_0 = \pi/2\end{matrix}\right| = -\psi \\ \dfrac{M_\rho}{M_s} = \sin\theta\cos(\Phi-\varphi) = \sin(\theta_0+\psi)\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+\psi'-\varphi\right) = -\sin(\psi'-\varphi) = \\ \qquad = \sin\varphi + \psi'\cos\varphi \\ \dfrac{M_\varphi}{M_s} = \sin\theta\sin(\Phi-\varphi) = \sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\psi'-\varphi\right) = \cos(\psi'-\varphi) = \cos\varphi + \psi'\sin\varphi \end{cases}$$

gave in-plane saturated cyl. dot

т.е. $m_z = -\psi$, $m_\rho = \psi'\cos\varphi$, $m_\varphi = \psi'\sin\varphi \to m_x = \psi' \ll 1$.

14 Иванов's $\mu = -\psi'\sin\theta_0 = -\psi'$, $\begin{cases} \psi \sim \cos(\omega t + m\varphi) \\ \mu \sim \psi' \sim \sin(\omega t + m\varphi) \end{cases}$

Мои/Снайдер JAP'00 использую следующую YD функцию:

Bug → CP Hll plane saturated dot

$$\begin{cases} \mu_\rho = m_x(\vec{\rho},t) = m_x(\rho,\omega)\sin(\omega t + m\varphi) = J_m(\varkappa_{mn}\rho)\sin(\omega t + m\varphi) \\ m_z = m_z(\vec{\rho},t) = m_z(\rho,\omega)\cos(\omega t + m\varphi) = J_m(\varkappa_{mn}\rho)\cos(\omega t + m\varphi) \end{cases}$$

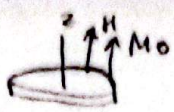
а не $\mu_\rho \sim e^{i\omega t} J_m(\varkappa\rho)\Phi_m(\varphi)$, $m_z \sim e^{i\omega t} J_m(\varkappa\rho)\Phi_m(\varphi)$, $\mu_\rho \sim m_z$

как я сделал в JAP'2000. Надо $\mu_\rho(t)$, $m_z(t)$ сдвинуть по фазе на $\pi/2$ и тогда не будет $\mu_\rho \sim m_z$.

→ Возможно это упростит матрич. элемент ФГ $P^{m'n'}_{mn}$, $Q^{m'n'}_{mn}$ вплоть до их диагонализации (!) Проверить

Escaneado con CamScanner

SW - 1 - Saturated dot



2001

12 DECEMBER

В 1 - saturated zone SW - компоненты $\vec{m} = \vec{m}_0 + \vec{\mu}$

15 если μ_x и μ_y, или μ_ρ и μ_φ. Доп. поля h_m^ρ, h_m^φ перпендикулярны компоненты μ_ρ и μ_φ (полный аналог с $\frac{d}{dt}$) и поэтому, $\mu_\rho \sim e^{i\omega t}\mu_\rho(\omega)$, $\mu_\varphi \sim e^{i\omega t}\mu_\varphi(\omega)$ входят симметрично ($\mu_\rho(t) \sim \mu_\varphi(t)$).

Но можно перейти к одной функции $\ell(\vec{\rho}, t)$:

$$\mu_\rho(\vec{\rho}, t) = \ell(\vec{\rho}, t)\cos(\Phi_0 - \varphi), \quad \mu_\varphi(\vec{\rho}, t) = \ell(\vec{\rho}, t)\sin(\Phi_0 - \varphi)$$

$$\mu_\rho + i\mu_\varphi = \ell e^{i(\Phi_0 - \varphi)} = e^{-i\varphi}(\mu_x + i\mu_y), \quad \mu_x + i\mu_y = \ell e^{i\Phi_0}.$$

УД: $-i\omega\mu_\rho = H_t\mu_\varphi - h_{ex}^\varphi - h_m^\varphi$; $-i\omega\mu_\varphi = h_{ex}^\rho + h_m^\rho - H_t\mu_\rho$.

16
$$\begin{cases} -i\omega\mu_\rho = H_t\mu_\varphi - \alpha\left[\nabla^2\mu_\varphi + \frac{1}{\rho^2}\mu_\varphi\right] - \int d^2\vec{\rho}'\left[G_{\varphi\varphi}\mu_\varphi(\vec{\rho}') + G_{\varphi\rho}\mu_\rho(\vec{\rho}')\right] \\ -i\omega\mu_\varphi = -H_t\mu_\rho + \alpha\left[\nabla^2\mu_\rho + \frac{1}{\rho^2}\mu_\rho\right] + \int d^2\vec{\rho}'\left[G_{\rho\rho}\mu_\rho(\vec{\rho}') + G_{\rho\varphi}\mu_\varphi(\vec{\rho}')\right] \end{cases}$$

эта часть исчезает при $\rho \to 0$.

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho} + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}$$

Надо записать УД для $\ell(\rho)$ только, в силу axial симметрии.

$$\mu_x + i\mu_y = \ell(\rho)e^{i\Phi_0}$$

17

18

Escaneado con CamScanner

November 18/I

1. s.d. → Vortex переход

11 NOVEMBER

19 Для 1 s.d. → vortex перехода ранее 21-28/IV, 26/IX, 10/X, 22-23/X - 26/X ОТК. Рассматривались $m_\varphi(\rho) = \Theta(\rho) \ll 1$ мода потери устойчивости $\Theta_0 = 0$ 1 state. При этом появлялось $m_\rho = 0$ ("Vortex" mode).

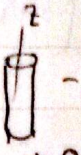
Note: методы χ/BP - trial functions и рек. ур. Эйлера с $\Theta \ll 1$ и $\Theta'(R) < 0$ $\left[\chi^2 = -\left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \mathcal{J}(1,\beta)\right]$ дали практически одинаковую точку перехода $R_c(L)$.

$$W(\Theta \ll 1) = W(\Theta=0) + \frac{1}{2}\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 R\,\Theta'(R)\Theta(R), \qquad m_\varphi(\rho) = \sin\Theta(\rho)$$

Оба эти метода основаны на предположении, что $\Theta_0 = 0$ (1)-

20 фаза теряет свою стабильность при $R \doteq R_c(L)$ за счет моды $m_\varphi(\rho)$, $m_\rho = 0$ (vortex-like) for "curling" mode.

Это может быть не так из-за:

- 1) $\delta\vec{m}$ (мода) будет функцией "z", что может быть для  - дота. Например nucleation of non-uniform state с $m_{плоск.} \neq 0$ может казаться на торцах $z = 0, L$ дота. А я $\langle \dots \rangle_z$ - использовал т.е. интегрировал все неоднородности по "z". См. PRB-Ross.
- 2) Возможна $m_\rho \neq 0$ мода ("flower"-like) с $m_\varphi = 0$ (или $\neq 0$), и лишь здесь будет переход к $m_\rho = 0$, $m_\varphi \neq 0$ - vortex-like mode.

21 Используем SW обозначения $\vec{m} = \vec{m}_0 + \delta\vec{m}$ (10/I)

$\vec{m}_0 \parallel oz$, $\delta m_z = -\mathcal{U}\sin\Theta_0 = 0$, $m_z^0 = \cos\Theta_0 = 1$, $\delta m_\rho = \mathcal{U}\cos(\Phi_0 - \varphi)$, $\delta m_\varphi = \mathcal{U}\sin(\Phi_0 - \varphi)$

$\Phi = \Phi_0 + \psi$, но от ψ зависимости нет в силу ground state $\Theta_0 = 0$,

Для vortex ground state $\Phi_0 = \varphi + \pi/2$, $m_\rho = 0$. $\delta\vec{m} = \vec{\mu}$, $\mathcal{U}=1$

Тогда, положив $\omega = 0$ в УД для SW в 1 saturated dot (см. II/I) получим для $\mu_\rho = \delta m_\rho$, $\mu_\varphi = \delta m_\varphi$:

$$\begin{cases} H_t \mu_\varphi - \alpha\left[\nabla^2\mu_\varphi + \frac{1}{\rho^2}\mu_\varphi\right] - \int d^2\vec{\rho}'\left[G_{\varphi\varphi}\mu_\varphi(\vec{\rho}') + G_{\varphi\rho}\mu_\rho(\vec{\rho}')\right] = 0 \\ -H_t \mu_\rho + \alpha\left[\nabla^2\mu_\rho + \frac{1}{\rho^2}\mu_\rho\right] + \int d^2\vec{\rho}'\left[G_{\rho\rho}\mu_\rho(\vec{\rho}') + G_{\rho\varphi}\mu_\varphi(\vec{\rho}')\right] = 0 \end{cases} \quad (1) \quad (2)$$

Ур. (1) - (2) для $\mathcal{U}$ после подстановки должны совпадать

$\ell^2(S^2) = \ell^2(|S^2|)$ на S^2 вполне $\Rightarrow$ 2001

12 декабря

22

$$G_{\varphi\varphi}(\vec{s},\vec{s}') = \sum_m m^2 e^{im(\varphi-\varphi')} a_m(s,s')$$

$$G_{r\varphi}(\vec{s},\vec{s}') = i\sum_m m e^{im(\varphi-\varphi')} b_m(s,s'); \quad G_{\varphi r}(\vec{s},\vec{s}') = (-i)\sum_m m e^{-im(\varphi-\varphi')} b_m(s',s)$$

$$G_{rr}(\vec{s},\vec{s}') = \sum_m e^{im(\varphi-\varphi')} c_m(s,s'); \quad G_{zz}(\vec{s},\vec{s}') = \sum_m e^{im(\varphi-\varphi')} d_m(s,s'),$$

где a_m, b_m, c_m, d_m – нужные (см. SW-PPB уравнения). $(m=0)$

$$\int d\varphi' G_{\varphi\varphi}(\vec{s},\vec{s}') f_\varphi(\vec{s}') = \ell^2(s') \int_0^{2\pi} d\varphi' \sum_m m^2 e^{im(\varphi-\varphi')} a_m \sin(\varphi_0-\varphi')$$

23

$$\int d\varphi' e^{-im\varphi'} \sin(\varphi_0-\varphi') = \int d\varphi' e^{-im\varphi'} \frac{1}{2i}\left[e^{i(\varphi_0-\varphi')} - e^{-i(\varphi_0-\varphi')}\right] =$$

$$= \frac{1}{2i}\left[e^{i\varphi_0} 2\pi\delta_{m,-1} - e^{-i\varphi_0} 2\pi\delta_{m1}\right] = \frac{\pi}{i}\left[e^{i\varphi_0}\delta_{m,-1} - e^{-i\varphi_0}\delta_{m,1}\right] -$$

– так, только если $\varphi_0 \neq f(\varphi')$ (не зависит от φ') $\wedge$ нет 6 vortex, где $\varphi_0(\varphi) = \varphi + \pi/2$.

$$\Rightarrow \int d\varphi' G_{\varphi\varphi} f_\varphi(\vec{s}') = \ell^2(s') \sum_m m^2 e^{im\varphi} \frac{\pi}{i}\left[e^{i\varphi_0}\delta_{m,-1} - e^{-i\varphi_0}\delta_{m1}\right] \cdot a_m =$$

$$= \ell^2(s') \frac{\pi}{i}\left[e^{i(\varphi_0-\varphi)} a_{-1} - e^{-i(\varphi_0-\varphi)} a_1\right] = 2\pi\ell^2(s')\sin(\varphi_0-\varphi) a_1.$$

$$\int d\varphi' e^{-im\varphi'}\cos(\varphi_0-\varphi') = \frac{1}{2}\int d\varphi' e^{-im\varphi'}\left[e^{i(\varphi_0-\varphi')} + e^{-i(\varphi_0-\varphi')}\right] = \pi\left[e^{i\varphi_0}\delta_{m,-1} + e^{-i\varphi_0}\delta_{m1}\right]$$

24

$$\Rightarrow \int d\varphi' G_{\varphi r}(\vec{s},\vec{s}') f_r(\vec{s}') = \ell^2(s') \int d\varphi' (-i)\sum_m m e^{+im(\varphi-\varphi')} b_m(s',s)\cos(\varphi_0-\varphi') =$$

$$= \ell^2(s')(-i)\sum_m m e^{+im\varphi} b_m(s',s)\pi\left[e^{+i\varphi_0}\delta_{m,-1} + e^{-i\varphi_0}\delta_{m1}\right] =$$

$$= \ell^2(s')(-i)\pi\left[-e^{-i(\varphi-\varphi_0)} b_{-1} + e^{-i(\varphi_0-\varphi)} b_1\right] = -2\pi\ell^2(s')\sin(\varphi_0-\varphi) b_1$$

25

$$b_m(s,s') = \frac{1}{s'}\int dk f(kL)\left[J_{m-1}(ks) - J_{m+1}(ks)\right] J_m(ks')$$

$$b_m(s',s) = \frac{1}{s}\int dk f(kL)\left[J_{m-1}(ks') - J_{m+1}(ks')\right] J_m(ks)$$

$$b_1(s',s) = \frac{1}{s}\int dk f\left[J_0(ks') - J_2(ks')\right] J_1(ks)$$

$$b_{-1}(s',s) = \frac{1}{s}\int dk f\left[J_2(ks') - J_0(ks')\right] J_{-1}(ks) = b_1(s',s)$$

Escaneado con CamScanner

26 $H_t\, \ell\ell(\rho)\sin(\Phi_0-\varphi) - \alpha\left[\nabla^2 \mu_\varphi + \frac{1}{\rho^2}\mu_\varphi\right] -$

$-\int d\rho'\rho' 2\pi a_1(\rho\rho')\,\ell\ell(\rho')\cdot\sin(\Phi_0-\varphi) - \int d\rho'\rho' 2\pi b_1(\rho'\rho)\,\ell\ell(\rho')\cdot\sin(\Phi_0-\varphi)$

$\nabla^2\mu_\varphi + \frac{1}{\rho^2}\mu_\varphi = \left(\nabla_\rho^2 + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right)\ell\ell(\rho)\sin(\Phi_0-\varphi) + \frac{1}{\rho^2}\ell\ell(\rho)\sin(\Phi_0-\varphi) =$

$= \sin(\Phi_0-\varphi)\,\nabla_\rho^2\,\ell\ell(\rho)$, $\sin(\Phi_0-\varphi)$ - сокращ.

ур. (1) $H_t\,\ell\ell(\rho) - \alpha\,\nabla_\rho^2\,\ell\ell(\rho) - 2\pi\int d\rho'\rho'\left[a_1(\rho\rho') \pm b_1(\rho'\rho)\right]\ell\ell(\rho') = 0$

$\rightarrow \int d\varphi' G_{\rho\rho}\,\mu_\rho(\vec{\rho}') = \ell\ell(\rho')\int d\varphi' \sum_m e^{im(\varphi-\varphi')} C_m\cdot\cos(\Phi_0-\varphi') =$

$= \ell\ell(\rho')\sum_m e^{im\varphi} C_m \pi\left[e^{i\Phi_0}\delta_{m,-1} + e^{-i\Phi_0}\delta_{m1}\right] =$

27 $= \pi\,\ell\ell\left[e^{i(\Phi_0-\varphi)}C_{-1} + e^{i(\varphi-\Phi_0)}C_1\right] = 2\pi C_1\,\ell\ell(\rho')\cos(\Phi_0-\varphi)$

$$\begin{cases} C_{m=1}(\rho\rho') = -\frac{1}{2}\int dk\, f\left[J_0(k\rho) - J_2(k\rho')\right]\left[J_0(1) - J_2(1)\right]k \\ C_{-1}(\rho\rho') = -\frac{1}{2}\int dk\, f\left[J_2(k\rho) - J_0(k\rho)\right]\left[J_2(1) - J_0(1)\right]k = C_1 \end{cases}$$

$\rightarrow \int d\varphi' G_{\rho\varphi}\mu_\varphi(\vec{\rho}') = \ell\ell(\rho')\int d\varphi' i\sum_m m e^{im(\varphi-\varphi')} b_m \sin(\Phi_0-\varphi') =$

$= \ell\ell(\rho')\, i\sum_m m e^{im\varphi} b_m \frac{\pi}{i}\left[e^{i\Phi_0}\delta_{m,-1} - e^{-i\Phi_0}\delta_{m1}\right] = \pi\,\ell\ell\left[-e^{i(\Phi_0-\varphi)}\, b_{-1} - b_1 e^{i(\varphi-}\right.$

$= -2\pi\,\ell\ell(\rho')\, b_1(\rho\rho')\cos(\Phi_0-\varphi)$

28 $-H_t\,\ell\ell(\rho)\cos(\Phi_0-\varphi) + \alpha\nabla_\rho^2\,\ell\ell(\rho)\cdot\cos(\Phi_0-\varphi) + \int d\rho'\rho' 2\pi C_1\,\ell\ell(\rho')\cos(\Phi_0-\varphi)$

$+ \int d\rho'\rho'(-2\pi) b_1(\rho\rho')\,\ell\ell(\rho')\cos(\Phi_0-\varphi)$, сокращ. $\cos(\Phi_0-\varphi)$.

ур. (2) $-H_t\,\ell\ell(\rho) + \alpha\nabla_\rho^2\,\ell\ell(\rho) + 2\pi\int d\rho'\rho'\left[C_1(\rho\rho') - b_1(\rho\rho')\right]\ell\ell(\rho') = 0.$

$a_1(\rho\rho') + b_1(\rho'\rho) = -\frac{2}{\rho\rho'}\int\frac{dk}{k} f\, J_1(k\rho)J_1(k\rho') + \frac{1}{\rho}\int dk\, f\left[J_0(k\rho') - J_2(\right.$

$= \frac{1}{\rho}\int dk\, f\, J_1(k\rho)\left[-\frac{2}{k\rho'}J_1(k\rho') + J_0(k\rho') - J_2(k\rho')\right]$

Escaneado con CamScanner

$J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x) = 2J_n'(x)$

29 Но $J_{n-1} + J_{n+1} = \frac{2n}{x} J_n(x)$, $J_0(x) + J_2(x) = \frac{2}{x} J_1(x)$

$-\frac{2}{x} J_1(x) + J_0(x) - J_2(x) = -\left[J_0(x) + J_2(x)\right] + J_0(x) - J_2(x) =$
$= -2J_2(x)$

$c_1(pp') - b_1(pp') = -\frac{1}{2}\int dk f \left[J_0(kp) - J_2(kp)\right]\left[J_0(kp') - J_2(kp')\right] k -$

$-\frac{1}{p'}\int dk f \left[J_0(kp) - J_2(kp)\right] J_1(kp') =$

$= -\frac{1}{2}\int dk f k \left[J_0 - J_2\right]\left[J_0(kp') - J_2(kp') + \frac{2}{kp'} J_1(kp')\right] =$

$= \left| J_0(x) - J_2(x) = 2J_1'(x) \right| = -\frac{1}{2}\int dk f k \left[J_0(kp) - J_2(kp)\right] 2 J_0(kp')$

30 Выходит $a_1(pp') + b_1(p'p) = -\frac{2}{p}\int dk f J_1(kp) J_2(kp')$ нет см. вых

$c_1(pp') - b_1(pp') = -\int dk f k \left[J_0(kp) - J_2(kp)\right] J_0(kp')$???

Вроде $a_1 \pm b_1$ и $c_1 - b_1(pp')$ должны совпадать с точн. до знака.

Иначе (1) и (2) различаются, чего не может быть.

$\nabla^2 \frac{1}{|\vec r - \vec r'|} = -4\pi\delta(\vec r - \vec r')$. В дек. коорд. $\nabla^2 = \sum_\alpha \frac{\partial^2}{\partial x_\alpha^2} =$
$= -\sum_\alpha \frac{\partial^2}{\partial x_\alpha \partial x_\alpha'}$

$-\sum_\alpha \frac{\partial^2}{\partial x_\alpha \partial x_\alpha'} \frac{1}{|r - r'|} = \sum_\alpha G_{\alpha\alpha}(r,r') \Rightarrow -4\pi\delta(\vec r - \vec r')$

1 В цил. коорд. $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$, где $G_{\alpha\beta}$? $\alpha,\beta = \rho,\varphi,z$.

Понятно, что $\mu/м$ $\beta \to 0$, $a_1, b_1, c_1 \to 0$ и $H_t(\rho) \to \text{const} =$
$= H - 4\pi M_s$.

$\alpha \nabla_\rho^2 \ell\ell(\rho) - H_t \ell\ell(\rho) = 0$, $\frac{H_t}{\alpha} = \varkappa_0^2 > 0$ $\mu/м$ $H > 4\pi M_s$.

2 Но где стабилизация в $H = 0$, $\frac{H_t}{\alpha} = -\frac{4\pi}{\alpha} M_s = -\varkappa_0^2 < 0$.

$\nabla_\rho^2 \ell\ell(\rho) + \varkappa_0^2 \ell\ell(\rho) = 0$, $\frac{\partial^2 \ell\ell}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial \ell\ell}{\partial \rho} + \varkappa_0^2 \ell\ell = 0$ имеет

решение $\ell\ell(\rho) = C J_0(\varkappa_0 \rho)$, $\varkappa_0^2 = \frac{4\pi}{\alpha} = 4\pi\left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \gtrsim 1$, если $R \sim R_0$.

Но этот предел $\beta \to 0$ нереален, т.к. тогда нет $\perp$ s.d. state $\mu/м$ $H = 0$.

3 Ньоберика $G_{\alpha\beta}(\vec{\rho},\vec{\rho}') = -\left\langle (\nabla_r)_\alpha (\nabla_{r'})_\beta \frac{1}{|r-r'|} \right\rangle_{z,z'} L$

$$\frac{1}{|r-r'|} = \int dk e^{-k|z-z'|} J_0(k|\vec{\rho}-\vec{\rho}'|) =$$

$$= \int dk e^{-k|z-z'|} \sum_\mu e^{i\mu(\varphi-\varphi')} J_\mu(k\rho) J_\mu(k\rho')$$

нам нужно $\alpha,\beta = \rho,\varphi$. $\left\langle e^{-k|z-z'|} \right\rangle_{zz'} = \frac{1}{L^2}\int_0^L dz dz' e^{-k|z-z'|} =$

$$= \frac{1}{L^2}\frac{2L}{k} f(kL) = \frac{2}{kL} f(kL)$$

Для ρ,φ-компонент $G_{\alpha\beta}(\vec{\rho},\vec{\rho}') = -(\nabla_r)_\alpha (\nabla)_\beta L \left\langle \frac{1}{|r-r'|} \right\rangle_{zz'} =$

4 $= -(\nabla)_\alpha (\nabla')_\beta L \int dk \left\langle e^{-k|z-z'|} \right\rangle_{zz'} \sum_\mu e^{i\mu(\varphi-\varphi')} J_\mu J_\mu(r) =$

$$= -2(\nabla)_\alpha (\nabla')_\beta \int \frac{dk}{k} f(kL) \sum_\mu e^{i\mu(\varphi-\varphi')} J_\mu(k\rho) J_\mu(k\rho')$$

$\alpha\beta =$
ρ,φ

$$G_{\alpha\beta}(\vec{\rho},\vec{\rho}') = (-2)\int_0^\infty \frac{dk}{k} f(kL) (\nabla)_\alpha (\nabla')_\beta \sum_\mu e^{i\mu(\varphi-\varphi')} J_\mu(k\rho) J_\mu(k\rho')$$

$$(\vec{\nabla})_{\rho,\varphi} = \hat{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho} + \frac{1}{\rho}\hat{\varphi}\frac{\partial}{\partial\varphi}$$

$$G_{\varphi\rho}(\vec{\rho}\vec{\rho}') = (-2)\int \frac{dk}{k} f \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\varphi}\frac{\partial}{\partial\rho'} \sum_\mu e^{i\mu(\varphi-\varphi')} J_\mu(k\rho) J_\mu(k\rho') =$$

5 $= \frac{(-2)i}{\rho}\int dk f \sum_\mu \mu e^{i\mu(\varphi-\varphi')} J_\mu(k\rho) \frac{\partial J_\mu(x')}{\partial x'}$, $x' = k\rho'$.

$$G_{\rho\varphi}(\vec{\rho}\vec{\rho}') = (-2)\int \frac{dk}{k} f \frac{\partial}{\partial\rho}\frac{1}{\rho'}\frac{\partial}{\partial\varphi'} \sum_\mu e^{i\mu(\varphi-\varphi')} J_\mu(k\rho) J_\mu(k\rho') =$$

$$= \frac{(-2)}{\rho'}(-i)\int dk f \sum_\mu \mu e^{i\mu(\varphi-\varphi')} \frac{\partial J_\mu(x)}{\partial x} J_\mu(k\rho'), \quad x = k\rho.$$

$$b_\mu(\rho,\rho') = \frac{(+2)}{\rho'}\int dk f \frac{\partial J_\mu(x)}{\partial x} J_\mu(k\rho'); \quad b_\mu(\rho,\rho) = \frac{2}{\rho}\int dk f J_\mu(k\rho)\frac{\partial J_\mu(x')}{\partial x'}.$$

$$\rightarrow G_{\rho\varphi}(\vec{\rho}\vec{\rho}') = i\sum_m m e^{im(\varphi-\varphi')} b_m(\rho,\rho'); \quad G_{\varphi\rho}(\vec{\rho}\vec{\rho}') = (-i)\sum_m m e^{im(\varphi-\varphi')} b_m$$

Т.е. 18/I знак в $e^{im(\varphi-\varphi')}$ выбран неверно, надо "+"
→ в $G_{\varphi\rho}$

Escaneado con CamScanner

6 Для целых k ур. (1), где

$[\dots] = a_1(\rho\rho') - b_1(\rho',\rho) = -\frac{2}{\rho\rho'}\int\frac{dk}{k} f\, J_1(k\rho)J_1(k\rho') -$

$-\frac{1}{\rho}\int dk f\left[J_0(k\rho') - J_2(k\rho')\right]J_1(k\rho) = \frac{1}{\rho}\int dk f\, J_1(k\rho)\left[-\frac{2}{x'}J_1(x') - J_0(x') + J_2(x')\right] =$

$= \frac{1}{\rho}\int dk f\, J_1(k\rho)(-2)J_0(x') = \frac{(-2)}{\rho}\int dk\, J_1(k\rho)J_0(k\rho')f(kL)$

$\to G_{\rho\rho}(\vec{\rho}\vec{\rho}') = (-2)\int\frac{dk}{k} f \sum_\mu e^{i\mu(\varphi-\varphi')}\frac{\partial J_\mu(k\rho)}{\partial\rho}\frac{\partial J_\mu(k\rho')}{\partial\rho'} = \sum_\mu e^{i\mu(\varphi-\varphi')} C_\mu(\rho\rho'),$

$C_m(\rho,\rho') = (-2)\int\frac{dk}{k} f \frac{\partial J_m(k\rho)}{\partial\rho}\frac{\partial J_m(k\rho')}{\partial\rho'}, \quad C_m = C_{-m}.$

7 $G_{\varphi\varphi}(\vec{\rho},\vec{\rho}') = (-2)\int\frac{dk}{k} f \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\varphi}\frac{1}{\rho'}\frac{\partial}{\partial\varphi'}\sum_\mu e^{i\mu(\varphi-\varphi')}J_\mu(k\rho)J_\mu(k\rho') =$

$= \frac{(-2)}{\rho\rho'}\int\frac{dk}{k} f \sum_m m^2 e^{im(\varphi-\varphi')}J_m(k\rho)J_m(k\rho') = \sum_m m^2 e^{im(\varphi-\varphi')} a_m,$

и $a_m = a_{-m}$. Также $b_m = b_{-m}$.

$c_1(\rho\rho') - b_1(\rho\rho') = (-2)\int\frac{dk}{k} f \frac{\partial J_1(k\rho)}{\partial\rho}\frac{\partial J_1(k\rho')}{\partial\rho'} - \frac{2}{\rho'}\int\frac{dk}{k} f \frac{\partial J_1(k\rho)}{\partial\rho}J_1(k\rho') =$

$= (-2)\int\frac{dk}{k} f \frac{\partial J_1(k\rho)}{\partial\rho}\left[\frac{\partial J_1(k\rho')}{\partial\rho'} + J_1(k\rho')\frac{1}{\rho'}\right] = (-2)\int dk f \frac{\partial J_1(k\rho)}{\partial\rho}J_0(k\rho')$

$\to \frac{i}{k}\frac{\partial J_1(k\rho)}{\partial\rho} = \frac{1}{2}\left[J_0(x) - J_2(x)\right], \quad \frac{1}{k\rho}J_1(k\rho) = \frac{1}{2}\left[J_0(k\rho) + J_2(k\rho)\right]$

8 Т.е.

$a_1(\rho,\rho') - b_1(\rho'\rho'') = \frac{(-2)}{\rho}\int dk f(kL)J_1(k\rho)J_0(k\rho')$

$c_1(\rho,\rho') - b_1(\rho\rho') = (-2)\int dk f(kL)\frac{\partial J_1(k\rho)}{\partial\rho}J_0(k\rho')$

А вообще говоря было $a_1(\rho\rho') - b_1(\rho'\rho) = c_1(\rho\rho') - b_1(\rho\rho')$

для того чтобы ур. (1) и (2) для $\ell\ell(\rho)$ совпадали. Минус $J_2(x)$

9 $H_t(\rho)\ell\ell(\rho) - \alpha\nabla_\rho^2\ell\ell - 2\pi\int d\rho'\rho' K(\rho,\rho')\ell\ell(\rho') = 0$ ур-е на $\ell\ell(\rho)$

где $K(\rho,\rho') = \frac{(-2)}{\rho}\int dk f(kL)J_1(k\rho)J_0(k\rho')$, либо

$K(\rho,\rho') = (-2)\int dk f(kL)\frac{\partial J_1(k\rho)}{\partial\rho}J_0(k\rho')$

Это расчет. Вернуться, надо ещё $\int dk f(\dots)$, см. 26/VI02

При $\frac{L}{R} \gg 1$: $f(kL) \approx 1$

$K(\rho,\rho') = (-2)\int dk\frac{k}{2}\left[J_0(k\rho) + J_2(k\rho)\right]J_0(k\rho') =$

Escaneado con CamScanner

10

$$= -\int dk\, k\, J_0(k\rho) J_0(k\rho') - \int dk\, k\, J_2(k\rho) J_0(k\rho') = -\frac{1}{\rho}\delta(\rho-\rho')$$

$$H_t(\rho)\,\mathcal{U}(\rho) - \alpha\nabla^2\mathcal{U} - 2\pi\int d\rho'\rho'\left[-\frac{1}{\rho}\delta(\rho-\rho')\right]\mathcal{U}(\rho') = 0$$

$$\left[H_t(\rho) + 2\pi\right]\mathcal{U}(\rho) - \alpha\nabla^2\mathcal{U} = 0,$$

$$H_t(\rho) = H^0_m(\rho) + H, \quad H^0_m(\rho) = -\frac{4\pi}{\beta}\int\frac{dk}{k}\left[1-e^{-kL}\right] J_0(k\rho)\, J_1(kR)$$

Симметрия $H^0_m(\rho)$ говорит в пользу $K(\rho\rho') = -\frac{2}{\rho}\int dk\, J_1(k\rho) J_0(k\rho')$

b/m $\beta\to\infty$, $H^0_m(\rho)\to 0$ как ранее видно ∥ ∥ ∥

Vortex „Breath" mode 21/I 2001

January

→ 5/I в магнитостат. пределе было получено

13 уравнение на СЗ, СФ для vortex oscillations:

$$\omega^2 \mu(\rho) = \frac{1}{\alpha^2}\int_0^R d\rho' \rho' \Gamma(\rho,\rho') M(\rho'), \quad M = \mu_\rho = \delta m_\rho.$$

$$\Gamma(\rho,\rho') = \int_0^R dz z \sin\theta_0(z)\, g_{zz}(\rho,z)\, g_{\rho\rho}(z,\rho')$$ – ядро без учёта

Пусть $\theta_0(z) = \pi/2$ – пренебрегаем вкладом „core".

$$\Gamma(\rho,\rho') = \int_0^R dz z\, g_{zz}(\rho,z)\, g_{\rho\rho}(z,\rho') = \int dz z \left[-\frac{4\pi}{L}\int dk (1-e^{-kL}) J_0(k\rho) J_0(kz)\right] \cdot$$

$$\cdot \left[(-4\pi)\int dk' k' f(k'L) J_1(k'z) J_1(k'\rho')\right] = \left| \int dz z\, J_0(kz) J_1(k'z) \right|$$

14 $\lim L/R \to 0$ $\Gamma(\rho,\rho') = \int dz z \left[-\frac{4\pi}{\rho}\delta(\rho - z)\right] g_{\rho\rho}(z,\rho') =$

$$= (-4\pi)\, g_{\rho\rho}(\rho,\rho') \to \omega^2 M(\rho) = \frac{(-4\pi)}{\alpha^2}\int_0^R d\rho' \rho' g_{\rho\rho}(\rho,\rho') M(\rho'), \quad \omega = \frac{\omega}{\gamma d M_s}$$ безр.

Здесь: $g_{\rho\rho}(\rho\rho') = (-4\pi)\int dk k f(kL) J_1(k\rho) J_1(k\rho')$ симм. по ρ,ρ'.

Есть ли сингулярность $\lim \rho \to \rho'$? $\lim \frac{L}{R} \gg 1$ да, тогда $f(kL) \approx 1$

и $\int dk k J_1(k\rho) J_1(k\rho') = \frac{1}{\rho}\delta(\rho - \rho')$. $M(R) \neq 0$ в общ. случае.

→ Надо найти условие связи $g_{\rho\rho}$ и g_{zz}. – Увы, не видно.

15 А что если $\mu(\rho) = C J_1(x\rho)$ или $\mu(\rho) = \sum_n C_n J_1(x_n \rho)$?
дают Hankel-преобр. по $J_1(x\rho)$

Допустим $\mu(\rho)$ локализована вблизи $\rho \approx R$ не край диска.

Тогда $\omega^2 M(R) = \frac{(-4\pi)}{\alpha^2} M(R) \int_0^R d\rho' \rho' g_{\rho\rho}(R,\rho')$

$$\omega^2/(\gamma d M_s)^2 = \frac{(-4\pi)}{\alpha^2}\int_0^R d\rho' \rho' g_{\rho\rho}(R,\rho')$$

16 $\omega = \gamma M_s \sqrt{-4\pi \int_0^R d\rho' \rho' g_{\rho\rho}(R,\rho')}$, но надо весь спектр знать.

$h_m^\rho(\vec{\rho}) = \int d^2\vec{\rho}' \left[g_{\rho\rho}(\rho\rho') m_\rho(\rho') + g_{\rho\varphi}(\rho\rho') m_\varphi(\rho')\right]$, $\vec{m} = \vec{m}(\rho)$ только

Но $g_{\alpha\beta}(\rho\rho') = \int d\varphi' G_{\alpha\beta}(\vec{\rho},\vec{\rho}')$, где $G_{\alpha\beta}(\vec{\rho}\vec{\rho}') = \frac{1}{L}\int dz dz' G_{\alpha\beta}(\vec{r},\vec{r}')$, см. 30/I

можно $g_{\rho\varphi} = 0$, $g_{\varphi\rho} = 0$, $g_{\varphi\varphi} = 0$ и $h_m^\rho(\rho) = \int d\rho' \rho' g_{\rho\rho}(\rho\rho') m_\rho(\rho')$.

Escaneado con CamScanner

17 Дифф. ген. поле $h^{\rho}_{m}(\vec{\rho}) = \int d\rho' \rho' d\varphi' \left[G_{\rho\rho}(\vec{\rho}\vec{\rho}') \delta m_{\rho}(\vec{\rho}') + G_{\rho\varphi}(\vec{\rho}\vec{\rho}') \delta m_{\varphi}(\vec{\rho}') \right]$, если считать $\delta\vec{m} = \vec{\mu} = f(|\vec{\rho}|)$, то $\int d\varphi'(\ldots)$ даст δ_{m0} и $h^{\rho}_{m}(|\vec{\rho}|)$:

$h^{\rho}_{m}(\rho) = \int d\rho' \rho' g_{\rho\rho}(\rho,\rho') \mu_{\rho}(\rho')$, аналогично $h^{z}_{m}(\rho) = \int d\rho' \rho' g_{zz}(\rho,\rho') \mu_{z}(\rho')$

$-\mu_z = \ell \sin\theta_0$, $\mu_\rho = \ell \cos\theta_0 \approx 0$ (вне сопла), $\mu_\rho = \mu = -\psi \sin\theta_0$.

→ μ_z и μ_ρ изменяются вне vortex «сопла», в основном.

Если $\mu_\rho(\rho) = \underset{(\mu_0)}{\text{const}}$, то намагниченность и сер. по ρ,

18 $\langle h^{\rho}_{m}(\rho) \rangle_{\rho} = \frac{2}{R^2} \int d\rho\, \rho\, h_m(\rho) = \frac{2}{R^2} \int d\rho\, \rho \int d\rho' \rho' g_{\rho\rho}(\rho,\rho') \mu(\rho') =$

$= 2\mu_0 \frac{2}{R^2} \int_0^R d\rho\, \rho \int_0^R d\rho' \rho'\, g_{\rho\rho}(\rho,\rho') = \mu_0 \frac{2}{R^2} \int_0^R d\rho\, \rho \int_0^R d\rho' \rho' (-4\pi) \int_0^\infty dk\, k\, f(kL) J_1(k\rho) J_1(k\rho') =$

$= (-4\pi)\mu_0 \frac{2}{R^2} \int_0^\infty dk\, k f(kL) \left[\int_0^R d\rho\, \rho\, J_1(k\rho) \right]^2 = (-4\pi)\mu_0 \frac{2}{R^2} \int_0^\infty dk\, k f(kL) F^2(k)$,

$F(k) = \int_0^R d\rho\, \rho\, J_1(k\rho)$ – не берется через ф. Бесселя.

→ Через $\mathrm{Sp}\, G_{\alpha\beta} = -4\pi\delta(\vec{\rho}-\vec{\rho}')$ в цил. компонентах:

$h^{y}_{m} = \sin\varphi\, h_\rho + h_\varphi \cos\varphi = \sin\varphi \int d^2\vec{\rho} \left[G_{\rho\rho}\mu_\rho + G_{\rho\varphi}\mu_\varphi \right] +$

19 $+ \cos\varphi \int d^2\vec{\rho} \left[G_{\varphi\rho}\mu_\rho + G_{\varphi\varphi}\mu_\varphi \right] =$

$= \sin\varphi \int d^2\vec{\rho} \left[G_{\rho\rho}(\mu_x\cos\varphi' + \mu_y\sin\varphi') + G_{\rho\varphi}(-\mu_x\sin\varphi' + \mu_y\cos\varphi') \right]$

$+ \cos\varphi \int d^2\vec{\rho} \left[G_{\varphi\rho}(\mu_x\cos\varphi' + \mu_y\sin\varphi') + G_{\varphi\varphi}(-\mu_x\sin\varphi' + \mu_y\cos\varphi') \right]$

$= \int d^2\vec{\rho} \left[G_{yx}\mu_x + G_{yy}\mu_y \right]$, G_{xx} – см. JAP '2000.

$G_{yy}(\vec{\rho},\vec{\rho}') = \sin\varphi \left(G_{\rho\rho}\sin\varphi' + G_{\rho\varphi}\cos\varphi' \right) + \cos\varphi \left(G_{\varphi\rho}\sin\varphi' + G_{\varphi\varphi}\cos\varphi' \right)$

→ $G_{xx} + G_{yy} + G_{zz} = G_{\rho\rho}(\vec{\rho},\vec{\rho}')\cos(\varphi-\varphi') + G_{\rho\varphi}\sin(\varphi-\varphi') + G_{zz} +$

$+ G_{\varphi\rho}\sin(\varphi'-\varphi) + G_{\varphi\varphi}\cos(\varphi-\varphi') = -4\pi\delta(\vec{\rho}-\vec{\rho}')$

Escaneado con CamScanner

20 $\int dp \int d\varphi' G_{pp}(p,p') \cos(\varphi-\varphi') = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} d\varphi' \cos(\varphi-\varphi') \sum_m e^{im(\varphi-\varphi')} C_m(pp') =$

$= \left| \begin{matrix} \varphi-\varphi' = \xi \\ -d\varphi' = d\xi \end{matrix} \right| = -\int_0^{2\pi} d\varphi \int_{\varphi}^{\varphi-2\pi} d\xi \cos\xi \sum_m e^{im\xi} C_m = +\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} d\xi \cos\xi \sum_m e^{im\xi} C_m =$

$= \int d\varphi \int_0^{2\pi} d\xi \frac{1}{2}\left(e^{i\xi} + e^{-i\xi}\right) \sum_m C_m = \int d\varphi \frac{1}{2} 2\pi \sum_m C_m \left(\delta_{m,-1} + \delta_{m,1}\right) = \int d\varphi \, \pi \left(C_{-1} + C_1\right) =$

$= \int d\varphi \cdot 2\pi C_1(pp')$, но φ-усреднение уже не нужно.

$\int d\varphi' G_{p\varphi} \sin(\varphi-\varphi') = \int_0^{2\pi} d\xi \sin\xi (i) \sum_m m e^{im\xi} B_m(pp') =$

$= i \int d\xi \frac{1}{2i}\left(e^{i\xi} - e^{-i\xi}\right) \sum_m m e^{im\xi} B_m = \frac{1}{2} 2\pi \sum_m \left[B_{-1}(-1) - B_1\right] = -2\pi B_1(pp')$

21 → Интегрируя $\nabla_p G_{\alpha\beta}(\vec{p},\vec{p}') = -4\pi\delta(\vec{p}-\vec{p}')$ по φ' можно доказать какое-то тождество для ф. Бесселя, но не нашли связь $g_{pp}(p,p')$ и $g_{zz}(pp')$.

• Полезно $\Lambda_\mu(k,k') = \int_0^R dp\, p\, J_\mu(kp) J_\mu(k'p) = \frac{2}{\pi} \frac{\sin(k-k')R}{(k^2-k'^2)} \xrightarrow[R/L\to\infty]{} \frac{1}{k}\delta(k-k')$

(Раньше писался нашли СФ только для $g_{zz}(p,p')$.

→ Осн. ур. при $\frac{L}{R} \ll 1$: $\mu(p)\omega^2 = (-4\pi)\int_0^R dp' p' g_{pp}(p,p') \mu(p')$, $\omega \to \frac{\omega}{\sqrt{M_s}}$.

или $\lambda \mu(p) = \int_0^R dp' p' g_{pp}(p,p') \mu(p')$, где $\lambda = -\frac{\omega^2}{4\pi}$, $\mu = \mu_p$.

22 Аналитическая теория для vortex oscillations.

$g_{pp}(p,p') = (-4\pi) \int_0^\infty \frac{dk}{k} f(kL) \frac{\partial}{\partial p} \frac{\partial}{\partial p'} J_0(kp) J_0(kp') =$

$= (-4\pi) \int dk\, k\, f(kL) J_1(kp) J_1(kp')$

23 Попробуем Hankel-transform: $\infty \to R$ (т.к. $\mu(p), p \le R$)

$\mu(p) = \int_0^\infty dt\, \mu(t)\, t\, J_n(pt)$, $\mu(t) = \int_0^\infty dp\, p\, \mu(p) J_n(pt)$

$\lambda\mu(t) = \lambda \int dp\, p\, \mu(p) J_n(pt) = \int dp\, p\, J_n(pt) \int dp' p' g(pp') \int dt' \mu(t') t' J_n(p't') =$

$= \int dt' \mu(t') \left[t' \int dp\, p \int dp' p' g(pp') J_n(pt) J_n(p't')\right]$

Escaneado con CamScanner

24 $\lambda \int dt\, \mu(t)\, t\, J_n(\rho t) = \int d\rho' \rho' (-4\pi) \int dk\, k\, f(kL)\, J_1(k\rho) J_1(k\rho')$,

$\times \int dt' t' \mu(t') J_n(\rho' t') = (-4\pi) \int dt\, t\, f(tL) J_1(t\rho) \int d\rho' \rho' J_1(t\rho') \int dt' t' \mu$

$n=1$ $\lambda \mu(t) = (-4\pi) f(tL) \int dt' t' \mu(t') \left[\int_0^R d\rho' \rho' J_1(t\rho') J_1(t'\rho') \right]$

$t, t' \to k, k'$. $\Lambda_1(k,k') = \Lambda(k,k') = \int_0^R d\rho\, \rho\, J_1(k\rho) J_1(k'\rho)$

$\lambda \mu(k) = (-4\pi) f(kL) \int_0^\infty dk' k' \Lambda(k,k') \mu(k')$, $\mu(\rho) = \int_0^\infty dk\, k\, \mu(k) J$

такъв тип инт. ур. за $\mu_2(\rho)$ я намерих още 17-21/XII 992.

$\Lambda(k,k') = \frac{2}{\pi} \frac{\sin(k-k')R}{(k^2-k'^2)} \xrightarrow{R\to\infty} \frac{1}{k}\delta(k-k')$ и намерих

25 $\lambda = (-4\pi) f(kL)$. $f(kL) \approx \frac{1}{2} kL$, т.е. $\lambda \to 0$ $_{L/R \to 0}$.

Оценки за собств. "breath" mode

1) Връщам се към фед. ур. като за $\langle h_m^\rho \rangle_\rho$ (Разумно) за оценки ω

$\langle h_m^\rho \rangle_\rho \sim I(L,R) = \frac{2}{R^2} \int dk\, k\, f(kL) F^2(k)$, $F(k) = \int_0^R d\rho\, \rho\, J_1(k\rho) = \left| \begin{matrix} kR=t \\ \rho/R = x \end{matrix} \right|$

$= R^2 \int_0^1 dx\, x\, J_1(tx) = R^2 F(t)$

$\to I(L,R) = \frac{2}{R^2} \int_0^\infty \frac{dt}{R^2} t\, f(\beta t) R^4 \left[\int_0^1 dx\, x J_1(tx) \right]^2 = 2 \int_0^\infty dt\, t\, f(\beta t) F^2(t) = I($

$F(t) = \int_0^1 dx\, x J_1(xt)$, $\lambda = \frac{2}{R^2} \int d\rho\rho \int d\rho' \rho' g_{\rho\rho}(\rho\rho') = (-4\pi) I(\beta) = (-4\pi) I($

26 2) Можем предполагать $\mu(\rho)$ локализована при $\rho \simeq R$.

Тогава $\lambda \mu(\rho) \cong g_{\rho\rho}(\rho, R) \int_0^R d\rho' \rho' \mu(\rho')$, – съгласувано

$\lambda \int_0^R d\rho\rho\, \mu(\rho) = \int_0^R d\rho' \rho' \mu(\rho') \int_0^R g_{\rho\rho}(\rho, R)\, \rho\, d\rho \to \lambda = \int_0^R d\rho\rho\, g_{\rho\rho}(\rho, R)$

$\int_0^R d\rho\rho\, g_{\rho\rho}(\rho, R) = \int d\rho\rho\, (-4\pi) \int dk\, k\, f(kL) J_1(k\rho) J_1(kR) =$

$= (-4\pi) \int dk\, k\, f(kL) J_1(kR) F(k) = (-4\pi) \int_0^\infty dt\, t\, f(\beta t) J_1(t) \int_0^1 dx\, x J_1(xt)$

$\to \lambda = (-4\pi) \int_0^\infty dt\, t\, f(\beta t) J_1(t) \int_0^1 dx\, x J_1(xt) = (-4\pi) I_5(\beta)$

Escaneado con CamScanner

22/I

Vortex „breath" mode

2001

1 JANUARY

27 т.е. есть две оценки $\lambda(\beta)$: 1) $\mu(\beta) \approx \mu_0$; 2) $\mu(\beta)$ велика при $\beta \approx R$. (в предыдущем)

$\frac{\omega^2}{4\pi} = \lambda$, $\omega \to \frac{\omega}{\gamma M_s}$ · $\frac{\omega^2}{(4\pi)^2} = \frac{\omega^2}{(\gamma 4\pi M_s)^2} = \frac{\omega^2}{\omega_M^2}$

1) $\frac{\omega^2}{\omega_M^2} = I(\beta)$ или 2) $\frac{\omega^2}{\omega_M^2} = I_s(\beta)$. Видимо $I(\beta) \sim \beta$.

Оценка фактора „breath" mode:

$\mu(\beta) \approx \text{Const}$

- Доказ. из $\mu(\beta)$, см. на обороте ↓

Аналогичное приближение можно рассм. и в k-Hankel представлении: т.е. $\mu(k)$ имеет резкий max при $k \approx k_0$ (Это согласуется с $\beta \to 0$ 29/I)

или $\mu(k) = \frac{\text{const}}{k^\alpha}$, $\alpha \le 2$. $\Lambda(k,k) = \frac{2}{\pi}\frac{(k-k')R}{(k+k')(k-k')} = \frac{R}{\pi}\frac{1}{k}$,

28 тогда $\lambda\mu(k) = (-4\pi) f(kL) \frac{R}{\pi} \int_0^\infty dk' \mu(k')$, $\mu(k) = C f(kL)$, но $\int_0^\infty dk \mu(k)$ – расходится.

а) $\mu(k)$ – резко max при $k \approx k_0$

$\lambda\mu(k) = (-4\pi) f(kL)\, k_0 \Lambda(k,k_0) \int_0^\infty dk' \mu(k')$

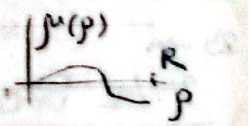
$\mu(k) = C(-4\pi) f(kL) k_0 \Lambda(k,k_0) = C f(kL) \Lambda(k,k_0)$

$\mu(\beta) = \int_0^\infty dk\, k\, J_1(k\beta) \mu(k) = C \int dk\, k\, J_1(k\beta) f(kL) \Lambda(k,k_0) =$

$= C \int dk\, k\, J_1(k\beta) f(kL) \int_0^R d\beta' \beta' J_1(k\beta') J_1(k_0\beta') = \frac{C}{(-4\pi)} \int_0^R d\beta' \beta' g_{\beta\beta}(\beta\beta') J_1(k_0\beta')$ (!)

29 Ибо $\Lambda(k,k_0) \to \max$ $k \approx k_0 \Rightarrow \mu(\beta) \approx C f(k_0 L) \int dk\, k\, J_1(k\beta) \int_0^R d\beta' \beta' J_1(k\beta') J_1(k_0\beta') =$

$= C f(k_0 L) \int_0^R d\beta' \beta' \frac{1}{\beta} \delta(\beta - \beta') J_1(k_0\beta') = C f(k_0 L) J_1(k_0\beta)$



$\to \mu(\beta) = C f(k_0 L) J_1(k_0\beta) = C' J_1(k_0\beta)$, см. 29/I $\beta \to 0$ предел

Это совпадает с previous $\mu(\beta) = \tilde{C} \int d\beta' \beta' g_{\beta\beta}(\beta,\beta') J_1(k_0\beta')$, т.к.

30 $\lambda\mu(\beta) = \int d\beta' \beta' g_{\beta\beta}(\beta,\beta') \mu(\beta')$ – осн. ур.

Оценка фактора „breath" mode:

→ Действительно: $I_s(\beta) \sim \beta$ и $I_s(0,2) = 0,092 \to \omega = 0,332 \cdot \omega_M \approx$ (ранее 0,104) ≈ 9 GHz – FeNi

$I(\beta) \sim \beta$ тоже, $I(0,2) = 0,307 \to \omega = 0,554 \cdot \omega_M \approx 16,6$ GHz. $\approx 9,7$ GHz!

$I_s(0,2) = 0,1044$; $\omega_s = 2,0$ GHz и $I(0,2) = 0,2885$, $\omega = 15,9$ GHz ($\omega_M = 29,7$

FeNi: $f = 2,95$ GHz, $M_s = 800$ G, гадуг $\omega_M/2\pi = 29,7$ GHz

Escaneado con CamScanner

December
십이월

12 DECEMBER — 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월 화 수 목 금 토 일 월
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31

31 → Для исходного static vortex $\vec{M} = (0, M_\varphi, 0)$ "core"

$$H_m^\rho(\vec{\rho}) = \int d^2\rho'\, G_{\rho\rho}(\vec{\rho},\vec{\rho}')\, M_\varphi(\vec{\rho}'), \quad H_m^\varphi(\vec{\rho}) = \int d^2\rho'\, G_{\varphi\varphi} M_\varphi(\vec{\rho}')$$

Внутри "core" добавл. M_z, но $G_{\rho z}=0$, $G_{\varphi z}=0$ и M_z вклада в H_m^ρ, H_m^φ не дает. Но $H_m^z(\rho) = \int d^2\rho\, G_{zz} M_z(\rho')$ - есть.

$M_\varphi(\vec{\rho}') = f(|\vec{\rho}'|)$ только и можно $\int_{core} d\varphi'(\dots)$.

Но $\int d\rho' G_{\rho\varphi}(\rho',\rho') = g_{\rho\varphi}(\rho') = 0$ и $g_{\varphi\varphi}(\rho') = \int d\varphi' G_{\varphi\varphi}(\rho',\varphi') = 0$

Т.е. static magnetostat. field $H_m^\rho = 0$, $H_m^\varphi = 0$ и $H_m^z(\rho) \neq 0$

$$\vec{H}_m^0 = (0, 0, H_m^z(\rho))$$

1 Это соотв. дин.-поля $H_m^z(\rho) = \int d\rho'\rho'\, g_{zz}(\rho,\rho')\, m_z^0(\rho')$, $m_z^0 = \cos\theta_0$ и. появляется в УД для $\ell\ell$ и μ. Если по z не усредн. то есть $H_m^\rho[M_z] \neq 0$ (16/III)

→ Связь динам. углов $\ell\ell$ и $\mu = -\psi \sin\theta_0$.

$$\omega_\mu = \frac{1}{d}\int d\rho'\rho' \sin\theta_0(\rho')\, g_{zz}(\rho,\rho')\, \ell\ell(\rho')$$

h/μ $\rho \to 0$ $\quad g_{zz}(\rho,\rho') = -4\pi \frac{1}{\rho}\delta(\rho-\rho')$, $\quad \omega \to \frac{\omega}{(\gamma d M_s)}$

$$\frac{\omega}{\gamma M_s d}\mu(\rho) = \frac{1}{d}\sin\theta_0(\rho)(-4\pi)\ell\ell(\rho), \quad \frac{\omega}{\omega_M}\mu(\rho) = -\sin\theta_0(\rho)\ell\ell(\rho)$$

Т.к. колебания в области $\theta_0(\rho) \approx \pi/2$, то $\ell\ell(\rho) = -\frac{\omega}{\omega_M}\mu(\rho)$, связь компонент

2 $$\lambda\mu(\rho) = \int_0^R d\rho'\rho'\, g_{\rho\rho}(\rho,\rho')\,\mu(\rho'), \quad \lambda = -\frac{\omega^2}{4\pi}.$$

23 нед

24/I Беседа с Crawford о его SW exp. на 50×50 nm Элементах. Он заинтересован в "d" расчете. Предложил ему $d(\rho)$ и показать vortex-dyn. pic

28-29/I Визит в ANL. Беседа с Novosad, Grimsditch.

Misc-семинар с Bader, Chantrell, Grimsditch, Novosad, Власко-Власов, Олегом.

Доклад Chantrell по fitting of array FePt (H_c vs $M_R(T)$) сферич. частиц. Нашел $K_1 \approx 2.9\cdot 10^7$ erg/cm^3 — не зависит от T. ПЛН с двумерным распределением осей

2002

3 Media (1) Ligne de champ et trajectoire :

Ligne de champ : courbe tangente en chaque point au champ de vecteurs vitesse

Trajectoire : courbe décrite par une particule au cours du temps

Ligne de champ = trajectoire si régime permanent

Final Fluid (2)



4 Un modèle fluide (1 point) Comportement d'un gaz en équilibre thermodynamique : un ensemble de particules identiques, indiscernables, sans interaction à distance, en mouvement désordonné, sans collision entre elles.

Un modèle qui ne tient pas compte de la viscosité du fluide.

Un modèle qui ne tient pas compte de la compressibilité du fluide.

Un modèle qui ne tient pas compte de la température du fluide.

Un modèle qui ne tient pas compte de la pression du fluide.

Un modèle qui ne tient pas compte de la densité du fluide.

Un modèle qui ne tient pas compte de la masse du fluide.

Un modèle qui ne tient pas compte de la vitesse

Note — Vortex "breath" mode

29/I

Date. . .

→ Осн. уравнение для достаточно малых β:

$$\lambda \mu(\beta) = \int_0^R d\beta' \beta' g_{\beta\beta}(\beta,\beta') \mu(\beta') \,, \quad \lambda = -\frac{\omega^2}{4\pi} .$$

Если считать, что $\Phi\mu(\beta) = C J_1(k_0\beta)$, то

$$\lambda J_1(k_0\beta) = \int d\beta' \beta' \left[-4\pi \int dk\, k\, f(kL)\, J_1(k\beta)\, J_1(k\beta')\right] J_1(k_0\beta') =$$

$$= (-4\pi) \int dk\, k\, f(kL)\, J_1(k\beta)\, \Lambda_1(k,k_0) \approx \left| \beta \overset{\text{если}}{\ll} 1 \right| =$$

$$= (-4\pi) \int dk\, k\, f(kL)\, J_1(k\beta)\, \frac{1}{k}\, \delta(k-k_0) = (-4\pi) f(k_0 L)\, J_1(k_0\beta),$$

т.е. $\mu_1(\beta) = C J_1(k_0\beta)$ будет СФ со соб. значением

СФ ... I

$$\lambda_1 = (-4\pi) f(k_0 L) \quad \text{или} \quad \left(\frac{\omega_1}{\omega_M}\right)^2 = f(k_0 L) = f(\beta k_0 R) \sim \beta \quad (\beta \ll 1)$$

$$\lambda = -\frac{\omega^2}{4\pi}, \; \omega \to \frac{\omega}{\gamma M_s}.$$

k_0 из гран. усл.

Тогда как в I случае обмена было $\mu(\beta) \sim J_0\left(\frac{\omega}{\alpha}\beta\right)$ и Гаусса имела конечное значение при $\beta \to 0$ (обмен.-дип. Гаусса)

теперь $\omega_1 \sim \beta^{1/2}$ и $\omega_1 \xrightarrow[\beta \to 0]{} 0$ (дип. Гаусса)

и в I и сейчас считались глав. члены по $\beta \ll 1$.

Отчет за 15-31/I 02 г.

1/II Семинар Chantrell в СМИ по Co и Pt Fe - particles coercivity simulations. Корона или пелена коэрцитивности $M_z(T)$, $H_c(T)$ с изменением многих параметров, Log normal distribution of particle sizes и $\simeq$ const destribution of anis. axis.

СМИ Library: JETP Lett и Ph. Sol. Se.

Беседа (31/I) с Rebei и Chantrell о сотрудн.

Беседа с James Bain (СМИ) о профилях $M_z(x)$, $M_z(y)$ измеренных by Kerr-spatial eq. Обещал files - картинки прислать. Описал схему exp. by Crawford

FEM

M_z^2 — закрыто

Note

Date. 1. II.

План работы на ближ. время:

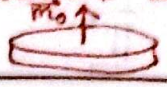
1) Продвинуть SW-PRB paper со Славиным
2) Vortex „breath" $\tilde{m}(p)$ mode (Novosad, Grimsditch + Chantrell / Scholz)
3) Закончить exp. paper по BLS exp. on vortex oscillations
4) Объяснение exp. Глеба (FMR) на имп. доках (ген. имп. в ⊥ state $H_{res}(\omega_R)$, coupling-имп.)
5) объяснение exp. by Crawford-Cavington-Bain и discuss. с ними
6) MFD-RL - имп. дока (Chantrell, Scholz + Nov. + Metlov)
7) Разобраться в recent papers by Slonczewski и Safonov
8) Разобраться с флуктуац. динамикой малых нт-частиц FePt, у них K_U и K_S (см. Раихар)
9) Посчитать M(H) двухсл. имп. с конкур. анизотропией для read. head.
10) Paper SW для Оксаны, Chantrell в немагн. сфер/цилиндр.
11) SW в ⊥ saturated dot с конечным L/R (1 column recording)
12) Intermag paper с Метловым „II-flower" → „⊥-flower"
13) Сократить PRL на SW-wires до 4 pages и отослать ее.
14) Paper M(H) и $H_{\pi/4}$ для системы (2D array) of FePt сферич. гранул с K_i indiced by intergran. coupling. (с двойниками)
15) Подготовка APS - доклада (main - „theory of vortex dynamics")

Текущие дела:

1) Страховка машины;
2) мини NW для себя, Л., А., Ю.;
3) Green card application
4) Travels to APS meet./Amsterdam/AVL;
5) Приглашения в Seagate-Новосад и Марк;
6) Оплата тех. счетов (кв., страховка, тел., phone)

Note

Устойчивость 1-saturated state



Date. 3 . II .

→ Если в ур. Брауна для μ_ρ, μ_φ от 18/I положить $\mu_\rho = 0$ ("vortex-like" mode, $\Phi_0 = \varphi + \pi/2$), то для $\mu_\varphi(\rho) = \theta(\rho)$ получ.

$$H_t\theta - \alpha\left[\nabla^2\theta + \frac{1}{\rho^2}\theta\right] = 0, \quad H_t(\rho) = H_m^{0z}(\rho) + H_z$$

$$H_m^0(\rho) = -4\pi M_s \frac{1}{\beta}\int_0^\infty \frac{dx}{x}\left[1 - e^{-\beta x}\right] J_0(x\rho) J_1(x), \quad \rho \to \rho/R.$$

$$\theta'' + \frac{1}{\rho}\theta' + \left[\frac{1}{\rho^2} - \frac{1}{\alpha}H_t(\rho)\right]\theta(\rho) = 0 \quad - ?$$

Ур. Бесселя $y'' + \frac{1}{x}y' + \left[k^2 - \frac{n^2}{x^2}\right]y(x) = 0 \to y(x) = J_n(kx)$

Ошибка в общем члене, ведь для vortex-like solution $\frac{\partial \mu_\rho}{\partial \varphi} = \mu_\varphi$, $\frac{\partial \mu_\varphi}{\partial \varphi} = -\mu_\rho$ не выполняется и надо (10/I):

$$h_{ex}^\varphi = \alpha\left[\nabla^2\mu_\varphi - \frac{1}{\rho^2}\mu_\varphi + \frac{2}{\rho^2}\frac{\partial \mu_\rho}{\partial \varphi}\right] \qquad \alpha = R_0^2 = \frac{C}{M_s^2} = \frac{2}{\mu}$$

$$h_{ex}^\rho = \alpha\left[\nabla^2\mu_\rho - \frac{1}{\rho^2}\mu_\rho - \frac{2}{\rho^2}\frac{\partial \mu_\varphi}{\partial \varphi}\right]$$

Поэтому, $\mu_\rho = 0$ соотв. $h_{ex}^\varphi = \alpha\left[\nabla^2\mu_\varphi - \frac{1}{\rho^2}\mu_\varphi\right]$ (другой знак)

и для $\mu_\varphi(\rho) = \theta(\rho)$ получим

$$\theta'' + \frac{1}{\rho}\theta' + \left[-\frac{1}{\rho^2} - \frac{1}{\alpha}H_t(\rho)\right]\theta(\rho) = 0$$

$$\theta'' + \frac{1}{\rho}\theta' + \left[-\frac{1}{\alpha}H_t(\rho) - \frac{1}{\rho^2}\right]\theta(\rho) = 0 \quad \text{- vortex like mode}$$

Если $\beta \gg 1$, $H_m^0 \to 0$, $H_t = H_z$ и при $H_z < 0$ получаем curling mode by Aharoni для ∞-цилиндра $\theta(\rho) = CJ_1(x\rho)$, $x^2 = -\frac{1}{\alpha}H_z$

Глоб. устойчивость $H_z = 0$, $H_t(\rho) = H_m^0(\rho) < 0$

$$\theta'' + \frac{1}{\rho}\theta' + \left[-\frac{1}{\alpha}H_m^0(\rho) - \frac{1}{\rho^2}\right]\theta(\rho) = 0, \quad H_m^0(\rho) = M_s J(\rho,\beta)$$

(23/IX).

(Это уравнение совпадает с уравнением Эйлера для $\theta \ll 1$ (для устойчивости $\theta_0 = 0$ рады) от 22-26/X 012.

связь с кр. расст

$$J(\rho,\beta) = \frac{1}{M_s}H_m^0(\rho) \quad \text{для} \quad \boxed{1}$$

соот. для пол. 1 SD цилиндра

Note

Date.

→ Если в ур. Брейнера (ос 18/I) для μ_β, μ_φ положить $\mu_\varphi = 0$ ("flower"-like mode), то решения с $G_{\alpha\beta}$ на $=0$, будут $\mu_\beta = \mathcal{U}(\beta)\cos(\Phi_0 - \varphi)$, $\mu_\varphi = \mathcal{U}(\beta)\sin(\Phi_0 - \varphi)$. $\mu_\varphi = 0$ свобод. $\Phi_0 = \varphi$ и $\mu_\beta(\beta) = \mathcal{U}(\beta)$, тогда только $\int d\vec{\beta}' G_{\beta\beta'} \neq 0$

(2): $$-H_t \mathcal{U} + \alpha\left[\nabla^2 \mathcal{U} - \frac{1}{\beta^2}\mathcal{U}\right] + \int d^2\beta' G_{\beta\beta'} \mu_\beta(\beta') = 0, \quad H_2 = 0,$$

$$-H_m^{(0)}(\beta)\,\mathcal{U}(\beta) + \alpha\left[\nabla^2 \mathcal{U} - \frac{1}{\beta^2}\mathcal{U}\right] + \int_0^R d\beta' \beta' g_{\beta\beta}(\beta,\beta')\,\mathcal{U}(\beta') = 0$$

↳ "flower"-like mode

Если $\beta \gg 1$ здесь, то $g_{\beta\beta}(\beta,\beta') = (-4\pi)\int dk\, k\, f(kL) J_1(k\beta) J_1(k\beta') =$

$= |f(kL) \approx 1| = (-4\pi)\frac{1}{\beta}\delta(\beta - \beta')$, $H_m^0(\beta) \to 0$ и

$$\alpha\left[\nabla^2 \mathcal{U} - \frac{1}{\beta^2}\mathcal{U}\right] + (-4\pi)\mathcal{U}(\beta) = 0$$

1-Flower solution

$$\mathcal{U}'' + \frac{1}{\beta}\mathcal{U}' + \left[-\frac{1}{\beta^2} - \frac{4\pi}{\alpha}\right]\mathcal{U}(\beta) = 0 \Rightarrow \mathcal{U}(\beta) = C\, I_1(x_f \beta),$$

$x_f^2 = \frac{4\pi}{\alpha}$, это решение для "1 flower" state. Видимо по нашим ранее усл. При $\beta \to 0$ "1 flower" не имеет смысла.

Т.е. далее с $\langle \dots \rangle_2$ у нас есть для потери устойчивости 1 saturated state ($\Theta_0 = 0$) две моды:

I "vortex"-like, $\mu_\varphi \neq 0$, $\mu_\beta = 0$, в пределе $\beta \gg 1$ дает curling моду Ahlers

II "flower"-like, $\mu_\beta \neq 0$, $\mu_\varphi = 0$, в пределе $\beta \gg 1$ дает "1 flower" моду усл.

Но это частные решения (какое из них выгоднее?). Возможно, RL nucleation mode относит. Θ_0-state – это мода с $\mu_\varphi \neq 0$, $\mu_\beta \neq 0$. Тогда μ_β, μ_φ – определ. из системы (1)-(2) ос. 18/I.

Начальные "1 flower" mode должны зависеть от "z", ⇒ nucleation-RL мода зависит от "z" и "vortex"-like тоже.

Простейший путь учесть $b = b(z)$ – vortex core зависимость от "z" и найти $b_0(z)$ из min W.

Escaneado con CamScanner

Note **Vortex „breath" mode**

Date. 4 . II .

Уравнение для расчета „breath" mode

Осн. ур. для $\beta \ll 1$: $\lambda \mu(\rho) = \int_0^R d\rho' \rho' g_{33}(\rho\rho') \mu(\rho')$, $\lambda = -\frac{\omega^2}{4\pi}$, μ

или $\frac{\omega_n^2}{\omega_M^2} \mu_n(\rho) = \left(-\frac{1}{4\pi}\right) \int_0^R d\rho' \rho' g_{33}(\rho,\rho') \mu_n(\rho')$

ω_n – соб. частота, $\mu_n(\rho)$ – с.ф. of magn. operator.

Умн. на $\int_0^R d\rho\rho \mu_n(\rho)$ и учтем $\int_0^R d\rho\rho\, \mu_n^2(\rho) = 1$ для норм. с.ф.

Тогда $\left(\frac{\omega_n}{\omega_M}\right)^2 = -\frac{1}{4\pi} \int_0^R d\rho\rho \int_0^R d\rho'\rho'\, g_{\rho\rho}(\rho,\rho') \mu_n(\rho) \mu_n(\rho')$

частоты ω_n ... с.ф. – μ_n(

Перейдем (как 21/I):

1) Если $\mu_\rho(\rho) = \mu_n(\rho) = \text{const} = C$, $\int_0^R \mu_n^2(\rho) \rho d\rho = C^2 \frac{R^2}{2} = 1$

$C^2 = \frac{2}{R^2}$, $C = \frac{\sqrt{2}}{R}$

$\left(\frac{\omega_n}{\omega_M}\right)^2 = \left(-\frac{1}{4\pi}\right) \frac{2}{R^2} \int_0^R d\rho\rho \int_0^R d\rho'\rho'\, g_{33}(\rho,\rho') = I(\beta)$ (как 21/I)

2) Если $\mu_n(\rho)$ локализ. при $\rho \approx R$: а) сильно $\mu_n(\rho) \sim \delta(\rho-$

$\left(\frac{\omega_n}{\omega_M}\right)^2 = -\frac{1}{4\pi} \int d\rho\rho \int d\rho'\rho'\, g_{33}(\rho,\rho') B^2 \delta(\rho-R)\delta(\rho'-R) = -\frac{B^2}{4\pi} g_{\rho\rho}(R,$ $\mu_n(\rho) = B\delta($

$\int d\rho\rho\, \mu_n^2(\rho) = \int d\rho\rho\, \mu_n(\rho) B\delta(\rho-R) = BR\mu_n(R) \to$ расходится

$g_{\rho\rho}(R,R) = (-4\pi) \int dk\, k\, \zeta(kL) J_1^2(kR) \underset{kL \gg 1}{\sim} (-4\pi) \int_0^\infty dk\, k\, J_1^2(kR) \to \infty$

б) не очень сильно $\mu_n(\rho)$ max при $\rho = R$ (как 21/

$\frac{\omega_n^2}{\omega_M^2} = -\frac{1}{4\pi} \int_0^R d\rho\rho\, g_{33}(\rho,R) \mu_n(\rho) \int d\rho'\rho' \mu_n(\rho') \overset{?}{\simeq} -\frac{1}{4\pi} \int d\rho\rho\, g_{\rho\rho}(\rho,R)$

$\times \int d\rho'\rho' \mu_n^2(\rho') = -\frac{1}{4\pi} \int_0^R d\rho\rho\, g(\rho,R) = I_s(\beta)$ как 21/I

~~Но 21/I $\frac{\omega_n^2}{\omega_M^2} = I_s(\beta)$ – была наук. более ценно~~

3) $\mu(\rho) \sim J_1(k_0\rho)$ — ... $\mu_n(\rho) \sim g_{\rho\rho}(\rho,R)$.

... при $\beta \ll 1$

Note

4-5/II Написание paper по vortex dynamics с Хобокаем и Grinsditch.

Date.

6-8/II Написание INTERMAG - paper по "leaf" state с Метлевым. Paper "flower" - 1 s.d. перехода (см. 8-16/X 012)

E-mail обсуждение нашей PRL - paper по SW-wires с G. Parker'ом. Обсуждение с Scholz microm. calc. of "breath" mode.

9/II Для предела $\beta \ll 1$ "breath" mode полезно знать

$$\zeta = \int_0^R d\rho\rho\, g_{\rho\rho}(\rho,\rho) = (4\pi) \int_0^R d\rho\rho \int_0^\infty dk\, k f(kL) J_1^2(k\rho) =$$

$$= (4\pi) \int_0^\infty dk\, k f(kL) \Lambda(k,k) = \left| \begin{matrix} R\to\infty \\ \beta\to 0 \end{matrix} \right| = (4\pi) \int_0^\infty dk\, k f(kL) \left(\frac{R}{2\pi}\right) \frac{1}{k} \text{ - расходится}$$

Из теории фредгольма $\sum_n \lambda_n = \int_0^R d\rho\rho\, g_{\rho\rho}(\rho,\rho)$

Вообще $\Lambda(k,k) = \int_0^R d\rho\rho\, J_1^2(k\rho) = \left| k\rho = x \right| = \frac{1}{k^2} \int_0^{kR} dx\, x\, J_1^2(x)$

Ср. Ф.-Р. (5.54):

$$\to \Lambda(k,k) = \int_0^R d\rho\rho\, J_1^2(k\rho) = \frac{\rho^2}{2} \left[J_1^2(k\rho) - J_0(k\rho) J_2(k\rho) \right]_0^R \quad 11/\text{II}$$

$$= \frac{1}{2} R^2 \left[J_1^2(kR) - J_0(kR) J_2(kR) \right]$$

$$J_{n+1} = \frac{n}{x} J_n - J_n', \quad J_{n-1} = \frac{n}{x} J_n + J_n'.$$

$x \gg 1$: $J_n(x) \cong \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos\left[x - (n+1/2)\frac{\pi}{2} \right]$

$$\to \Lambda(k,k') = \int_0^R d\rho\rho\, J_1(k\rho) J_1(k'\rho) = \frac{\rho}{(k^2-k'^2)} \left[k' J_1(k\rho) J_0(k'\rho) - \right.$$

$$\left. - k J_0(k\rho) J_1(k'\rho) \right]_0^R = \frac{R}{(k^2-k'^2)} \left[k' J_1(kR) J_0(k'\rho) - k J_0(k\rho) J_1(k'\rho) \right]_0^R$$

$$\Lambda(k,k) = J_1^2(kR) - J_0(kR) J_2(kR) = \left| x = kR \gg 1 \right| = \frac{2}{\pi x} \left[\cos^2\left(x - \frac{3}{4}\pi\right) - \right.$$

$$\left. - \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(x - \frac{5}{4}\pi\right) \right] = \frac{2}{\pi x} \frac{1}{2} \left[1 + \cos\left(2x - \frac{3}{2}\pi\right) - \left\{ \cos\left(2x - \frac{3}{2}\pi\right) + \right. \right.$$

$$\left. \left. + (-1) \right\} \right] = \frac{2}{\pi x} \frac{1}{2} \left[1 - (-1) \right] = \frac{2}{\pi} \frac{1}{x}, \text{ в этом пределе} \to$$

Note

Date. . .

$\Lambda(k,k) = \frac{1}{2}R^2[\dots] = \frac{R^2}{2}\frac{2}{\pi}\frac{1}{kR} = \frac{R}{\pi}\frac{1}{k}$ и $\int_0^\infty dk\, k f(kL)\Lambda(k,k)$ – расходится.

$\forall R$ будет $\Lambda(k,k) \underset{k\to\infty}{\sim} \frac{R}{\pi}\frac{1}{k}$

√Если нужно искать $g_{\rho\rho}(\rho\rho)$:

$\to g_{\rho\rho}(\rho,\rho') = (-4\pi)\int_0^\infty dk\, k f(kL) J_1(k\rho) J_1(k\rho') = \left| f(x) = 1 - \frac{1}{x}(1-e^{-x}) \right|$

$= (-4\pi)\left[\frac{1}{\rho}\delta(\rho-\rho') - \frac{1}{L}\int_0^\infty dk\,(1-e^{-kL}) J_1(k\rho) J_1(k\rho')\right]$

$\to g_{\rho\rho}(\rho,\rho'\to\rho) = \frac{1}{\rho}\delta(\rho-\rho') - \frac{1}{L\pi}\left[\frac{1}{\rho}K\left(\frac{\rho}{\sqrt{\alpha^2+\rho^2}}\right)\Big|_{\alpha\to 0} - \frac{2}{\rho}E\left(\frac{\rho}{\sqrt{\alpha^2+\rho^2}}\right) - \right.$

(6.612 Пр.Р.)

$\left. - \frac{1}{\rho^2\sqrt{L^2/4+\rho^2}}\left\{(2\frac{L^2}{4}+\rho^2)K\left(\frac{\rho}{\sqrt{L^2/4+\rho^2}}\right) - 2(L^2/4+\rho^2)E\left(\frac{\rho}{\sqrt{L^2/4+\rho^2}}\right)\right\}\right]$

Трудности из-за $K\left(\frac{\rho}{\sqrt{L^2/4+\rho^2}}\right)$ нельзя разложить по L/ρ, т.к. $\rho \in [0,R]$.

→ J. Conway, IEEE TM, 37, N4, 2001 July, p. 2977-88.

$\to I_{(\lambda,\mu,\nu)}(R,r,z) = \int_0^\infty ds\, s^\lambda J_\mu(sR) J_\nu(sr) e^{-s|z|}$

$\lambda = 0$, $\mu = \nu = 1$ →

$I_{(0,1,1)}(R,r,z) = \frac{1}{\pi x\sqrt{rR}}\left[(2-k^2)K(x) - 2E(x)\right]$

$x^2 = \frac{4rR}{(r+R)^2+z^2}$. $R\to\rho$, $r\to\rho'$

$I(\rho,\rho',z) = \frac{1}{\pi x\sqrt{\rho\rho'}}\left[(2-x^2)K(x) - 2E(x)\right]$, $x^2 = \frac{4\rho\rho'}{(\rho+\rho')^2+z^2}$

Надо → $I(\rho,\rho',0) - I(\rho,\rho',L) = \frac{(-1)}{\pi\sqrt{\rho\rho'}}\left[\frac{2}{x}(K(x)-E(x)) - xK(x)\right]^{x_0}_{x_L}$

$= \frac{1}{\pi\sqrt{\rho\rho'}}\left[\frac{2}{x_0}\{K(x_0)-E(x_0)\} - \frac{2}{x_L}\{K(x_L)-E(x_L)\} + x_L K(x_L) - x_0\right.$

$x'^2 = 1 - x^2 = 1 - \frac{4\rho\rho'}{(\rho^2+\rho')^2+z^2} = \frac{(\rho+\rho')^2+z^2-4\rho\rho'}{(\rho+\rho')^2+z^2} = \frac{(\rho-\rho')^2+z^2}{(\rho+\rho')^2+z^2}$

Или $\rho=\rho'$: $x'^2 = \frac{z^2}{4\rho^2+z^2}$

Escaneado con CamScanner

Note

Воспользуемся разложением по $x'^2 = \frac{z^2}{4\rho^2 + z^2} \ll 1$, $z \to L$.

Date.

$D(x) = \frac{1}{x^2}\left[K(x) - E(x)\right]$, $x^2 \approx 1$, $x'^2 \ll 1$ – разложим.

$K(x) = \ln\frac{4}{x'} + \frac{1}{4}\left(\ln\frac{4}{x'} - 1\right)x'^2 + \dots$, $x_0'^2 = 1 - x_0^2 = \frac{(\rho-\rho')^2}{(\rho+\rho')^2}$, $x_0'^2 \ll 1$

$E(x) = 1 + \frac{1}{2}\left(\ln\frac{4}{x'} - \frac{1}{2}\right)x'^2$,

$K(x) - E(x) = \ln\frac{4}{x'} - 1 - \frac{1}{4}x'^2\ln\frac{4}{x'^2} + \dots$

$\frac{2}{x_0}\left[K(x_0) - E(x_0)\right] - x_0 K(x_0) = \frac{2}{x_0}\left[\ln\frac{4}{x_0'} - 1\right] - x_0\ln\frac{4}{x_0'} =$

$= \frac{1}{x_0}\left[2\ln\frac{4}{x_0'} - 2 - (1 - x_0'^2)\ln\frac{4}{x_0'}\right] = \frac{1}{x_0}\left[\ln\frac{4}{x_0'} - 2\right]$

$I(\rho,\rho',0) - I(\rho,\rho',L) \approx \frac{1}{\pi\sqrt{\rho\rho'}}\left[\frac{1}{x_0}\left(\ln\frac{4}{x_0'} - 2\right) - \frac{1}{x_L}\left(\ln\frac{4}{x_L'} - 2\right)\right.$

$\rho \approx \rho'$ и $4R \ll 1$

$= \frac{1}{\sqrt{\rho\rho'}\,\pi}\left[\frac{1}{x_0}\ln\frac{4}{x_0'} - \frac{1}{x_L}\ln\frac{4}{x_L'} - 2\left(\frac{1}{x_0} - \frac{1}{x_L}\right)\right]$

$x_z^2 = \frac{4\rho\rho'}{(\rho+\rho')^2 + z^2}$, $x_z'^2 = 1 - x_z^2 = \frac{(\rho-\rho')^2 + z^2}{(\rho+\rho')^2 + z^2} \ll 1$, $z = 0, L$. $\Delta = |\rho - \rho'|$.

$\frac{1}{x_0} - \frac{1}{x_L} = \frac{x_L - x_0}{x_0 x_L} = \frac{\sqrt{\frac{4\rho\rho'}{(\rho_+)^2 + L^2}} - \sqrt{\frac{4\rho\rho'}{\rho_+^2}}}{\frac{4\rho\rho'}{\sqrt{\rho_+^2 + L^2}\,\rho_+}} =$

$= \frac{\rho_+ - \sqrt{\rho_+^2 + L^2}}{2\sqrt{\rho\rho'}} = \frac{1}{2\sqrt{\rho\rho'}}\left[(\rho+\rho') - \sqrt{(\rho+\rho')^2 + L^2}\right]$

$\frac{1}{x_0}\ln\frac{4}{x_0'} - \frac{1}{x_L}\ln\frac{4}{x_L'} = \frac{1}{x_0}\left[\ln\frac{4}{x_0'} - \ln\frac{4}{x_L'}\right] + \left(\frac{1}{x_0} - \frac{1}{x_L}\right)\ln$

$= \frac{1}{x_0}\ln\frac{x_L'}{x_0'} + \left(\frac{1}{x_0} - \frac{1}{x_L}\right)\ln\frac{4}{x_L'}$, $x_L' = \frac{\Delta^2 + L^2}{\rho_+^2 + L^2}$ – не сра

$\left(\frac{1}{x_0} - \frac{1}{x_L}\right)$ мала по L". $\ln - \sin$

$I(\rho,\rho',0) - I(\rho,\rho',L) \approx \frac{1}{\pi\sqrt{\rho\rho'}}\left[\frac{1}{x_0}\ln\frac{x_L'}{x_0'} + \left(\frac{1}{x_0} - \frac{1}{x_L}\right)\left\{\ln\frac{4}{x_L'} - 2\right\}\right]$

С симметрией $\sim \frac{1}{x_0}\ln\frac{x_L'}{x_0'} = \frac{1}{x_0}\ln\frac{(\Delta^2+L^2)\rho_+}{(\rho_+^2+L^2)\Delta} = \frac{1}{x_0}\ln\left[\frac{\left(1+\frac{L^2}{\Delta^2}\right)}{\left(1+\frac{L^2}{\rho_+^2}\right)}\frac{\Delta}{\rho_+}\right]$

Escaneado con CamScanner

Note Vortex "breath" mode

Date. . .

т.е. есть в $g_{ss}(\rho,\rho')$ ln-сингулярность двух типов $\sim \ln\frac{\Delta}{L}$ и $\sim \ln\frac{\Delta}{\rho_+} \approx \ln\frac{\Delta}{2\rho}$, $\Delta = |\rho-\rho'|$.

MCAD-paper:

$$g_{ss}(\rho,\rho') = (-4\pi)\int_0^\infty dx\, x\, f(\beta x)\, J_1(x\rho)\, J_1(x\rho')$$

в MCAD x_{max}-ка

$$g_{ss} = \int_0^\infty dx\, F(x) = \int_0^{x_m} dx\, F(x) + \int_{x_m}^\infty dx\, F(x), \quad F(x) \overset{\text{предел}}{=} F_0(x),\ x \approx x_m \gg 1$$

$$\int_{x_m}^\infty dx\, F_0(x) = \int_0^\infty dx\, F_0(x) - \int_0^{x_m} dx\, F_0(x)$$

$$F(x) = (-4\pi)\, f(\beta x)\, x\, J_1(x\rho) J_1(x\rho'), \quad f(\beta x_m) \approx 1 \ (x_m \gg 1,\ \beta \sim 0.1)$$

$$F_0(x) = (-4\pi)\, x\, J_1(x\rho) J_1(x\rho')$$

$$g_{ss}(\rho,\rho') = \int_0^{x_m} dx\, F(x) + \int_0^\infty dx\, (-4\pi)\, x\, J_1(x\rho) J_1(x\rho') - \int_0^{x_m} dx\, (-4\pi)\, x\, J_1(x\rho) J_1(x\rho')$$

$$g_{ss}(\rho,\rho') = \int_0^{x_m} dx\, F(x) - \frac{4\pi}{\rho}\delta(\rho-\rho') + 4\pi\Lambda(\rho,\rho')$$

сложно считать. $R \to x_m$

$$\Lambda(\rho,\rho') = \frac{x_m}{\rho^2-\rho'^2}\left[\rho' J_1(\rho x_m) J_0(\rho' x_m) - \rho J_0(\rho x_m) J_1(\rho' x_m)\right]$$

$$\Lambda(\rho,\rho) = \frac{1}{2}x_m^2\left[J_1^2(\rho x_m) - J_0(\rho x_m) J_2(\rho x_m)\right]$$ — сингулярность при $\rho=\rho'$

Надо x_m брать такие, чтобы $\beta x_m \gg 1$ и $f(\beta x_m) = 1$.

Сингул. $\Lambda(\rho,\rho)$ нужна, если $x_m \to \infty$.

→ Или альтернатива: $M(\rho) = J_1(k_0\rho)$, что должно быть хорошо при $\beta \ll 1$, см. 22/I, 29/I.

Тогда СФ $J_1(k_0\rho)$ соответ. СЗ $\left(\frac{\omega_1}{\omega_M}\right)^2 = f(k_0\beta)$ ($\beta \ll 1$) и осевое число k_0. k_0 или подгонять или из "free"

Гран. условие $\rho = R$ $M'(1) = J_1'(k_0) = 0$, т.е. $k_0 = 1.841,\ 5.33,\ 8.54, \ldots$

Важно:

→ Например ($\beta = 0.2$) $\omega_1 = \omega_M\sqrt{f(0.3\cdot 1.84)} = 20\sqrt{\ldots} \approx 18$ GHz (!)

Note

Date.

Логично как в Gus-SL-JAP'00 начать

$\mu(\rho) = \sum_{\nu} C_\nu^M J_m(\beta_{M\nu}\rho) e^{im\varphi} \to \sum_\nu C_\nu J_0(\beta_{0\nu}\rho)$, радиальная

по $J_0(x\rho)$ radial sym. но $J_0(x\rho)$ имеют max при $\rho=0$ на краях "core";

а в периферии "хвосты" колебаний $\mu(\rho)$ нет.

$$\lambda \mu(\rho) = \int d\rho' \rho' g(\rho,\rho') \mu(\rho')$$

Ищем $\mu(\rho) = \sum_n C_n J_1(x_n \rho)$

$$\lambda \sum_n C_n J_1(x_n\rho) = \int d\rho'\rho' \left[(-4\pi)\int_R dk\, f(kL) k J_1(k\rho) J_1(k\rho')\right] \sum_n C_n J_1(x_n\rho') =$$

$$= (-4\pi)\int dk\, k f(kL) J_1(k\rho) \sum_n C_n \int_0^R d\rho'\rho' J_1(k\rho') J_1(x_n\rho') =$$

$$= (-4\pi)\int dk\, k f(kL) J_1(k\rho) \sum_n C_n \Lambda(k, x_n)$$

При $\beta \to 0$ $\Lambda(k, x_n) \to \frac{1}{k}\delta(x_n - k)$

$$\lambda \sum_n C_n J_1(x_n\rho) = (-4\pi) \sum_n C_n f(x_n L) J_1(x_n\rho), \text{ т.е.}$$

$\sum_n C_n J_1(x_n\rho)$ – СФ и $J_1(x_n\rho)$ – СФ не отличаются, для $\forall n$,

соответствующие СЗ $\lambda_n = (-4\pi) f(x_n L)$ или $\left(\frac{\omega_n}{\omega_M}\right)^2 = f(x_n L)$

Но Если $\beta \to 0$ не выполняется $\Lambda(k,k')$ – все равно max при $k \approx k'$.

Тогда: (2/11)

$$\left(\frac{\omega}{\omega_M}\right)^2 \mu(k) = f(kL) \int_0^\infty dk' k' \Lambda(k,k') \mu(k')$$

$$\Lambda(k,k') = \int_0^R d\beta\beta J_1(k\beta) J_1(k'\beta), \quad \mu(k) = \int_0^{\infty\to R} d\beta\beta \mu(\beta) J_1(k\beta)$$

$$\mu(\beta) = \int_0^\infty dk\, k \mu(k) J_1(k\beta)$$

$$\begin{cases} m(k) = \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{f(kL)}} \mu(k) \\ \tilde{\Lambda}(k,k') = \sqrt{kk' f(kL) f(k'L)}\, \Lambda(k,k') \end{cases}$$

$$\omega^2 \mu(k) = \frac{\sqrt{f(kL)}}{\sqrt{k}} \int dk' \tilde{\Lambda}(k,k') \frac{\sqrt{k'}\mu(k')}{\sqrt{f(k'L)}}$$

$$\omega^2 m(k) = \int_0^\infty dk' \tilde{\Lambda}(k,k') m(k'), \quad \tilde{\Lambda}(k,k') - \text{сим. по } k,k'.$$

Симметризованное ур-е для СЗ и СФ

$\tilde{\Lambda}(k,k) = k f(kL) \Lambda(k,k)$ – конечно, хотя и $\int_0^\infty dk \tilde{\Lambda}(k,k) \to \infty$.

Escaneado con CamScanner

Vortex "breath mode", числ. реш. инт. ур.

Note

12/II написание paper с Новосадом (Vortex-dyn.) и Prog.Theor.

Date. 13. II .

Инт. ур. в k-представлении для φ_1, φ_3

$$\omega^2 m(k) = \int_0^\infty dk' \tilde{\Lambda}(k,k') m(k') \quad , \quad \omega \to \frac{\omega}{\omega_M},$$

где $\mu(k) = \sqrt{\frac{f(kL)}{k}} m(k)$, $\tilde{\Lambda}(k,k') = \sqrt{kk' f(kL) f(k'L)}\, \Lambda(k,k')$,

$\Lambda(k,k') = \int_0^R d\rho\, \rho\, J_1(k\rho) J_1(k'\rho)$, $R \to 1$, $L \to \beta$, $kR \to k$.

Надо $\int_0^{k_m} dk' (\dots)$, но какой k_m взять в числ. расчёте

$\Lambda(k,k') \approx \frac{2}{\pi} \frac{\sin(k-k')R}{k^2-k'^2}$ $\left(\to \frac{1}{k}\delta(k-k')\right.$ при $\left. R\to\infty\right)$.

при $k = \text{const}$ и $k' \to \infty$ $\tilde{\Lambda}(k,k') \sim \sqrt{k'}\Lambda(k,k') \sim \sqrt{k'} \frac{\sin(k-k')R}{k^2-k'^2}$

$\tilde{\Lambda}(k,k') \sim \frac{1}{(k')^{3/2}} \sin(k-k')R$ при $k' \gg k$, k - фиксировано.

Но k изменяется в инт. $[0, k_m]$ также как и k'.

$\max \tilde{\Lambda}(k,k')$ будет при $k \neq k'$.

$\mu(\beta) = \int_0^\infty dk\, \mu(k)\, k\, J_1(k\beta)$ - для сходимости $\int_0^\infty dk (\dots)$ надо

$\mu(k) \underset{k\to\infty}{\sim} \frac{1}{k^\alpha}$, $(\dots) \sim \frac{1}{k^\alpha} k \frac{1}{\sqrt{k}} \sim \frac{1}{k^{\alpha-1/2}}$, $\alpha > 3/2$ или

$m(k) \underset{k\to\infty}{\sim} k^{1/2}\mu(k) \sim \frac{1}{k^{\alpha-1/2}}$ и нужно, чтобы сходился

$\int_0^\infty dk\, \tilde{\Lambda}(k,k) m(k)$. $\tilde{\Lambda}(k,k) m(k) \underset{k\to\infty}{\sim} k\Lambda(k,k) m(k) \sim m(k)$;

если $\Lambda(k,k) \sim 1/k$.

→ Т.е. $\mu(k) \sim \frac{1}{k^\alpha}$, $m(k) \sim \frac{1}{k^{\alpha-1/2}}$ при $\alpha > 3/2$ обеспечат

конечность всех интегралов и дадут смысл k-Бессель представ.

Если $\Lambda(k,k) = \int_0^1 d\rho\, \rho\, J_1^2(k\rho)$, то числ. расчёт подтверждает

предел $\Lambda(k,k) \sim \frac{1}{\pi}\frac{1}{k}$, полученный аналитически 11/II.

Ср $m(k) \sim \frac{1}{k^{\alpha-1/2}} = O(1/k)$, поэтому $k_m \gg 1$, так чтобы

~~$\frac{1}{k_m^{\alpha-1/2}} \ll \frac{1}{k_m}$ было $\ll 1$.~~

Note

Date: 2π

B ortogonale $\frac{R}{L} \to \infty$ $\Lambda(k,k') = (kk'll')^{1/2} \Lambda(k,k') =$

$= (1+l(kl)l(k'l))^{1/2} \frac{1}{k} \delta(k-k') = \delta(kL)\,\delta(k-k')$ = inner diff.

$\left(\frac{\omega}{\omega_{nl}}\right)^2 = \delta(kL)$ = inner ortogonale normalizzazione di autovalori che tende a zero

se porre $\lambda_n = -\mu^2$ allora $\beta = 0$

Ora $\left(\frac{\omega}{\omega_{nl}}\right)^2 = \delta(kL)$ nuovo diam, dove $m(k) = f^2(k)$ inner

poiché non allora $k = k_0$, e $\frac{R}{L} \gg 1$.

* B è ortogonalizzazione MCAD (Breath int eq med) Chiamare

non Dove $m(k)$ ma $\to 0$ allora $k \to \infty$.

B è ortogonalizzazione:

$$\left(\frac{\omega}{\omega_{nl}}\right)^2 f^2(\rho) = \int_0^R d\rho' \rho' G(\rho,\rho') f^2(\rho') \quad , \quad G(\rho,\rho') = \frac{(-1)}{\pi^2 m} \partial_{rr}(\delta\rho')$$

$$G(\rho,\rho') = \int_0^\infty dk\, k\, \delta(kL)\, J_0(k\rho) J_1(k\rho') \Rightarrow f^2(0) = 0\ (!)$$

Integrale $\hat{G}(\rho,\rho') = \sqrt{\rho\rho'}\, G(\rho,\rho')$, $m(\rho) = \sqrt{\rho}\, f^2(\rho)$, $\frac{\omega^2}{\omega_{nl}} = \omega^2$

$$\omega^2 m(\rho) = \int_0^R d\rho' \hat{G}(\rho,\rho') m(\rho')$$

inner diff. grazie "modello"
ρ - ortogonalizzazione
$\rho \in [0, R]$

$$\chi(\rho) = \int_0^\infty dk\, f^2(k)\, k\, J_1(k\rho) \quad , \quad f^2(k) = \int_0^{\infty \to R} d\rho\, f^2(\rho)\, \rho\, J_1(k\rho)$$

$$F(k) = \int_0^1 dx\, x\, J_1(kx) \underset{kx \gg 1}{\simeq} \int_0^1 dx\, x \sqrt{\frac{2}{\pi kx}} \cos\left(xk - \frac{3}{4}\pi\right) =$$

$$= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\sqrt{k}} \int_0^1 dx \sqrt{x} \cos\left(kx - \frac{3}{4}\pi\right) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\sqrt{k}} \frac{1}{k^{3/2}} \int_0^k dy \sqrt{y} \cos\left(y - \frac{3}{4}\pi\right) =$$

$$= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{k^2} \int dy\, y^{1/2} \left[\cos y \cdot \cos\frac{3\pi}{4} + \sin y \sin\frac{3\pi}{4}\right] = \sqrt{(\cdot)}\, \frac{1}{k^2} \int_0^k dy\, \sqrt{y} \left[\sin y - \cos y\right]_0^{\sqrt{2}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{k^2} \left[\frac{i}{2} i^{-3/2} \gamma\left(\tfrac{3}{2}, iy\right) - \frac{i}{2} (-i)^{-3/2} \gamma\left(\tfrac{3}{2}, -iy\right) - \frac{1}{2} i^{-3/2} \gamma\left(\tfrac{3}{2}, iy\right) - \frac{1}{2} (-i)^{-3/2} \gamma\left(\tfrac{3}{2}, -iy\right) \right]$$

$$= \left| \gamma(\mu, x) + \Gamma(\mu, x) = \int_0^\infty dt\, e^{-t} t^{\mu-1} = \Gamma(\mu) \quad , \quad \Gamma(x) \underset{x \to \infty}{\sim} \sqrt{2\pi}\, x^{x-\frac{1}{2}} e^{-x} \right.$$

$$\left. \gamma(\mu, x) \underset{x \to \infty}{\simeq} \sqrt{2\pi}\, (x)^{x-\frac{1}{2}} e^{-x} = x^{\mu-1} e^{-x} \right|$$

$1 \ll kx \gg 1$

Teorema

(1)

per teorema, $\lim F(k)$ diverge [illegible]

Escaneado con CamScanner

Note

Date. . . . . ядро

В пределе $\frac{R}{L} \to \infty$ $\tilde{\Lambda}(k,k') = (kk'ff')^{1/2} \Lambda(k,k') =$

$= (kk' f(kL) f(k'L))^{1/2} \frac{1}{k} \delta(k-k') = f(kL)\,\delta(k-k')$ и инт. ур.

даст $\left(\frac{\omega}{\omega_M}\right)^2 = f(kL)$ и этот предел нетривиален в отличие от Schwizer,

где было $\lambda_n = -4\pi$ при $\rho \to 0$.

Также же $\left(\omega/\omega_M\right)^2 = f(k_0 L)$ получим, если $m(k) \sim \delta'(k)$ имеет

резкий пик при $k \approx k_0$, и $\frac{R}{L} \gg 1$.

Т.к., в k-представлении MCAD (Breath. int. eq. mcd) отличается

не то. Даже $\mu(k)$ не $\to 0$ при $k \to \infty$.

VB ρ - представлении:

$$\left(\frac{\omega}{\omega_M}\right)^2 \mu(\rho) = \int_0^R d\rho' \rho' G(\rho,\rho') \mu(\rho'), \quad G(\rho,\rho') = \frac{(-1)}{4\pi} g_{PP}(\rho\rho')$$

$$G(\rho,\rho') = \int_0^\infty dk\, k\, f(kL)\, J_1(k\rho) J_1(k\rho') \Rightarrow \mu(0) = 0\ (!).$$

Введем $\hat{G}(\rho,\rho') = \sqrt{\rho\rho'}\, G(\rho,\rho')$, $m(\rho) = \sqrt{\rho}\,\mu(\rho)$, $\frac{\omega}{\omega_M} \to \omega$.

$$\omega^2 m(\rho) = \int_0^R d\rho'\, \hat{G}(\rho,\rho') m(\rho')$$

инт. ур. Breath "mode" в ρ - представлении. $\rho \in [0,R]$.

$$\mu(\rho) = \int_0^\infty dk\, \mu(k)\, k\, J_1(k\rho), \quad \mu(k) = \int_0^{\infty \to R} d\rho\, \mu(\rho)\, \rho\, J_1(k\rho)$$

$$F(k) = \int_0^1 dx\, x\, J_1(kx) \underset{k \gg 1}{\approx} \int_0^1 dx\, x \sqrt{\frac{2}{\pi k x}} \cos\left(xk - \tfrac{3}{4}\pi\right) =$$

$$= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\sqrt{k}} \int_0^1 dx \sqrt{x} \cos\left(kx - \tfrac{3}{4}\pi\right) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\sqrt{k}} \frac{1}{k^{3/2}} \int_0^k dy \sqrt{y} \cos\left(y - \tfrac{3}{4}\pi\right) =$$

$$= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{k^2} \int dy\, y^{1/2} \left[\cos y \cdot \cos\tfrac{3\pi}{4} + \sin y \sin\tfrac{3\pi}{4}\right] = \sqrt{(\cdot)}\, \frac{1}{k^2} \int_0^k dy \sqrt{y} \left[\sin y - \cos y\right] \frac{\sqrt{2}}{2} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{k^2} \left[\frac{i}{2} i^{-3/2} \gamma\left(\tfrac{3}{2}, iy\right) - \frac{i}{2} (-i)^{-3/2} \gamma\left(\tfrac{3}{2}, -iy\right) - \frac{1}{2} i^{-3/2} \gamma\left(\tfrac{3}{2}, iy\right) - \frac{1}{2} (-i)^{-\frac{3}{2}} \gamma\left(\tfrac{3}{2}, -iy\right) \right] =$$

$$\gamma(\mu,x) + \Gamma(\mu,x) = \int_0^\infty dt\, e^{-t} t^{\mu-1} = \Gamma(x), \quad \Gamma(x) \underset{x=iy \gg 1}{\sim} \sqrt{2\pi}\, x^{x-\frac{1}{2}} e^{-x}$$

$$\gamma(\mu,x) \underset{x=iy \gg 1}{\approx} \sqrt{2\pi}\,(x)^{x-1/2} e^{-x} - x^{\mu-1} e^{-x}$$

Ясно, но нужно, что $F(k)$ быстро убыв. функция k".

Note

Числ. расчет дает $F(k) \sim 1/k^{3/2}$ для $k \gg 1$ и осциллирует.

Date. . .

Сложность из-за $\hat{G}(\rho, \rho')$ расходится при $\rho = \rho'$.

Если как ранее $\mu(\rho) = \text{const}$, то $\mu(k) = C F(k)$

и $\mu(\rho) = \int_0^\infty dk\, k\, J_1(k\rho)\, \mu(k) \sim \int dk\, k\, k^{-1/2} \frac{1}{k^{3/2}} \sim \int \frac{dk}{k}$ — ($J_1(k\rho) \sim k^{-1/2}$)

сходится лишь если $F(k) \sim \frac{1}{k^{3/2+\varepsilon}}$ или за счет осцилляций $F(k)$ по на пределе $\Rightarrow \mu(\rho) = \text{const}$ — не очень хорошее приближение.

То же дело если $\mu(\rho) \sim J_1(k_0 \rho)$, тогда

$\mu(k) = \int_0^R d\rho\, \rho\, J_1(k_0\rho)\, J_1(k\rho) = \Lambda(k, k_0) \sim \frac{\sin(k-k_0)R}{k^2 - k_0^2} \sim \frac{1}{k^2}$ ($k \gg k_0$)

$\mu(k) \sim \frac{1}{k^2}$ для $k \gg 1$, что дает хорошую сходимость

для $\mu(\rho) = \int dk\, k\, J_1(k\rho)\, \mu(k) \sim \int dk\, k\, k^{-1/2} \frac{1}{k^2} \sim \int \frac{dk}{k^{3/2}}$ сходится

Важно: Есть веские основания, которые следуют из эксп. $M(H)$ (величина $\chi_0(1/R)$) и других измерений L считать $L = 60$ нм для эксп. B L S Grinditch-Novosad.

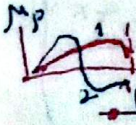
Тогда $\beta = \frac{60\text{ нм}}{400\text{ нм}} = 0.15$, что уменьшит все расчетные частоты (см. 22/3/11/III). Берем $\omega_M = 29{,}7$ GHz или $f = 2.95 \frac{\text{GHz}}{\text{kOe}}$, $M_S = 800$ G

a1) Поверхностная мода (локализ. при $\rho \approx R$) $\left(\frac{\omega}{\omega_M}\right)^2 = I_S(0.15) = 0.347 \to \frac{\omega}{2\pi} = 8{,}6$ GHz

•2) Объемная мода ($\mu(\rho) \approx \text{const}$) $\left(\frac{\omega}{\omega_M}\right)^2 = I(0.15) = 0{,}2351 \to \frac{\omega}{2\pi} = 14{,}4$ GHz

•3) Объемная мода ($\mu(\rho) \sim J_1(k_0\rho)$) $\left(\frac{\omega}{\omega_M}\right)^2 = f(k_0\beta) = 0.1252 \to \frac{\omega}{2\pi} = 10.5$ GHz

$\beta = 0.15$, $k_0 = 1.841$ — из $J_1'(k_0) = 0$



•4) Числен. реш. инт. ур. с g_{3P} ($\beta = 0.15$) $\to \frac{\omega_1}{2\pi} = 12{,}8$ GHz; $\frac{\omega_2}{2\pi} = 17{,}6$ GHz

Есть рамшинг при $\rho = R$.

Escaneado con CamScanner

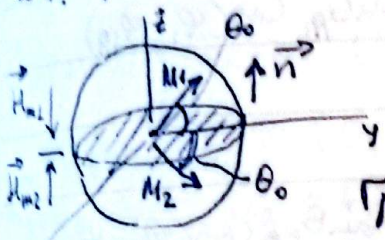
Note

Twin in spherical particle

Date. 14. II.

M_z и - Намагниченность сферической гранулы с большой одноосной анизотропией, содержащей twin (self-assembl. FePt).

Не приведет ли twin к росту M_z (Мрясов), если поле $\vec{H}$ имеет случайную ориентацию по отношению к кристалл. осям? $\vec{H} = H(\cos\theta_H \cos\varphi_H, \dots)$ и равновероятны $\vec{n} = (\theta_H, \varphi_H)$ если $f(\vec{n}) = 1$.



$z = 0$ – границ. сфера (граница twin)

$\vec{M}(z) = \begin{cases} \vec{M}_1, & z > 0 \\ \vec{M}_2, & z < 0 \end{cases}$

Гр. условие на $z = 0$ ($\vec{n} \parallel oz$):

$\vec{H}_1 \vec{n} - \vec{H}_2 \vec{n} = -4\pi(\vec{M}_1 \vec{n} - \vec{M}_2 \vec{n})$ из $\vec{B}_1 \vec{n} = \vec{B}_2 \vec{n}$

$$\left.\begin{aligned} H_{m_1}^z &= -2\pi(M_{1z} - M_{2z}) \\ H_{m_2}^z &= +2\pi(M_{1z} - M_{2z}) \end{aligned}\right\}$$

источник. др. поля

$\mathrm{Div}\,\vec{M} = (\vec{M}_1 - \vec{M}_2)\cdot\vec{n}$

$\mathrm{Div}\,\vec{H}_m = -4\pi\,\mathrm{Div}\,\vec{M}$

$W_{m1,2}^{tw} = \frac{1}{8\pi}|H_{m1,2}|^2 = \frac{\pi}{2}(M_{1z} - M_{2z})^2$ – плотн. на ед. объема

$W_{m1} = -\frac{1}{2}\vec{H}_{m_1}\cdot\vec{M}_1 = -\frac{1}{2}(-2\pi)(M_{1z} - M_{2z})M_1^z = \pi(M_{1z} - M_{2z})M_{1z}$

$W_{m2} = -\frac{1}{2}\vec{H}_{m_2}\cdot\vec{M}_2 = -\frac{1}{2}2\pi(M_{1z} - M_{2z})M_{2z} = -\frac{\pi}{2}(M_{1z} - M_{2z})M_{2z}$

$W_m^{tw} = v_1 W_{m_1} + W_{m_2} v_2 = \left|\begin{matrix} v_1 = v_2 = V_2 \\ \text{отн. объемы} \end{matrix}\right| = \frac{\pi}{2}\Delta M_z M_{1z} - \frac{\pi}{2}\Delta M_z M_{2z} =$

$= \frac{\pi}{2}(\Delta M_z)^2$, $\quad W_m^{tw} = \frac{\pi}{2}(M_{1z} - M_{2z})^2$ – энергия границы twin – объем. плотность.

Еще узнать энергию поверхн. зарядов.

$M_1(\theta_1, \varphi_1)$, $M_2(\theta_2, \varphi_2)$, то $\theta_2 = \pi - \theta_1$ – зеркальная сим. отн. $z = 0$ пл.

В приближении прибл. м. энергия поверх. зарядов (грубо):

$\rightarrow W_m^S = \frac{1}{2}N_x M_x^2 + \frac{1}{2}N_y M_y^2 + \frac{1}{2}N_z M_z^2$

$\vec{M} = \frac{1}{2}(\vec{M}_1 + \vec{M}_2)$, $\frac{1}{2}M_x = \frac{1}{2}\cos\theta_1 \cos\varphi_1 + \frac{1}{2}\cos\theta_2 \cos\varphi_2 = \frac{\cos\theta_1}{2}(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2)$

Escaneado con CamScanner

Note

Date.

$\begin{cases} \theta_2 = \pi - \theta_1 \\ \varphi_2 = \varphi_1 \end{cases}$ только н/м $H = 0$ или $H \parallel Ox$.

$$W = \frac{1}{2}K_1 \sin^2(\theta_1 - \theta_{A1}) + \frac{1}{2}K_2 \sin^2(\theta_2 - \theta_{A2}) + \frac{\pi}{2}M_s^2(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)^2 + \frac{1}{2}\frac{4\pi}{3}\vec{M}^2 - \vec{M}\cdot\vec{h}, \quad \vec{M} = \vec{M}_1 v_1 + \vec{M}_2 v_2 = \frac{1}{2}(\vec{M}_1 + \vec{M}_2), \; v_1 = v_2 = 1/2.$$

Анизотропия неточно записана, ведь $\theta_{1,2} = 0$ не коллинеарны

32 случая. Надо $\cos\gamma_1 = \cos\theta_1\cos\theta_{A1} + \sin\theta_1\sin\theta_{A1}\cos(\varphi_1 - \varphi_{1A})$

ОЛН/ПЛН-1 : $\varphi_{A1} = \pi/2$, θ_{A1}

ОЛН/ПЛН-2 $\varphi_{A2} = \pi/2$, θ_{A2}

32 → и $\cos\gamma_2 = \cos\theta_2\cos\theta_{2A} + \sin\theta_2\sin\theta_{2A}\cos(\varphi_2 - \varphi_{2A})$

$$W(\theta_1\varphi_1\theta_2\varphi_2) = \frac{1}{2}K_1\cos^2\gamma_1 + \frac{1}{2}K_2\cos^2\gamma_2 + \frac{\pi}{2}M_s^2(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)^2 + \frac{2\pi}{3}\vec{M}^2 - \vec{M}\cdot\vec{h}, \quad \vec{h} = \vec{h}(\theta_H, \varphi_H)$$

→ Надо найти $M_z(\theta_H, \varphi_H) = M_{eq}(\theta_H, \varphi_H, \theta_{eq}^{1,2}, \varphi_{eq}^{1,2}, h \to 0)$

$h \ll M_s$, можно линеаризовать

$\theta_1 = \theta_{10} + \ell_1$, $\varphi_1 = \varphi_{10} + \mu_1$; $\theta_2 = \theta_{20} + \ell_2$, $\varphi_2 = \varphi_{20} + \mu_2$.

$\ell_{1,2}, \mu_{1,2} \sim h$ и $\ell_i, \mu_i \ll 1$.

$$\vec{M}^2 = (\vec{M}_0 + \vec{m})^2 = M_0^2 + 2\vec{M}_0\cdot\vec{m}, \quad \vec{M} = \vec{M}_0 + \vec{m}$$

$$M_x = \frac{1}{2}\cos\theta_1\cos\varphi_1 + \frac{1}{2}\cos\theta_2\cos\varphi_2 = \frac{1}{2}[\cos\theta_{10} - \ell_1\sin\theta_{10}][\cos\varphi_{10} - \mu_1\sin\varphi_{10}] + \frac{1}{2}[\ldots] = \frac{1}{2}\cos\theta_{10}\cos\varphi_{10} + \frac{1}{2}\cos\theta_{20}\cos\varphi_{20} - \ell_1\sin\theta_{10}\cos\varphi_{10} - \mu_1\sin\varphi_{10}\cos\theta_{10} - \ell_2\sin\theta_{20}\cos\varphi_{20} - \mu_2\sin\varphi_{20}\cos\theta_{20}$$

→ Зачем нам? Это же не SW или χ_0 - разлож. Надо знать $M(H)$ н/м всех направлениях $\vec{H}$ - неоднозн. состояние н/м $\vec{H} \to 0$, $M_z(\vec{H} \to 0)$.

→ Важно знать $M_z = \frac{\vec{M}\cdot\vec{H}}{H}$ н/м $H \to 0$.

Escaneado con CamScanner



Note

ДОГ обмена при $H=0$ $\theta_2^0 = \pi - \theta_1^0$, $\varphi_{20} = \varphi_{10} = \pi/2$

$K = K_1 = K_2$ – one twins, $K<0$ ОЛН

Дано. 15, II. Какие осев неравновесные сост. при $\vec{H}=0$?

$$W'(H=0) = \frac{1}{2}K\left[\cos^2\gamma_{10} + \cos^2\gamma_{20}\right] + \frac{\pi}{2}M_s^2(\cos\theta_1^0 - \cos\theta_2^0)^2 + \frac{2\pi}{3}\vec{M}_0^2 + \dots,$$

при $H=0$ на $\underset{x=0}{\chi}=0$ – плоск. симметрия – зеркальной

$\varphi_{A1} = \varphi_{A2} = \pi/2$, $-\theta_{A2} = \theta_{A1} - \pi$, $\theta_{A2} = \pi - \theta_{A1}$.

$\cos\gamma_{10} = \cos(\theta_{10} - \theta_{1A})$, $\cos\gamma_{20} = \cos(\theta_{20} - \theta_{2A}) = \cos\gamma_{10}$

$$W'(H=0) = K\cos^2(\theta_0 - \theta_A) + 2\pi M_s^2\cos^2\theta_0 + \frac{2\pi}{3}\vec{M}_0^2$$

Видно $\vec{M}_0 = (0, M_y^0, 0)$, $\frac{1}{M_s}M_y^0 = \frac{1}{2}\sin\theta_{10} + \frac{1}{2}\sin\theta_{20} = \sin\theta_0$,

где $\theta_0 = \theta_{10}$, $\theta_A = \theta_{A1}$ – обозначили. $\vec{M}_0 \parallel Oy$, но Oy не эквивал. ОЛН.

$$W'(H=0) = K\cos^2(\theta_0 - \theta_A) + 2\pi M_s^2\cos^2\theta_0 + \frac{2\pi}{3}M_s^2\sin^2\theta_0 =$$

$$= K\cos^2(\theta_0 - \theta_A) + \frac{4\pi}{3}M_s^2\cos^2\theta_0 + \text{const}, \quad K<0$$

$$W(\theta_0) = K_{ef}\cos^2(\theta_0 - \theta_{A\,ef}), \quad \frac{\partial W}{\partial\theta_0} \sim \sin(\theta_0 - \theta_A^{ef})\cos(\theta_0 - \theta_A^{ef}) = 0$$

Неравноав. Состояние: а) $\theta_0 = \theta_A^{ef} \pm \pi$ (ОЛК); б) $\theta_0 = \theta_A^{ef} \pm \frac{\pi}{2}$ (ПЛН).

$$\begin{cases} K_{ef} = \sqrt{\left(K\cos 2\theta_A + \frac{4}{3}\pi M_s^2\right)^2 + K^2\sin^2 2\theta_A}, & K\cos 2\theta_A \geq 0 \ (29/III) \\ \operatorname{tg} 2\theta_{ef}^A = \dfrac{K\sin 2\theta_A}{K\cos 2\theta_A + \frac{4}{3}\pi M_s^2}, & K>0 \text{ соотв. ПЛН.} \end{cases}$$

Опыт: $\theta_0^{тип} = 35°$ (см. Fig 2).

Если $K_{ef}>0$, ПЛН и один min W при $\theta_0 = \theta_A^{ef} \pm \frac{\pi}{2}$.

→ $W(\theta_0) = K_{ef}\cos^2(\theta_0 - \theta_{A\,ef})$ – свелось к эф. uniaxial анизотропии с K_{ef}.

Введем как для uniaxial з.д. частицы сист. координат $x'y'z'$ с $Oz' \parallel \theta_{ef}^A$. Тогда в кой $M_z = \frac{1}{H}\vec{M}\cdot\vec{H} = \cos\theta\cdot\cos\theta_H +$

$+ \sin\theta\sin\theta_H\cos(\varphi - \varphi_H) = \cos(\theta - \theta_H)$, в силу акс. симметрии $\varphi = \varphi_H$.

Escaneado con CamScanner

Note

Date.

Здесь θ - угол $\vec{M}(\theta)$ в поле $\vec{H}$. Если $H \to 0$, то можно $\approx$ считать $\theta = \theta_0$ (равновес. угол без поля) и

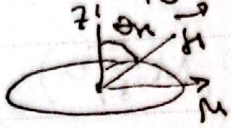
$$M_z/M_s = \cos(\theta_0 - \theta_H),$$

$\theta_0 = 0, \pi$ – ОЛН или
$\theta_0 = \pm \pi/2$ – ПЛН

а) Для эф. ОЛН $\theta_0 = 0$ ($\theta_H \le \pi/2$, $\theta_H \ge 0$) и $\theta_0 = \pi$ ($\frac{\pi}{2} < \theta_H \le \pi$).

$$\frac{1}{M_s} M_z(\theta_H) = \cos\theta_H \Rightarrow \frac{1}{M_s}\langle M_z(\theta_H)\rangle_{\theta_H} = \frac{1}{2}\frac{2}{4\pi}\int_0^{\pi/2} d\theta_H \sin\theta_H \int_0^{2\pi} d\varphi_H$$

$$= \left(\frac{1}{4}\right)^0 \int_0^{\pi/2} d(\sin\theta_H)\sin\theta_H = \frac{1}{2}\sin^2\theta_H\Big|_0^{\pi/2} = 1/2$$ – верно ОЛН



б) Для эф. ПЛН $\theta_0 = \pi/2$

$$\frac{1}{M_s} M_z(\theta_H) = \sin\theta_H$$

и $\frac{1}{M_s}\langle M_z(\theta_H)\rangle_{\theta_H} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\varphi_H \int_0^{\pi/2} d\theta_H \sin\theta_H \cdot \sin\theta_H = \int_0^{\pi/2} d\theta_H \sin^2\theta_H$

$$= \frac{1}{2}\int_0^{\pi/2} d\theta_H [1 - \cos 2\theta_H] = \frac{1}{2}\frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{4} \approx 0{,}78$$ – $\frac{M_z}{M_s}$ – ПЛН.

Вывод: Так, если поле равномерно распределено, $f(\theta_H) = \text{const}$

Величина $K_{эф}$ складывается лишь из H_c, но не из M_r.

M_r зависит лишь от знака $K_{эф}$.

Возможно M_s заменить здесь на $M = \frac{1}{2}(M_1 + M_2)$

Note: $J_{FePt} \approx 0.8$ тКу или $4 \cdot 10^8$ эрг/см^3 для FePt

Обм. жесткость $A_{FePt} = 0.4 \cdot 10^{-6}$ эрг/см (Олег)

12/II Discussion with Werner. Сказал ему увеличить dt и уменьшить α может тогда будут доп. гасконы of "breath" mode в vortex state.

Discussion с Олегом о twin's в FePt и как объяснить $M_r \sim 0{,}75 - 78$ при помощи наших формул 14-15/II.

19/II Выполнил и правил paper по exp. Vortex-дуг с Новосадом.

Принципиальный расчет Коэ. неоднородной анизотропии из 2D – слоя сферич. гранул со случайно ориентированной осью для каждой гранулы. Магнитостат. вклад в $K_{эф}$ будет мал.

Escaneado con CamScanner

Note

Сегнетоэлектрическая область

M_{12} of twin-structure in FePt nanoparticles

Date: 20.11.

Для вычисления M_{12} энергии анизотропии и M_{12} спонтанного намагничивания (H=0):

$$W = K\cos^2(\theta_0 - \theta_A) + \frac{4\pi}{3} M_s^2 \cos^2\theta_0, \quad \begin{matrix}\theta_0 = \theta_{01} \\ \theta_{02} = \pi - \theta_{01}\end{matrix}$$

K<0 для FePt, так что оси вдоль $\theta_A = \theta_{A1}$ или $\theta_{A2} = \pi - \theta_{A1}$

намагничивание дает ПЛН анизотропию. $K = -|K|$.

$$W = \frac{K}{2}\left[1 + \cos 2(\theta_0 - \theta_A)\right] + \frac{1}{2}K_M(1+\cos 2\theta_0) =$$

$$= \text{const} + \frac{1}{2}\left[(K\cos 2\theta_A + K_M)\cos 2\theta_0 + K\sin 2\theta_A \sin 2\theta_0\right] =$$

$$= \text{Const} + \frac{1}{2}\sqrt{(\cdot)}\left[\cos 2\theta_{A_{ef}}\cos 2\theta_0 + \sin 2\theta_{A_{ef}}\sin 2\theta_0\right] =$$

$$= \text{Const} + K_{ef}\cos^2(\theta_0 - \theta_{ef}^A)$$

$$\sin 2\theta_A^{ef} = K\sin 2\theta_A \cdot \frac{1}{\sqrt{(\cdot)}}, \quad K_{ef} = \sqrt{(\cdot)} = \sqrt{(K\cos 2\theta_A + K_M)^2 + K^2\sin^2 2\theta_A}$$

$$\cos 2\theta_A^{ef} = \frac{1}{\sqrt{(\cdot)}}(K\cos 2\theta_A + K_M), \quad K_M = \frac{4\pi}{3}M_s^2 > 0.$$



Ожидается $\theta_{tw} = \frac{\pi}{2} - \theta_A = 35°$, т.е. $\theta_A = 55°$ (опыт)

$\sin 2\theta_A = \sin(110°) > 0$, $K<0 \to \sin 2\theta_A^{ef} < 0$

$K\cos 2\theta_A + K_M = -|K|\cos(110°) + K_M > 0$, т.к. $\cos 2\theta_A < 0$, $K<0$.

Т.е. $\cos 2\theta_A^{ef} > 0$. $\Rightarrow$ $\frac{3\pi}{4} < \theta_A^{ef} < \pi$, если принять $K_{ef} > 0$. (жёсткая подмагничивание)

или $0 < \theta_A^{ef} < \pi/4$, если $\theta_{ef}^A \to \pi - \theta_{ef}^A$, которое эквивалентно

Но разумно $K_{ef} < 0$ (ef - ОЛН), $K_{ef} = -\sqrt{(\cdot)}$,

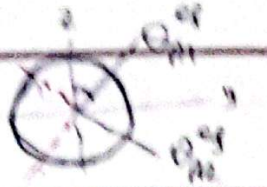
тогда $\sin 2\theta_A^{ef} = -\frac{K\sin 2\theta_A}{\sqrt{(\cdot)}} > 0$, $\cos 2\theta_A^{ef} = \frac{(K\cos 2\theta_A + K_M)}{[-\sqrt{(\cdot)}]} < 0$

$\frac{\pi}{2} < 2\theta_A^{ef} < \pi$, $\frac{\pi}{4} < \theta_A^{ef} < \frac{\pi}{2} \to \theta_A < \theta_A^{ef} < \pi/2$.

$W = \text{const} - |K_{ef}|\cos^2(\theta_0 - \theta_A^{ef})$ — эффективная ОЛН вдоль θ_A^{ef}.

$\frac{\partial W}{\partial \theta_0} = -K\sin 2(\theta_0 - \theta_A) - K_M \sin 2\theta_0 = 0$, равновесие $\theta_0 = \theta_A^{ef}$ (без поля).

Note



Date. 21 . II .

Дет. Romanuca $\frac{M_{Hz}}{M_s} = \cos(\theta_A^{ef} - \theta_H)$. Начнем нормировку в x'y'z' с $O_1' \parallel \theta_A^{ef}$, т.к. у них есть две θ_A^{ef} : $\theta_{A1}^{ef} = \theta_A^{ef}$ и $\theta_{A2}^{ef} = \pi - \theta_A^{ef}$.

Сигнал. $M_z = \frac{\vec{M}\cdot\vec{H}}{H}$. $\vec{M}\cdot\vec{n}_H = \frac{1}{2}\left[\vec{M}_1\cdot\vec{n}_H + \vec{M}_2\cdot\vec{n}_H\right] =$ (двойное 2D-усреднение)

$= \frac{M_s}{2}\cos(\theta_{A1}^{ef} - \theta_H) + \frac{M_s}{2}\cos(\theta_{A2}^{ef} - \theta_H) =$ ← неверно, надо усреднять $\varphi_{1,2}$ и φ_H — 3D Сигнал, см. 1.17

$= M_s\cos\left[\frac{1}{2}(\theta_{A1}^{ef} - \theta_H + \theta_{A2}^{ef} - \theta_H)\right]\cos\left[\frac{1}{2}(\theta_{A1}^{ef} - \theta_H - \theta_{A2}^{ef} + \theta_H)\right] =$

$= M_s\cos\left[\frac{\theta_{A1}^{ef} + \theta_{A2}^{ef}}{2} - \theta_H\right]\cos\frac{1}{2}(\theta_{A1}^{ef} - \theta_{A2}^{ef})$

В Сигнал Сим. задали $\theta_{A1}^{ef} + \theta_{A2}^{ef} = \pi$

$\theta_{A1} - \theta_{A2} = \theta_{A1} - (\pi - \theta_{A1}) = 2\theta_{A1} - \pi$ ← ф. ППН

$\frac{1}{M_s}M_z(\theta_H) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta_H\right)\cos\left(\theta_{A1}^{ef} - \frac{\pi}{2}\right) = \sin\theta_H \sin\theta_{A1}^{ef}$

$\langle M_z(\theta_H)\rangle_{\theta_H} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi/2} d\theta_H \sin\theta_H \int_0^{2\pi} d\varphi_H \left[\sin\theta_H \sin\theta_{A1}^{ef}\right] =$

$= \sin\theta_{A1}^{ef}\int_0^{\pi/2} d\theta_H \sin^2\theta_H = \frac{\pi}{4}\sin\theta_{A1}^{ef}$

Итак: $\langle M_z(\theta_H)\rangle_{\theta_H} = \frac{\pi}{4}\sin\theta_{A1}^{ef}\cdot M_s$, $\pi/4$ из-за ef.-ППН, 2D-Сигнал

Опыт: $\theta_{tw} = \frac{\pi}{2} - \theta_{A1} = 35°$, $\theta_{A1} \approx 55°$ и даже $|K| \gg K_M$ можно считать $\theta_{A1}^{ef} \approx \theta_{A1}$ (реальное $\theta_{A1}^{ef} > \theta_{A1}$)

$\sin(55°) = 0{,}819 \rightarrow \langle M_z(\theta_H)\rangle_{\theta_H} = \frac{\pi}{4}\cdot 0{,}819 = 0{,}643$, $\pi/4 = 0{,}785$.

даже K_M немного завышает $\langle M_z\rangle$. $\frac{1}{M_s}\langle M_z\rangle$ в интервале от 0,643 до $\pi/4$.

т.к. $J_{1,2}$ - общая вибрация, то 2D интегрирование даст $\frac{\pi}{4}M_s$ (см. Сигнал Асимметрия M_z/M_s)

21-22/II Беседа с Scholz и обсуждение о "Breath" mode calc., exp. и t.s.d. → vortex transition. Нужна макс. Theory of "Breath" mode — paper. Сокращение SW. wires paper (PRL) на ~ 20%.

Беседа с Lyberatos о его модели $H_{SW}(\sigma)$ определяющего вклада.

Escaneado con CamScanner

№ 11

FePt granules

В этом ферромагнетике в расчет входят энергия [illegible] взаимодействия между частицами из двух фаз с M_1, M_2 и K_1, K_2 и двух видов.

Энергия размагничивания частицы (суперпарамагнетик) с произвольным направлением ОЛН это не применимо.

$$W_m(\vec{M}(r)) = \frac{1}{2V}\int d^3r \int d^3r' G_{\alpha\beta}(r,r') M_\alpha(r) M_\beta(r')$$

Считаем $|\vec{M}| = M_s = \text{const}$ для всех частиц, частицы однодоменные. $2R$ – размер (через намагниченность, например).

Для частицы – $\vec{R}_n$ или n: $\vec{M}_n = M_s \vec{m}_n$,

$\vec{m}_n$ – направление ОЛН, анизотропная величина, $K_1 = 7\cdot 10^6 \frac{эрг}{см^3}$, и сосредоточена с ними вероятностью $f(\vec{m}) = \frac{1}{4\pi} = \text{const}$.

$$W_m = \frac{M_s^2}{2V}\int d^3r\, d^3r' G_{\alpha\beta}(r,r') \langle m_\alpha(r) m_\beta(r')\rangle_{\text{частиц}}.$$

$\langle\dots\rangle$ берется по случайным направлениям ОЛН (т.е. $\vec{m}$) частиц.

$$\langle m_\alpha(r) m_\beta(r')\rangle = \delta_{nn'}\langle m_\alpha(r) m_\beta(r)\rangle_{r\to R_n} + (1-\delta_{nn'})\langle m_\alpha(r) m_\beta(r')\rangle_{\substack{r\to R_n \\ r'\to R_{n'}}}$$

Можно считать, что частицы single-domain $\vec{m}_n(r) = \text{const}$ и сосредоточено в середине сферы-частицы $r = R_n$.

$$\vec{m}(r) = \sum_n \vec{\mu}_n \delta(\vec{r} - R_n), \quad \vec{\mu}_n = \vec{m}_n V_n - \text{маг. момент } n\text{-частицы}.$$

$$W_m = \frac{M_s^2}{2V}\int d^3r \int d^3r' G_{\alpha\beta}(r,r')\langle m_\alpha(r) m_\beta(r')\rangle = \frac{M_s^2}{2V}\sum_{n,n'} G_{\alpha\beta}(R_n, R_{n'})\langle m_n^\alpha m_{n'}^\beta\rangle$$

Задача: Энергия размагничивания частицы $\vec{R}_n$.

Note

FePt – nanoparticles

Date. . .

25-27/II Вашингтон в Лос-Анджелесе Глева и Вальтер. Отлет. Семинар Кобосада. Дискуссии с Roy, Werner, Weller, Семинар Sokolov'a → Weller сказал, что SiN возбуждается в soft underlayer (SUL) при writing/reading

28/II Описание намагниченности гранулированной среды (см. 21/II), FePt – наночастицы.

$$W_m = \frac{M_s^2}{2V}\left(\int_{(r,r'\in\text{одной и той же гранулы})} d^3r \int d^3r'\, G_{\alpha\beta}(r,r')\langle m_\alpha(r) m_\beta(r')\rangle + \right.$$

$$\left. + \frac{M_s^2}{2V} \sum_{\substack{n,n' \\ n\neq n'}} G_{\alpha\beta}(R_n, R_{n'}) \langle \mu_n^\alpha \mu_{n'}^\beta \rangle \right. \quad \text{– interaction term}$$

Если $n = n'$, то $\langle \dots \rangle$ можно снять.

$\langle \mu_n^\alpha \mu_{n'}^\beta \rangle = \langle \mu_n^\alpha \rangle \langle \mu_{n'}^\beta \rangle$ если оси анизотропии распределены случайно и $\vec{\mu}_n \parallel$ лок. ОЛН в узле $\vec{R}_n$.

$$W_m = \frac{M_s^2}{2V} \int_{r,r'\in V_g} d^3r \int d^3r'\, G_{\alpha\beta}(r,r')\, m_\alpha(r) m_\beta(r') +$$

$$+ \frac{M_s^2}{2V} \langle \mu_n^\alpha \rangle \langle \mu_n^\beta \rangle \sum_{n\neq n'} G_{\alpha\beta}(R_n, R_{n'}) ,$$

т.к. $\langle \mu_n^\alpha \rangle$ от „n" не зависит.

Если гранулы малы то $m_\alpha(r) = m_\alpha = \text{Const}$

$$W_m = \frac{M_s^2}{2V} m_\alpha m_\beta \int_{r,r'\in V_g} d^3r \int d^3r'\, G_{\alpha\beta}(r,r') + \frac{M_s^2}{2V} \langle \mu_n^\alpha \rangle \langle \mu_n^\beta \rangle \sum_{\substack{n,n' \\ n\neq n'}} G_{\alpha\beta}(R_n,$$

Очевидно $\int_{r,r'\in V_g} d^3r \int d^3r'\, G_{\alpha\beta}(r,r') = N_{\alpha\beta} \sim \delta_{\alpha\beta}$ для сферы.

$$W_m = \frac{M_s^2}{V} \frac{1}{2} N_{\alpha\beta} m_\alpha m_\beta + \frac{M_s^2}{V} \frac{1}{2} N_{\alpha\beta}^{int} \langle m_n^\alpha \rangle \langle m_n^\beta \rangle ,$$

где $N_{\alpha\beta}^{int} = V_g^2 \sum_{n\neq n'} G_{\alpha\beta}(R_n, R_{n'})$ – зависит лишь от геометрии гранулы array (lattice).

Escaneado con CamScanner

Note

Date.

параметризация $\vec{m}_n(\theta_n, \varphi_n)$:

$m_n^z = \cos\theta_n$, $m_n^x = \sin\theta_n \cos\varphi_n$, $m_n^y = \sin\theta_n \sin\varphi_n$

Углы θ_n, φ_n локальной $\vec{m}_n$ (границы в точке $\vec{R}_n$) совпадают в "0ом приближении" с углами $\theta_{An}, \varphi_{An}$ случайной локальной анизотропии (направление лок. ОЛН), если K_1 доминирует в PtFe-границах ($L1_0$-фаза). В n-узле ($\theta_{An} = \theta_A$):

$$\langle \dots \rangle_{\vec{n}_A} = \int_0^{\pi} d\theta_A \sin\theta_A \int_0^{2\pi} d\varphi_A \, f(\vec{n}_A) (\dots)$$

для uniform distribution $f(\vec{n}_A) = 1/(4\pi)$ и $\langle m_n^\alpha \rangle = 0$.

Тогда $\langle W_m^{int} \rangle = 0$.

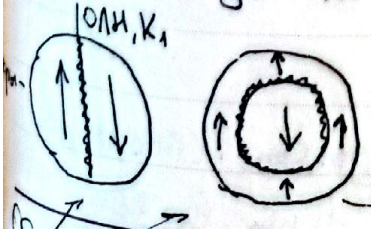
Можно в 1ом приближении считать $\vec{m}_n = \vec{m}_n^0 + \delta\vec{m}_n$, где $\delta\vec{m}_n$ возникает из-за W_m^{int} (отклонение $\vec{m}_n$ от лок. ОЛН в т. $\vec{R}_n$ из-за W_m^{int} с соседями).

$\delta m_n^\alpha \sim \frac{M_s^2}{K_1} \ll 1$ - малы.

Вообще ожидается $\langle m_n^\alpha m_{n'}^\beta \rangle \sim e^{-\frac{|R_n - R_{n'}|}{R_c}}$, но $R_c \to 0$ и корреляций в 0ом приближении нет.

Одноосные сильноанизотр. гранулы (FePt)

→ Обсуждение с Олегом возможных домен. структур (неоднородных состояний) в сферич. гранулах FePt с сильной одноосной анизотропией. Возможность дискрет. домен. стенок (на 1-2 периодах решетки).



sm – дискретные домен. стенки, проигрыш в E_{ex} конкурирует с выигрышем в E_{mag}. $E_A(K_1)$ не дают вклада, т.к. $\vec{M} \parallel$ ОЛН.

— такая структура сост. модели K_S, если верхний слой из другого материала, чем FePt.

Неоднородных состояния могут быть модели $\vec{M}$-reversal (H_n).

Escaneado con CamScanner

Note

Date. 01 . III .

План работы на ближ. время:

1) Продвинуть SW-PRB paper со Славиным

до 15/III → 2) Написать теор./simulation paper по „breath" mode of ... (Scholz, Chant., ...) и APS-talk version

3) Написать paper по стат. свойствам vortexa, RL-MFD и сравнению w/simulations с rigid V. and Conform. model (Scholz, Chant., ...) Расчет $R_c(L)$ из $b(z)$ – core radius.

до 16/III → 4) Объяснение exp. Глеба (FMR) на cylind. dot arrays (доп. имп в 1 state, $H_{res}(\varphi_H)$, доп. coupling имп.) и подготовка coord. APS-talk

после APS → 5) Флуктуац. динамика малых 1-10 nm частиц (FePt):

a) new equation of motion и учет K_V, K_S (Райхер, Шилов, ...)

b) Квант. ур. движения лок. спина $\hat{S}_i$ с учетом ядерных моментов ($S \geq 1$) – отличие от ур. Л.-Л.

c) домен. структура малых частиц FePt и M-reversal mech.

6) M(H) двухслойной пленки с конкур. анизотропией (GMR read heads – нужна доп. компонента H и увел. области около границ SRT)

после APS → 7) Расчет SW в цепочке сфер/цилиндров для Оксана/Chen (SW description of nucleation – см. Safonov-Bertram)

8) Расчет M(H), M_r, H_c of 2D-array of FePt частиц со случайными ОЛН. Twins (текс.), K_1-induced by intergran. m. coupl.

Текущие дела:

1) Оплата bills (страховка маш., кв., телеф., IV, electricity) ~~тек 1838 – 13/III~~ ~~тек 3584~~ тоже посл. 8/III

2) проверить NW для себя и Ю.

3) Green-Card application

4) Подгот. travels to APS/ANAB и др. Conf. (?-Moscow, Kiev)

до 15/III → 5) Упаковать бумаги для переезда в new building

до 7/IV → 6) Заполнить декларацию о доходах за 2001. (ITIN I.A., W-2 ...)

Escaneado con CamScanner

Note

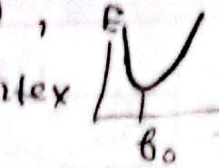
Date. 4 . III .

Safonov - papers

Note: Описать колебания vortex core "relax. в"

из $\dot{b} \frac{db}{dt} = \frac{\partial E}{\partial b}$, $E(b) = E(b_0) + \frac{1}{2} E''(b_0)(b - b_0)^2$,

по - радиус ядра, контраст. $E(b)$ - энергия vortex



Написание Vortex - dyn. theor. paper by Tex.

→ Резюме по papers Safonov - Bertram по m. reversal:

В основном компиляция старых, известных идей и методов. Их применение к проблеме magnetization reversal в 10-нм зерне, часто фантастическое.

Полезные Замечания / выводы:

1) LL и LLG - damping справедливы для малых отклонений от равновесия и $\alpha = f(H_z)$

2) Проблемы damping и reversal тесно связаны

3) Закон $1/\tau \sim e^{-\Delta E/kT}$ Neel - Arrenius применим для больших барьеров $\Delta E \gg kT$ или на достаточно больших временах $\gamma H_k t > 100 - 200$

4) Поверхность малой частицы может рассматриваться как дефект (примесь) в модели релаксации на paramagnetic ions ("slow" and "rapid" relaxation)

5) Динамич. магнитостатика важна при описании reversal, создавая канал переноса энергии от Zeeman H_{Zeem} to exch и anis.

Note

Ошибка у него magnetostat. coupling energy в н. числен. методе of finite differ.

Date. 5 . III .

Оценка точности "finite difference" method

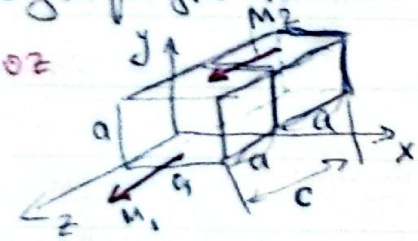
Численного учета магнитостат. взаимодействия.

Образец разбивается на кубики малого размера Δx с однородной намагниченностью $\vec{M}_i$. Момент кубика есть дип. поле дипольного диполя с маг. моментом $\vec{m}_i = \vec{M}_i \cdot \Delta x^3$, расположенного в центре кубика.

$$\vec{H}_{dip}(i) = -\sum_j \left[\frac{\vec{m}_j}{R_{ij}^3} - 3\,\frac{\vec{R}_{ij}\,(\vec{m}_j \cdot \vec{R}_{ij})}{R_{ij}^5} \right]$$

$$W_m = -\frac{1}{2}\sum_i \vec{H}_d(i)\cdot\vec{m}_i = \frac{1}{2}\sum_{ij}\left[\frac{\vec{m}_i\cdot\vec{m}_j}{R_{ij}^3} - 3\,\frac{(\vec{m}_i\cdot\vec{R}_{ij})(\vec{m}_j\cdot\vec{R}_{ij})}{R_{ij}^5}\right]$$

По формулам Aharoni, JAP '98 для средних по V M_z однородно намаг. параллелепипеда $a \times a \times c$ $(c = 2a)$



$M \| Oz$

$-a \le x \le a$, $-b \le y \le b$ $(b = a)$, $-c \le z \le c$

$$W_m = \frac{1}{2} N_{\alpha\beta} M_\alpha M_\beta = 2\pi D_z M_s^2$$

$(\vec{M}_1, \vec{M}_2 \| Oz)$ $\quad M_1 = M_2 = M_s$

$$W_m(1+2 \text{ кубика}) = 2\pi M_s^2 D_z(p), \text{ где } p = \frac{c}{a} = \frac{2a}{a} = 2.$$

$$W_m(1 \text{ куб.}) = 2\pi M_s^2 D_z\left(\frac{a}{a}\right) = 2\pi M_s^2 D_z(1), \quad D_z(1) = \frac{1}{3}$$

$$W_m(1+2) = W_m(1) + W_m(2) + W_m^{int}(12) \ge 0.$$

$$W_m^{int}(1-2) = W_m(1+2) - 2W_m(1) = 2\pi M_s^2 D_z(2) - 2\cdot 2\pi M_s^2 \cdot \frac{1}{3}$$

$$= 2\pi M_s^2 \left[D_z(2) - \frac{2}{3} D_z(1) \right]$$

$$\pi D_z(2) = \frac{3}{2}\ln\frac{\sqrt{6}+1}{\sqrt{6}-1} + \ln(\sqrt{2}+1) + 2\ln\frac{(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}+1)} + 2\operatorname{arctg}\frac{1}{2\sqrt{6}}$$

$$+ \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}(-3)\sqrt{6} + \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}(-7) - \frac{2^{3/2}}{3\cdot 2} + \frac{2}{3}\sqrt{5}\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0,198$$

$$W_m^{int}(1-2) = 2\pi M_s^2 \left[0.198 - 2\cdot 0,333 \right] = -0,468 \cdot (2\pi M_s^2)$$

Escaneado con CamScanner

Note

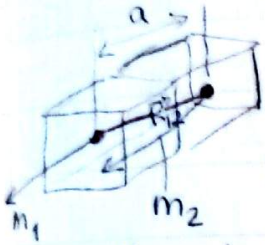
Date. $V_c = a^3$

Надо м. энергию в абс. единицах (V_c – объем кубика – яч.)

$W_m(1+2) = 2\pi M_s^2 D_z(2)\cdot(2V_c)$, $W_m(1\text{куб}) = 2\pi M_s^2 D_z(1)\cdot V_c$

$W_m^{int}(1\text{-}2) = W_m(1+2) - 2W_m(1) = 2\pi M_s^2 \cdot 2V_c\left[D_z(2) - D_z(1)\right] =$

$= 4\pi M_s^2 V_c \left[0{,}198 - 0{,}333\right] = (-0{,}135)\, 4\pi M_s^2 V_c = -1{,}696\, M_s^2 a^3$ — точная взаимод. кубиков



Тогда как в (дип. приближ.) энергия состоит только из m. interaction (нет self energy точечных диполей $\vec{m}_i = m_z \vec{k}$)

$W_{m(k)}^{dd} = \frac{1}{2}\sum_{ij}\left[\frac{m_z^2}{R_{ij}^3} - 3\frac{m_z^2 R_{ij}^2}{R_{ij}^5}\right] = \frac{1}{2} m_z^2 \cdot 2\left[\frac{1}{a^3} - \frac{3a^2}{a^5}\right] =$

$= m_z^2 \frac{(-2)}{a^3}$, $m_z = M_s a^3$, $W_m^{dd} = -\frac{2}{a^3}(M_s a^3)^2 = -2M_s^2 a^3$

Т.е. приближение точеч. диполей переоценивает (завышает) энергию взаимодействия двух кубиков с $\vec{M}_i \parallel$ оси соединения. (−2) по сравн. с (−1,70) – дает 15% ошибки.

$\vec{M} \parallel Ox$ Если $\vec{M}_1, \vec{M}_2 \parallel Ox$, т.е. $\perp \vec{R}_{12}$, то

$W_m(1+2) = 2\pi M_s^2 D_x(2)\cdot 2V_c$, $W_m(1) = 2\pi M_s^2 D_x(1)\cdot V_c$

$W_m^{int} = W_m(1+2) - 2W_m(1) = 4\pi M_s^2 V_c\left[D_x(2) - D_x(1)\right]$

$D_x + D_y + D_z = 1 \rightarrow D_x = \frac{1}{2}(1 - D_z)$

$D_x(2) - D_x(1) = \frac{1}{2}\left[1 - D_z(2) - \left\{1 - D_z(1)\right\}\right] = -\frac{1}{2}\left[D_z(2) - D_z(1)\right] =$

$= -\frac{1}{2}(-0{,}135) > 0$

Для точеч. диполей с $\vec{m}_1, \vec{m}_2 \parallel Ox$, $\vec{m}_i \perp \vec{R}_{12}$:

$W_m^{dd}(Ox) = \frac{1}{2} m_x^2 \sum_{ij}\frac{1}{R_{ij}^3} = m_x^2 \frac{1}{a^3} = 1\cdot M_s^2 a^3$ — с заменой кубика на точеч. диполь

$W_m^{int}(1\text{-}2) = 4\pi M_s^2 \left(-\frac{1}{2}\right)(-0{,}135) a^3 = \frac{1}{2} 1{,}696\, M_s^2 a^3$ — для точного взаимод. кубиков.

~~Self energy тот. диполей убрать нельзя: это $2\pi M_s^2 D_z(1)$ если $\vec{M} \parallel \vec{z}$.~~

Вывод: метод finite difference завышает м. энергию взаимодействия кубиков. Элементов на $\frac{2-1{,}70}{1{,}70} = 18\%$ вне зависимости от "a" – размера куб.

Note

Date. . .

Насосная и "breath" mode of vortex

6/III Написание Introduction к Vortex-Dyn-Th. paper.

7/III Какую часть дает исчезание "breath" моды колебания of vortex core-radius в ?
Используем модель vortex by Usov '93-94 и разложим по $\beta - 6 \ll 1$

С учетом обмена и magnetostatic.

$$\frac{W_{us}}{VM_s^2} = \beta^2 \left[4\pi x^3 \left(G_u(0) - G_u(\gamma x) \right) + \ell^{-2} \left(2 - \ln(\beta x) \right) \right]$$

$\beta = L/R$, $x = b/L$, $\ell = L/R_0$.

$$G_u(t) \underset{t \gtrsim 1}{=} [\ln 2 - 1/2]^2 \frac{1}{t}, \quad t = \frac{L}{b}.$$

И при $t \gg 1$ ($t \gtrsim 1$) достаточно оставить только $G_u(0)$, и пренебречь $G_u(t)$

$$\rightarrow \frac{W_{us}(b)}{\beta^2} = \frac{W_{us}(b)}{\beta^2 VM_s^2} \simeq 4\pi G_u(0) x^3 + \frac{1}{\ell^2} \left(2 - \ln(\beta x) \right), \quad x = \frac{b}{L}, \quad G_u(0) = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{\beta^2} \frac{\partial W_{us}}{\partial b} = 4\pi G_0 \, 3x^2 \frac{1}{L} - \frac{1}{\ell^2} \frac{1}{\beta x} \beta \frac{1}{L} = 4\pi G_0 \, 3 \frac{b^2}{L^2} L^{-1} - \frac{1}{\ell^2} \frac{1}{b} =$$

$$= 12\pi G_0 \frac{1}{L^3} b^2 - \frac{1}{\ell^2} \frac{1}{b}$$

Если $\frac{\partial W_{us}}{\partial b} = 0$, то получим $b_0^3 = (12\pi G_0)^{-1} \frac{L^3}{\ell^2} = \frac{1}{12\pi G_0} L R_0^2$

или $b_0 = \left(\frac{1}{12\pi G_0} \right)^{1/3} R_0 \left(\frac{L}{R_0} \right)^{1/3}$ - Eq (10) Usov '94.

$$\frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 W_{us}}{\partial b^2} = \frac{12\pi G_0}{L^3} 2b - \frac{1}{\ell^2} \frac{(-1)}{b^2} = \frac{24\pi G_0}{L^3} b + \frac{1}{\ell^2} \frac{1}{b^2}$$

$$\frac{1}{\beta^2} \left(\frac{\partial^2 W_{us}}{\partial b^2} \right)_{b=b_0} = b_0 \left[\frac{24\pi G_0}{L^3} + \frac{1}{\ell^2} \frac{1}{b_0^3} \right] = \left| b_0^3 = \frac{L^3}{12\pi G_0 \ell^2} \right| =$$

$$= \frac{b_0}{\ell^2} \left[2 \left(12\pi G_0 \ell^2 \right) + \frac{1}{b_0^3} \right] = \frac{b_0}{\ell^2} \left[2 \frac{1}{b_0^3} + \frac{1}{b_0^3} \right] = 3 \frac{1}{b_0^2 \ell^2} > 0$$

$$\rightarrow \left(\frac{\partial^2 W_{us}}{\partial b^2} \right)_{b_0} = 3 \frac{\beta^2}{\ell^2} \frac{1}{b_0^2} = 3 \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 \frac{1}{b_0^2}$$

Escaneado con CamScanner

Note

Date.

$\rightarrow W_{us}(b) = W_{us}(b_0) + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 W_{us}}{\partial b^2}\right)_{b_0}(b-b_0)^2 =$

$= W_{us}(b_0) + \frac{3}{2}\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \frac{1}{b_0^2}(b-b_0)^2$, см. 29/XII 01г.

В rigid v. model $f(z) = \frac{i}{c}(z-s)$ надо отказаться и/за небарных $c = b/R$, т.к. c – комплексно, $c = |c|e^{-i\delta}$ то приведет к $m_p \sim \sin\delta \neq 0$ См. 31/XII 01г.

Введем $\Delta = \frac{b-b_0}{b_0}$, $b = b' + ib''$, $\Delta = \Delta' + i\Delta''$, $\bar{\Delta} = \Delta^*$.

$W_{us}(\Delta) = W_{us}(b_0) + \frac{3}{2}\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \Delta\cdot\bar{\Delta}$.

Тогда канонич. ур-я:

$i\hbar \frac{\partial b}{\partial t} = \frac{\partial W}{\partial b^*}$ и $i\hbar \frac{\partial b^*}{\partial t} = -\frac{\partial W}{\partial b}$, $b \to \frac{b}{b_0}$ надо разразмер.

W – энергия дома (w – плотность).

$i\hbar \frac{\partial \Delta}{\partial t} = \frac{\partial W}{\partial \Delta^*}$, $i\hbar \frac{\partial \Delta^*}{\partial t} = -\frac{\partial W}{\partial \Delta}$

$W(\Delta) = M_s^2 V w_{us}(b_0) + \frac{3}{2}\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 V\cdot(\Delta\Delta^*)M_s^2 = W_0 + \omega_0 \Delta\Delta^*$

$i\hbar \frac{\partial \Delta}{\partial t} = \hbar\omega_0 \Delta$ и $i\hbar \frac{\partial \Delta^*}{\partial t} = -\hbar\omega_0 \Delta^*$, $\omega_0 = \frac{3}{2}\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \frac{V}{\hbar} M_s^2$

Реш. $\Delta_{(t)} = \Delta_0 e^{-i\omega_0 t}$.

$\frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{3}{2}\frac{1}{(2\pi)}\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 (\pi R^2 L)\frac{M_s^2}{\hbar}$ "Breath" mode ~ exch-m.

$\gamma = \frac{g\mu_B}{\hbar} = \frac{g}{\hbar}\frac{|e|\hbar}{2m_e c} = \frac{g}{2}\frac{|e|}{m_e c}$, $\frac{M_s^2}{\hbar} = \frac{M_s^2 \gamma}{g\mu_B} = \gamma M_s\left(\frac{M_s}{g\mu_B}\right)$

$\frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{3}{4} R_0^2 L \frac{M_s^2}{\hbar} \rightarrow \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{3}{4}(1{,}4\cdot 10^{-6}\,\text{см})^2 \, 6{,}0\cdot 10^{-6}\,\text{см} \, \frac{(8\cdot 10^3\,\text{Гс})^2}{1{,}05\cdot 10^{-27}\,\text{г}\cdot\text{с}} =$

$R_0 = 14$ нм, $L = 60$ нм

$= \frac{3}{4}\frac{(1.4)^2\cdot 6\cdot (0{,}8)^2}{1.05}\frac{10^{-12}\,10^{-6}\cdot 10^6}{10^{-27}}\frac{\text{Гс}^2\cdot\text{см}^3}{\text{эрг}\cdot\text{с}} = 5{,}4\cdot 10^{15}$ Гц (!) тогда как обычные частоты ~ 10^9–10^{10} Гц.

Наблюдаемая частота of „Breath" моды очень велика ~ 10^{15} Гц. для субмикрон доменов.

~~$\frac{VM_s}{\hbar\gamma} = S$ – макро-спин как classical spin.~~ (!)

Note

Date. . . S – макро-спин

$\omega_0 = \frac{3}{2}\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 S\cdot(\gamma M_s)$, Величина $S = \frac{M_s V}{\gamma\cdot\hbar} = \frac{10^3\ G\cdot(10^{-6}\ cm)^3}{\gamma\cdot 1\cdot 10^{-27}\ эрг\cdot с}$

$= \frac{M_s V}{g\mu_B} = \frac{10^3\ G\cdot 10^{-18}\ cm^3}{2\cdot 10^{-20}\ \frac{эрг}{G}} \approx 10^5$ для частицы с лин. размером $R\sim 10\ нм = 10^{-6}\ cm$

$\omega_0 = \frac{3}{2}\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \frac{S}{4\pi}\omega_M$, S для зерна с $R\approx 100\ нм$, $L = 10\ нм$ есть $S = \frac{10^3\ (10^{-5}\ cm)^2\ 10^{-6}\ cm}{10^{-20}\ \frac{эрг}{G}} \sim 10^7$

~ магнитное число.

[JAP'99] Сферонов переходит от энергии $\mathcal{E} = K_u V$ к

$\varepsilon = \frac{1}{\hbar\gamma}\mathcal{E}$, $\varepsilon = \frac{V}{\hbar\gamma}K_u = \frac{VM_s}{\hbar\gamma}H_z = SH_z$, $[\varepsilon] = H$

$\varepsilon = \frac{\mathcal{E}}{\hbar\gamma} = Aa^*a + \cdots$, т.е. a^*a должно быть очень большим числом $\sim S$ ($10^5 - 10^7$ для реальных частиц – доменов)

→ Правда надо доказать, что Δ, Δ^* – канонич. переменные, только тогда верно $i\frac{d\Delta}{dt} = \left\{\Delta, \frac{W}{\hbar}\right\} = \frac{1}{\hbar}\frac{\partial W}{\partial \Delta^*}$,

где $\{A,B\} = \frac{\partial A}{\partial \Delta}\frac{\partial B}{\partial \Delta^*} - \frac{\partial B}{\partial \Delta}\frac{\partial A}{\partial \Delta^*}$ скобка Пуассона.

Это аналог ур. Гайзенберга $i\hbar\frac{d\hat{a}}{dt} = [\hat{a}, \hat{H}]$.

Для вортекса $M/M_s \rho \approx b_0$ малыми отклонениями от $m_\rho^0 = 1$ будут m_ρ и $m_\varphi \ll 1$.

См. 7/I: $f(t) = \frac{i}{c}z$, $c = |c|e^{-i\psi}$, ψ – это просто колебания $\Phi = \varphi + \pi/2 + \psi$, $m_x + im_y = e^{i\Phi}\sin\theta$

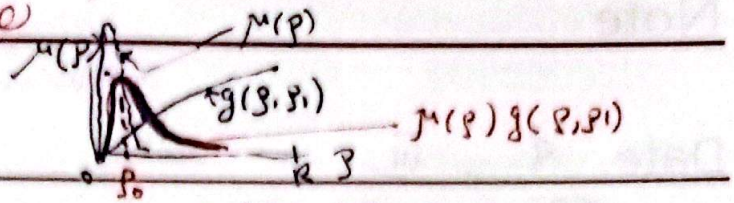
$\delta m_z = -\varphi\sin\theta_0$, $\delta m_\rho = \mu = -\psi\sin\theta_0$, $\delta m_\varphi = \varphi\cos\theta_0$

$\theta = \theta_0 + \varphi$ Надо вернуться к ур. Л.-Л.

$\left(\frac{\omega}{\omega_M}\right)^2 \mu(\rho) = -\frac{1}{4\pi}\int_0^R d\rho' g(\rho,\rho')\mu(\rho')$

Для вихря Гаусса true-"breath" mode, при этом $\mu(\rho)$ сосредоточено при $\rho \times b \approx 0$ (с малой погрешностью)

Note True "breath" mode — magnetostatic limit



Date.

$\mu(\rho) \sim \delta(\rho)$ плохо т.к. $g_{\rho\rho}(\rho,0) = 0$

Пусть $\mu(\rho) \sim \delta(\rho - \rho_0)$, $\rho_0 \ll R$, тогда (подынтегр. ф. дает резкий пик и/или $\rho \approx \rho_0$)

$$\left(\frac{\omega}{\omega_M}\right)^2 \mu(\rho) = \left(-\frac{1}{4\pi}\right) g(\rho,\rho_0) \int_0^R d\rho' \rho' \mu(\rho')$$

$$\left(\frac{\omega}{\omega_M}\right)^2 \int_0^R d\rho\, \rho \mu(\rho) = -\frac{1}{4\pi} \cdot \int_0^R d\rho\, \rho g(\rho,\rho_0) \cdot \int_0^R d\rho' \rho' \mu(\rho')$$

$$\left(\frac{\omega_{B-c}}{\omega_M}\right)^2 = -\frac{1}{4\pi} \int_0^R d\rho\, \rho\, g(\rho,\rho_0)$$ — аналогично моде $\rho \sim R$ со 2 I/I.

$$-\frac{1}{4\pi} \int d\rho\, \rho\, g(\rho,\rho_0) = \int_0^R d\rho\, \rho \int dk\, k\, f(kL)\, J_1(k\rho)\, J_1(k\rho_0) = \left| t = kR \right| =$$

$$= \int dk\, k\, f(kL)\, J_1(k\rho_0) F(k) = \int_0^\infty dt\, t\, f(\beta t) J_1\left(t \frac{\rho_0}{R}\right) F(t)$$

$$\rightarrow \left(\frac{\omega_c}{\omega_M}\right)^2 = \int_0^\infty dt\, t\, f(\beta t)\, J_1\left(t \frac{\rho_0}{R}\right) F(t),$$ это значительно меньше чем для насосных "breath" mode без обмена

поверх. мода $\left(\frac{\omega_s}{\omega_M}\right)^2 = \int_0^\infty dt\, t f(\beta t)\, J_1(t) F(t)$, $F(t) = \int_0^1 dx\, x\, J_1(xt)$,

т.к. $\rho_0/R \ll 1$. $\frac{\rho_0}{R} \approx \frac{b_0}{R} \approx 0{,}68 \left(\frac{R_0}{R}\right)\left(\frac{L}{R_0}\right)^{1/3} \sim \frac{R_0}{R} \sim 0{,}03 \div 0{,}05$.

→ Но эта оценка не учитывает W_{ex} которая
1) может быть велика для сильно локализ. моды
2) важна для осциллирующих "core" of vortex, созданного обменными силами.

→ подтверждается расчетами $W_{us}(B)$.

Note

Эксп. Гиева на Ni – dot array

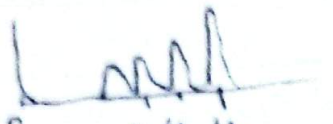
Date. 8 . III .

Линии SWR от Ni – dot array в HL плоск.

$R = 400$ nm, $L = 80$ nm, $\beta = 80/400 = 0.2$

$M_s(Ni) = 480 - 490$ G при $T = 300$ K, $C = 2A = 1{,}54 \cdot 10^{-6}$ эрг/см

I



$$\frac{\omega_n}{\gamma} = H - 4\pi M_s + \frac{C}{M_s} k_z^2$$ – L SWR

Куда направлен $\vec{k}$? а) $k \parallel oz$ – SWR; б) $\vec{k} \parallel$ плоск.

а) $k_z^n = \frac{n\pi}{L}$, $H_{ex}(n) = \frac{C}{M_s}\frac{\pi^2}{L^2} n^2$, n – нечет. (1, 3, 5 ...) $k_z^n = \left(\frac{n\pi}{2}\right)\frac{1}{L}$

$$H_{ex}(1) = \frac{1{,}54 \cdot 10^{-6}\ \text{эрг/см}^3}{0{,}49 \cdot 10^3\ \text{G}} \frac{(3{,}14)^2}{(8 \cdot 10^{-6}\ \text{см})^2} = \frac{1{,}54 \cdot (3{,}14)^2}{0{,}49 \cdot 64} \cdot 10^3\ \text{Oe} = 484\ \text{Oe}$$

Характерная эксп. разность $(H_0 - H_1)$, Oe

Свидетель	N1	N2	N3	N4
804 Oe	538	530	573	523

H_1 сама может быть обязана SWR. $H_{ex}(1) - H_{ex}(3) \approx 1900$ Oe ($d \gg 1$)

$H_{ex}(1) - H_{ex}(3) = 8 \cdot \frac{C\pi^2}{M_s L^2} \approx 3900$ Oe, что значительно больше экспериментальной где $(H_1 - H_2) \approx 300$ Oe.

10/I я поставил $\beta \to 0$ чтобы диск ($\vec{k} \parallel$ плоск.):

$$\frac{\omega_{mn}}{\gamma} = H - 4\pi M_s + \alpha \varkappa_{mn}^2, \quad \varkappa_{mn} = \frac{\gamma_{mn}}{R}.$$

Для Ni видимо (?) pinning $d = 0$, $\rightarrow$ но все же $J_m(\gamma_{mn}) = 0$ strong pinning $\approx$ обычное exp.

$\gamma_{01} = 2{,}40$; $\gamma_{02} = 5{,}52$; $\gamma_{21} = $
$\gamma_{11} = 3{,}83$; $\gamma_{12} = 7{,}02$; $\gamma_{22} = $
$\gamma_{03} = 8{,}65$, $\gamma_{31} = 6.38$; $\gamma_{41} = $ $\gamma_{51} = $

Для coupled array надо $4\pi \to N_\perp$ ($N_\perp < 4\pi$)

Главный мин ($\varkappa = 0$): $\omega/\gamma = H - N_\perp M_s$

Contin. film $H_z = \frac{\omega}{\gamma} + 4\pi M_s = \frac{9{,}2\ \text{GHz}}{2{,}95\ \text{GHz/kOe}} + 6{,}03\ \text{kOe} = 3{,}12 + 6{,}03 = 9{,}15$ kOe ($M_s = 480$ G)

Тогда как exp. value $= 7{,}19$ kOe (?) см. $\rightarrow$

Escaneado con CamScanner

Note

Date.

Поле in-plane anisotropy of rectangular dot array (объяснение exp. Глеба по ФМР Ni dots).

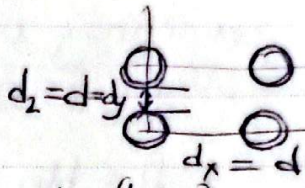
Согласно 28/VIII : $W_m(\varphi_H) = \frac{1}{M_s^2 V_d} W_m(\varphi_H) = const + K_u \cos^2 \varphi_H$

в saturated state, φ_H – угол поля в плоск. решетки dots.

$\frac{1}{M_s^2} K_u = 2\pi F_a(\beta, d)$, $F_a(\beta, d) = -\frac{3}{4}\beta \sum_{n \neq 0} \left(\frac{R}{R_n}\right)^3 \cos 2\varphi_{\vec{R}_n}$ в дип. приближ.

$\vec{R}_n$ определяет 2D – тетрагональную решетку.

$\frac{1}{M_s} H_A(\beta, d) = \frac{2K_u}{M_s^2} = 4\pi F_a(\beta, d/R)$



$d_1 = d_x = 0{,}92$ нм; $d = d_y$ – меняется

$L = 80$ nm, $\beta = 0.2$, $R = 400$ nm, $\xi = \frac{T_1}{T_2} = \frac{1 + (d_1/2R)}{1 + (d_2/2R)} = \xi(d_2) = \xi(d)$

$d = 40$nm; 80 nm; 200 nm; 750 nm. $M_{Ni} = 480$ G

$\frac{d}{R}$	0,1	0,2	0,5	0,7	1,875 (isolated)	1,0	0	0,3
$H_A^{(d)}/M_S$	0,382	0,323	0,200	0,147	0,017	0,092	0,454	0,275
$H_c - H_A(d)$ Oe	183 Oe	155	96	71	8 Oe	44	218	132
H_A^{Ni} – эксп. Oe	120 Oe	115	55		0			

Согласие с эксп. H_A на Ni не очень хорошее.

→ Расс $H_A(d)$ больше (d) эксп. $H_A(d) \simeq$ в 1,5 раза.

Видимо L (=60 nm?) и M_S надо уменьшить.

Escaneado con CamScanner

Note

Date.

SW 1 - saturated dot

SWR – N_i dots (продолжение).

Условие СВР в continuous film (каждой) надо в

$\frac{\omega}{\gamma} = H + H_{A\perp} - 4\pi M_s$ $(x=0)$, $H_{A\perp}(\text{опн}) \sim 2$ кОе, $\frac{\omega}{\gamma} = 3{,}19$ кОе

(используем для нахождения $H_{A\perp}$, которое потом использ. для dot array

$H_z + H_{A\perp} = \frac{\omega}{\gamma} + 4\pi M_s = \frac{9{,}4\ \text{GHz}}{(\gamma/2\pi)} + 4\pi \cdot 480\ \text{Гс} = 3{,}19 + 6{,}03 = 9{,}22$ кОе

Эксп. для $H_z = 7{,}19$ кОе, $H_{A\perp} = 9{,}22 - 7{,}19 = \underline{2{,}03\ \text{кОе}}$

Берем dot array N2 (наиболее инсен. SWR линии)

и "1ую SWR моду": $H_z(1) = 6{,}30$ кОе, $H_z(0) = 6{,}83$ кОе.

$\frac{\omega_n}{\gamma} = H + H_{A\perp} - N_\perp M_s + \frac{C}{M_s} k_n^2$, $N_\perp < 4\pi$ из-за d.coupling

$k=0$ $\quad N_\perp = \frac{1}{M_s}\left(H + H_{A\perp} - \frac{\omega}{\gamma}\right) = \frac{1}{480}(6830 + 2030 - 3190) = 11{,}81$

или $\frac{N_\perp}{4\pi} = 0{,}940$

$H_z(n) = \left(\frac{\omega}{\gamma} - H_{A\perp} + N_\perp M_s\right) - \frac{C}{M_s} k_n^2 = (3{,}19 - 2{,}03 + N_\perp M_s) - \frac{C}{M_s} k_n^2$

$H_z(n) = 6{,}83\ \text{кОе} - \frac{C}{M_s} k_n^2$, $\frac{C}{M_s R^2} = \frac{1{,}54 \cdot 10^{-6}\ \text{эрг/см}^3}{0{,}48 \cdot 10^3\ \text{Гс}\ (4 \cdot 10^{-5}\ \text{см})^2} =$

$= 0{,}20 \cdot 10\ \text{Oe} = 0{,}20 \cdot 10^{-2}\ \text{кОе}$

Ni array N2, ⊥ поле

$H_z(m,n) = 6{,}83 - 0{,}20 \cdot 10^{-2} (\gamma_{mn})^2$, кОе $\qquad k \to \frac{\gamma_{mn}}{R}$.

γ_{mn} берем н/м d=0 (no pinning) - free boundary.

$H_z(01) = 6{,}82$ кОе; $H_z(11) = 6{,}80$ кОе; $H_z(21) = 6{,}78$ кОе –

– очень малые сдвиги, << exp. $\sim 0{,}5$ кОе. $R_0(M_s) = 25{,}8$ нм

$\frac{C}{M_s R^2} = M_s \frac{C/M_s^2}{R^2} = M_s (R_0/R)^2 \ll M_s$, $R \gg R_0$

$H_z(mn) = 6{,}83\ \text{кОе} - 0{,}48 \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \gamma_{mn}^2$

Т.е. обмен. вкладом в ω_n/γ для $R = 400$ нм можно пренебречь. Расчет $\beta \to 0$ от 10/I недостаточен, SW будут магнитостатические.

Escaneado con CamScanner

Note

Date. 10 . III . 2002

1 - saturated dst [ ] в xyz - координатах (см. 10/I)

$$\begin{cases} -\frac{1}{\gamma}\frac{d\mu_x}{dt} = H_i\mu_y - h^y_{ex} - h^y_m \\ -\frac{1}{\gamma}\frac{d\mu_y}{dt} = -H_i\mu_x + h^x_{ex} + h^x_m \end{cases} \Bigg| \quad \vec{m}(\vec{\rho},t) = \vec{m}_0 + \vec{\mu}(\vec{\rho},t)$$

$$h^x_{m(\vec{\rho},t)} = \int d^2\vec{\rho}' \left[G_{xx}(\vec{\rho},\vec{\rho}')\mu_x(\vec{\rho}',t) + G_{xy}(\vec{\rho},\vec{\rho}')\mu_y(\vec{\rho}',t) \right]$$

$$h^y_m(\vec{\rho},t) = \int d^2\vec{\rho}' \left[G_{yx}(\vec{\rho}\vec{\rho}')\mu_x(\vec{\rho}',t) + G_{yy}(\vec{\rho}\vec{\rho}')\mu_y(\vec{\rho}',t) \right]$$

$$h^y_m = h^\rho_m \sin\varphi + h^\varphi_m \cos\varphi = \sin\varphi \left\{ \int d^2\rho' \left[G_{\rho\rho}\mu_\rho + G_{\rho\varphi}\mu_\varphi \right] + \right.$$

$$\left. + \cos\varphi \int d^2\vec{\rho}' \left[G_{\varphi\rho}\mu_\rho + G_{\varphi\varphi}\mu_\varphi \right] \right. =$$

$$= \sin\varphi \int d^2\vec{\rho}' \left[G_{\rho\rho}\left\{\mu_x(\vec{\rho}')\cos\varphi' + \mu_y(\vec{\rho}')\sin\varphi'\right\} + G_{\rho\varphi}\left\{-\mu_x(\vec{\rho}')\sin\varphi' + \mu_y(\vec{\rho}')\cos\varphi'\right\}\right] +$$

$$+ \cos\varphi \int d^2\vec{\rho}' \left[G_{\varphi\rho}\left\{\mu_x(\vec{\rho}')\cos\varphi' + \mu_y(\vec{\rho}')\sin\varphi'\right\} + G_{\varphi\varphi}\left\{-\mu_x(\vec{\rho}')\sin\varphi' + \mu_y(\vec{\rho}')\cos\varphi'\right\}\right] =$$

$$= \int d^2\vec{\rho}' \left[G_{yx}\mu_x(\vec{\rho}',t) + G_{yy}\mu_y(\vec{\rho}',t) \right]$$

$$\begin{cases} G_{xx}(\vec{\rho},\vec{\rho}') = \cos\varphi\left[G_{\rho\rho}\cos\varphi' - G_{\rho\varphi}\sin\varphi'\right] - \sin\varphi\left[-G_{\varphi\varphi}\sin\varphi' + G_{\varphi\rho}\cos\varphi'\right] \\ G_{xy}(\vec{\rho},\vec{\rho}') = \cos\varphi\left[G_{\rho\rho}\sin\varphi' + G_{\rho\varphi}\cos\varphi'\right] - \sin\varphi\left[G_{\varphi\varphi}\cos\varphi' + G_{\varphi\rho}\sin\varphi'\right] \\ G_{yx}(\vec{\rho},\vec{\rho}') = \sin\varphi\left[G_{\rho\rho}\cos\varphi' - G_{\rho\varphi}\sin\varphi'\right] + \cos\varphi\left[G_{\varphi\rho}\cos\varphi' - G_{\varphi\varphi}\sin\varphi'\right] \\ G_{yy}(\vec{\rho},\vec{\rho}') = \sin\varphi\left[G_{\rho\rho}\sin\varphi' + G_{\rho\varphi}\cos\varphi'\right] + \cos\varphi\left[G_{\varphi\rho}\sin\varphi' + G_{\varphi\varphi}\cos\varphi'\right] \end{cases}$$

Связь декартовых и цилиндр. компонент of magnetostat. ФГ.

$G_{\alpha\beta} = G_{\alpha\beta}(\vec{\rho},\vec{\rho}')$ $\forall\alpha,\beta$. по „2" уравнениям.

→ Теперь предположим $\mu_{x,y}(\vec{\rho},t) = \mu_{x,y}(\vec{\rho}',t)$ – не зависит от φ.

$$\int d\varphi' G_{xx}(\vec{\rho},\vec{\rho}') = \cos\varphi \int d\varphi' \left[G_{\rho\rho}\cos\varphi' - G_{\rho\varphi}\sin\varphi'\right] -$$

$$- \sin\varphi \int d\varphi' \left[-G_{\varphi\varphi}\sin\varphi' + G_{\varphi\rho}\cos\varphi'\right]$$

когда так можно?

Escaneado con CamScanner

Note

Date.

Имеем $\mu_{x,y} = f(\rho)$ - лагранжева метрика

Удобно ввести $\mu_\pm = \mu_x \pm i\mu_y$. h^α_{ex} пока оставим.

$$\begin{cases} -\frac{1}{\gamma}\frac{d\mu_+}{dt} = -iH_t\mu_+ - h^y_m + ih^x_m = -i\left[H_t\mu_+ - (h^x_m + ih^y_m)\right] \\ -\frac{1}{\gamma}\frac{d\mu_-}{dt} = iH_t\mu_- - h^y_m - ih^x_m = i\left[H_t\mu_- - (h^x_m - ih^y_m)\right] \end{cases}$$

$$h^+_m = h^x_m + ih^y_m = \int d^2\vec{p}' \left[(G_{xx} + iG_{yx})\mu_x(\vec{p}',t) + (G_{xy} + iG_{yy})\mu_y(\vec{p}'\right.$$

$$h^-_m = h^x_m - ih^y_m = \int d^2p' \left[(G_{xx} - iG_{yx})\mu_x(\vec{p}',t) + (G_{xy} + iG_{yy})\mu_y(\vec{p}'\right.$$

т.е. надо $\mu_{x,y} = f(|\vec{p}|,t)$ и $\int d\varphi' (G_{xx} + iG_{yx})$, $\int d\varphi' (G_{xy} + iG_{yy})$

$$\int d\varphi' (G_{xx} + iG_{yx}) = \int d\varphi' \left[\cos\varphi (G_{pp}\cos\varphi' - G_{p\varphi}\sin\varphi') - \right.$$

$$-\sin\varphi(-G_{\varphi\varphi}\sin\varphi' + G_{\varphi p}\cos\varphi') + i\sin\varphi(G_{pp}\cos\varphi' - G_{p\varphi}\sin\varphi') + i\cos\varphi(G_{\varphi p}\cos\varphi' -$$

не зависят $\int d\varphi'(\dots)$.

$$h^x_m = \int d^2\vec{p}' \left[G_{xx}\frac{1}{2}(\mu_+ + \mu_-) + G_{xy}\frac{1}{2i}(\mu_+ - \mu_-)\right] =$$

$$= \frac{1}{2}\int d^2\vec{p}' \left[(G_{xx} - iG_{xy})\mu_+ + (G_{xx} + iG_{xy})\mu_-\right]$$

$$h^y_m = \frac{1}{2}\int d^2p' \left[(G_{yx} - iG_{yy})\mu_+ + (G_{yx} + iG_{yy})\mu_-\right]$$

$$h^x_m + ih^y_m = \frac{1}{2}\int d^2\vec{p}' \left[(G_{xx} + G_{yy} - iG_{xy} + iG_{yx})\mu_+ + (G_{xx} - G_{yy} + iG_{xy} + \right.$$

надо, см. 9/I03 г.

$$(\underset{1}{G_{xx}} + \underset{2}{G_{yy}} - i\underset{1}{G_{xy}} - i\underset{2}{G_{yx}}) = \cos\varphi\left(G_{pp}e^{-i\varphi'} - iG_{p\varphi}e^{-i\varphi'}\right) -$$

$$-\sin\varphi\left(-ie^{-i\varphi'}G_{\varphi\varphi} + G_{\varphi p}e^{-i\varphi'}\right) + \sin\varphi\left(-ie^{i\varphi'}G_{pp} + G_{p\varphi}e^{i\varphi'}\right) +$$

$$+\cos\varphi\left(-ie^{i\varphi'}G_{\varphi p} + G_{\varphi\varphi}e^{i\varphi'}\right) = (G_{pp} - iG_{p\varphi})\cos\varphi e^{-i\varphi'} +$$

$$+i\sin\varphi(G_{\varphi p} + iG_{\varphi p})e^{-i\varphi'} + \cos\varphi e^{i\varphi'}(G_{\varphi\varphi} - iG_{\varphi p}) -$$

$$-i\sin\varphi(G_{pp} + iG_{p\varphi})e^{i\varphi'}$$

$$\int_0^{2\pi} d\varphi' (G_{xx} - iG_{xy}) = \int d\varphi' \left[\cos\varphi(G_{pp} - iG_{p\varphi})e^{-i\varphi'} + i\sin\varphi(G_{\varphi\varphi} + iG_{\varphi p})e^{-i\varphi'}\right.$$

$$= \cos\varphi\int d\varphi' e^{-i\varphi'}\left[\sum_m C_m e^{im(\varphi-\varphi')} - i\cdot i\sum_m m e^{im(\varphi-\varphi')}\delta_m(pp')\right] +$$

Escaneado con CamScanner

Note

Date:

$$+i\sin\varphi \int d\varphi' e^{-i\varphi'}\left[\sum_m m^2 a_m e^{im(\varphi-\varphi')} + i(-i)\sum_m m\, e^{i(\varphi-\varphi')m} b_m(\rho'\rho)\right] =$$

$$= \cos\varphi\, 2\pi\left[C_1 e^{-i\varphi} + b_{-1}(\rho\rho')(-1)e^{-i\varphi}\right] + i\sin\varphi\, 2\pi\left[a_{-1}e^{-i\varphi} - b_{-1}(\rho'\rho)e^{-i\varphi}\right] =$$

$$= 2\pi\cos\varphi\, e^{-i\varphi}\left[C_1 - b_1(\rho\rho')\right] + 2\pi i \sin\varphi\, e^{-i\varphi}\left[a_1 - b_1(\rho'\rho)\right]$$

$$\int d\varphi'(G_{yy} + iG_{yx}) = \cos\varphi \int d\varphi' e^{i\varphi'}(G_{\varphi\varphi} - iG_{\varphi\rho}) - i\sin\varphi(G_{\rho\rho} + iG_{\rho\varphi})e^{i\varphi'}$$

$$= \cos\varphi \int d\varphi' e^{i\varphi'}\left[\sum_m m^2 a_m e^{i(\varphi-\varphi')m} - i(-i)\sum_m m\, e^{im(\varphi-\varphi')} b_m(\rho'\rho)\right] -$$

$$-i\sin\varphi \int d\varphi' e^{i\varphi'}\left[\sum_m e^{im(\varphi-\varphi')} c_m + i(i)\sum_m m\, e^{im(\varphi-\varphi')} b_m(\rho\rho')\right] =$$

$$= \cos\varphi \cdot 2\pi e^{i\varphi}\left[a_1 - b_1(\rho'\rho)\right] - 2\pi i \sin\varphi\, e^{i\varphi}\left[C_1 - b_1(\rho\rho')\right]$$

$$\int d\varphi'\left[G_{xx} + G_{yy} - iG_{xy} - iG_{yx}\right] = 2\pi\cos\varphi\, e^{-i\varphi}\left[C_1 - b_1(\rho\rho')\right] +$$

$$+2\pi i\sin\varphi\, e^{-i\varphi}\left[a_1 - b_1(\rho'\rho)\right] + 2\pi\cos\varphi\, e^{i\varphi}\left[a_1 - b_1(\rho'\rho)\right] - 2\pi i\sin\varphi\, e^{i\varphi}\left[C_1 - b_1(\rho\rho')\right]$$

$$= (1 - i\sin 2\varphi)\left[C_1 - b_1(\rho\rho')\right]2\pi + 2\pi(1 + i\sin 2\varphi)\left[a_1 - b_1(\rho'\rho)\right] =$$

Должно быть $C_1 - b_1(\rho\rho') = a_1 - b_1(\rho'\rho)$ как $2\sigma/I$, иначе результат зависит от φ (чего не может быть в силу $\mu_{+,y}(1\vec{s}1)$).

Пример, ам. 26/VI, надо $\int d\varphi(\ldots)$ еще.

$$\begin{cases} a_1(\rho\rho') = (-2)\dfrac{1}{\rho\rho'}\displaystyle\int_0^\infty \frac{dk}{k} f(kL)\, J_1(k\rho)\, J_1(k\rho') \\ C_1(\rho\rho') = (-2)\displaystyle\int \frac{dk}{k} f(kL)\, \frac{\partial J_1(k\rho)}{\partial\rho}\, \frac{\partial J_1(k\rho')}{\partial\rho'} \\ b_1(\rho\rho') = (+2)\dfrac{1}{\rho'}\displaystyle\int \frac{dk}{k} f(kL)\, \frac{\partial J_1(k\rho)}{\partial\rho}\, J_{\mu_1}(k\rho'), \quad b_1(\rho'\rho) = \underset{\rho\rightleftarrows\rho'}{b_1(\rho,\rho')} \end{cases}$$

Сим. 9-11/I 2003 г. – „Quarto" тетрадь.

Note

Date. 14. III. Vortex „Breath" modes – решение инт. ур.

→ Сравнение сале. „Breath" mode frequencies с м. simulations by Novosad (Cm. 22/I).

$$\left(\frac{\omega}{\omega_M}\right)^2 = I(\beta), \quad I(\beta) = 2\int_0^\infty dt\, t\, f(\beta t) F^2(t), \quad F(t) = \int_0^1 dx\, x\, J_1(tx)$$

(Это частота quasi-uniform mode ($M_p(\beta) \approx$ Const).

→ Новосад снимал частоты с $\omega_M/2\pi = 2{,}95 \frac{GHz}{kG} \cdot 4\pi \cdot 0{,}86\,kG \approx$ (M_s = 860 G) $\approx 31{,}9$ GHz

$M_s = 860$ G, $\omega_M = 31.9$ GHz

β	0,025	0,05	0,075	0,1	0.15	0.2
$I(\beta)$	0,0636	0,0996	0,1384	0,1734	0,2551	0,2885
$\frac{\omega}{\omega_M} = \sqrt{I(\beta)}$	0,252	0,316	0,372	0,416	0,485	0,537
$\frac{\omega_M(\beta)}{2\pi}$, GHz	8,04	10,08	11,87	13,27	15,47	17,13

Эти частоты на 1–1.5 GHz выше, чем micromag calcs ω (..... – micromag., ——— calc. analyt.) на $\omega \sim \beta^{1/2}$. β

→ Из прямого решения инт.-дф. в p-пред. соотношения $M_p(\beta)$ от 13/II получили частоты ($N = 200$):

$M_s = 860$ G, $\omega_M = 31.9$ GHz, Breath-Int-Eq.mcd, ω_M из работы 13/II

β	0,025	0,05	0,075	0,1	0,15	0,20
$\frac{\omega_1(\beta)}{2\pi}$, GHz	6,48	9,80 (9,33)	11,22	12,68	13,77	15,54
$\omega_2/2\pi$	9,58/9,92	13,07/13,45 (12,42)	14,67	16,57	18,92	20,84
$\omega_3/2\pi$ GHz	11,24	15,69 (14,15)	16,82	18,67	21,91	23,47

$N = 250$ Rad-grid $N = 300$

Согласие с micromag. calc. хуже.

Escaneado con CamScanner

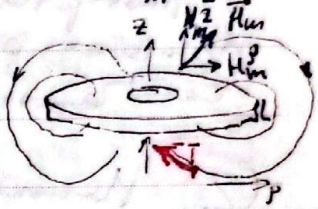
Note

Date. 16 . III . Vortex dynamics – dip. fields (start)

→ Природа низкой моды (8-9 GHz, $\beta = 0.15$) в спектре SW вортекса. Эта мода предполагается локализ. и/или $\rho \approx R$ и возможно имеет большой exch. вклад в частоту, как было для testan.dat, мода низк. < $\vec{q} \parallel \vec{H}$ (PRL, Jan. 2002), локализ. при max H_m.

Дип. Статич. поле вортекса. Если считать $\vec{M} = \vec{f}(\rho)$ только и $M_\rho = 0$, то $\vec{H}_m^0(\rho,z) = \left(H_m^\rho(\rho,z),\ 0,\ H_m^z(\rho,z) \right)$ – см. 22 Янв.

Если еще и по "z" усреднить $\frac{1}{L}\int_0^L z\,dz'(\dots)$, то $\langle H_m^\rho \rangle_z = 0$ и остается только $H_m^z(\rho)$.



$$H_m^z(\vec{r}) = \int d^3\vec{r}'\, G_{zz}(r,r')\, M_z(\rho')$$

$$g_{zz}(\rho,\rho') = \frac{1}{L}\int dz\,dz' \int d\varphi' G_{zz}(\rho,\varphi,z;\rho',\varphi',z')$$

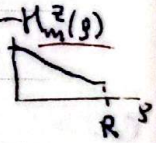
$$H_m^z(\rho) = \frac{1}{L}\oint_0^L H_m^z(\rho,z)\,dz = \int_0^R d\rho'\rho'\, g_{zz}(\rho,\rho')\, M_z(\rho'), \quad M_z \neq 0 \text{ только в "диске" } \rho \le B.$$

$$g_{zz}(\rho,\rho') = -\frac{4\pi}{L}\int_0^\infty dk \left[1 - e^{-kL}\right] J_0(k\rho)\, J_0(k\rho')$$

Можно исп. аналит. условие $M_z = M_s \frac{B^2-\rho^2}{B^2+\rho^2}$, $\rho \le B$, тогда

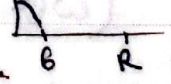
$$H_m^z(\rho) = M_s \int_0^B d\rho'\rho'\, g_{zz}(\rho,\rho')\, \frac{B^2-\rho'^2}{B^2+\rho'^2},$$

$H_m^z(\rho)$ быстро убывает с ростом ρ



Эле малых $\rho \ll 1$ дает $g_{zz}(\rho,\rho') = -\frac{4\pi}{\rho}\delta(\rho-\rho')$

$H_m^z = -4\pi M_z(\rho) \neq 0$ при $\rho \le B$.



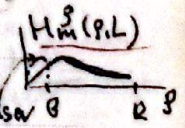
Т.е. $-H_m^z(\rho)$ не имеет max при $\rho \approx R$ и не может привести к локализации основной моды при $\rho \cong R$.

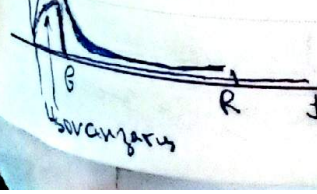
Осталось $H_m^\rho(\rho,z) = -2\pi\frac{\partial}{\partial\rho}\int d\rho'\rho' \int dk \left[e^{-k|z-L|} - e^{-kz}\right] J_0(k\rho) J_0(k\rho') M_z(\rho')$

$H_m^\rho(\rho,z)$ нечетна отн. т. $z = L/2$; на торце дает $z = L$:

$$H_m^\rho(\rho,L) = -2\pi\frac{\partial}{\partial\rho}\int d\rho'\rho' \int dk \left[1 - e^{-kL}\right] J_0(k\rho) J_0(k\rho') M_z(\rho') =$$

$$= \frac{L}{2}\frac{\partial}{\partial\rho}\int d\rho'\rho'\, g_{zz}(\rho,\rho') M_z(\rho') = \frac{L}{2}\frac{\partial}{\partial\rho} H_m^z(\rho)$$





Т.е. не видно почему $H_m^\rho(\rho, z=0,L)$ имеет max при $\rho \approx R$. Наоборот, экстремум $H_m^\rho(\rho)$ лежит вблизи $\rho = B$. $H_m^\rho(\rho,L) = -H_m^\rho(\rho,0)$.

Escaneado con CamScanner

Note

Vortex dynamics – Классификация мод

Date. . .

Видимо спектр радиальных возбуждений vortex'а состоит из: (выше transcak. mode)

(1) Локализованной низкой моды с большим exch. вкладом (область локализации – ядро),

21/I было предположено, что мода магнитостатическая и локализ. при $\rho \simeq R$, но такой подход противоречив – локализация означает обездвиженность exch. вклада. И у Ковсаде и у Вернера ($\langle M_z \rangle$) эта мода появляется в micromag. calc. с учетом обмена ($\langle M_\rho \rangle$)

Альтернатива – эта низкая мода локализована на "краю" $\rho \approx b$ и представляет собой true "breath" mode. Ее частоту пытался найти 7/III, но опять без exch. вклада.

(2) Нелокализованных магнитостат. мод с очень малым exch. вкладом

(примерами таких мод явл. $f^\mu(\rho) \equiv \text{const}$,

можно эти моды и получ. из магнитостат. инт. ур. 21/I

$$\left(\frac{\omega}{\omega_M}\right)^2 f^\mu(\rho) = \int d\rho' \rho' \, G(\rho\rho') f^\mu(\rho') \quad \text{и} \quad \varphi(\rho) = -\frac{\omega}{\omega_M} f^\mu(\rho)$$

Надо включить обмен для локализ. моды (но $\Theta_0 = \pi/2$ – вне "края" или на краю "края")

Ср. 5/I

$$\begin{cases} \omega\mu = \nabla^2\varphi + \frac{1}{\rho^2}\varphi + \frac{1}{d}\int d\rho' \rho' \, g_{zz}(\rho\rho') \sin\Theta_0(\rho') \varphi(\rho') \\ \omega\varphi = \frac{1}{d}\int d\rho' \rho' \, g_{\rho\rho}(\rho\rho') f^\mu(\rho') + \nabla^2 f^\mu(\rho) \end{cases}$$

$$\omega^2 f^\mu = \left[\nabla^2 + \frac{1}{\rho^2}\right] \frac{1}{d}\int d\rho' \rho' \, g_{\rho\rho}(\rho,\rho') f^\mu(\rho') + \frac{1}{d}\int d\rho' \rho' \, g_{zz}(\rho,\rho') \sin\Theta_0(\rho') \times$$

$$\times \left[\nabla^2_{\rho'} f^\mu(\rho') + \frac{1}{d}\int dz' z \, g_{\rho\rho}(\rho' z') f^\mu(z')\right] + \left[\nabla^2 + \frac{1}{\rho^2}\right] \nabla^2 f^\mu, \quad \nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}$$

$$\left[\nabla^2 + \frac{1}{\rho^2}\right] g_{\rho\rho}(\rho,\rho') = \left[\nabla^2 + \frac{1}{\rho^2}\right](-4\pi)\int dk\, k\, f(kL)\, J_1(k\rho) J_1(k\rho') =$$

$$= (-4\pi)\int dk\, k\, f(kL)\, J_1(k\rho')\left[\frac{\partial^2}{\partial\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho} + \frac{1}{\rho^2}\right] J_1(k\rho) =$$

$$= (-4\pi)\int dk\, k\, f(kL)\left(\frac{2}{\rho^2} - k^2\right) J_1(k\rho) J_1(k\rho')$$

($\int dk (\dots)$ расходится из-за этого k^2.

Escaneado con CamScanner

Vortex true „breath" mode

Note: 18 – 2.2 / III Конф. APS (Chen, Cowburn, Rossi'a, Pokrovsky, Novosibirsk, Grimsditch, Shu', Tsenkovnyak, Rossiia, Vlasko-Vlasov, Moore, Kakazei)

Date:

Sparks: 1 saturated ferromagn. gas

$$\frac{\omega}{\gamma} = H - 4\pi M_s + 4\pi M_s \frac{1}{4} k_y L, \quad k_y = \frac{\gamma_{mn}}{R}.$$

(edge soft mode (antivortex))

$$\frac{\omega}{\gamma} = H - 4\pi M_s + Dk^2 + 4\pi M_s \frac{2}{\gamma_{12}} k_y L, \quad k^2 = k_y^2 + k_z^2$$

$$\begin{cases} M^+ = a\sqrt{2M_s - \gamma^2 a a^*} \\ M_z = M_s - \gamma a a^* \end{cases}$$ – квасиг Holstein – Primakoff

Разложение по eigenfunctions $a = \sum_i a_i m_i(\vec{r})$

Ур. движ. $\frac{da_j}{dt} = -i \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial a_j^*}$, $[a^2] = \left[\frac{M_s}{\gamma}\right]$ – плотность действия. $S = \int L dt$

(Ист.) G. A. Held. PRB 64, 012408 (2001).

Доп. тема: $H_z(mn) = \frac{\omega}{\gamma} + \underbrace{4\pi M_s}_{N_\perp} - H_{A\perp} - \pi M_s \gamma_{mn}\left(\frac{L}{R}\right)$

24/III

Vortex true „Breath" mode.

Формализм с a, a^* подходит для описания SW относительно $|a|^2 \ll 1$ ground state, т. е. $M_z \approx M_s$ – saturated state $\parallel Oz$.

Надо описывать excitations отн. vortex ground state.

Надо хорошо знать это ground state, назовем как (8/I) аналог. усова $f(z) = \frac{iz}{c}$, с $c = |c|e^{-i\psi}$ при $\rho \approx c_0$ „core" может оказаться полезен, т.к. сохран. и динамическая направленность ground state усова могут переиспользоваться.

Все же найдем теорию „Breath" mode в приближении

Note

$\sqrt{\frac{\gamma}{M_s}}\, a \to a$

Date.

Удобно, т.е. рассматривать малые отклонения от $f(z) = i\frac{z}{z_0}$ распределения $\vec{m}(\beta)$.

$M_z = M_s - \gamma aa^*$, $m_z = 1 - \left(\frac{\gamma}{M_s}\right) aa^* \to \boxed{m_z = 1 - aa^*}$

С другой стороны $m_z = \frac{1-|w|^2}{1+|w|^2} = 1 - 2\frac{|w|^2}{1+|w|^2}$, т.е. $\boxed{|a|^2 = 2\frac{|w|^2}{1+|w|^2}}$

$m^+ = \frac{M^+}{M_s} = \frac{a}{M_s}\sqrt{2\gamma M_s - \gamma^2 aa^*} = \sqrt{\frac{\gamma}{M_s}}\, a \frac{1}{\sqrt{\gamma M_s}}\sqrt{2\gamma M_s - \gamma^2 aa^*} = \sqrt{\frac{\gamma}{M_s}}\, a \sqrt{2 - \frac{\gamma}{M_s} aa^*}$

$\to m^+ = a\sqrt{2 - aa^*}$, $m^- = a^*\sqrt{2 - aa^*}$

др. стороны $m^+ = \frac{2w}{1+|w|^2}$, $a\sqrt{2-aa^*} = \frac{2w}{1+|w|^2}$

$\left(\sqrt{2-aa^*}\right)^2 = 2 - aa^* = 2 - |a|^2 = 2 - 2\frac{|w|^2}{1+|w|^2} = 2\frac{1}{1+|w|^2}$

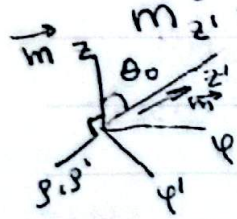
$a = \frac{1}{\sqrt{2-|a|^2}}\frac{2w}{1+|w|^2} = \frac{\sqrt{1+|w|^2}}{\sqrt{2}}\frac{2w}{1+|w|^2} = \sqrt{\frac{2}{1+|w|^2}}\cdot w(z,z^*)$

$\boxed{a = \left(\frac{2}{1+|w|^2}\right)^{1/2} w(z,z^*), \quad a^* = \left(\frac{2}{1+|w|^2}\right)^{1/2} w^*(z,z^*)}$ ← связь δw отклонений с $w(z,z^*)$

Ясно, что $aa^* = 2\frac{ww^*}{1+|w|^2} \sim 1$, т.к. $|w|^2 \sim 1$ возле vortex core $\rho \approx c_0$. В самих "a, a^*" W_{tot} будет не квадратичной формой по a, a^*.

Надо $m_{z'} = 1 - aa^*$, Oz' – локальная ось $\| \vec{m}(\beta)$.

$m^0_{z'} = 1$, $m^0_\beta = 0$,



$\begin{cases} m_{z'} = m_z\cos\theta_0 + m_\varphi \sin\theta_0 \\ m_{\varphi'} = -m_z\sin\theta_0 + m_\varphi\cos\theta_0 \\ m_{\beta'} = m_\beta \end{cases}$

$m^0_{z'} = \cos\theta_0\cdot\cos\theta_0 + \sin\theta_0\sin\theta_0 = 1$, т.к. $\vec{m}^0 = (0, \sin\theta_0 e^{i\varphi}, \cos\theta_0)$

$0 = (\delta\vec{m}\cdot\vec{m}_0) = \delta m_{z'}\cdot m^{z'}_0 + \delta m_{\varphi'} m^0_{\varphi'} + \delta m_{\beta'} m^0_{\beta'} =$ (см. 5/I)

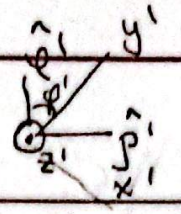
$= (0 + \delta m^2)\cdot 1 + \delta m_{\varphi'}\cdot 0 + \delta m_{\beta'} m^0_\beta = 0 + O(\delta m^2)$

$\begin{cases} m_{z'} = (\cos\theta_0 - \psi\sin\theta_0)\cos\theta_0 + (\sin\theta_0 + \psi\cos\theta_0)\sin\theta_0 = 1 \\ m_{\varphi'} = -(\cos\theta_0 - \psi\sin\theta_0)\sin\theta_0 + (\sin\theta_0 + \psi\cos\theta_0)\cos\theta_0 = \psi \\ m_{\beta'} = -\psi\sin\theta_0 = \mu \end{cases}$ "$0 + O(\delta m^2)$"

Escaneado con CamScanner

Note

Date.



$$\begin{cases} m_{x'} = m_{\rho'}\cos\varphi' - m_{\varphi'}\sin\varphi' = \mu\cos\varphi' - \ell\sin\varphi' \\ m_{y'} = m_{\rho'}\sin\varphi' + m_{\varphi'}\cos\varphi' = \mu\sin\varphi' + \ell\cos\varphi' \end{cases}$$

$$m^{+'} = m_{x'} + i m_{y'} = \mu e^{i\varphi'} + \ell(-\sin\varphi' + i\cos\varphi') = \mu e^{i\varphi'} + i\ell e^{i\varphi'} \Rightarrow$$

$$\Leftarrow (\mu + i\ell) e^{i\varphi'}$$

$m_{z'} = 1 + O(\delta m^2)$

Можно ли $a = \frac{\mu + i\ell}{\sqrt{2}}$, $a^* = \frac{\mu - i\ell}{\sqrt{2}}$, $m_{z'} = 1$?

Вернемся к связи $c = |c| e^{-i\psi}$ и $\vec{m}$, см. 7/I.

Только $c = c_0 + \Delta$, $\Delta = |\Delta| e^{-i\chi} = \delta e^{-i\chi}$

$$|c|^2 = (c_0 + \Delta)(c_0 + \Delta^*) = c_0^2 + c_0(\Delta + \Delta^*) + O(\Delta^2) =$$

$$= c_0^2 + c_0 2\delta\cos\chi$$

$$m_z(\rho) = \cos\theta(\rho) = \frac{|c|^2 - \rho^2}{|c|^2 + \rho^2} = \cos\theta_0(\rho) + \frac{\delta\cos\chi}{\rho}\sin\theta_0(1 - \cos\theta_0)$$

или $\ell(\rho) = -\frac{\delta\cos\chi}{\rho}(1 - \cos\theta_0)$. При $\rho > |c|$ будет $\ell(\rho) = 0$.

Escaneado con CamScanner

Note

Dynam. dip. fields of vortex dot

Date. 26. III.

Тема докладу Y.M. Aceman

"Magnetic Excitations on Picosecond Time Scale"

$$\begin{cases} h_m^{\rho}(\rho) = \int d\rho' \rho' \, g_{\rho\rho}(\rho,\rho') \, m_\rho(\rho') \\ h_m^{z}(\rho) = \int d\rho' \rho' \, g_{zz}(\rho,\rho') \, m_z(\rho') \end{cases}$$, см. 30/XII отч. и 21/I

Если согласно Aceman $m_\rho = \text{const}$, $m_z = \text{const}$, то

$$\rightarrow h_m^{\rho}(\rho) = m_\rho \int d\rho' \rho' \, g_{\rho\rho}(\rho,\rho') = m_\rho \int_0^R d\rho' \rho' (-4\pi) \int dk\, k\, f(kL) J_1(k\rho) J_1(k\rho')$$

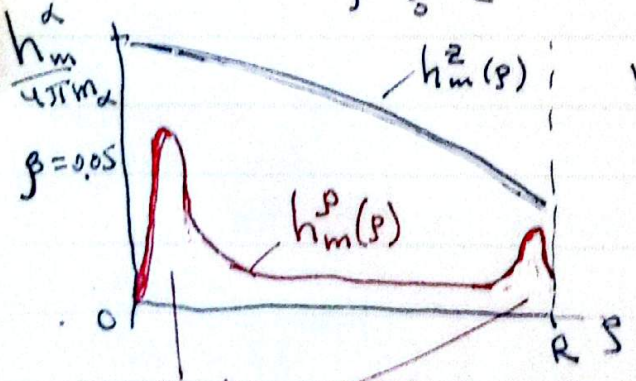
$$= -4\pi m_\rho \int dk\, k f(kL) J_1(k\rho) \int_0^R d\rho' \rho' J_1(k\rho') =$$

$$= -4\pi m_\rho \int_0^\infty dt\, t\, f(\beta t) J_1(t\rho) \int_0^1 d\rho' \rho' J_1(t\rho') = -4\pi m_\rho \int dt\, t f(\beta t) J_1(t\rho) F(t)$$

$$\rightarrow h_m^{z}(\rho) = m_z \int d\rho' \rho' \, g_{zz}(\rho,\rho') = m_z \left(\frac{-4\pi}{L}\right) \int d\rho' \rho' \int dk \left[1 - e^{-kL}\right] J_0(k\rho) J_0(k\rho')$$

$$= m_z \left(-\frac{4\pi}{\beta}\right) \int dt \left[1 - e^{-\beta t}\right] J_0(t\rho) \int_0^1 d\rho' \rho' J_0(t\rho') =$$

$$= -4\pi m_z \frac{1}{\beta} \int_0^\infty dt \left[1 - e^{-\beta t}\right] J_0(t\rho) \frac{1}{t} J_1(t)$$



$h_m^{\rho}(\rho)$ имеет два $m_\rho = \text{const}$ два min вблизи $\rho \approx B$ и $\rho \approx R$.

min dip. field $h_m^{\rho}(\rho)$ при $\mu(\rho) = \text{const}$

↑

min $h_m^{\rho}(\rho)$ есть причина локализации вихря вблизи $\rho \approx R$?

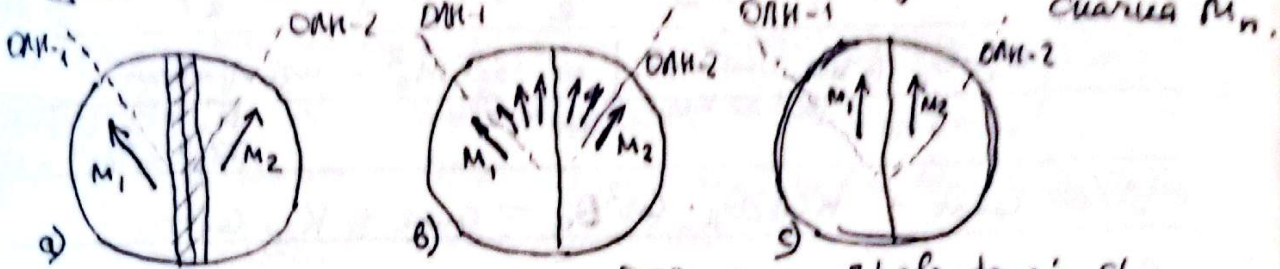
Note

Date. 27/6

Twin in spherical particle – Mz

Вспомнить и вывести twin в сферич. частице (две ОЛН в двух полусферах) под ее Mz или случайном 3D внешнем поле $\vec{H}$ — см. 14-15, 20-21/II.

В расчете 20-21/II я пренебрег обменом между половинками twin (доменами), поскольку это домен. стенка между половинками тонкая по сравнению с 2R частицы и $\vec{M}_1$, $\vec{M}_2$ || локальным осям анизотропии. Была учтена только магнитостат. энергия DC из-за сил. M_n.



а) тонкая DC $\ll 2R$ — большие частицы ($\sigma^2 \vec{m}$ - обмен)

в) „реальная DC" $\delta \sim R$ — средние частицы

г) single-domain St. — малые частицы, $\delta \geq 2R$ (обмен - $J\vec{M}_1\vec{M}_2$ доминирует)

→ уменьшение R частицы

Случай а) большой частицы и был посчитан 20-21/II

Случай в) — сложен, надо вводить $\theta_1(r)$, $\theta_2(r)$ углы $\vec{M}_1, \vec{M}_2$.

→ Рассм. случай с) — с явным углом exchange $-J\vec{M}_1\vec{M}_2$

c) Сильный обмен между twin или $\sigma^2 \vec{M}$

См. 15/3: $W_A = \frac{1}{2} K \cos^2\gamma_{10} + \frac{1}{2} K \cos^2\gamma_{20}$, $K<0$ – ОЛН-1,2.

$\cos\gamma_{10} = \cos(\theta_1^0 - \theta_{1A})$, $\cos\gamma_{20} = \cos(\theta_2^0 - \theta_{2A})$ $\varphi_{1,2} = \varphi_A$

Вспомн. (twin): $\theta_{A2} = \pi - \theta_{A1}$. Для сильной лок. анизотропии $\theta_2^0 = \pi - \theta_1^0$.

Для сильного обмена: $\vec{M}_1 \parallel \vec{M}_2$ (uniform st.) и $\theta_2^0 = \theta_1^0 = \theta_0$

$\cos^2\gamma_{10} = \cos^2(\theta_0 - \theta_A)$, $\cos^2\gamma_{20} = \cos^2[\theta_2^0 - \theta_{A2}] = \cos^2[\theta_0 - (\pi - \theta_{A1})] =$

$= \cos^2(\theta_0 + \theta_A)$, $\theta_A = \theta_{A1}$.

Escaneado con CamScanner

Вывод: $J/K \ll 1$ $M_2/M_S < 1/2$, но $K_{eff} > K$
(тисна) $J/K \gg 1$ $M_2/M_S = 1/2$, но $K_{eff} < K$

Note

Date. Twin: Предел сильного обмена $\theta_{10} = \theta_{20} = \theta_0$

$$W_A = \frac{1}{2}K\left[\cos^2(\theta_0-\theta_A) + \cos^2(\theta_0+\theta_A)\right] =$$

$$= \frac{1}{2}\frac{K}{2}\left[2 + \cos 2(\theta_0-\theta_A) + \cos 2(\theta_0+\theta_A)\right] =$$

$$= \frac{1}{4}K\left[2 + \cos 2\theta_0 \cos 2\theta_A + \sin 2\theta_0 \sin 2\theta_A + \cos 2\theta_0 \cos 2\theta_A - \sin 2\theta_0 \sin 2\theta_A\right] =$$

$$= \frac{1}{2}K\left[1 + \cos 2\theta_A \cos 2\theta_0\right] = \text{const} + \frac{1}{2}K\cos 2\theta_A\left(2\cos^2\theta_0 - 1\right) =$$

$$= \text{const} + \left(K\cos 2\theta_A\right)\cdot\cos^2\theta_0$$

$W = W_A + W_m$, $W_m = \frac{\pi}{2}M_S^2(\cos\theta_1^0 - \cos\theta_2^0)^2 + \frac{2\pi}{3}\vec{M}_0 =$

$= \left|\theta_1^0 = \theta_2^0 \text{ в том приближ.}, |K| \gg K_M\right| = \frac{2\pi}{3}\vec{M}_0^2$ — изотропна.

$\vec{M}_0 = \frac{1}{2}(\vec{M}_1 + \vec{M}_2) = \vec{M}_1$

$\vec{M}_0^2 = M_1^2 = M_S^2$ $|K_{eff}| < |K|$

$$W = \text{const} + K\cos 2\theta_A \cdot \cos^2\theta_0 = \text{const} + K_{eff}\cos^2\theta_0, \quad K_{eff} > 0$$

видно что ОЛН (ПЛН) осью $\theta = 0$ (Oz) — направление I инв. twin

Различие twin-particle и single-particle:
θ_1^0, θ_2^0 не совпадают в общем случае, т.к. $\vec{M}_1$ не $\parallel \vec{M}_2$ ($\theta_1' \neq \theta_2'$)
и только в пределе сильного обмена $\vec{M}_1 = \vec{M}_2$ и $\theta_1^0 = \theta_2^0 = \theta_0$.

$$K_{eff} = K\cos 2\theta_A = -|K|\cos 2\theta_A \underset{\theta_A = 55^\circ}{=} -|K|\cos(110^\circ) > 0, \text{ т.к. } \cos\frac{\pi}{2} < 0$$

$W = \text{const} + K_{eff}\cdot\cos^2\theta_0$, $K_{eff} > 0$ сооств. ПЛН (!) $\theta_0 = \pi/2$, т.е. xy.
Это quasi-ПЛН, т.к. $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ и $\varphi_0 = \frac{3\pi}{2}$ — неинв. по φ_0
— сооств. ОЛН-Oy

Проверка:

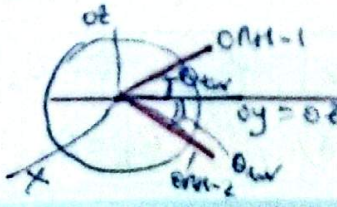
ОЛН-1 имеет $(\theta_{A1}, \varphi_{A1}) = (\theta_{A1}, \pi/2)$. $\vec{M}_1 - \theta_1, \varphi_1$

ОЛН-2 имеет $(\theta_{A2}, \varphi_{A2}) = (\theta_{A2}, \pi/2)$. $M_2 - \theta_2 - \varphi_2$

$\cos\gamma_1 = \cos(M_1 \hat{\ } \text{ОЛН-1}) = \cos\theta_1\cos\theta_{A1} + \cos(\varphi_1 - \pi/2)\sin\theta_1\sin\theta_{A1} = \cos(\theta_1 - \theta_{A1})$ при $\varphi_1 = \pi/2$

$\cos\gamma_2 = \cos(M_1 \hat{\ } \text{ОЛН-2}) = \cos\theta_2\cos\theta_{A2} + \cos(\varphi_2 - \pi/2)\sin\theta_2\sin\theta_{A2} = \cos(\theta_2 - \theta_{A2})$ при $\varphi_2 = \pi/2$.

$\varphi_1 = \varphi_2 = \pi/2$ можно убрать, из min W.



Для $\cos 2\theta_A < 0$, надо повернуть в x'y'z' систему, где oz' $\parallel$ oy.

Escaneado con CamScanner

Note

Дано:

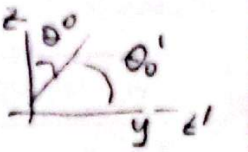
Вычислим: $M_z \underset{H\to 0}{=} \frac{\vec{M}\vec{H}}{H} = \frac{1}{2}\left[\vec{M}_1\vec{n}_H + \vec{M}_2\vec{n}_H\right] =$

$= \frac{1}{2} M_S \cos(\theta_1^0 - \theta_H) + \frac{1}{2} M_S \cos(\theta_2^0 - \theta_H) = \left|\theta_1^0 = \theta_2^0 = \theta_0 \text{ в обл. притяж.}\right| =$

$= M_S \cos(\theta_0 - \theta_H)$, θ_0 – равновес. угол без поля.

→ Но если $\varphi_H \neq 0$ надо перейти в сист. координат где есть axial symmetry от анизотропу, тогда $\varphi = \varphi_H$ и $\frac{\vec{M}\cdot\vec{H}}{MH} = \cos(\theta_0 - \theta_H)$. Но мы уже положили $\varphi_1 = \varphi_2 = \pi/2$, оказалось (даже локально) почерпна?

Можно формально перейти в x'y'z', z' ∥ oy



$\theta_0' = \pi/2 - \theta_0$ и $W = \text{Const} + K_{eff}\cos^2\theta_0 = C + K_{eff}\sin^2\theta_0'$

$K_{eff} > 0$, т.е. $\theta_0' = 0$ – ОЛН, $M_z = M_S\cos(\theta_0' - \theta_H) = M_S\cos\theta_H$

и $\langle M_z\rangle_{\theta_H} = (1/2) M_S$ как для ОЛН.

Не будет ли $\theta_0' = 0$ или $(\theta_0 = \pi/2, \varphi_0 = 0)$ насоваемой ОЛН? С axial симметрией? Когда $\varphi_0' = \varphi_H'$. Нет, не будет.

$\frac{M_z}{M_S} = \frac{\vec{M}\cdot\vec{H}}{M_S H} = \frac{1}{2}\left[\cos(\theta_1^0)\cos\theta_H + \cos(\varphi_1^0 - \varphi_H)\sin\theta_1^0\sin\theta_H\right] +$ exch. domin.

$+ \frac{1}{2}\left[\cos\theta_2^0\cos\theta_H + \cos(\varphi_2^0 - \varphi_H)\sin\theta_2^0\sin\theta_H\right] = \left|\begin{matrix}\theta_1^0 = \theta_2^0 = \theta_0 \\ \varphi_1^0 = \varphi_2^0 = \varphi_0\end{matrix}\right| =$

$= \cos\theta_0\cos\theta_H + \cos(\varphi_0 - \varphi_H)\sin\theta_0\sin\theta_H = \left|\begin{matrix}\theta_0 = \pi/2 \\ \varphi_0 = \pi/2\end{matrix}\right| =$

$= |\cos\varphi_H|\sin\theta_H$ и при $\langle M_z\rangle_{\theta_H,\varphi_H} = 0$? из-за $\sin\varphi_H$? см. сл. стр. →

Без обмена – гасят twin как две независим.

Гантели со своими ОЛН (ОЛН-1 под фикс. углом и ОЛН-2)

С обменом ($\gg |K_1|$) $\theta_{01} = \theta_2^0$, $\varphi_2^0 = \varphi_1^0$ – гасится одна, но с двумя ОЛН (с одной $\vec{M}$)

→ Можно ли в 3D случае складывать ОЛН?

Можно сложить ОЛН и ГПН с общей осью, ОЛН и КОН, КОН и ГПН с общей осью, когда задача 2D (плоче) фактически.

→ Можно ли сложить в 3D хотя бы ОЛН? Равновесное $\vec{M}$ найти можно, а вот будет ли eff – ОЛН? Пусть K_i одинаковые!

$$(\vec{m}\vec{n}_1)^2 + (\vec{m}\vec{n}_2)^2 = (\vec{m}\vec{n}_3)^2 + \text{const}(\text{которая})$$

можно ли при заданных $\vec{m}, \vec{n}_1, \vec{n}_2$ — найти n_3 (eff. ОЛН – направление)

$|\vec{m}| = |\vec{n}_i| = 1$.

Escaneado con CamScanner

Такое → Wilock.com

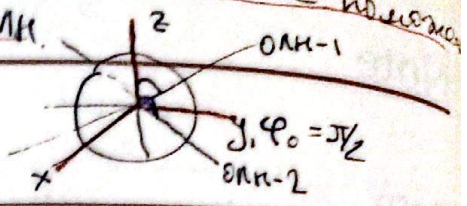
Note

Для ГеРТ: $\frac{|K|}{J} = \frac{(2\div7)\cdot10^7\ эрг/см^3}{(4\div5)\cdot10^8\ эрг/см^3} \approx 0{,}1 \ll 1$.

J – Мицуоки

Date.

Отжиг ГеРТ в маг. поле вырастить ОПН.



В 2D случае $\vec{m}(\theta)$, $\vec{n}_1(\theta_1)$, $\vec{n}_2(\theta_2)$ нет проблем:

$\to \cos^2(\theta-\theta_1) + \cos^2(\theta-\theta_2) = \frac{1}{2}\left[2 + \cos2(\theta-\theta_1) + \cos2(\theta-\theta_2)\right]$

$= \frac{1}{2}\left[2 + \cos2\theta(\cos2\theta_1 + \cos2\theta_2) + \sin2\theta(\sin2\theta_1 + \sin2\theta_2)\right] = C +$

$+ \frac{1}{2}\cos2\theta\cos2\theta_{eff} + \frac{1}{2}\sin2\theta\sin2\theta_3 = \frac{1}{2}\cos2(\theta-\theta_3) + C = \cos^2(\theta-\theta_3) + (3)$

θ_3 из $\operatorname{tg}2\theta_3 = \frac{\sin2\theta_1 + \sin2\theta_2}{\cos2\theta_1 + \cos2\theta_2}$.

Все то же: $\frac{1}{M_S}\langle M_z\rangle_{\varphi_H\theta_H} = \frac{1}{4\pi}2\cdot2\int_0^{\pi}d\varphi_H\int_0^{\pi/2}d\theta_H\sin\theta_H\left[\sin\varphi_H\sin\theta_H\right] =$

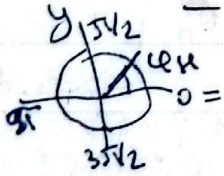
$= \frac{2}{2\pi}\int_0^{\pi}d\varphi_H\sin\varphi_H\int_0^{\pi/2}d\theta_H\sin^2\theta_H = \frac{1}{\pi}\frac{\pi}{4}\left(-\cos\varphi_H\right)_0^{\pi} = \frac{1}{4}(1-(-1)) = 1/2$

Критика: $\frac{M_z}{M_S} = \cos(\varphi_0-\varphi_H)\sin\theta_0\sin\theta_H$, min при $\begin{cases}\theta_0=\pi/2, \varphi_0=\\ \theta_0=\frac{\pi}{2}, \varphi_0=\end{cases}$

$\varphi_0 = \frac{\pi}{2}\operatorname{sign}(H_y) = \frac{\pi}{2}\operatorname{sign}(\sin\varphi_H)$ – поле выбирает → одно из вырожд. сост. М.

$\frac{M_z}{M_S} = \cos(\pm\frac{\pi}{2}-\varphi_H)\sin\theta_H = \pm\sin\varphi_H\sin\theta_H = \operatorname{sign}(\sin\varphi_H)\sin\varphi_H\cos\theta_H$

$= |\sin\varphi_H|\cos\theta_H$, тогда $\int_0^{2\pi}d\varphi_H(\dots) = 2\int_0^{\pi}d\varphi_H(\dots)$ и $\frac{M_z}{M_S} = \frac{1}{2}$.



но θ_H можно $\int_0^{\pi}d\theta_H(\dots)$.

Т.е. получили для twin-частицы в пред. сильного обмена $\frac{1}{M_S}\langle M_z\rangle_{\theta_H\varphi_H} = 1/2$, как для ОПН-ед.

Сильный обмен – twin $J \gg |K|$

Хотя ОПН-1 и ОПН-2 не складываются в ОПН-еб.

Но это все при $J \gg |K|$, в о-порядке ТВ.

Тогда $\theta_1^0 = \theta_2^0 = \theta_0$, $\theta_0 = \pi/2$ равновесное.

→ При угле антиферр. K, $\theta_1^0 = \frac{\pi}{2} - \delta$, $\theta_2^0 = \frac{\pi}{2} + \delta$ и $\varphi_1^0 = \varphi_2^0 = \varphi_0$ пол.

$\delta \sim (\frac{K}{J})$, $\frac{M_z}{M_S} = \frac{1}{2}\left[\cos(\frac{\pi}{2}-\delta)\cos\theta_H + \cos(\varphi_0-\varphi_H)\sin(\pi/2-\delta)\sin\theta_H\right] +$

$+ \frac{1}{2}\left[\cos(\pi/2+\delta)\cos\theta_H + \cos(\varphi_0-\varphi_H)\sin(\pi/2+\delta)\sin\theta_H\right] =$

$= \cos\delta\cdot\cos(\varphi_0-\varphi_H)\sin\theta_H$, доп. $\cos\delta$ приведет к $\frac{M_z}{M_S} = \frac{1}{2}\cos\delta$

$\cos\delta = 1 - \frac{1}{2}\delta^2$ и в лим. по $\frac{|K|}{J}$ приблизит. $(M_z/M_S = 1/2$ сохранится)

Escaneado con CamScanner

Note

SW in rectan. dot. Объяснение Эксп. by Crawford et al.

Date. 30. III.

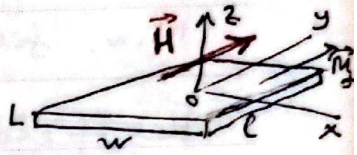
SW in 50×50 μm PNi plate (rectan. dot).

Объяснение эксперимента by Tamaru, Bain, van de Veerdonk, Crawford et al no spatial resolved FMR (MMM-Seattle paper).

Предыд. расчеты SW - rectan. dot в духе Славина $\to \omega(k_x, k_y)$ – см. 31/I – 3/II 01г., 8/II 01г., 10/II 01г.

Хотя в феврале–июле 2001 я не раз возвращался к SW. rectan. dot, но все это было по поводу вида ФГ и матрич. эл. дип. поля, $\langle \dots \rangle$ – ур. Л.Л.,

В духе Славина (вывод для infinite film) после 10/II 01г. я ничего не делал.



Дисперс. уравнение ∞ – film:

$$\omega^2(k_x, k_y) = \Omega_k \left[\Omega_k + \omega_M F(k_x, k_y)\right] \qquad (*)$$

$$\Omega_k = \omega_H + A' \omega_M k^2, \quad \vec{k} = (k_x, k_y, 0)$$

$$F(k_x k_y) = \underbrace{f(kL)\left[1 - f(kL)\right] \frac{\omega_M}{\Omega_k} \left(\frac{k_x^2}{k^2}\right)}_{\text{DE - dispersion, } kL \leq 1/2} + \underbrace{1 - f(kL)\left(\frac{k_y^2}{k^2}\right)}_{\text{BVMSW dispersion}}$$

$k_x \to k_{xm} = \frac{m\pi}{w}$, $k_y \to k_{yn} = \frac{n\pi}{\ell}$ – вообще говоря, неприменимо. Лучше $\int k_y dy = n\pi$

Общая формула (из PRB – Gus-Skv) для точного rectan. dot при $4\pi M \ll 1$ есть:

$$\left(\frac{\omega_{mn}}{\omega_M}\right)^2 = \left[\frac{\omega_H}{\omega_M} + \lambda' \varkappa_{mn}^2 + H_{mn} + f(\varkappa_{mn} L) \frac{q_m^2}{\varkappa_{mn}^2}\right]\left[\frac{\omega_H}{\omega_M} + \lambda' \varkappa_{mn}^2 + H_{mn} + 1 - f(\varkappa_{mn} L)\right]$$

$\varkappa_{mn}^2 = q_m^2 + q_n^2$, $q_m = \frac{m\pi}{w}$, $q_n = \frac{n\pi}{\ell}$, $\vec{M}_0 \| Oy$.

Если в (**) положить H_{mn} (магнит. эл. дип. поля) $= 0$ и сделать преобразования $q_m \to k_x$, $q_n \to k_y$, то она в точности совпадет с ф. Калиникос – Славин (*) для ∞ – пленки (см. 10/II 01г.)

Escaneado con CamScanner

Note

Date.

$\omega_H + \omega_M$ Нмн заменяем на $\omega_{H_i} = \gamma H_i$, $H_i = H + H_d^y(x,y)$

Для $H_d^y(x,y)$ можно использ. $\langle H_d^y(x,y)\rangle_x$ или $\langle H_d^y(x,y)\rangle_{x,y}$ или

$H_d^y(x=0,y) = f(y)$ на средн. линии доля $x=0$

Эксп. параметры доля: $\alpha' = \frac{\alpha}{4\pi} = 2.5\cdot10^{-13}\ cm^3$ (FeNi)

→ $M_s = 7.96\cdot10^5 \frac{A}{m} = 796$ G (JAP)

$M_s = 1.05T/4\pi = 836$ G (subm. PRL)

$L = 100$ nm, $w = l = 50$ μm,

M.w. field frequency $\frac{\omega_0}{2\pi} = 7.04$ GHz

Велико γ - ? $\frac{\gamma}{2\pi} = g\frac{\mu_B}{(2\hbar\pi)} = 2.28\frac{9.274\cdot10^{-21}}{2\pi\cdot1.0546\cdot10^{-27}} = 2.28\cdot1.3996\ \frac{GHz}{kOe} = 3.19$

Res. fields:

	P1	P2	P3	P4	P5	
	$37.3\cdot10^3 \frac{A}{M}$	$31.2\cdot10^3$	$25.8\cdot10^3$	$20.8\cdot10^3$	$15.6\cdot10^3 \frac{A}{m}$	
H	469	392	324	261	196	Oe
n	1	3	5	7	9	

Не реализ.

Экспериментальные данные et al.

Max $k = k_0 = \frac{2\pi}{w_0}$, w_0 – (узкая) ширина волновода, возбужд. SW

Crawford et al (RRL-subm.) дает:

$\langle H_d^y\rangle_v = -18.4$ Oe. По ф-ле Aharoni (усреднение H_d - Schlomann) получим $N_{yy} = -4\frac{p}{u}\ln\frac{p}{2} = \left|\begin{matrix}u = l/w = 1\\ p = L/w = \frac{100\ nm}{50\ \mu m} = 0.002\end{matrix}\right| = -4p\ln\frac{p}{2} = 5.53\cdot10^{-2}$

$\langle H_d^y\rangle = -N_{yy}\cdot M_s = -5.53\cdot10^{-2}\cdot 836$ Oe $= -46$ Oe (PRL)

– гораздо большее значение.

Далее $M_s = 796$ G дает $\langle H_d^y\rangle_v = -5.53\cdot10^{-2}\cdot 7.96\cdot10^2$ Oe $= -44$ Oe

$\vec{M}_0 \parallel oy$: $\omega_1^2 = \gamma^2\left[H + (N_{xx} - N_{yy})M_s\right]\left[H + (N_{zz} - N_{yy})M_s\right]$

$N_{xx} = N_{yy} = -4p\ln\frac{p}{2}$, $N_{zz} = 8p\ln\frac{p}{2} + 4\pi$

$N_{zz} - N_{yy} = 4\pi + 8p\ln\frac{p}{2} - \left(-4p\ln\frac{p}{2}\right) = 4\pi + 12p\ln\frac{p}{2} = 4\pi - 3\cdot5.53\cdot10^{-2} = 12.40$

$\omega_1^2 = \gamma^2 H\left[H + (4\pi - 3N_{yy})M_s\right]$

Escaneado con CamScanner

Note

Date.

Для первого пика ($H_1 = 469$ Oe) $\frac{\omega_1}{2\pi} = \frac{\gamma}{2\pi}\sqrt{469\left[469 + (4\pi - 3N_{yy})\cdot 796\ \text{Oe}\right]}$

$\frac{\omega_1}{2\pi} = 2{,}95\ \frac{\text{GHz}}{\text{kOe}}\sqrt{0{,}469\left[0{,}469 + 12{,}40\cdot 0{,}796\right]} = 6{,}50\ \text{GHz}$

($M_s = 796$ G)

H, Oe	469	392	324	261	196 Oe
$\gamma = \frac{\omega_1}{2\pi}$, GHz	6,50	5,92	5,36	4,80	4,14 GHz

Берем $\gamma/2\pi = 2{,}95\ \frac{\text{GHz}}{\text{kOe}}$, хотя в Tamaru-JAP $g = 2.28$ (?) $\gamma = 3{,}19\ \frac{\text{GHz}}{\text{kOe}}$

Видно, что $\forall H$ $\omega_1 = \omega_{\text{ФМР}} < \omega_0$ – эксп., $\frac{\omega_0}{2\pi} = 7{,}04$ GHz.

И даже $\gamma/2\pi = 3{,}22\ \frac{\text{GHz}}{\text{kOe}}$ дает $\frac{\omega_1}{2\pi}(469\ \text{Oe}) = 7{,}09$ GHz $\times$ $\frac{\omega_0}{2\pi}$.

Note: Такое впечатление, что γ подбирались в Grav. PRL, Tamaru JAP из условия $\omega_1(P1) = \omega_0$.

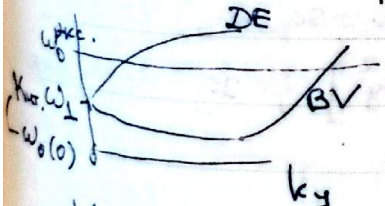
дисперс. ур. для rect. dat

$$\frac{1}{\omega_M^2}\omega_n^2(k_y) = \left[\frac{\omega_{Hi}}{\omega_M} + \alpha' \varkappa_n^2 + f(\varkappa_n L)\frac{k_{xn}^2}{\varkappa_n^2}\right]\left[\frac{\omega_{Hi}}{\omega_M} + \alpha'\varkappa_n^2 + 1 - f(\varkappa_n L)\right]$$

где $k_{xn} = \frac{n\pi}{w}$, $\varkappa_n^2 = k_{xn}^2 + k_y^2$, k_y – непрерыв., $n = 0, 1, 2, \ldots$,

в случае $n=0$, $k_y = 0$ рассм. отдельно. $\vec{k} = 0$ – ф-ла Киттеля-$\omega_\perp$.

Если $k_{xn} = 0$, $n = 0$, то $\omega_0^{\text{эксп}}(0) \to \omega_\perp^0$ меньше $\omega_0(\text{эксп.}) = 7{,}04$ GHz.



Т.е. $k_x = 0$: 1) не дает пересечения ω_{BV} с ω_0 – локализации

2) Неверно в свет статьи PRL по Bound. con. где $m_0(x) = \cos(\pi\frac{x}{w})$ и $\varkappa$ соотв. $k_x = \frac{\pi}{w}$, $n = 1$.

Надо брать $n = 1$ хотя бы (Tamaru-JAP берут $n = 1, 3, 5, 7, 9$),

т.к. соотв. $m_n(x) = \cos(\frac{n\pi}{w}x)$, $m_n(x = \pm\frac{w}{2}) = \cos\frac{n\pi}{2} = 0$ – pinning at $x = \pm\frac{w}{2}$.

$$\frac{\omega_1^2(0)}{\omega_M^2} = \left[\frac{\omega_{Hi}}{\omega_M} + \alpha' k_{x1}^2 + f(k_{x1}L)\right]\left[\frac{\omega_{Hi}}{\omega_M} + \alpha' k_{x1}^2 + 1 - f(k_{x1}L)\right]$$

Escaneado con CamScanner

Note

Date. . .

$$\alpha' k_{xn}^2 = \alpha' \left(\frac{n\pi}{w}\right)^2 = \alpha' \left(\frac{\pi}{w}\right)^2 n^2 = 2{,}5\cdot 10^{-13} \frac{\pi^2\ cm^2}{(50\cdot 10^{-4}\ cm)^2} n^2 = 0{,}987\cdot 10^{-7} n^2,$$

видно, что для $n = 1,3$ это exch. член пренебрежимо мал.

$$\omega_1(0) = \gamma \left[H_i + 4\pi M_s f(k_{x1} L) \right] \left[H_i + 4\pi M_s \{1 - f(k_{x1} L)\} \right]$$

$k_{x1} L = \pi \frac{L}{w} = \pi p = \pi \cdot 0{,}002 \ll 1$, $f(x) = \frac{x}{2}$, $x \ll 1$.

$$\omega_1(0) = \gamma \left[H_i + (4\pi M_s) \frac{1}{2} \pi p \right] \left[H_i + 4\pi M_s \{1 - \frac{1}{2}\pi p\} \right]$$

$(4\pi M_s) \frac{1}{2} \pi p = 10^4\ Oe\ \frac{\pi}{2} \cdot 0{,}002 = 10 \cdot \pi\ Oe \approx 31\ Oe$

$H_i = H + H_d$, $H_d = H_d^y(x,y)$.

Чуть $H_d^y(x,y) \approx 0$, что может вып. в центре доли или при $y = 0$.

$$\omega_1^{max}(0) = \gamma \left[H + 4\pi M_s \frac{\pi}{2} p \right] \left[H + 4\pi M_s \right]$$

и $H = H_1 = 469\ Oe$ $\quad \frac{\omega_1^{max}(0)}{2\pi} = \frac{\gamma}{2\pi} \left[H_1 + 4\pi M_s \frac{\pi p}{2} \right] \left[H_1 + 4\pi M_s \right] = 6{,}75\ GHz$

Знач. $\omega_1^{max}(0) < \omega_0^{эксп}$.

И даже при $M_s = 836$ G выходит $\omega_1^{max}(0) = 6{,}91$ GHz всего и $< \omega_0 = 7{,}04$ GHz

---

Exchange: Вид обм. члена $H_{ex} = \alpha' \varkappa_n^2 = \alpha' \left[k_{xn}^2 + k_y^2 \right]$

$k_{xn} = \frac{n\pi}{w}$, введем (как 2д опт.) $\varkappa_y = k_y w$, $w = 50\ \mu m$.

$$H_{ex} = \alpha' \left[\left(\frac{n\pi}{w}\right)^2 + \frac{\varkappa_y^2}{w^2} \right] = \frac{\alpha'}{w^2} \left[(n\pi)^2 + \varkappa_y^2 \right], \quad \varkappa_y - \text{безразмер.}$$

$$\frac{\alpha'}{w^2} = \frac{2{,}5\cdot 10^{-13}\ cm^2}{(50\cdot 10^{-4}\ cm)^2} = \frac{2{,}5\cdot 10^{-13}\ cm^2}{25\cdot 10^{-6}\ cm^2} = 1\cdot 10^{-8}$$

$\omega_M = \gamma \cdot 4\pi M_s$

$\frac{1}{2\pi} \omega_M \simeq 2{,}97\ \frac{GHz}{kOe} \cdot 4\pi M_s$, $M_s = 796 \div 836$ G — неизвестно.

Для $4\pi M_s = 1\ T = 10^4$ G (Тамагава-ЛАР), $\frac{\omega_M}{2\pi} = 2{,}97\ \frac{GHz}{kOe}\ 10\ kG \approx 29{,}7$ GHz.

$$\frac{\omega_{Hi}}{\omega_M} = \frac{\gamma H_i}{\gamma \cdot 4\pi M_s} = \frac{H_i}{4\pi M_s}$$

Escaneado con CamScanner

Note

Date. 01. IV .

Идеи/планы на будущее.

План работы на ближ. время:

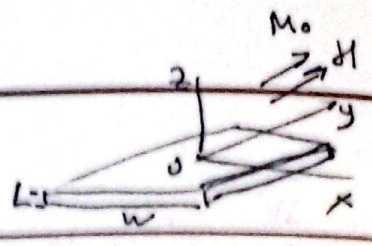
1) SW-PRB по ФГ со Славиным
2) Vortex-dynamics paper (Scholz, Chant., Novosad)
3) Vortex statics paper – RTMFD, rigid.v.model/conform.model, $b(z)$ correlated.
4) Объяснение FMR эксп. глюба на FeNi, Ni cyl. dot arrays
5) Флуктуац. динамика малых частиц (см. 1/III - план)
6) M(H), GMR – двухсл. (ML) пленки с конкур. анизотропией
7) ~~SW в цепочке сфер/цилиндров для Oxc., Chant.~~ Solitons в цепочке
8) M(H), M_r, H_c of 2D гексагон. FePt границ. – arrays: twins, K_1 induced by intergranular coupling

9) Расчет M_r of twin в сферич. частице с Dчим с облаком
10) Объяснение Kerr-FMR эксперимента by Crawford et al. ПОСЛАТЬ file!
11) Review 2 papers: 1) JAP, 2) JMMM
12) MFM-vortex в квадр. доте с Нав., Метл., $H_d^z(\vec{r})$ над доменом
13) Vortex-mode of m. reversal в ромб. доте. Время и H-reversal.
14) Abstracts на Pitts. Conf. on Voltex-MPD (Scholz, Chant), FePt-twin (Мурадов) до 13.04
15) Начать SW в многосл. пленке (100 nm). Wk дадут шумы read head.

Тек. дела:

1) Оплата bills (~~750~~ кв., ~~169.00~~ страх. маш., ~~16.16~~ телеф., ~~26.81~~ IV, ~~36.50~~ electr., credit card)
2) Green card application
3) Travels to ANL (Japan, Korea, Moscow, Kiev – ?), билеты в Чикаго.
4) Декларация о доходах за 2001 (ITIN, Travel Allowance), до 12.04
5) перевести деньги на savings account.
   - Federal tax
   - State tax
6) Кофе сдать на US-права. до 30.04
7) Найти web-site кор. Hanvit и почит. загрузить свои стат

Note



Date. 01. IV .

→ Вопрос подгонки γ, M_s, L, H_d для объяснения эксп. по SW в 50×50 μm dots. $H_i = H_{zes} + H_d$.

В Gaw-PRL $\langle H_d^y \rangle_v = -18$ Oe $\ll H_{zes}$, поэтому в первом приближении пренебрежем $H_d = \langle H_d^y \rangle$ для подгонки γ, M_s, L.

Славин предлагает подгонку γ, M_s, L при $n = 5, 7, 9$ по ф-ле DE, т.е. с $k_y = 0$. Для больших n неоднородность m вдоль bias field - Oy можно пренебречь.

• 1) $k_y = 0$, исп. формулу DE с обменом для подгонки пусть $M_s = 796$ Oe, $\gamma/2\pi = 2.97 \frac{GHz}{kOe}$ = const — подгонка L

подгонка L из $\omega_n^{DE}(L, H) = \omega_0$, $\omega_0 = 2\pi \cdot 7.04$ GHz дает

а) $n = 9 \Rightarrow L = 136.4$ nm

б) $n = 7 \Rightarrow L = 140.6$ nm

Отличие $\omega_n(L, H_n)$ от $\omega_0 = 2\pi f_0 = 44.23$ GHz ≤ 1 GHz, $n = 3, 5, 7$ и $n = 1$

• 2) Пусть $M_s = 836$ G (Gaw-PRL), $\gamma/2\pi = 2.97$ GHz/kOe

а) $n = 9 \rightarrow L = 119.3$ nm

б) $n = 7 \rightarrow L = 120.9$ nm

Отличие $\omega_n(L, H_n)$ от $\omega_0 \leq 0{,}2$ GHz (!), $n = 1 \div 9$ т.е. DE описывает все моды

• 3) Пусть $M_s = 860$ G (Nov., textBooks), $\gamma/2\pi = 2.97$ GHz/kOe

а) $n = 9 \rightarrow L = 110.4$ nm

б) $n = 7 \rightarrow L = 110.6$ nm

Отличие ω_n от $\omega_0 \leq 0{,}3$ GHz, $n = 1 \div 9$

→ Гипотеза: локальн. мода $\omega_1(k_y)$ набирается на пилообразном участке $\omega_{n=1}(k_y)$.

→ $M_s = 860$ G $4\pi M_s = 10.8$ kOe довольно хорошая: • а) $\gamma' = 2.97 \frac{GHz}{kOe}$ разумное;

• б) $L = 110$ nm совпадает для $n = 7$ и $n = 9$ DE-eq. и

• в) $\gamma' = 2.97$ и $M_s = 860$ G ~~хорошо~~ довольно согласуется с inductive измерениями Crawford of slope $\frac{c}{S}$, см. 1/IV, там $\gamma' = 3$

Escaneado con CamScanner

Note

Квазистатика при $H_{bias} - by$, $k_z = k_z w$

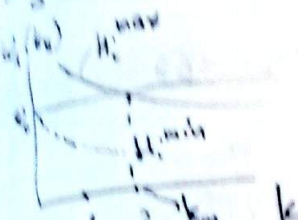
Дано:

$$\frac{1}{\omega_{n1}^2}\,\omega_n^2(k_y) = \left[\frac{\omega_{Hi}}{\omega_{M1}} + \alpha' x_n^2 + \frac{1}{2}p\frac{k_{xn}^2}{x_n}\right]\left[\frac{\omega_{Hi}}{\omega_M} + \alpha' x_n^2 + 1 - \frac{1}{2}x_n p\right]$$

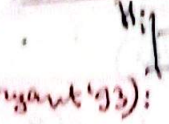
Условие резонанса $\omega_n = \omega_0 = 2\pi \cdot 7{,}04$ GHz.

Дисперсионное уравнение $\omega(k_y)$ и нахождение $\int_{y_{min}(\omega)}^{y_{max}(\omega)} dy\, k_y(y) = \pi$, $k_y = f[H_i(y)]$

Зависимость от y через $H_i(y) = H_i + H_d(y)$.



H_i max при $y=0$ в центре дом, при росте $|y|$, $H_i(y)$ падает и однозначно max $|y|$ при котором во всем $\omega_1(k_y=0) = \omega_0$ при заданном $|y|$ $\omega_1(k_y) < \omega_0$. т.е. волновое в такую ЗУ могут только волны $k \in [0, k_m]$, а значит она при $|y| < y_{max}$, т.е. в центре доса или вообще вблизи краев доса.



$x_n^2 = k_{xn}^2 + k_y^2$.

$H_i(y_{max})$ такое, что $\omega_1(H_i) = \omega_0$.

Область $p \ll 1$ (теория см. с (25)(26) - Bryant'93):

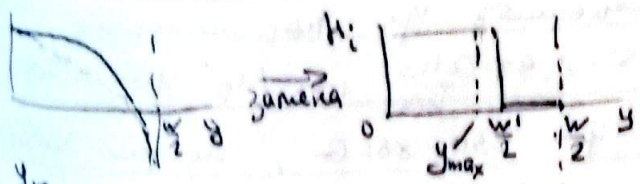
$$\left(\frac{\omega}{\omega_M}\right)^2 \approx \left[\frac{\omega_{Hi}}{\omega_M} + \frac{1}{2}p\frac{k_{xn}^2}{x_n}\right]\left[\frac{\omega_{Hi}}{\omega_M} + 1\right]$$

$$\omega^2 = \left[\omega_{Hi} + \frac{1}{2}p\omega_M\frac{k_{xn}^2}{x_n}\right]\left[\omega_{Hi} + \omega_M\right]$$

$$\frac{1}{2}p\omega_M\frac{k_{xn}^2}{x_n} = \frac{\omega^2}{\omega_{Hi}+\omega_M} - \omega_{Hi}, \quad x_n = \frac{\frac{1}{2}p\omega_M k_{xn}^2}{\left[\frac{\omega^2}{\omega_M+\omega_{Hi}} - \omega_{Hi}\right]}$$

$$x_n = \sqrt{k_y^2 + k_{xn}^2} = \frac{1}{2}p k_{xn}^2 \frac{\omega_M(\omega_M+\omega_{Hi})}{\omega^2 - \omega_{Hi}(\omega_M+\omega_{Hi})}, \quad \omega > \omega_1(H_d=0).$$

$$k_y^2(y) = \frac{p^2}{4}k_{xn}^4\left[\frac{\omega_M(\omega_M+\omega_{Hi}(y))}{\omega^2 - \omega_{Hi}(\omega_M+\omega_{Hi})}\right]^2 - k_{xn}^2, \quad \omega_{Hi} = \gamma H_i$$



$$k_y(y) = \begin{cases} \sqrt{(\dots)}, & H_i = \text{const} = H_i(0) \\ & |y| < w'/2 \\ \sqrt{(\dots)}, & H_i = 0, \quad |y| > \frac{w'}{2} \end{cases}$$

$$\chi_{xy} = 2\int_0^{y_m} dy\, k_y(y) = 2y_m \cdot k_y(y < w/2) = 2y_m\sqrt{\frac{p^2}{4}k_{xn}^2\left[\frac{\omega_M(\omega_M+\omega_{Hi})}{\omega^2 - \omega_{Hi}(\omega_M+\omega_{Hi})}\right]^2 - 1}\cdot k_{xn}$$

$\omega_{Hi} = \gamma H_i(y=0)$, $\omega_{Hi}(\omega_M+\omega_{Hi}) = \omega_1^2$ - частота ФМР ω - пленки с $H_i = H$, т.к. $H_d(0) \approx 0$.

$$\chi_{xy} = \int_{-y_m}^{y_m} dy\, k_y(y) = 2y_m k_{xn}\sqrt{\frac{p^2}{4}k_{xn}^2\left[\frac{\omega_M}{\omega_{Hi}}\frac{\omega_1^2}{\omega^2 - \omega_1^2}\right]^2 - 1}$$

$n = 1$ дает локальн. моды, $k_x = k_{xn}$

Escaneado con CamScanner

Note

Date. . .

Т. е. $2y_m \cdot k_y = \pi$ и $\omega_n(k_y) = \omega_n\left(\frac{\pi}{2y_m}\right)$ (!)

$$\frac{\rho^2}{4} k_n^2 \left[\frac{\omega_M}{\omega_{Hi}} \frac{1}{\frac{\omega^2}{\omega_\perp^2} - 1}\right]^2 - 1 = \left(\frac{\pi}{2y_m k_n}\right)^2, \quad k_n = \frac{n\pi}{w}, \; n=1.$$

$\omega_\perp^2 = \omega_H[\omega_H + \omega_M]$, $\frac{\omega^2}{\omega_\perp^2} = (\cdots)$, $\frac{\omega_\perp^2}{\gamma^2} = H[H + 4\pi M_s]$

н/м $\frac{\gamma}{2\pi} = 2{,}97 \frac{GHz}{kOe}$, $4\pi M_s = 1.08 \cdot 10^4$ G ($M_s = 860$ G), $H_1 = 469$

$\frac{\omega_1}{2\pi} = 6{,}83$ GHz, $\frac{\pi}{2y_m k_1} = \frac{\pi}{2y_m \frac{\pi}{w}} = \frac{r}{2(y_m/w)}$

Нужно $k_y = \frac{r\pi}{2y_m}$ подставить в дисперс. ур. с $n=1$ и потребовать $\omega_1(k_y) = \omega_0$

→ $x_y = k_y w = \frac{\pi}{2} r \frac{w}{y_m} = \frac{\pi}{2} \frac{r}{(y_m/w)}$, $r = 1, 2, 3 \ldots$

$y_m = 0{,}77$ coord. $M_n(y)$ из инт. ур

Получим, что $r=1$, $(y_m/w) = 0{,}77$, что правдоподобно объясняет $\omega_1(k_y) = \omega_0$. Но $y_m < w/2$, $y_m/w < 0{,}5$ по смыслу

т.е. в ур. DE с квантов. k_x, надо добавить небольшое k_y, чтобы тот мог описать.

Info о γ и M_s из inductive exp. Crawford (PRL subm.):

Прочел отчет Crawford, Covington, Parker за 2001 г.

- 1) Толщ. $L = 104$ nm exp. value. L увеличить.
- 3) Они мерили slope $\frac{\omega^2}{(2\pi)^2} = SH$, $S = (\gamma')^2 M_s 4\pi$, $\gamma' = \frac{\gamma}{2\pi}$

поэтому γ' можно уменьшить до нормальных для FeNi значений $2.95 - 2.97 \frac{GHz}{kOe}$, а M_s увеличить с $4\pi M_s = 10$ kOe ($M_s = 796$ G) до 830 - 860 G, но так чтобы $(\gamma')^2 M_s = S = \text{const}$, эту S взять из эксп.

→ Из отчета Crawford: $S'_{exp} = 100{,}3$; $100{,}3$; 102.5; 100.0 GHz^2/kOe

→ Из отчета Rabei (exp. Graw.): $S_{exp} = 103.0$; 100.0; 101.5 GHz^2/kOe и

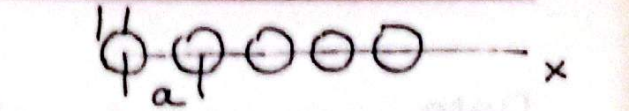
$4\pi M_s = 10.7$ kOe → $M_s = 852$ G. $\bar{S} = 101.1$ GHz^2/kOe

При таких $\bar{S}$ и $M_s = 852$G, $\gamma/2\pi = 3.07$ GHz/kOe - уже нужно. $M_s = 860$G даст $\gamma' = 3.06$

Escaneado con CamScanner

Note

Спектр SW в 1D – цепочке single-domain spherical dots



Date. 03 . IV .

2/IV письма Crawford, Scholz, декларация, лит. обзор новых papers.

3/IV Расчет спектра SW в 1D цепочке сферических частиц/цилиндров.

Для Sigle-domain spherical particle ($M(r) = M_0, r \in V_d$) можно принять приближение точеч. диполей с моментом $\vec{m} = \vec{M}_0 V_d$ (см. 13/I, 6/III 002. 9/III 002.)

$$W_{dd} = \frac{1}{2} \sum_{nn'} D^{\alpha\beta}(r_n, r_{n'})\, m_\alpha(r_n)\, m_\beta(r_{n'})$$

$$D^{\alpha\beta}(r_n, r_{n'}) = \frac{\delta_{\alpha\beta}}{r^3_{nn'}} - \frac{3 r^\alpha_{nn'} r^\beta_{nn'}}{r^5_{nn'}}, \qquad \vec{r}_{nn'} = \vec{r}_n - \vec{r}_{n'}$$

$\vec{r}_n$ – узлы решетки.

6/III 001.: $W_{dd} = \frac{1}{2} \sum_{nn'} m^\alpha_n m^\beta_{n'} \frac{\partial^2}{\partial x^\alpha_n \partial x^\beta_{n'}} \frac{1}{|\vec{r}_n - \vec{r}_{n'}|}$

$$D^{\alpha\beta}(r_n r_{n'}) = \frac{\partial^2}{\partial x^\alpha_n \partial x^\beta_{n'}} \frac{1}{|\vec{r}_n - \vec{r}_{n'}|}, \quad \alpha = x, y, z.$$

Согласно 9/III дин. поле на узле „n"

$$H^\alpha_n(\vec{r}, t) = \overset{\circ}{H}{}^\alpha_n(\vec{r}) + h^\alpha_n(\vec{r}, t), \qquad \vec{r} \in V_d.$$

(статич. — динам. часть)

$$\vec{M}(\vec{r}, t) = M_0 \vec{i} + \delta\vec{M}(\vec{r}, t), \qquad m_0 = M_0 V_d.$$

$$\vec{m}(\vec{r}_n) = m_0 \vec{i} + \vec{\mu}(r_n, t) \quad \text{– линеаризация}$$

$\vec{\mu} = \delta\vec{M} \cdot V_d$.

$$\begin{cases} H^\alpha_n = \frac{1}{V_d} \Gamma^{nn}_{\alpha\beta}(\vec{r})\, m_0^\beta + \sum_{n' \neq n} \frac{1}{r^3_{nn'}} \left[\frac{3}{r^2_{nn'}} r^\alpha_{nn'} (\vec{r}_{nn'} \vec{m}_0) - m_0^\alpha \right] \\ h^\alpha_n = \int_{V_d(n)} d^3 r'\, G_{\alpha\beta}(r, r') \frac{1}{V_d} \vec{\mu}_\beta(r') + \sum_{n' \neq n} \frac{1}{r^3_{nn'}} \left[\frac{3}{r^2_{nn'}} r^\alpha_{nn'} (\vec{r}_{nn'} \langle \vec{\mu}_{n'} \rangle_{r'}) - \langle \mu^\alpha_{n'} \rangle_{r'} \right] \end{cases}$$

$\vec{r}, \vec{r}'$ – внутренние координаты частицы.

n, n' – индексы узлов, где расположены частицы (доты).

У нас $\vec{\mu}_n(\vec{r})$ – зависит только от „n", но не от внутрен. $\vec{r}$.

Escaneado con CamScanner

Note

Date. . . магнитоакт. ФТ – 3D

$$\Gamma^{nn'}_{\alpha\beta}(\vec{r}) = \int_{V_d} d^3r'\, G_{\alpha\beta}(\vec{r}_{nn'}+\vec{r},\vec{r}'), \quad \vec{r}_{nn'} = \vec{r}_n - \vec{r}_{n'}$$

Вклад своего узла $n=n'$ $\Gamma^{nn}_{\alpha\beta}(r) = \int d^3r'\, G_{\alpha\beta}(r,r')$ — не зависит от $\vec{r}$ для сферы.

$$\Gamma^{nn}_{\alpha\beta}(r) = \Gamma^{nn}_{\alpha\beta} = -\frac{4\pi}{3}\delta_{\alpha\beta}$$

$$\underset{(\alpha\beta)}{Sp}\,\Gamma^{nn}_{\alpha\beta} = \int_{V_d} d^3\vec{r}'\, Sp\, G_{\alpha\beta}(r,r') = \int d^3r'\,(-4\pi)\,\delta(\vec{r}-\vec{r}') = -4\pi, \quad r\in$$

Будем искать ground state FM: $\vec{m}_0^{\,n} = \vec{m}_0 \parallel Ox$ – ось

Дип. поле: 1) сфер. $H^{\alpha}_n = -\frac{4\pi}{3}\delta_{\alpha\beta}\frac{(m_0\vec{i})}{V_d} + \sum_{n'\neq n}\frac{1}{r^3_{nn'}}\left[\frac{3r^{\alpha}_{nn'}x_{nn'}}{r^2_{nn'}}m_0 - m_0\vec{i}\right]$

$$= -\frac{4\pi}{3}\frac{m_0\vec{i}}{V_d} + m_0\sum_{n'\neq n}\frac{1}{r^3_{nn'}}\left[\frac{3r^{\alpha}_{nn'}x_{nn'}}{r^2_{nn'}} - \vec{i}\right]$$

$$\to H^x_n = -\frac{4\pi}{3}\frac{m_0}{V_d} + m_0\sum_{n'\neq n}\frac{1}{r^3_{nn'}}\left[\frac{3x^2_{nn'}}{r^2_{nn'}} - 1\right], \quad \frac{m_0}{V_d} = M_0$$

$$H^y_n = m_0\sum_{n'\neq n}\frac{1}{r^3}\left[\frac{3x_{nn'}y_{nn'}}{r^2_{nn'}}\right], \quad H^z_n = m_0\sum_{n'\neq n}\frac{1}{r^3}\frac{3z_{nn'}x_{nn'}}{r^2_{nn'}}$$

Очевидно, что для 1D-chain $y_{nn'}=0$, $z_{nn'}=0$ и $H^y_n = 0$, $H^z_n = 0$.

2) динамич.: $h^{\alpha}_n = \frac{1}{V_d}\mu^{\beta}_n\int_{V_d^{(n)}} d^3r'\, G_{\alpha\beta}(r,r') + \sum_{n'\neq n}\frac{1}{r^3_{nn'}}\left[\frac{3r^{\alpha}_{nn'}(\vec{r}_{nn'}\vec{\mu}_{n'})}{r^2_{nn'}} - \mu^{\alpha}_{n'}\right]$

$\left(-\frac{4\pi}{3}\delta_{\alpha\beta}\right)$

$$h^{\alpha}_n = \frac{1}{V_d}\mu^{\alpha}_n\left(-\frac{4\pi}{3}\right) + \sum_{n'\neq n}\frac{1}{r^3_{nn'}}\left[\frac{3r^{\alpha}_{nn'}(\vec{r}_{nn'}\cdot\vec{\mu}_{n'})}{r^2_{nn'}} - \mu^{\alpha}_{n'}\right]$$

$\vec{\mu}_n \perp \vec{M}_0 V_d = \vec{m}_0 \Rightarrow \vec{\mu}_n = (\mu^z_n, \mu^y_n, 0)$

Однородное поле $\left(-\frac{4\pi}{3}\vec{m}\right)$ компенсируется полем Лоренца.

$$h^x_n = \sum_{n'}\frac{1}{r^3}\left[\frac{3x_{nn'}(y_{nn'}\mu^y_{n'} + z_{nn'}\mu^z_{n'})}{r^2_{nn'}} - \underset{0}{\mu^x_{n'}}\right] = 0$$

$$h^y_n = \sum_{n'}\frac{1}{r^3_{nn'}}\left[\frac{3y_{nn'}(\cdot)}{r^2_{nn'}} - \mu^y_{n'}\right], \quad h^z_n = \sum_{n'}\frac{1}{r^3}\left[\frac{3z_{nn'}(\cdot)}{r^2_{nn'}} - \mu^z_{n'}\right]$$

Escaneado con CamScanner

Note

Date.

Динам. урн. наноч

$y_{nn'}=0,\ z_{nn'}=0 \Rightarrow$ $h_n^x = -\sum_{n'\neq n} \frac{\mu_{n'}^x}{x_{nn'}^3}$, $h_n^z = -\sum_{n'\neq n} \frac{\mu_{n'}^z}{x_{nn'}^3}$

$\vec{r}_{nn'} = (x_n - x_{n'}, 0, 0)$ – chain along Ox.

$-\frac{1}{\gamma}\frac{d\vec{M}}{dt} = \vec{M}\times\vec{H}_{ef}$, $-\frac{1}{\gamma}\frac{d\vec{\mu}}{dt} = (\vec{m}_0+\vec{\mu})\times(\vec{H}_0+\vec{h})$, $\vec{h} = \vec{h}_{ex}+\vec{h}_d$

$-\frac{1}{\gamma}\frac{d\vec{\mu}}{dt} = \vec{m}_0\times\vec{h} + \vec{\mu}\times\vec{H}_0$, $\vec{m}_0\times\vec{h} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ m_0 & 0 & 0 \\ 0 & h_y & h_z \end{vmatrix} = \vec{k}\, m_0 h_y - \vec{j}\, m_0 h_z$

$W_{ex} = -J\sum_n \vec{m}_n\cdot\vec{m}_{n+1}$, $\vec{H}_{ex}^{(n)} = +J\sum_{n'=n\pm1}\vec{m}_{n'}$

$\vec{H}_{ex}^0 + \vec{h}_{ex} = +J\sum_{n'=n\pm1}\vec{m}_{n'}^0 + J\sum_{n'}\vec{\mu}_{n'}$, $\vec{h}_{ex}^{(n)} = +J\sum_{n'=n\pm1}\vec{\mu}_{n'}$

$\vec{H}_{ex}^0 \parallel Ox$, $\vec{h}_{ex} \perp Ox$, $h_{ex}^{(n)} = (0, h_{ex}^y, h_{ex}^z)$

$\vec{\mu}\times\vec{H}_0 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & \mu_y & \mu_z \\ H_x^0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \vec{j}\,\mu_z H_x^0 - \vec{k}\,\mu_y H_x^0$

$-\frac{1}{\gamma}\frac{d\vec{\mu}_n}{dt} = \vec{m}_0\times\vec{h}_n + \vec{\mu}_n\times\vec{H}_0 = \vec{k}\, m_0 h_y^n - \vec{j}\, m_0 h_z^n + \vec{j}\,\mu_z^n H_x^0 - \vec{k}\,\mu_y^n H_x^0$

$$\begin{cases} -\frac{1}{\gamma}\frac{d\mu_n^y}{dt} = \mu_z^n H_x^0 - m_0 h_z^n \\ -\frac{1}{\gamma}\frac{d\mu_n^z}{dt} = -\mu_y^n H_x^0 + m_0 h_y^n \end{cases} \quad \begin{matrix} \mu_n^y(t) = \mu_y^0 e^{i\omega t} e^{-ikx_n} \\ \mu_n^z(t) = \mu_z^0 e^{i\omega t} e^{-ikx_n} \end{matrix}$$

$h_n^y = -\sum_{n'\neq n}\frac{\mu_{n'}^y}{x_{nn'}^3} = -\mu_y^0 e^{i\omega t}\sum_{n'\neq n}\frac{e^{-ikx_{n'}}}{x_{nn'}^3} = -\mu_y^0 e^{i\omega t} D_n(k)$

$H_n^x = m_0\sum_{n'}\frac{1}{x_{nn'}^3}\left[\frac{3x_{nn'}^2}{x_{nn'}^2} - 1\right] = +2m_0\sum_{n'}\frac{1}{x_{nn'}^3} = 2m_0 D_n(0)$

$D_n(k) = \sum_{n'\neq n}\frac{e^{-ikx_{n'}}}{x_{nn'}^3}$ – не забыть об "n" чтобы он не был

Будем $n=0$ $(n'\to n)$ $\to D(k) = \sum_{n\neq 0}\frac{e^{-ikx_n}}{x_n^3} = \left|\begin{matrix} x_n = na \\ n = \pm1, \pm2 \ldots \end{matrix}\right| = 2\sum_{\substack{n\neq 0 \\ n>0}}\frac{\cos kx_n}{|x_n|^3}$

$x_{nn'} = |x_n - x_{n'}|$, $x_{n'} = |x_{n'}|$ — чётная по $|\cdot|$

$$\begin{cases} -\frac{i\omega}{\gamma}\mu_y^0 e^{-ikx_n} = H_0\mu_z^0 e^{-ikx_n} - m_0(-1)\mu_z^0 D_n(k) \\ -\frac{i\omega}{\gamma}\mu_z^0 e^{-ikx_n} = -H_0\mu_y^0 e^{-ikx_n} + m_0(-1)\mu_y^0 D_n(k) \end{cases}$$

e^{ikx_n} сокр. и $D_n(k)$

Escaneado con CamScanner

Note

Date.

$$D_n(k) = e^{ikx_n} \sum_{n'} \frac{e^{-ikx_{n'}}}{x^3_{nn'}} = \sum_{n' \neq n} \frac{e^{ikx_{nn'}}}{x^3_{nn'}} \quad \text{от } n' \text{ не зависит}$$

$$\begin{pmatrix} +i\frac{\omega}{\gamma} & H_0 + m_0 D(k) \\ -H_0 - m_0 D(k) & i\frac{\omega}{\gamma} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu^0_y \\ \mu^0_z \end{pmatrix} = 0, \quad \det R = -\frac{\omega^2}{\gamma^2} + [H_0 + m_0 D(k)]$$

$$\frac{\omega_k}{\gamma} = H_0 + m_0 D(k), \quad H_0 = H_0^x = H + \underbrace{H^0_{dip(n)}}_{\text{external} \parallel Ox} = H + 2m_0 D(0)$$

$$\boxed{\frac{\omega_k}{\gamma} = H + 2m_0 D(0) + m_0 D(k)}, \quad k \in \left[-\frac{\pi}{a}, \frac{\pi}{a}\right] - 1 \text{ B.z.}$$

Включим еще и обмен ближ. соседей: $\vec{H}^0_{ex} = +J \sum_{n'=n\pm1} \vec{m}^0_{n'}$

$$(H^0_{ex})_x = +J \sum_{n'=n\pm1} m^0_{n'} = +2m_0 J$$

$$\vec{h}^n_{ex} = J \sum_{n'=n\pm1} \vec{\mu}^0_{n'}, \quad (h^n_{ex})^{y,z} = J \mu^{0\,y,z} e^{i\omega t} \sum_{n'=n\pm1} e^{-ikx_{n'}} =$$

$$= J \mu^{0\,y,z} e^{i\omega t} e^{-ikx_n} \sum_{n'=n\pm1} e^{ikx_{nn'}} = J \mu^{0\,y,z} e^{i\omega t} e^{-ikx_n} 2\cos ka$$

$$(x_{nn'} = \pm a)$$

$$-\frac{i\omega}{\gamma} \mu^0_y e^{-ikx_n} = (H + H^0_{dip} + H^0_{ex}) \mu^{0\,z} e^{-ikx_n} - m_0 \left[-\mu^0_z D(k) + J\mu^{0\,z} e^{-ikx_n} 2\cos ka\right]$$

$$-\frac{i\omega}{\gamma} \mu^0_y = (H_0) \mu^{0\,z} - m_0 \left[-\mu^0_z D(k) + 2J\cos ka\, \mu^{0\,z}\right] =$$

$$= \left[H_0 + m_0 D(k) - 2Jm_0 \cos ka\right] \mu^{0\,z}$$

$$[\cdots] = H + 2m_0 D(0) + 2m_0 J + m_0 D(k) - 2Jm_0 \cos ka =$$

$$= H + 2m_0 J(1 - \cos ka) + 2m_0 D(0) + m_0 D(k)$$

$$\boxed{\frac{1}{\gamma}\omega_k = H + 2m_0 J(1 - \cos ka) + 2m_0 D(0) + m_0 D(k)}$$

Случай $\vec{H} \parallel Ox$, $\vec{m}_0 \parallel Ox$

где $D(k) = 2 \sum_{n=1} \frac{\cos kx_n}{x_n^3} = \left| x_n = na \right| = \frac{2}{a^3} \sum_{n=1} \frac{\cos kna}{n^3}$ $\quad [J] = \frac{1}{V}$

$$D(0) = \frac{2}{a^3} \sum_{n=1} \frac{1}{n^3} = \frac{2}{a^3} \zeta(3)$$

Escaneado con CamScanner

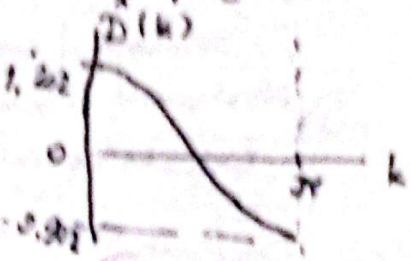
Note

Dille: Переходим в ФФ: $\hat{D}(k) = \hat{D}(0) + \frac{1}{2}k^2\left(\ln k - \frac{3}{2}\right)$,

где $\hat{D}(k) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos kn}{n^3}$, $\hat{D}(0) = \zeta(3) = 1{,}202$. Это разложение

хорошо при $ka \ll 2$. $k_{max} = \pi/a$

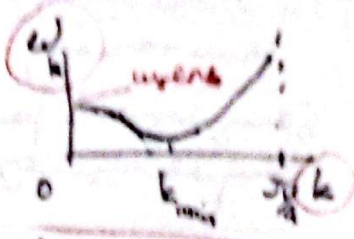
$\hat{D}(0) = 1{,}202$ и $\hat{D}(\pi) = -0{,}902$



$D(k)$ падает с k. Обм. близкодействие.

(это особенно. BVMSW – обратная волна m.SW, когда $\vec{k} \parallel \vec{M}_0$. Спектр может иметь min если обмен сильный

→ k_{min} зависит от соотношения J_1 и $D(0)$.



Вывод: спектр SW 1D ферромагнетика с обм. ω_k может быть немонотонным, иметь min.

Рассм. случай $\vec{M}_0^n \parallel Ox$ – ось ферромагнетика, $\vec{k} \parallel Ox$.

При $(ka) \ll 1$, $D(k) = \frac{2}{a^3}\left[\zeta(3) + \frac{1}{2}(ka)^2\left\{\ln(ka) - \frac{3}{2}\right\}\right] =$

$= D(0) + \frac{1}{a^3}(ka)^2\left[\ln(ka) - 3/2\right]$

$$\frac{1}{J}\omega_k = H + m_0 J (ka)^2 + 3 m_0 D(0) + \frac{m_0}{a^3}(ka)^2\left[\ln(ka) - \frac{3}{2}\right]$$

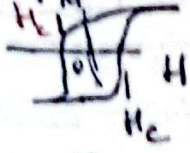
квадратичный, заведомо верно до $ka = 1$.

$D(k)$ имеет min при $k = \frac{\pi}{a}$ – на границе 1 зоны Бриллюэна.

$D(\pi/a) = \frac{2}{a^3}\hat{D}(\pi) = \frac{2}{a^3}(-0{,}902)$. Это → "fanning" неустойчивость

Без обмена $\frac{1}{J}\omega_k = \frac{\omega_0}{J} + m_0 D(k)$, $\frac{\omega_0}{J} = H + 2m_0 D(0)$

Поле переключения, неустойчивость $H_c = \min\left[2D(0) + D(k)\right] m_0$



$\frac{1}{J}\omega_k = |H - H_c|$, $\omega_k = 0$ отвечает неустойчивости в системе при $T = 0$.

$H_c = m_0\left[2D(0) + D(\pi/a)\right]$, $k_0 = \pm\frac{\pi}{a}$ – fanning mode обмен. неустойчивость – divergent

Со времени пика.

У Скобухало-Chaud. $H_k \parallel$ оси ферромагнетика и вместо добавляется к $\vec{H} \parallel$ оси

Note

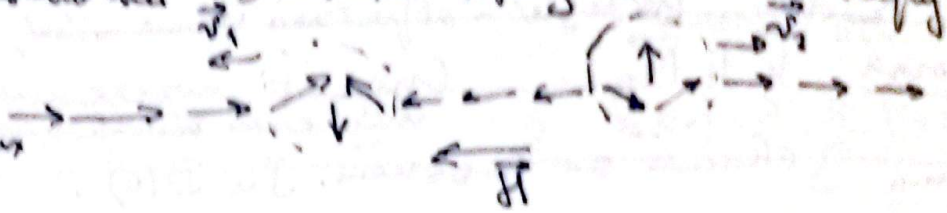
Reversal by Solitons

Date. / Квантовая частица

→ Reversal mode — soliton, → N_0^3 → которая бежит вдоль цепочки, переключая их.

Soliton [см. Ishizaka JMMM'2000, 215, 210] описывается уравнением Sine-Gordon и вакуумно возбуждается термически с вероятностью $\sim e^{-E_{soliton}/kT}$.

Для цепочки можно представить пару солитонов, бегущую в разных направлениях.



IV

$$\hat{D}(k) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos kn}{n^3} = \int_0^{\infty} dt\, t^2 \frac{(e^t \cos k - 1)}{1 - 2e^t \cos k + e^{2t}} = \left| \begin{matrix} e^t = x, \\ t = \ln x \end{matrix}, dt = \frac{dx}{x} \right.$$

$$= \int_1^{\infty} \frac{dx}{x} \ln^2 x \frac{(x\cos k - 1)}{1 - 2x\cos k + x^2} \quad - ?\ \text{наверно, скорее всего.}$$

Гр.Р. (4.272): $\int_0^1 \left(\ln \frac{1}{x}\right)^{q-1} \frac{(\cos\lambda - px)\, x^{p-1}}{1 + p^2x^2 - 2px\cos\lambda} dx = \Gamma(q) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{p^{k-1} \cos k\lambda}{(p+k-1)^q}$

$z > 0, q > 0$

λ/π $z=3, q=1, p=1$: $\int_0^1 dx \left(\ln \frac{1}{x}\right)^2 \frac{(\cos\lambda - x)}{1 + x^2 - 2x\cos\lambda} = \Gamma(3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\lambda}{n^3} = \Gamma(3)\zeta$

Гр.Р. (4.316): $\int_0^1 \frac{dx}{x} \ln\left[1 - 2x\cdot\cos t + x^2\right] \ln\frac{1}{x} = -2\Gamma(2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nt}{n^3} =$

$= -2\Gamma(2)\, \hat{D}(t)$

$\Gamma(1) = \Gamma(2) = 1$, $\Gamma(n) = (n-1)!$, $\Gamma(3) = 2$

Надо $\hat{D}(x)$ знать в виде ряда по „x":

$\cos t = 1 - \frac{t^2}{2} + \frac{t^4}{4!}$

$$\ln\left[1 - 2x\cos t + x^2\right] = \ln\left[1 + x^2 - 2x\left(1 - \frac{t^2}{2} + \frac{t^4}{24}\right)\right] = \ln\left[(1-x)^2 + xt^2 - x\frac{t^4}{12}\right]$$

$$= \ln(1-x)^2 + \ln\left[1 + \frac{x}{(1-x)^2} t^2 - \frac{x}{(1-x)^2} \frac{t^4}{12}\right] -$$

Escaneado con CamScanner

Note

Date:

$\frac{\cos\lambda - x}{1+x^2-2x\cos\lambda}$ то же самое, только разница. Вблизи $x=1$,

то можно разложиться вблизи $t=\pi$, $t=\pi-\tau$, но τ.

$\cos t = \cos(\pi-\tau) = -\cos\tau = -\left[1-\frac{\tau^2}{2}+\frac{\tau^4}{24}\right]$

$\ln\left[1+2x\cos\tau+x^2\right] = \ln(1+x)^2 + \ln\left[1-\frac{x}{(1+x)^2}\tau^2+\frac{x}{(1+x)^2}\frac{\tau^4}{12}\right] =$

$= \ln(1+x)^2 + (-1)\frac{x}{(1+x)^2}\tau^2 + \frac{x}{(1+x)^2}\frac{\tau^4}{12} - \frac{1}{2}(\dots)^2 = |\text{с точн. до } \tau^2|$

$= 2\ln(1+x) - \frac{x}{(1+x)^2}\tau^2 + O(\tau^4)$

$\int_0^1 \frac{dx}{x}\ln\frac{1}{x}\ln\left[1-2x\cos t+x^2\right] = \int_0^1 \frac{dx}{x}\ln\frac{1}{x}\left[2\ln(1+x) - \frac{x}{(1+x)^2}\tau^2\right] =$

$= 2\int_0^1 \frac{dx}{x}\ln\frac{1}{x}\ln(1+x) - \tau^2\int_0^1 dx\,\frac{1}{(1+x)^2}\ln\frac{1}{x} =$

$= -2\int_0^1 \frac{dx}{x}\ln x\cdot\ln(1+x) + \tau^2\int_0^1 dx\,\frac{\ln x}{(1+x)^2} = (J_1) + \tau^2(-\ln 2) =$

$= |\text{Гр.-Р. 4.315}| = (-2)(-1)\,1!\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\zeta(3) - \ln 2\cdot\tau^2$

Поэтому $\hat{D}(t) = -\frac{1}{2\Gamma(2)}\int_0^1 \ln[\dots](-)dx = -\frac{1}{2}\left[2\cdot\frac{3}{4}\zeta(3) - \tau^2\ln 2\right.$

$= -\frac{3}{4}\zeta(3) + \frac{\ln 2}{2}(t-\pi)^2$, $t \to ka$.

$D(k) = \frac{2}{a^3}\hat{D}(ka) = \frac{2}{a^3}\left[-\frac{3}{4}\zeta(3) + \frac{1}{2}\ln 2\cdot(ka-\pi)^2\right] + O(\tau^4)$

разложение вблизи $k=\pi/a$ – граница з. Бриллюэна, $ka \le \pi$

Для $W_{ex} = -J\sum_n \vec{m}_n\vec{m}_{n+1}$, $\vec{H}_{ex}^{(n)} = J\sum_{n'=n\pm1}\vec{m}_{n'}$, $\vec{m}_n = \vec{M}_n V_d$, $|\vec{M}_n| = M$

$[J] = \frac{1}{V} = \frac{1}{cm^3}$. Будем J безразмерным, т.е. вкл. V_d в определ. J.

$m_0 J = M_s V_d J$. $V_d J \to J$ (dimensionless)

$D(k)$ также безразмерным. $m_0 D(k) = M_s V_d D(k)$, $V_d D \to D$

Тогда $\frac{1}{\gamma}\omega_k = H + 2JM_s(1-\cos ka) + 2M_s D(0) + M_s D(k)$

где $D(k) = 2\cdot\frac{V_d}{a^3}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos kna}{n^3}$, $V_d = \frac{4}{3}\pi R^3$ – объем сферы. Засеки of ch

Escaneado con CamScanner

Note

Date.

$$D(k) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \pi n}{n^k} = \hat{D}(0) + \frac{1}{2} k^2 \left(\ln k - \frac{3}{2} \right) + a k^4 (\ln k - b)$$

при $k \in 1$ сходится быстро. Но какие это функции?

(не аналитические $E(\omega), K(k)$)

$$\frac{1}{1+x^2-2x\cos\lambda} = \sum_{n=0}^{\infty} U_n(\cos\lambda) x^n, \quad U_n(t) - \text{полиномы Чебышева 2-го рода.}$$

$$U_n(\cos\lambda) = \frac{\sin(n+1)\lambda}{\sin\lambda}, \quad U_n(x) = C_n^1(x) - \text{полиномы Гегенбауэра}$$

$$J(\lambda) = \int_0^1 dx \ln^2 x \frac{(\cos\lambda - x)}{1+x^2-2x\cos\lambda} = \int dx \ln^2 x (\cos\lambda - x) \sum_{n=0} U_n(\cos\lambda) x^n =$$

$$= \sum_n U_n(\cos\lambda) \int_0^1 dx\, x^n (\cos\lambda - x) \ln^2 x .$$

$$\gamma_n = \int_0^1 dx\, x^n \ln^2 x = \frac{1}{(n+1)^3}\Gamma(3) \quad - \text{4.272 - пр. Р.}, \quad \Gamma(3) = 2.$$

$$J(\lambda) = \sum_{n=0} U_n(\cos\lambda) \left[\cos\lambda \frac{\Gamma(3)}{(n+1)^3} - \frac{1}{(n+2)^3} \right]$$

Точное разложение по λ, $\lambda \ll 1$.

$$\frac{\sin\pi(n+1)a}{\sin\pi a} = (n+1) \prod_{k=1}^{\infty} \left(1 - \frac{na}{k-a}\right)\left(1 + \frac{na}{k+a}\right), \quad \lambda = \pi a$$

Много.

$$J(t) = \int_0^1 \frac{dx}{x} \ln\left[1 - 2x\cos t + x^2\right] \ln\frac{1}{x} = -2\hat{D}(t)$$

$$J'(t) = \int_0^1 dx \frac{1}{1-2x\cos t + x^2} 2\sin t \cdot \ln\frac{1}{x} = 2\sin t \int_0^1 dx \frac{\ln 1/x}{1-2x\cos t + x^2}$$

– сходится к $\sum_{n=1} \frac{\sin nt}{n^2} \sim \hat{D}'(t)$.

$$\frac{\cos\lambda - x}{1+x^2-2x\cos\lambda} = -\frac{1}{2}\frac{d}{dx} \ln\left[1 + x^2 - 2x\cos\lambda\right] \quad - \text{сходится } J(\lambda) \text{ к } \hat{J}(\lambda)$$

Используем:

$$\ln|\vec{\rho} - \vec{\rho}'| = \ln\left[\rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho'\cos(\varphi - \varphi')\right]^{1/2} = \ln\rho_> - \sum_{n=1} \frac{1}{n}\left(\frac{\rho_<}{\rho_>}\right)^n \cos n(\varphi - \varphi')$$

$$\frac{1}{2}\ln\left[1 + \rho^2 - 2\rho\cos\varphi\right] = -\sum_{n=1} \frac{1}{n} \rho^n \cos n\varphi, \quad \rho \leq 1.$$

$\rho' = \rho_> = 1, \varphi' = 0$

Escaneado con CamScanner

Note

Date.

$$J(t) = -\int_0^1 \frac{dx}{x} \ln x \cdot \ln\left[1 + x^2 - 2x\cos t\right] = -\int_0^1 \frac{dx}{x} \ln x \,(-2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n} \cos nt =$$

$$= 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nt}{n} \int_0^1 dx\, x^{n-1} \ln x = -2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nt}{n} \frac{\Gamma(2)}{n^2} = -2\,\hat{D}(t)$$

Лем. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n} = -\frac{1}{2}\ln 2(1-\cos x)$, $0 < x < 2\pi$

$$\hat{D}(k) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nk}{n^3}, \quad \hat{D}''(k) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos kn}{n} = \frac{1}{2}\ln 2(1-\cos k)$$

$$\hat{D}''(k) = \frac{1}{2}\ln 2 + \frac{1}{2}\ln(1-\cos k) = \frac{1}{2}\ln 2 + \frac{1}{2}\ln\left[\frac{k^2}{2} - \frac{k^4}{24}\right] =$$

$$= \frac{1}{2}\ln 2 + \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2}\ln\left[k^2\left(1 - \frac{k^2}{12}\right)\right] = \frac{1}{2}\ln\left[k^2\left(1 - \frac{1}{12}k^2\right)\right] =$$

$$= \frac{1}{2}\ln k^2 + \frac{1}{2}\ln\left(1 - \frac{1}{12}k^2\right) = \ln k + \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{12}\right)k^2 = \ln k - \frac{1}{24}k$$

$$\hat{D}'(k) = \int_0^k dx\left[\ln x - \frac{1}{24}x^2\right] + \hat{D}'(0) = x\ln x\Big|_0^k - \frac{1}{24}\frac{k^3}{3} +$$

$$= k\ln k - \frac{1}{24}\frac{1}{3}k^3 + \hat{D}'(0) - k$$

$$\hat{D}(k) = \int_0^k dx\, x\ln x - \frac{1}{24\cdot 12}k^4 + \hat{D}'(0)k + \hat{D}(0) - \frac{k^2}{2} =$$

$$= x^2\left[\frac{1}{2}\ln x - \frac{1}{4}\right]_0^k - \frac{k^2}{2} - \frac{1}{24\cdot 12}k^4 + \hat{D}(0) + \hat{D}'(0)k =$$

$$= \frac{k^2}{2}\left[\ln k - \frac{3}{2}\right] - \frac{1}{24\cdot 12}k^4 + \hat{D}(0), \quad \hat{D}'(0) = 0 - \hat{\zeta}(k)$$

точная.

$$\hat{D}(k) = \hat{D}(0) + \frac{1}{2}k^2\left[\ln k - \frac{3}{2}\right] - \frac{1}{2\cdot(12)^2}k^4$$ — это очень

точная формула для $k \le \pi$. Даже при $k_{max} = \pi$ ошибка = 0,3

$D(k) = 2\frac{V_d}{a^3}\hat{D}(ka)$ — определена в виде точного разложения

$\hat{D}(0) = \zeta(3) = 1{,}202$. $\hat{D}(\pi) = -\frac{3}{4}\zeta(3)$.

$$\hat{D}(k) = \begin{cases} \hat{D}(0) + \frac{1}{2}k^2\left[\ln k - \frac{3}{2}\right] - \frac{1}{2\cdot(12)^2}k^4, & k \le \pi,\ k \ll 1 \\ \hat{D}(\pi) + \frac{1}{2}\ln 2\cdot(k-\pi)^2, & k \to \pi - 0 \end{cases}$$

практически $k \ge 2$ точна

Эта … определяет намагниченность. Вклад в SW спектре ω_k

Escaneado con CamScanner

Note

Date.

$$J(t) = -\int_0^1 \frac{dx}{x} \ln x \cdot \ln\left[1 + x^2 - 2x\cos t\right] = -\int_0^1 \frac{dx}{x} \ln x \,(-2) \sum_{n=1} \frac{x^n}{n} \cos nt =$$

$$= 2 \sum_{n=1} \frac{\cos nt}{n} \int_0^1 dx\, x^{n-1} \ln x = -2 \sum_{n=1} \frac{\cos nt}{n} \frac{\Gamma(2)}{n^2} = -2\hat{D}(t)$$

→ Исп. $\sum_{n=1} \frac{\cos nx}{n} = -\frac{1}{2}\ln 2(1-\cos x)$ $\quad 0 < x < 2\pi$

$$\hat{D}(k) = \sum_{n=1} \frac{\cos nk}{n^3}, \quad \hat{D}''(k) = -\sum_{n=1} \frac{\cos kn}{n} = \frac{1}{2}\ln 2(1-\cos k)$$

$$\hat{D}''(k) = \frac{1}{2}\ln 2 + \frac{1}{2}\ln(1-\cos k) = \frac{1}{2}\ln 2 + \frac{1}{2}\ln\left[\frac{k^2}{2} - \frac{k^4}{24}\right] =$$

$$= \frac{1}{2}\ln 2 + \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2}\ln\left[k^2\left(1 - \frac{k^2}{12}\right)\right] = \frac{1}{2}\ln\left[k^2\left(1 - \frac{1}{12}k^2\right)\right] =$$

$$= \frac{1}{2}\ln k^2 + \frac{1}{2}\ln\left(1 - \frac{1}{12}k^2\right) = \ln k + \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{12}\right)k^2 = \ln k - \frac{1}{24}k^2$$

$$\hat{D}'(k) = \int_0^k dx\left[\ln x - \frac{1}{24}x^2\right] + \hat{D}'(0) = x\ln x\Big|_0^k - \frac{1}{24}\frac{k^3}{3} + \hat{D}(0) =$$

$$= k\ln k - \frac{1}{24}\frac{1}{3}k^3 + \hat{D}'(0) - k$$

$$\hat{D}(k) = \int_0^k dx\, x\ln x - \frac{1}{24\cdot 12}k^4 + \hat{D}'(0)k + \hat{D}(0) - \frac{k^2}{2} =$$

$$= x^2\left[\frac{1}{2}\ln x - \frac{1}{4}\right]_0^k - \frac{k^2}{2} - \frac{1}{24\cdot 12}k^4 + \hat{D}(0) + \hat{D}'(0)k =$$

$$= \frac{k^2}{2}\left[\ln k - \frac{3}{2}\right] - \frac{1}{24\cdot 12}k^4 + \hat{D}(0), \quad \hat{D}'(0) = 0 \quad \hat{D}(k) - \text{точная.}$$

$$\hat{D}(k) = \hat{D}(0) + \frac{1}{2}k^2\left[\ln k - \frac{3}{2}\right] - \frac{1}{2\cdot(12)^2}k^4$$ — это очень точная формула для $k \le \pi$. Даже при $k_{max} = \pi$ ошибка = 0,3%.

→ $D(k) = 2\frac{V_d}{a^3}\hat{D}(ka)$ — определена в виде точного разложения.

$\hat{D}(0) = \zeta(3) = 1{,}202$. $\hat{D}(\pi) = -\frac{3}{4}\zeta(3)$.

→
$$\hat{D}(k) = \begin{cases} \hat{D}(0) + \frac{1}{2}k^2\left[\ln k - \frac{3}{2}\right] - \frac{1}{2\cdot(12)^2}k^4, & k \le \pi,\ k \ll 1 \\ \hat{D}(\pi) + \frac{1}{2}\ln 2\cdot(k-\pi)^2, & k \to \pi - 0 \end{cases}$$

практически $k \ge 2$ точна

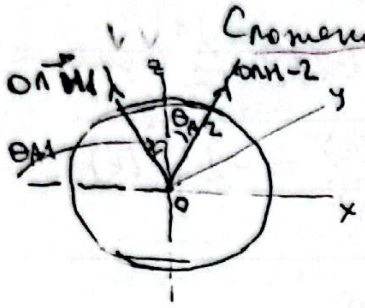
Это и определяет магнитосопр. вклад в SW спектр ω_k.

Escaneado con CamScanner

Note

Date. 7. IV. Сложение ОЛН (для Parker'a)

Сложение двух осей анизотропии (с одинаковыми константами $K_1 = K_2 = K$) (СОЛН для смешного обмена (единой $\vec{M}$).

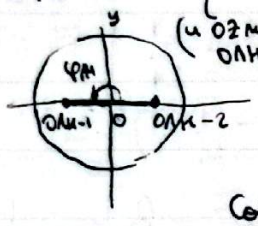


$\vec{M}_1(\theta_1, \varphi_1)$, $\vec{M}(\theta_2, \varphi_2)$, $\begin{cases}\theta_1 = \theta_2 = \theta \\ \varphi_1 = \varphi_2 = \varphi\end{cases}$ для смешного обмена

ОЛН-1 $(\theta_{A1}, \varphi_{A1})$

ОЛН-2 $(\theta_{A2}, \varphi_{A2})$

Выберем xyz так, чтобы xoz проходила через обе ОЛН-1 и ОЛН-2, тогда $\varphi_{A1} = \varphi_{A2} = 0$, точнее $\varphi_{A2} = 0$, $\varphi_{A1} = \pi$ и $\theta_{A1} = \theta_{A2} = \theta_A$



(и между ОЛН-1,2)

$E_{A1} = K\cos^2\gamma_1$, $E_{A2} = K\cos^2\gamma_2$

$\gamma_1 = \hat{\vec{M}_1\ \text{ОЛН-1}}$, $\gamma_2 = \hat{\vec{M}_2\ \text{ОЛН-2}}$

$$\cos\gamma_1 = \cos\theta_1\cos\theta_{A1} + \sin\theta_1\sin\theta_{A1}\cos(\varphi_1 - \varphi_{A1}) =$$
$$= \cos\theta\cos\theta_A + \sin\theta\sin\theta_A\cos(\varphi - \pi) = \cos\theta\cos\theta_A - \sin\theta\sin\theta_A\cos\varphi$$

$$\cos\gamma_2 = \cos\theta_2\cos\theta_{A2} + \sin\theta_2\sin\theta_{A2}\cos(\varphi_2 - \varphi_{A2}) =$$
$$= \cos\theta\cos\theta_A + \sin\theta\sin\theta_A\cos\varphi$$

$$E_{A1} + E_{A2} \sim (\cos^2\gamma_1 + \cos^2\gamma_2) = \cos^2\theta\cos^2\theta_A + \sin^2\theta\sin^2\theta_A\cos^2\varphi - 2\sin\theta\sin\theta_A\cos\varphi\cdot\cos$$
$$+ \cos^2\theta\cos^2\theta_A + \sin^2\theta\sin^2\theta_A\cos^2\varphi + 2\sin\theta\sin\theta_A\cos\varphi\cos\theta\cos\theta_A =$$
$$= 2\cos^2\theta\cos^2\theta_A + 2\sin^2\theta\cos^2\varphi\sin^2\theta_A$$, "убирается нормировка"

E_{Aef} ОЛН-ef имеет $\theta_{Aef} = 0$, φ_{Aef} – неопределено.

$$E_{Aef} \sim \cos^2\gamma_{ef} = \left(\cos\theta\cos\theta_{Aef} + \sin\theta\sin\theta_{Aef}\cos(\varphi - \varphi_{Aef})\right)^2 = \cos^2\theta$$

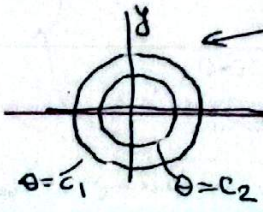
$E_{A1} + E_{A2} \sim E_{Aef}$ только если $\sin\theta_A = 0$, $\theta_A = 0$, что не выполн. вообще

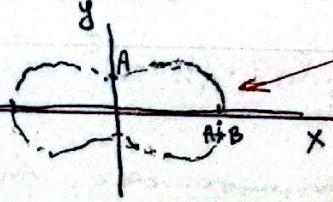
т.к. при $\theta_A = \theta_{A1} = \theta_{A2} = 0$ ОЛН-1 $\parallel$ ОЛН-2 и складываться приходятся $\parallel$ оси анизотропии.

$E_+ = E_{A1} + E_{A2}$, $E_+(\theta, \varphi) = 2\cos^2\theta_A\cos^2\theta + 2\sin^2\theta\cos^2\varphi\sin^2\theta_A$

$E_{Aef}(\theta, \varphi) = \cos^2\theta$

Лишний носитель энергии $E_{Aef}(\theta, \varphi)$ – $\theta = \text{const}$ и от φ не зависит





$E_+(\theta, \varphi) = A + B\cos^2\varphi$, $A, B > 0$

одноосной ОЛН системы не имеет.

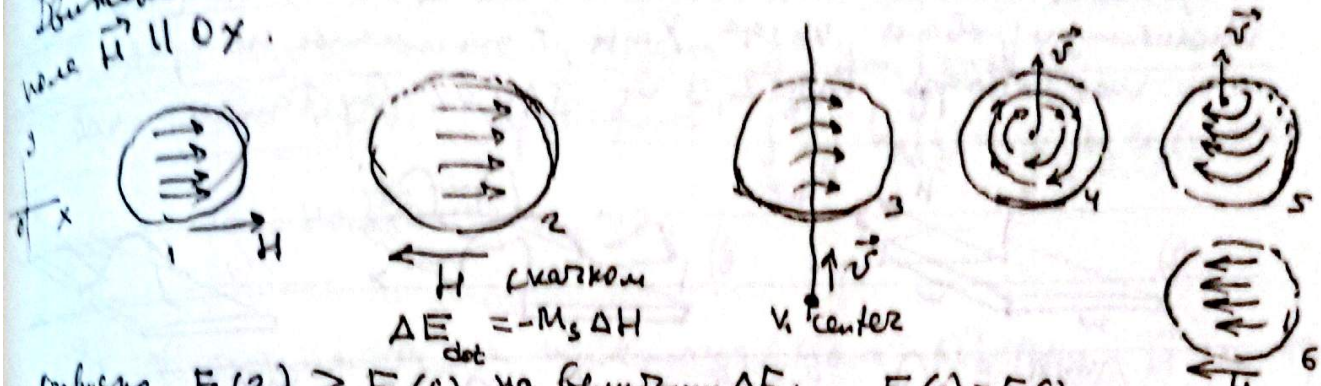
Escaneado con CamScanner

Note

Date.

Reversal мода в наночастицах диска.

Движение вортех из $-\infty$ в $+\infty$ вдоль Oy, если поле $\vec{H} \parallel Ox$.

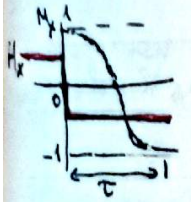


Очевидно $E(2) > E(6)$ на величину ΔE_{dot}, $E(1) = E(6)$ и ΔE_d должна из маг. системы (доп. Zeeman energy) уйти за счет релаксации.

→ i.e. reversal (движение vortex) без damping (α) не описать.

$$-\frac{1}{\gamma}\frac{d\vec{M}}{dt} = \vec{M} \times \vec{H}_{ef} + \alpha \vec{M} \times \frac{d\vec{M}}{dt}$$

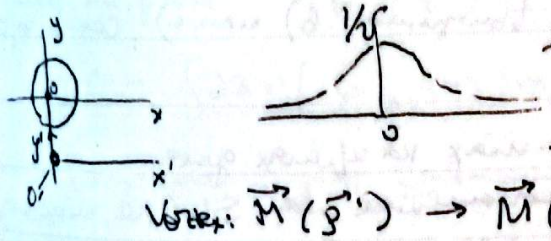
Как найти τ? – время прохождения vortex через dot



$$\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dy}{v}, \quad v = v(y, H).$$

Ограничимся Rigid vortex model $\vec{M}(\vec{r}') = const$ в сист. координат, где $r' = 0$ – центр vortex

"r" – нач. $\vec{M}(\vec{r}')$. $x = x'$, $y' = y = vt + y_0$



$\frac{1}{v(y)} \to 0$ при $y \to \pm\infty$, чтобы $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dy}{v}$ сходился.

Ясно $v \sim \alpha$ и $\tau \sim \frac{1}{\alpha}$.

Vortex: $\vec{M}(\vec{r}') \to \vec{M}(\vec{r} - \vec{v}t)$. Посмотреть Thiele-PRL'73 уравнение "α".

8/IV Объяснение эксп. by Crawford-Covington on 50×50 nm FeNi mag. elements. DE and BVMSW.
Внесение параметров γ, M_s, L и эксп. ошибки их определения. Чтение теории гер. по PRL-Nov и деклар. doc.

9/IV Обсуждение с Олегом возможности расчета с моим continual calc. для twin-Fe-Pt particles discrete с J,K-elastic. calc.

"Particle с progress гер. (↑↓↑) доменной (сложной) структурой → K_s.
↑↓↑ "easy" axis – K_s.

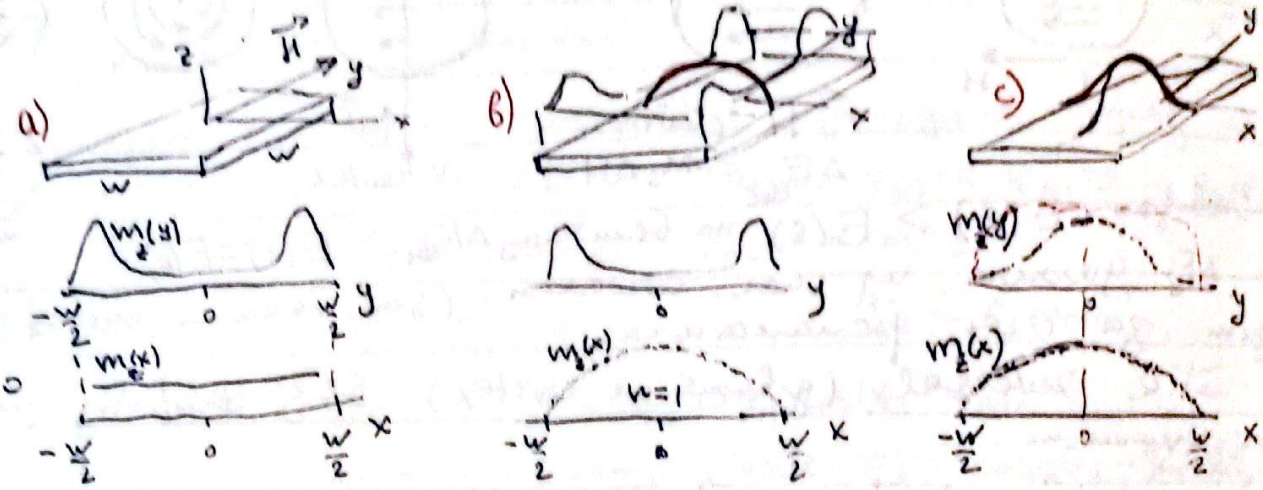
Escaneado con CamScanner

Note

Date. 10 . IV . 07 Ответ рецензента ств. PRL-v. dyn. paper

1) Рецензирование paper по γ-Fe_2O_3 nanoparticles - JAP

2) Беседа со Славиным по поводу SW-PRB (нам надо проанализировать когда X_{min}, Z_{min} малы по сравн. с H_{min}) и по поводу Fig. 2, 3 из JAP'02 By Tamaru et al.



если в центре dot - max
интенсивности SW - artefact
(PRL'02 - case)

m(x) m(y) - max в центре

$\vec{m}$ - max на краях $y=\pm\frac{w}{2}$ вдоль $\vec{n}$ - artefact

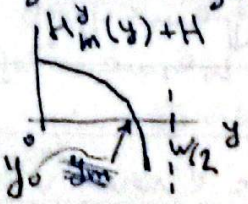
Из Fig. 3 - JAP'02 ясно какие eqv. ситуации реализуются: a), b) или c). Выделим b) или c), соотв. $m_z(y)$

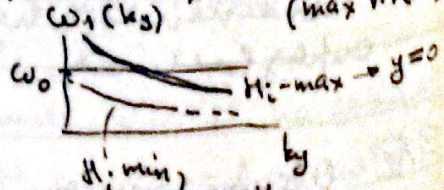
→ Я склоняюсь к ©. Тогда $\vec{m}$ - max на краях дает - выбывание closure - domains и отношение к SW не имеет, ведь они есть для всех SW. мод (а не только для основной, низкочастотной).

Тогда $k_y(y)$ из-за $H_i(y)$ как $1/\vec{m}$.

$H^y_m(x,y,z)$ надо $\langle\dots\rangle_z$, а затем взять $\langle\dots\rangle_x$ или $x=0$ (max $m(x)$)

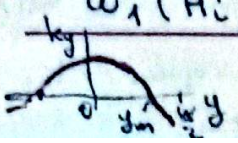
Получим $H^y_m(y)$ только.





$\omega_1 = F(H_i, k_y)$

H_i - min найдем из условия $\omega_1(H_i, k_y=0) = \omega_0$ зад. $H_i^{min} = H_i(y)$ дает значение y_m



Или $k_y(y_m)=0$ при $\omega=\omega_0$ - зад.

Escaneado con CamScanner

Note

SW zadan - dat (exp. Tamara / Crawford)

Date. 12 . 04 .

→ Тогда мода локализована при $y \in [-y_m, y_m]$, экспоненциально спадая при $|y| > y_m$. В отличие от PRL'02 есть только одна точка поворота $y = y_m$ (y_{max}).

Построить $k_y(y)$. Проверить $\int_{-y_m}^{y_m} dy\, k_y(y) = 2\int_0^{y_m} dy\, k_y(y) = 2\pi$

для $z = 1, 2$. Найти СФ $m_z(y)$.

Ур. движения для прямоуг. доса $\vec{M}_0 \parallel Oy$, $\vec{H} \parallel Oy$ 12/IV

$$-\frac{1}{\gamma}\frac{d\vec{m}}{dt} = \vec{M} \times \vec{H}_{eff} = (\vec{M}_0 + \vec{m}) \times (\vec{H}_0 + \vec{h}) = \vec{M}_0 \times \vec{h} + \vec{m} \times \vec{H}_0$$

$$\vec{M}_0 \times \vec{h} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & M_s & 0 \\ h_x & 0 & h_z \end{vmatrix} = \vec{i}\, M_s h_z - \vec{k}\, M_s h_x \quad . \qquad \vec{m} = (m_x, 0, m_z)$$

$$\vec{m} \times \vec{H}_0 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ m_x & 0 & m_z \\ 0 & H_0 & 0 \end{vmatrix} = \vec{k}\, H_0 m_x - \vec{i}\, m_z H_0 \,, \qquad H_0 \to H_i^y$$

$$H_i^y = H + H_d(y,x)$$

$$-\frac{1}{\gamma}\frac{dm_x}{dt} = M_s h_z - m_z H_0 \,, \qquad -\frac{1}{\gamma}\frac{dm_z}{dt} = -M_s h_x + H_0 m_x$$

Общее решение. $h_x(\vec{r}) = \int d^3r' \left[G_{xx} m_x + G_{xy} m_y + G_{xz} m_z(r') \right]$

$$h_z(\vec{r}) = \int d^3r' \left[G_{zx}(rr') m_x(r') + G_{zy} m_y + G_{zz} m_z \right]$$

Упрощение: нет зависимости от z, $\langle G_{\alpha z} \rangle_z = 0$ при $\alpha \neq z$

и $m_y = 0$

$$\langle h_x(z) \rangle_z = h_x(x,y)$$

$$\begin{cases} h_x(x,y) = \int dx'dy' G_{xx}(\vec{\rho}, \vec{\rho}') m_x(\vec{\rho}') \\ h_z(\vec{\rho}) = \int d^2\rho' G_{zz}(\vec{\rho}, \vec{\rho}') m_z(\vec{\rho}') \end{cases} \qquad \vec{\rho} = (x,y)$$

$$\begin{cases} -i\frac{\omega}{\gamma} m_x(\rho) = M_s \int d^2\rho' G_{zz} m_z - m_z(\rho) H_0(\rho) \\ -i\frac{\omega}{\gamma} m_z(\rho) = -M_s \int d^2\rho' G_{xx} m_x + H_0(\rho) m_x(\rho) \end{cases}$$

(!) Это может не быть хорошим путём. См. 19/IX

Т.к. $p = L/w = 0.002 \ll 1$, то $G_{zz}(\rho, \rho') \cong -4\pi\delta(\rho - \rho') = -4\pi\delta(x-x')\delta(y-y')$

$$-i\frac{\omega}{\gamma} m_x(\rho) = -4\pi M_s m_z(\rho) - m_z(\rho) H_0(\rho) = -\left[H_0 + 4\pi M_s\right] m_z(\rho)$$

$\gamma \to 1$ (ρ)

При $q_x \to 0$ это точно не работает.

Escaneado con CamScanner

Note

Date. , , ↳ Нам. ЭР. фун. $m_z(x,y)$ подчин. ДУ

$$\omega^2 m_z(\rho) = -M_s \int d^2\rho' G_{xx}(\rho\rho')(i\omega) m_x(\rho') + H_0(\rho)(i\omega) m_x(\rho)$$

$$i\omega m_x(\rho) = \left[H_0(\rho) + 4\pi M_s\right] m_z(\rho)$$

$$\omega^2 m_z(\rho) = -M_s \int d^2\rho' G_{xx}(\rho\rho')\left[H_0(\rho') + 4\pi M_s\right] m_z(\rho') +$$

$$+ H_0(\rho)\left[H_0(\rho) + 4\pi M_s\right] m_z(\rho)$$



$$H_0(\rho) = H_0^y(\rho) = H + H_m^y(\rho) = H_i^y(\rho)$$

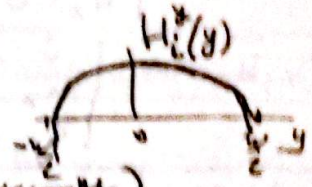
$H_m^y(\rho) = M \int d^2\rho' G_{yy}(\rho\rho')$ — размагничивающее поле при $\rho = (x,y)$.

$$m_z(\rho) = m_z(x,y) = \cos(q_n x)\cdot g(y), \quad q_n = \frac{\pi n}{w},\ n = 1,3,5\ldots$$

$m_z(x = \pm w/2, y) = 0$

$$\omega^2 m_z(\rho) = -M_s \int d^2\rho' G_{xx}(\rho\rho')\left[H_0(\rho') + 4\pi M_s\right]\cos(q_n x')\, g(y') +$$

$$+ H_0(\rho)\left[H_0(\rho) + 4\pi M_s\right] m_z(\rho)$$



Т.к. $H_0(\rho) = H_y + H_m^y(\rho) = H_i^y(\rho) \ll 4\pi M_s$ повсюду кроме окрестности $y = \pm w/2$ (а при узкой системе доменов, то и там тоже $H_i^y \ll 4\pi M_s$), то пренебрежем $H_0(\rho)$.

$$\omega^2 m_z(\rho) = -4\pi M_s^2 \int dx'dy' \cos(q_n x') G_{xx}(\rho,\rho') g(y') + H_0(\rho) 4\pi M_s m_z(\rho)$$

$$\left[\omega^2 - \omega_\perp^2(\rho)\right] m_z(\rho) = -\frac{1}{4\pi}\int d^2\rho' G_{xx}(\rho,\rho')\,\omega_0^2(\rho')\, m_z(\rho'),$$

инт. ур. для $m_z(\rho)$, ядро G_{xx} — ?

где $\omega_\perp^2(\rho) = H_0(\rho)\left[H_0(\rho) + 4\pi M_s\right]$, $\omega_0^2(\rho) = 4\pi M_s\left[H_0(\rho) + 4\pi M_s\right] \approx \omega_{M1}^2$

Ведь $H_0(\rho) \geq 0$, $H_i(y) \geq 0$, $|y| \leq y_0$. вблизи $|y| = \frac{w}{2}$

$$\left[\omega^2 - \omega_\perp^2(\rho)\right] m_z(\rho) = -\frac{1}{4\pi}\omega_M^2 \int dy' \hat{G}_{xx}(\rho,y')\, g(y')$$

$$G_{xx}(\rho,y') = \int_{-w/2}^{w/2} dx' \cos(q_n x')\, G_{xx}(\rho, x'y')$$ или матрица эл. по "x"

поскольку $\omega_\perp^2(x,y)$ или $H_0(x,y)$ слабо зависят от "x".

$$\rightarrow + \Omega^2(\rho) = \omega^2 - \omega_\perp^2(\rho) \geq 0, \text{ см. (4)}$$

$$+\Omega^2(\rho)\, m_z(\rho) = -\frac{1}{4\pi}\omega_M^2 \int d^2\rho' G_{xx}(\rho,\rho')\, m_z(\rho'), \quad m_z(\rho) = \cos q_n x \cdot M(y)$$

$$+\Omega^2(\rho)\cos q_n x\, M(y) = -\frac{1}{4\pi}\omega_M^2 \int d^2\rho' G(\rho\rho')\cos q_n x'\, M(y'), \quad \int dx \cos q_n x' (\ldots)$$

Escaneado con CamScanner

И в $\mu_n(y)$ должно это отражаться

Note

$\Omega^2_{nn}(y) = 0, \quad \omega^2 = \omega_n^2(y) \to (y = y_m)$ – особая точка ЧП. ур.

Date.

$\int_{-w/2}^{w/2} dx \cos(q_{n'}x)\, \Omega^2(x,y) \cos(q_n x) = -\frac{\omega_M^2}{4\pi} \int dx \int dx'dy' \cos(q_{n'}x) G(yy') \cos(q_n x') \mu(y')$

$G_{n'n}(y,y') = \int dx \int dx' G(yy') \cos(q_{n'}x) \cos(q_n x')$

$\Omega^2_{n'n}(y) = \int dx \cos(q_{n'}x) \Omega^2(x,y) \cos(q_n x) \sim \delta_{nn'}$ если Ω не зависит от "x".

$\Omega^2_{n'n}(y) M(y) = -\frac{1}{4\pi} \omega_M^2 \int dy' G_{n'n}(yy') M(y')$

Диаг. приближ. $(n=n')$ $\Omega^2_{nn}(y) M(y) = -\frac{1}{4\pi} \omega_M^2 \int dy' G_{nn}(y,y') M(y')$

нужно еще вкл. нормировку для $\cos(q_n x)$.

Проверить знак $\int dy' G_{nn}(yy') \neq$, ведь по смыслу

$-\Omega^2(\rho) = \omega_\perp^2(\rho) - \omega^2 \geq 0$ чтобы были BVMSW с k_y.

≤ 0 но см. 14/IV, видно $-\Omega^2 < 0$

$\Omega^2(\rho) = 0$ (или $\omega = \text{const}$) означает т. поворота, где $H_i(\rho)$ мало достаточно.

Брать сразу $\int dx(\dots)$ и $\Omega^2(y) = \omega_\perp^2(y) - \omega^2$.

Т.к. $\|0x$ $n=1$ мода (для p1 – пика), то точка поворота определ. из $\Omega^2_{11}(y) = 0$:

$\int_{-\frac{w}{2}}^{w/2} dx \cos^2\left(\frac{\pi}{w}x\right) \Omega^2(x,y) = 0 \to y_m$.

Раньше я использовал (1/IV) $\omega_1(k_y=0, H_i(y)) = \omega$ для опр. y_m.

$\omega_1(k_y=0, y) = \omega_\perp(y, k_x)$, так что определения совпадают с точностью до $\int dx \cos^2(q_1 x)(\dots)$. Если оставить: $\omega_\perp^2(\rho)$ – по физ. смыслу, а $\omega_1(k_y=0, y)$ учитывает $k_x = \pi/w$, $n=1$, т.е. больше.

Note: $\omega_0^2(\rho) = 4\pi M_s \left[H_i(\rho) + 4\pi M_s \right]$, везде кроме $|y| \to \frac{w}{2}$

прилов дока $H_i(y) \ll 4\pi M_s$ и $\omega_0^2(\rho) \approx \omega_M^2$.

Но $H_d^y(y = \pm w/2) = -2\pi M_s$, $H_d^y = -N_{yy} M_s$, т.е. $\frac{N_{yy}(w/2)}{4\pi} = 1/2$.

При $\pm w/2$ $H_d^y \approx 0$ из-за "flower" state

По физ. смыслу $H_i(y) < 0$ на своп рассматривать,

т.к. при таких больших y возле торцов $M_0(y)$ неоднородна, демаг. поле С-, S-shape или свободе domains, чтобы локализ поверх. заряды $M_n = M_y(w/2)$.

Escaneado con CamScanner

Note

SW raytan.dot (exp. Tamaru/Crawford)

Date. 14. 04.

План: а) $k_y(y)$ и $\left(\int k_y(y)\,dy = 2\pi\right)$, б) метод Bryant для $m_2(y)$; в) инт. ур. для $m_2(y)$

Найдем более точно $k_y(y)$, см. 1/IV. Точность: плазм ур.

Обмен выбрасываем.

$$\frac{1}{\omega_M^2}\omega_n^2(k_y) = \left[\frac{\omega_H}{\omega_M} + \frac{1}{2}p\frac{k_{xn}^2}{\varkappa_n}\right]\left[\frac{\omega_H}{\omega_M} + 1 - \frac{1}{2}\varkappa_n p\right]$$

$\varkappa_n^2 = k_y^2 + k_x^2$, $\omega_H = \omega_{Hi}$

Вед. ω_M: $\omega_n^2 = \omega_H(\omega_H+1) - \frac{1}{2}\varkappa p\,\omega_H + \frac{1}{2}p\frac{k_x^2}{\varkappa}(\omega_H+1)$

$\omega_1^2 - \omega_H(\omega_H+1) = \omega_1^2 - \omega_\perp^2(H_i) = -\Omega^2$ — как в инт. ур.

$\omega_\perp^2 = \omega_{Hi}(\omega_{Hi}+1)$

$$\frac{1}{2}p\frac{k_x^2}{\varkappa}(\omega_H+1) - \frac{1}{2}p\omega_H\varkappa + \Omega^2 = 0,$$

$$\frac{1}{2}p\omega_H\varkappa^2 - \Omega^2\varkappa - \frac{1}{2}pk_x^2(\omega_H+1) = 0 \quad \text{ур. на } \varkappa = \varkappa_n.$$

$$\varkappa_{1,2} = \frac{1}{2\left(\frac{1}{2}p\omega_H\right)}\left[\Omega^2 \pm \sqrt{\Omega^4 - 4\left(\frac{1}{2}p\omega_H\right)\left[-\frac{1}{2}pk_x^2(\omega_H+1)\right]}\right]$$

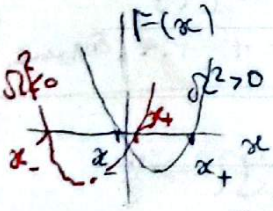
$$\varkappa_\pm = \frac{1}{p\omega_H}\left[\Omega^2 \pm \sqrt{\Omega^4 + p^2k_x^2\omega_\perp^2}\right]$$

Если $\Omega^2 \neq 0$, т.к. неоднород. вне р. из $\omega = \omega_1(k_y=0, k_x)$

а) $\Omega^2 > 0$ $\varkappa_\pm = \frac{\Omega^2}{p\omega_H}\left[1 \pm \sqrt{1 + p^2k_x^2\frac{\omega_\perp^2}{\Omega^4}}\right] = \frac{\Omega^2}{p\omega_H}\left\{\begin{matrix} 2 + \frac{1}{2}p^2k_x^2\frac{\omega_\perp^2}{\Omega^4} \\ -\frac{1}{2}p^2k_x^2\frac{\omega_\perp^2}{\Omega^4}\end{matrix}\right.$ если $\Omega^2>0$

Нужен корень $\varkappa \geq 0$. $\varkappa_+ = \frac{\Omega^2}{p\omega_H}\left(2 + \frac{1}{2}p^2k_x^2\frac{\omega_\perp^2}{\Omega^4}\right)$

б) $\Omega^2 < 0$, $\Omega^2 = -|\Omega^2|$, $\varkappa_\pm = \frac{1}{p\omega_H}\left[-|\Omega^2| \pm \sqrt{|\Omega^2|^2 + p^2k_x^2\omega_\perp^2}\right]$



$$\varkappa_\pm = \frac{|\Omega^2|}{p\omega_H}\left[-1 \pm \sqrt{1 + \frac{p^2k_x^2\omega_\perp^2}{\Omega^4}}\right] = \frac{|\Omega^2|}{p\omega_H}\left\{\begin{matrix} \frac{1}{2}p^2k_x^2\frac{\omega_\perp^2}{\Omega^4} \\ -2 - \frac{1}{2}p^2k_x^2\frac{\omega_\perp^2}{\Omega^4}\end{matrix}\right.$$

$$\varkappa_+ = \frac{|\Omega^2|}{p\omega_H}\frac{1}{2}p^2k_x^2\frac{\omega_\perp^2}{\Omega^4} = \frac{1}{2}pk_x^2\frac{\omega_\perp^2}{\omega_H|\Omega^2|} \geq 0$$

Т.е. всегда надо брать $\varkappa_+ = \frac{1}{p\omega_H}\left[\Omega^2 + \sqrt{\Omega^4 + p^2k_x^2\omega_\perp^2}\right]$

1/IV было: $\frac{1}{2}p\omega_M\frac{k_x^2}{\varkappa} = \frac{\omega^2}{\omega_H+\omega_M} - \omega_H$

$$\frac{1}{2}p\,\omega_M(\omega_H+\omega_M)\frac{k_x^2}{\varkappa} = \omega^2 - \omega_H(\omega_H+\omega_M) = \omega^2 - \omega_\perp^2 = -\Omega^2$$

Escaneado con CamScanner

Note

Date.

κ_{x+1} : $\to \frac{1}{2}\rho(\omega_H+1)\frac{k_x^2}{\varkappa} + \Omega^2 = 0$. произведен эл. $-\frac{1}{2}\rho\omega_H\varkappa$ по сравн. с сегодн. расчетом,

это привело к повороту $k_y(y)$. Хотя и $\omega_H \ll (\omega_H+1)$, но зато $\Omega^2 = \omega_\perp^2(H_i) - \omega^2$, что выш. мало при малых H_i, у нас край дня.

точнее: член с $\frac{k_x^2}{\varkappa}$ наш член из $(\rho\to 0)$



$\frac{f(|\varkappa|\rho)}{\varkappa^2} = \frac{1}{2}\frac{|\varkappa|\rho}{\varkappa^2}$, он может >0 лишь при $\Omega^2<0$,

если же $\Omega^2>0$, то $\frac{|\varkappa|}{\varkappa^2}<0$, $\varkappa^2<0$, $k_x^2+k_y^2<0$, k_y - мнимое и $|k_y| > k_x = \frac{\pi}{w}$

если $\forall y$ $\Omega^2<0$, $\omega_\perp(H_i)<\omega$, то k_y - вещ. $\forall y$ и нигде поворота $k_y^2=0$ нет. Это все в пренебрежении эл. $-\frac{1}{2}\rho_H\varkappa$.

Правильно ур. для $\varkappa$:

$$\frac{1}{2}\rho(\omega_H+1)k_x^2\frac{|\varkappa|}{\varkappa^2} - \frac{1}{2}\rho\omega_H|\varkappa| + \Omega^2 = 0$$

$$\frac{1}{2}\rho\omega_H|\varkappa|\varkappa - \Omega^2\varkappa - \frac{1}{2}\rho(\omega_H+1)k_x^2\frac{|\varkappa|}{\varkappa} = 0 . \quad \varkappa = \sqrt{k_x^2+k_y^2}$$
$$\varkappa^2 = k_x^2+k_y^2 .$$

$k_x = \frac{\pi}{w}$ - вещ. и $\varkappa>0$ всегда для k_y - вещ.

для вещ. k_y : $\left(\frac{1}{2}\rho\omega_H\varkappa^2 - \Omega^2\varkappa - \frac{1}{2}\rho(\omega_H+1)k_x^2 = 0\right)$, что я и решал.
(или мнимых, но $|k_y|<k_x$)

Теперь корень $\varkappa>0$ будет :

$$\varkappa_+ = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{\Omega^2}{\rho\omega_H}\left(2+\frac{1}{2}\rho^2k_x^2\frac{\omega_\perp^2}{\Omega^4}\right), & \Omega^2>0 \\ \frac{1}{2}\rho k_x^2\frac{\omega_\perp^2}{\omega_H|\Omega^2|}, & \Omega^2<0 \text{ - опред. } k_y(y) \end{array} \right\}$$

MCAD дает $\Omega^2 = \omega_{H_i}[\omega_{H_i}+\omega_M] - \omega^2 < 0$ для $\forall y$ при любом способе расчета $H_i(y)$, но $N_{yy}(x=0,y)$ или $\langle N_{yy}(x,y)\rangle_x$.

$\varkappa_+ = \sqrt{k_x^2+k_y^2}$, $k_y^2 = \varkappa_+^2 - k_x^2$.

(если $f = 2{,}97$ GHz/Oe, $M_S = 860$ G, $L = 110$ mm)

$\frac{\omega_\perp^2}{\omega_H|\Omega^2|} = \frac{\omega_H(\omega_H+1)}{\omega_H|\Omega^2|} = \frac{\omega_M(\omega_H+\omega_M)}{|\Omega^2|}$, сохр. решение $1/\nu$ которое совп. с Bryant '93.

$|\Omega^2| \gtrsim \gamma^2 0{,}38$ kOe^2 и в „0" не обращается.

Escaneado con CamScanner

Note

Date. . .

$k_y(y)$ – Метод $\int dy\, k_y(y) = \pi$

Действительно: $\frac{1}{2} p(\omega_H+1)\frac{k_x^2}{\varkappa} = -\Omega^2 = |\Omega^2|$

$$\varkappa = \frac{1}{2} p k_x^2 \frac{(\omega_H+1)}{|\Omega^2|} = \frac{1}{2} p k_x^2 \frac{\omega_M(\omega_H+\omega_M)}{|\Omega^2|}$$

Реализуется для 1го рез. peak (P1, $H_z = 469$ Oe):

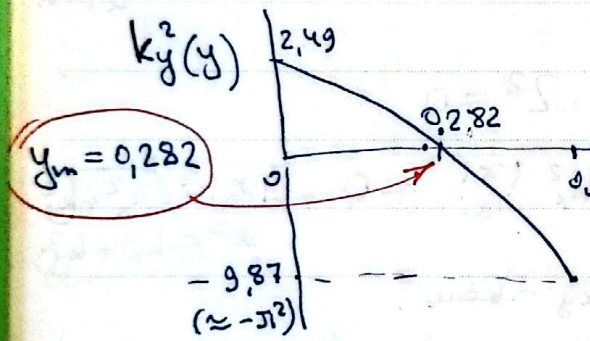
$$\omega_1(y) < \omega < \omega_1(y=0) \qquad \omega_1 = \omega\left(k_x = \frac{1.841}{w}\right)$$
$$k_y = 0$$

Часть эта будет падать с ростом y или k_y.

Корень $\varkappa_+ = \frac{\Omega^2}{p\omega_H}(\dots)$ нефизичен, он дает $k_y(y=0) = \frac{72,3}{w}$

и $k_y(y)$ расст.

→ Остается корень $\varkappa_+ = \frac{1}{2} p k_x^2 \frac{\omega_\perp^2 \omega_M}{\omega_H |\Omega^2|} = \frac{1}{2} p k_x^2 \frac{\omega_M(\omega_{H_i}+\omega_M)}{|\Omega^2|}$ ($\Omega^2 < 0$)



$k_y(0) = 1,58/w$. Числ.

$$\int_{-y_m}^{y_m} k_y(y)\,dy = 2\int_0^{y_m} dy\, k_y(y) = 0,718$$

– для рез. пика $H_z = 469$ Oe (P1)

Вдали $N_y(y) = \langle N_y(x,y)\rangle_x$ п/м расст. $H_i(y)$.

Set: $M_s = 860$ G, $\gamma' = 2.97 \frac{\text{GHz}}{\text{kOe}}$, $L = 110$ nm

$\int k_y dy = 0,718$ мал по сравн. с π.

$L = 110$ nm = const и $M_s = 860$ G = const. Меняем γ'

$\gamma' = 3,00 \frac{\text{GHz}}{\text{kOe}}$ дает $\int dy\, k_y = 2,479$ п/м $y_m = 0,392$

→ $\gamma' = 3.01 \frac{\text{GHz}}{\text{kOe}}$ дает $\int dy k_y = 3.196$ (!) п/м $y_m = 0,4065$

Уменьшение L п/м M_s = const усиливает и k_y и y_m, т.е. $\int_{-y_m}^{y_m} dy k_y$ м/у

Уменьшение M_s с 860 до 840 влияет сильнее, уменьшая k_y и y_m и $\int dy k_y$ м/у

слабо

Вывод: $J = \int dy\, k_y$ сильно растет с увелич. γ', слабо растет с увелич. и растет с увеличением M_s.

→ Slope $f^2 = SH$ согласно Tamaru–INTERMAG

$S = 95.5\ \text{GHz}^2/\text{kOe}$. Тогда $M_s = 860$ G соотв. $\gamma' = 2.97$ GHz/kOe

Все эти наборы дают $\int dy k_y \approx 0.8$ — $M_s = 836$ → $\gamma' = 3.015$ –11–

т.е. < π с $L = 110$ nm $M_s = 796$ → $\gamma' = 3.09$ –11–

Escaneado con CamScanner

Выбор набора γ', M_s, L для exp. Tamaru/Gran.

Note

Slope $dS^2/dH = \frac{d\omega_n^2}{d\omega_H}$

Date:

$$\omega_n^2 = \left[\omega_{Hi}^2 + \omega_M \tfrac{1}{2} p \frac{k_{xn}^2}{x_n}\right]\left[\omega_{Hi} + \omega_M - \omega_M \tfrac{1}{2} x_n p\right]$$

Kittel ur Slavbuny (без обмена)

$$\omega_n^2 = \omega_H\left[\omega_H + \omega_M F_n\right], \quad F_n = f(x_n p)\left[1-f\right]\frac{\omega_M}{\omega_H}\frac{k_{xn}^2}{x_n^2} + 1 - f(xp)\frac{k_y^2}{x_n^2}$$

$$F_n(p\to 1) = \tfrac{1}{2} x_n p\left[1 - \tfrac{1}{2} x_n p\right]\frac{\omega_M}{\omega_H}\frac{k_x^2}{x_n^2} + 1 - \tfrac{1}{2} x_n p \frac{k_y^2}{x_n^2} =$$

$$= 1 + \frac{\omega_M}{\omega_H}\tfrac{1}{2} p \frac{k_x^2}{x_n} - \tfrac{1}{2} p \frac{k_y^2}{x_n}$$

$$\omega_n^2 = \omega_H\left[\omega_H + \omega_M\left\{1 + \frac{\omega_M}{\omega_H}\frac{p}{2}\frac{k_x^2}{x} - \frac{p}{2}\frac{k_y^2}{x}\right\}\right] = \omega_M\left[\omega_H\left(1 - \frac{p}{2}\frac{k_y^2}{x}\right) + \right.$$

$$\left. + \omega_M \frac{p}{2}\frac{k_x^2}{x}\right] + \omega_H^2 = \text{const} + \omega_H\omega_M\left(1 - \frac{p}{2}\frac{k_y^2}{x}\right) + \omega_H^2$$

$$\frac{d\omega_n^2}{d\omega_H} = \omega_M\left(1 - \frac{p}{2}\frac{k_y^2}{x}\right) + 2\omega_H, \quad \frac{p}{2}\frac{k_y^2}{\sqrt{\pi^2 + (3.93)^2}} \approx \frac{1}{2}\,0.002(\ldots) \approx 3.3\cdot 10^{-3}$$

$$S = (\gamma')^2 4\pi M_s\left(1 - \frac{p}{2}\frac{k_y^2}{x}\right), \quad \text{т.е. с точностью } \le 0.4\,\%$$

как $S = (\gamma')^2 \cdot 4\pi M_s$ как в обзоре 1/IV.

Набор: $M_s = 860$ G, $\gamma' = 3.01$ GHz/kOe, $L = 110$ nm даёт $\int_{-y_m}^{y_m} k_y\,dy = 3.196 \approx \pi$, хорошее его slope $S = 97.9$ GHz²/kOe средний между Tamaru-Inter. (95.5) и Crawford-JAP (101.1 GHz²/kOe). Берем этот набор.

Хорошо выполняется $\omega_1(k_y=0, H_i(y_m)) = \omega_{экс}$ (7.04 GHz) при $y_m = 0.4065$ даже при грубом обм. значении не разделяя $f(xL)$.

Тогда это P1-мк при $\omega_0/2\pi = 7.04$ GHz – это BVMSW-мода с локализованная между двумя точками поворота $-y_m$ и y_m (см. рис.), где $k_y^2(y_m) = 0$ или $\omega_1[k_y=0, H_i(y_m)] = \omega_{экс}$.

Надо найти профиль $m_z(y)$ решением:

а) метод Bryant'93 – $m_z''(y) + k_y^2(y) m_z(y) = 0$ – численно задача гран. усл.

б) решив ин. ур. для $m_z(y)$ от 12/IV, подставить гран. условий, но решить сложнее.

Note

Date. 15 . 04 .

Андреев предлагает более точный расчет $m(y)$ попробовать сделать в рамках функции PRB-диэл. /PRL-Belyakov

Сравнить: (1) постоянная ω или $H_d(y) \to H_{mn}$, где матрица сильно на const-$m_n(y)$ или $m_n(y) \sim \cos\frac{\pi}{w} y$ с $m_n(\pm\frac{w}{2})=0$

(2) Взять $H_d(y)=0$, т.е. в центре фер. $y=0$, $H_i = H$, но дин. поле устанавливается by $w \to w_{эф}$, $k_y = \pi/w_{эф}$. $w_{эф}$ считается из $k_y^2(y)=0$ и вообще через $\int_{-w/2}^{w/2} k_y H_d(y)$

Вернемся к ф. SW-PRB, см. 30 (III) (без обмена):

$$\left(\frac{\omega_{mn}^2}{\omega_M^2} = \left[\frac{\omega_H}{\omega_M} + H_{mn} + f(\varkappa_{mn}L)\frac{q_m^2}{\varkappa_{mn}^2}\right]\left[\frac{\omega_H}{\omega_M} + H_{mn} + 1 - f(\varkappa_{mn}L)\right]\right)$$

$\varkappa_{mn}^2 = q_m^2 + q_n^2$, $q_m = \frac{m\pi}{w}$ (ox), $q_n = \frac{n\pi}{L}$ (oy), $\omega_H = \gamma H$ – внешнее

Для основной моды $m=1$.

$m_{mn}(x,y) = M_s \cos(q_m x)\cos(q_n y)$, но $x \in [-\frac{w}{2}, \frac{w}{2}]$, $y \in [-\frac{L}{2}, \frac{L}{2}]$ – m,n – нечет

$$H_{mn} = \frac{L}{\omega_M A_{mn}} \int_{-w/2}^{w/2} dx \int_{-L/2}^{L/2} dy\, H_d^y(x,y)\left[m_{mn}(x,y)\right]^2$$

$A_{mn} = V_d M_s^2 \frac{1}{4}\varepsilon_m$, $\varepsilon_m = 1+\delta_{m0}$

Проверим нормировку $H_d^y(x,y) = \text{const} = C$ должно дав. $H_{mn} = 1$

$$\frac{1}{\omega_M} = \frac{L}{\omega_M A_{mn}} \int dx\,dy\, m_{mn}^2(x,y) = \frac{L}{\omega_M A_{mn}} M_s^2 \int_{-w/2}^{w/2} dx \cos^2\left(\frac{\pi m}{w}x\right) \int_{-L/2}^{L/2} dy \cos^2\left(\frac{\pi n}{L}y\right)$$

$$\to J_m = \int_{-w/2}^{w/2} dx \cos^2\left(\frac{\pi m}{w}x\right) = \left|\frac{\pi}{w}x = t\right| = \frac{w}{\pi}\int_{-\pi/2}^{\pi/2} dt \cos^2(mt), \quad J_{m=0} = w$$

$$J_{m\neq 0} = \frac{w}{\pi}\frac{1}{2}\int_{-\pi/2}^{\pi/2} dt\left[1+\cos 2mt\right] = \frac{1}{2}w, \quad J_m = \frac{1}{2}w\varepsilon_m$$

$$\frac{1}{\omega_M} = \frac{V M_s^2}{\omega_M V_d M_s^2 \frac{1}{4}\varepsilon_m \varepsilon_n} \frac{1}{2}w\varepsilon_m \frac{1}{2}\varepsilon_n L = \frac{1}{\omega_M}, \text{ т.е.}$$

H_{mn} дает норм. нормировку H_d^y, но в единицах ω_M.

Note

Date.

$H_m^m(y) = \frac{1}{wE_m}\int_{-w/2}^{w/2} dx\, H_d^y(x,y)\cos^2(q_m x)$ Видно какое поле надо усреднять: для осн. моды ($m=1$) вместо $\langle H_d^y(x,y)\rangle_x$ или $H_d^y(0,y)$. Но т.к. $H_d^y(x,y)$ слабо зависит от "x", это малосущественно. Если $w \to 0$ подынтеграл.

$\frac{L_i}{A_{mn}} = \frac{L}{(w/l)M_s^2 \frac{1}{4}\varepsilon_m\varepsilon_n} = \left(\frac{2}{wE_m}\right)\left(\frac{2}{l\varepsilon_n}\right)\frac{1}{M_s^2}$, $\left(\frac{2}{wE_m}\right)$ забираем в $H_m^m(y)$.

$\Rightarrow H_{mn} = \frac{\gamma}{\omega_M}\left(\frac{2}{l\varepsilon_n}\right)\int_{-l/2}^{l/2} dy\, H_d^y(y)\cos^2(q_n y)$, $\sum_{m=1} H_m^m(y) \equiv H_d^y(y)$, $m=1$. $\omega_M = 4\pi M_s\cdot\gamma$

$\frac{H_i}{4\pi M_s} = \frac{H}{4\pi M_s} + \frac{H_d^y}{4\pi M_s} \equiv \frac{\omega_H}{\omega_M} + H_{mn}$, $H_{mn} = \frac{1}{\omega_M}\gamma\langle H_d^y\rangle_{mn}$

$H_{mn} = \frac{1}{(4\pi M_s)}\left(\frac{2}{l\varepsilon_n}\right)\int_{-l/2}^{l/2} dy\, H_d^y(y)\cos^2(q_n y)$, но $H_d^y(y) = -N_y^m(y)M_s$

$H_{mn} = -\frac{1}{4\pi}\left(\frac{2}{l\varepsilon_n}\right)\int_{-l/2}^{l/2} dy\, N_y^m(y)\cos^2(q_n y)$, $N_y^m(y)$ размаг. фактор Joseph.-Schl. усредн. с $\cos^2(q_m x)$.

(см file HDIP-RECTAN.mcd.

Считаем $m=1$ (DE вдоль Ox) и $n=1$, $m_n(y) = \cos\left(\frac{\pi}{w}y\right)$, $m_n(\pm w/2) = 0$ – закс. pinning.

Получим для $H_{res} = 0{,}469$ kOe (Tamaru'02).

методом ① – ω_{mn}, это $\omega_{11}/2\pi\,(0{,}469) = 7{,}05$ GHz. $\frac{\omega}{2\pi} = 7{,}04$ GHz is fixed

⇒ Т.е. метод ① сработал, оказался достаточно точным.

Хорошее согласие с эксп.

Calc. частоты ($f = \frac{\omega}{2\pi}$): $f_{11} = 7{,}05$; $f_{31} = 7{,}03$; $f_{51} = 7{,}03$ GHz

$f_{71} = 7{,}07$ и $f_{91} = 7{,}07$ GHz при $f_{exp} = 7{,}04$ GHz.

Заметим что $f_{70} = 6{,}90$ и $f_{90} = 6{,}91$ GHz меньше f_{71}, f_{91} за счет большего отриц. дип. поля H_{mn}.

$H_{10} = -2{,}90\cdot10^{-3}$; $H_{11} = -5{,}68\cdot10^{-4}$.

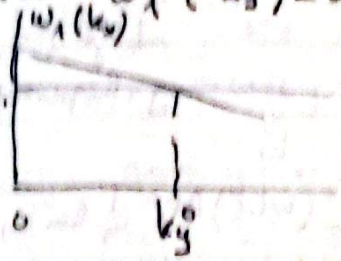
H_{m1} считается в обл. max $\cos\left(\frac{\pi}{w}y\right)$, т.е. вблизи $y=0$, где H_d^y мало, тогда как H_{m0} соотв. $N_y(\pm\frac{w}{2})$ по всем $-\frac{w}{2} < y < \frac{w}{2}$.

Escaneado con CamScanner

Note

Date. $k_y^0 = \pi/w_{эф}$

подход (2) к решению (4/IV). $\omega_1[H_i(0)] > \omega_{эксп}$.
по увеличению "y" или держим $y=0$ (первая в центре зоны)
по увеличению k_y, можно добиться $\omega_1(k_y) = \omega_{эксп}$.

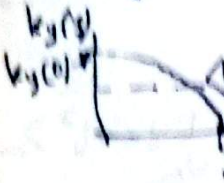


$(k_y^0 w) = \pi\left(\frac{w}{w_{эф}}\right)$, $\frac{w}{w_{эф}} > 1$.

Численно $\frac{w}{w_{эф}} = 1.65$

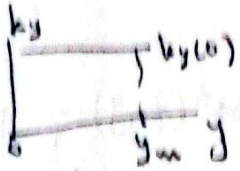
Очевидно $k_y^0 = k_y(y=0)$,

Ведь $\omega_1[H_i(0), k_y^0] = \omega_{эксп.}$, а это совп. с $k_y = F(\omega, H_i(y))$ при $y=0$.



$\int_{-y_m}^{y_m} dy\, k_y(y) = \pi$, $k_y(y)$ падает, поэтому $k_y(0)$ должно быть больше

если бы $k_y(y) = const$



, то $\int_{-y_m}^{y_m} dy\, k_y(y) = 2 y_m k_y(0) = \pi$ и было бы $k_y(0) = \pi/2y_m$.

Но $\int_{-y_m}^{y_m} dy\, k_y(y) = 2\int_0^{y_m} dy\, k_y(y) \cong 2 S_\Delta = 2 \cdot \frac{1}{2} k_y(0) y_m = k_y(0) y_m = \pi$

или $k_y(0) = k_y^0 \cong \pi/y_m$. $\langle k_y \rangle = \frac{1}{2y_m}\int_{-y_m}^{y_m} dy\, k_y(y) = \pi/(2y_m)$.

$k_y^0 > \langle k_y \rangle$.

Численно (S_Δ) $k_y^0 = 2\langle k_y \rangle$ и, $k_y^0 w = 2w\langle k_y \rangle = \pi \frac{w}{w_{эф}}$

С другой стороны по опр. $\langle k_y \rangle w = \pi/(2y_m) \cdot w = \frac{\pi}{2(y_m/w)} = \frac{\pi}{0{,}82}$ ($y_m = 0{,}406$)

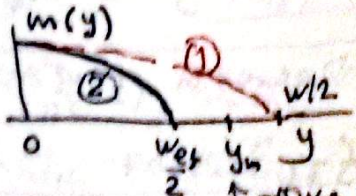
$(k_y^0 w) = \frac{\pi}{(w_{эф}/w)}$, $\frac{w_{эф}}{w} = 0.606$, тогда как $\frac{2y_m}{w} = 0{,}81$.

→ Т.е. $k_y^0 > \langle k_y \rangle$, то $w_{эф}$ определен. по k_y^0, меньше $2y_m$ ($w_{эф}$ опр. по $\langle k_y \rangle$ или по $k_y(y_m)$?)

Если $m(y) = \cos(k_y^0 y) = \cos\left(\frac{\pi}{w_{эф}} y\right)$,

$m(\pm w_{эф}/2) = 0$.

$w_{эф} < (2y_m)$.



точка поворота

Note

Date. 16. IV

Семинары by A. Lyberatos (switching time) and K. O'Grady (AFC media).

Основные ур. для Tecplan.dot (12/IV):

$$\left[\omega^2 - \omega_1^2(\vec{\rho})\right] m_z(\vec{\rho}) = -\frac{1}{4\pi}\int d^2\vec{\rho}'\, G_{xx}(\vec{\rho},\vec{\rho}')\,\omega_0^2(\vec{\rho}')\, m_z(\vec{\rho}')$$

в предположении $4/w \ll 1$ $\quad G_{zz}(\rho,\rho') = -4\pi\,\delta(x-x')\delta(z-z')$, ω - частота SW.

$$\omega_1^2(\rho) = H_i^y(\rho)\left[H_i^y(\rho) + 4\pi M_s\right], \quad \omega_0^2(\rho) = 4\pi M_s\left[H_i^y(\rho) + 4\pi M_s\right]$$

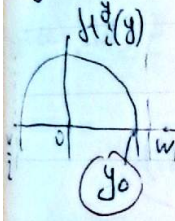
$\Omega^2(\rho) = \omega^2 - \omega_\perp^2(\rho) > 0$ для exp. Tamaru/Cranford

После взятия матрич. эл. на $\cos(q_n x)$ в диаг. по "n" приб.

$$\Omega_{nn}^2(y)\,m(y) = -\frac{1}{4\pi}\omega_M^2 \int_{-y_0}^{y_0} dy' \frac{y}{w}\, G_{xx}^{nn}(y,y')\, m(y')$$

$$\Omega_{nn}^2(y) = \omega^2 - \omega_{\perp nn}^2(y)$$

Это хорошо ур. $\omega_{\perp nn}^2(y) = 0$ или $H_i^y(y) = 0$, где $H_i^y(y)$ усредненное на $\cos(q_n x)$.



Как физ. смысл идти дальше y_0, $m(y)$ сосредоточена в $[-y_0, y_0]$, хотя $y_0 \approx \frac{w}{2}$.

$$m_z(x,y) = \cos(q_n x)\cdot m(y).$$

Для $|y| \le y_0$ $\omega_0^2(\vec{\rho}) \approx \omega_M^2$ с хорошей точностью и инт. ур. упрощается.

$$G_{xx}^{nn}(y,y') = \int_{-w/2}^{w/2} dx\, dx' \cos(q_n x)\cos(q_n x')\, G_{xx}(\vec{\rho},\vec{\rho}')$$

$$G_{xx}(\vec{\rho},\vec{\rho}') = -\frac{1}{\pi}\int d^2\vec{k}\,\frac{k_x^2}{k^2} f(kL)\, e^{i\vec{k}(\vec{\rho}-\vec{\rho}')}$$

$\int dk_x(\dots)$. Исп. $\frac{1}{k^2}\int_0^w dx\, dx' \cos q_n x \cdot \cos q_n x' \cdot \cos k(x-x') = 4\,\frac{\sin^2\left(k-q_n\right)\frac{w}{2}}{(k^2-q_n^2)^2}$

$$G_{xx}(\vec{\rho},\vec{\rho}') = -\frac{4}{\pi}\int_0^\infty dk_x \int_0^\infty dk_y\, f(kL)\,\frac{k_x^2}{k^2}\cos k_x(x-x')\cos k_y(y-y')$$

Escaneado con CamScanner

Note

Date.

$$\int_{-\frac{W}{2}}^{W/2} dx \int_{-W/2}^{W/2} dx' \cos q_n x \cdot \cos q_n x' \cos k_x (x-x') = 4 \int_0^{W/2} dx \int_0^{W/2} dx' \cos q_n x \cdot \cos q_n x' \cos k_x (x-x')$$

$$= 4 \cdot k_x^2 \cdot 4 \frac{\sin^2 (k_x - q_n)\frac{W}{4}}{(k_x^2 - q_n^2)^2} = 16 k_x^2 \frac{\pi W}{16} \frac{1}{k_x^2} \delta(k_x - q_n) = \pi W \delta(k_x - q$$

Use. $\frac{\sin Nt}{t} = \frac{1}{N} \frac{\sin^2 Nt}{t^2} = \pi \delta(t)$ при $N \to \infty$.

$$\int_{-\infty}^{\infty} dk_y \frac{1 - e^{-kL}}{k} \cos k_y y = -2 \left[K_0(k_x \sqrt{y^2 + L^2}) - K_0(k_x |y|) \right]$$

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2$$

$$\frac{\sin^2 (k_x - q)\frac{W}{4}}{(k_x^2 - q_n^2)^2} = \frac{\sin^2 (k_x - q)\frac{W}{4}}{(k_x - q)^2 (k_x + q)^2} \underset{W \to \infty}{=} \pi \frac{W}{4} \delta(k_x - q) \frac{1}{(k_x + q)^2} = \frac{\pi W}{16} \delta(k_x$$

$$G_{xx}^{nn'}(y, y') = \int_{-W/2}^{W/2} dx \int dx' \cos q_n x \cdot \cos q_n x' \left(-\frac{4}{\pi}\right) \int_0^{\infty} dk_x \int_0^{\infty} dk_y f(kL) \frac{k_x^2}{k^2} \times$$

$$\times \cos k_x (x - x') \cos k_y (y - y') = \left(-\frac{4}{\pi}\right) \int_0^{\infty} dk_x \int_0^{\infty} dk_y f(kL) \frac{k_x^2}{k^2} \cos k_y (y - y') \times$$

$$\times 16 k_x^2 \cdot \frac{\pi W}{16} \frac{1}{k_x^2} \delta(k_x - q_n) = (-4) W q_n^2 \int_0^{\infty} dk_y \frac{1}{k_y^2 + q_n^2} f(kL) \cos k_y (y -$$

$$\rightarrow G_{xx}^{nn}(y, y') = (-4) W q_n^2 \int_0^{\infty} dk_y \frac{f(kL)}{k_y^2 + q_n^2} \cos k_y (y - y')$$

$kL = kW\left(\frac{L}{W}\right) \ll 1$ в сущ. области и $f(kL) = \frac{1}{2} kL = \frac{L}{2} \sqrt{k_y^2 + q_n^2}$

$$G_{xx}^{nn}(y, y') = (-2) W L q_n^2 \int_0^{\infty} dk_y \frac{\cos k_y (y - y')}{\sqrt{k_y^2 + q_n^2}}, \quad q_n \neq 0,$$

$$q_n = \frac{n\pi}{W}, \; n = 1, 3, \ldots$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} dk_y \frac{\cos k_y y}{\sqrt{k_x^2 + k_y^2}} = 2 K_0(k_x |y|)$$

$$\rightarrow G_{xx}^{nn}(y, y') = (-2) W L q_n^2 K_0 [q_n |y - y'|] = (-2) P (q_n W)^2 K_0 [q_n |y - y'|]$$

Рассм. $\hat{I}(\mu) = \int_{-y_0}^{y_0} dy' G_{xx}^{nn}(y, y') \mu(y')$, $q_n \neq 0$, чьего СФ $\hat{I}(\mu_\nu) = \lambda_\nu^n \mu_\nu$ известен. Тогда $\Omega_{nn}^2(y) \mu_\nu(y) = \omega_M^2 \lambda_\nu \mu_\nu(y)$,

домножим на $\mu_\nu(y)$ и $\int dy (\ldots)$. $\int_{-y_0}^{y_0} dy \, \mu_\nu^2(y) = 1$.

Escaneado con CamScanner

Note

Date.

$\Omega^{2\,\nu\nu}_{nn} = \omega_M^2 \lambda_\nu^n$, $\Omega^{2\,\nu\nu}_{nn} = \int_{-y_0}^{y_0} dy\, \Omega^2_{nn}(y) \mu_\nu^2(y)$, $\lambda_\nu^n > 0$ и $\lambda_\nu \sim p$.

Собств. задача $\omega^{2\nu\nu}_{nn} = \omega^{2\nu\nu}_{\perp nn} + \omega_M^2 \lambda_\nu^n$

$\lambda_\nu^n = -\frac{1}{4\pi} \int dy dy' G^{nn}_{xx}(y,y') \mu_\nu(y) \mu_\nu(y')$

Упрощая запись: $\omega^2_{n\nu} = \omega^2_{\perp n\nu} + \omega_M^2 \lambda_{n\nu}$.

Для $p \ll 1$ хорошими СФ будут $\mu_\nu(y) = \cos\left(\frac{\pi\nu}{w} y\right)$

С другой стороны

$\omega^2_{n\nu} = \left[\omega_H + \frac{1}{2} p \frac{k_{xn}^2}{\varkappa_{n\nu}} \omega_M\right]\left[\omega_H + \omega_M\left(1 - \frac{\varkappa_{n\nu}}{2} p\right)\right]$

до края дна не доходим, $\omega_H \ll \omega_M$ — можно пренебречь по сравн. с 1

14/IV, это собств. $G_{zz} = -4\pi\delta(\cdot)$

$\to \omega^2_{n\nu} = \omega_H(\omega_H + \omega_M) + \frac{1}{2}\omega_M^2 p \frac{k_{xn}^2}{\varkappa_{n\nu}}$, $\varkappa^2_{n\nu} = k^2_{xn} + k^2_{y\nu}$.

$\omega^2_{\perp n\nu} = \left[\omega_{H_i}(p)\left(\omega_{H_i}(g) + \omega_M\right)\right]_{n\nu} \approx \omega_M \left[g H_i^y(p)\right]_{n\nu}$

$\omega_H(\omega_H + \omega_M) \cong \omega_M \omega_H$, $H \to H_i$ здесь.

Поэтому при $\omega_H \ll \omega_M$ сработывает $H_i \to (H_i)_{n\nu}$ — матр. элемент на СФ $\mu_{n\nu}(x,y) = \cos(q_n x)\mu_\nu(y)$ в дисперс. соотношении ∞-пленки.

$\lambda_{n\nu} = \frac{1}{2} p \frac{k_{xn}^2}{\varkappa_{n\nu}}$ } а это я показывал в SW-PRB,

вычисляя матрич. элементы $G_{xx}(\vec{\rho}, \vec{\rho}')$ на $\cos(q_n x)\cos(q_\nu y)$. $x \in [0, w]$

Отличие только в том, что СФ вдоль Oy $\mu_\nu(y)$ можно считать более точно и СЗ $\lambda_{n\nu} \sim p q_n^2$ модифицировать. На пробную СФ $\mu_\nu(y) = \cos\left(\frac{\pi\nu}{2y_0} y\right)$ дают уже хорошую точность при $\nu = 1, 3, \ldots$, т.е. $\mu_\nu(\pm y_0) = 0$.

Note

Date. 17. IV .

Note: Подход к 2D SW-проблем в SW-PRB заголовке явл. точным если в качестве базис. функций $m_{mn}(x,y) = M_S \cos(q_m x)\cos(q_n y)$ тогда использовать СФ магнитостат. операторов $G_{xx}(\vec{\rho},\vec{\rho}')$ и $G_{zz}(\vec{\rho},\vec{\rho}')$.

Но при $p \ll 1$ $\cos q_m x$ и $\cos q_n y$, $q_m = \frac{\pi m}{w}$, $q_n = \frac{\pi n}{\ell_y}$ явл. достаточно точными с $m = 1,3,\dots$, $n = 1,3,\dots$.

17/IV → уд (12/IV) дает более сложн. ситуацию:

$$\begin{cases} -i\omega m_x(\rho) = -m_z(\rho) H_i(\rho) + M_S \int d^2\rho' G_{zz} m_z(\rho') \\ -i\omega m_z(\rho) = H_i(\rho) m_x(\rho) - M_S \int d^2\rho' G_{xx} m_x(\rho') \end{cases}$$

$$\omega^2 m_z(\rho) = H_i(\rho)\left[m_z(\rho)H_i(\rho) - M_S\int d^2\rho' G_{zz}(\rho\rho') m_z(\rho')\right] +$$

$$+ M_S \int d^2\rho' G_{xx}(\rho\rho')\left[-m_z(\rho')H_i(\rho') + M_S\int d^2 z\, G_{zz}(\rho',z) m_z(z)\right]$$

$$\omega^2 m_z(\rho) = H_i^2(\rho) m_z(\rho) - M_S H_i(\rho)\int d^2\rho' G_{zz}(\rho\rho') m_z(\rho') -$$

$$- M_S \int d^2\rho' G_{xx}(\rho\rho') H_i(\rho') m_z(\rho') + M_S^2 \int d^2\rho' \int d^2 z\, G_{xx}(\rho,\rho') G_{zz}(\rho',z) m_z$$

Так что в общ. случае не выполн. $m_x(\rho) \sim m_z(\rho)$.

$m_x(\rho)$ и $m_z(\rho)$ явл. СФ G_{zz}, G_{xx} и $G_{xx}G_{zz}$. И лишь при $\rho \to 0$, когда $G_{zz}(\rho,\rho') = -4\pi\delta(x-x')\delta(y-y')$ вся определ. $G_{xx}(\rho\rho')$.

Если допущ. $H_i(\rho) \ll 4\pi M_S$, то задача инт. ур. явл. G_{xx} и выполняется $m_z(\rho) \sim m_x(\rho)$.

Здесь $G_{zz}(\rho\rho')$ более точное необходимо на краевой зоне при $\rho \to$

$$G_{xx}^{nn}(y,y') = (-2)p(q_n w)^2 K_0\left[q_n|y-y'|\right]$$

$K_0(x) = -\ln x - \gamma + \ln 2$, точнее Пр.-Р. 8.447

$x \ll 1$ $\quad K_0(x) = -\ln\frac{x}{2}\cdot I_0(x) + \sum_{k=0} \frac{x^{2k}}{2^{2k}(k!)^2}\psi(k+1)$

$$K_0(x) = -\ln\frac{x}{2}\left[1 + \frac{x^2}{4} + \dots\right] + \psi(1) + \frac{x^2}{4}\psi(2) + O(x^4)$$

γ is Euler's Constant, $\psi(1) = -\gamma = -0.5772$. $\psi(x+1) = \psi(x) + 1$

Escaneado con CamScanner

Note

Date.

$\psi(2) = \psi(1) + 1$

$K_0(x) = -\ln\frac{x}{2} - \gamma + \frac{x^2}{4}\left[-\ln\frac{x}{2} + 1 - \gamma\right] + O(x^4)$

$K_0(x) \underset{x\to 0}{=} -\ln\frac{x}{2} - \gamma$ явл. довольно точным при $x \le 1/2$.

$x = q_n|y-y'| = \frac{\pi}{w}|y-y'|$, $x \in [0, 2\pi]$, мало. вклад от $x \approx 0$.

$\hat{I}[\mu(y)] = -\frac{1}{4\pi}\int_{-y_0}^{y_0} dy'\, G_{xx}^{nn}(y,y')\mu(y') \approx \frac{(-1)}{4\pi}\int_{-y_0}^{y_0} dy'\left[-\ln\frac{q_n}{2}|y-y'| - \gamma + \ln 2\right]\mu(y') = \frac{1}{4\pi}\int_{-y_0}^{y_0} dy' \ln\left[|y-y'|q_n\right]\mu(y') + \frac{(-1)}{4\pi}\cdot 0.116\int_{-y_0}^{y_0} dy'\mu(y')$

Решаем ин. ур.

$\lambda\mu(y) = -\frac{1}{4\pi}\int dy'\, G_{xx}^{nn}(y,y')\mu(y')/w$

$\lambda\mu(y) = \frac{P}{2\pi}(q_n w)^2 \int_{-y_0}^{y_0}\frac{dy'}{w} K_0\left[q_n|y-y'|\right]\mu(y')$

В безразмерных переменных: ($q_n w \to y$, $q_n w \to q_n$)

$q_1 = \pi/w$

$$\lambda\mu(y) = \frac{\pi}{2}P\int_{-y_0}^{y_0} dy'\, K_0\left[\pi|y-y'|\right]\mu(y')$$

← перенормировка на w

Ф-нормировка: $\mu_{n\nu}(x,y) = a_n\cos(q_n x)\mu_\nu(y) = \mu_n(x)\mu_\nu(y)$

$1 = \int_{-w/2}^{w/2} dx\,\mu_n^2(x) = a_n^2\int_{-w/2}^{w/2} dx\cos^2\left(\frac{\pi n}{w}x\right) = a_n^2\frac{w}{2}\varepsilon_n = 1$

$a_n = \sqrt{\frac{2}{w\varepsilon_n}}$, $\varepsilon_n = 1 + \delta_{no}$ ($n>0$), $\varepsilon_1 = 1$. $\quad \mu_n(x) \underset{(n>0)}{=} \sqrt{\frac{2}{w}}\cos\left(\frac{\pi n}{w}x\right)$

$\Omega_{nn}^2(y) = \int_{-w/2}^{w/2} dx\,\mu_n^2(x)\Omega^2(x,y) = \left(\frac{2}{w}\right)\int_{-w/2}^{w/2} dx\cos^2\left(\frac{\pi n}{w}x\right)\Omega^2(x,y)$

$G_{xx}^{nn}(yy') = \int_{-w/2}^{w/2} dx\,dx'\,\mu_n(x)\mu_n(x')G_{xx}(\vec{p},\vec{p}') = \left(\frac{2}{w}\right)\int_{-w/2}^{w/2} dx\,dx'\cos q_n x\cos q_n x' G_{xx}(pp')$

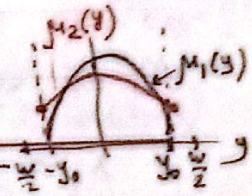
$\left[G_{xx}(pp')\right] = 1/w^2$. $\quad \Omega_{nn}^2(y) = w\int_{-1/2}^{1/2} dx\cos^2(\pi n x)\Omega^2(x,y)$,

$G_{xx}^{nn}(y,y') = w^2\int_{-1/2}^{1/2} dx\,dx'\cos(\pi n x)\cos(\pi n x')G_{xx}(\vec{p},\vec{p}')$ $\quad (2/w)$ – сокращается.

$\left[\Omega_{nn}^2(y)\right] = [\omega^2]\cdot w$, это можно сразу $\int dy' \to \int \frac{dy'}{w}$ в ин. ур.

Будут ли $\mu_\nu(y) = \cos\left(\frac{\pi\nu}{2y_0}y\right)$ хорошими СФ?

$\mu_1(y) = \cos\left(\frac{\pi}{2}\frac{y}{y_0}\right)$, $\mu_2(y) = \int_{-y_0}^{y_0} dy'\, K_0\left[\pi|y-y'|\right]\mu_1(y')$



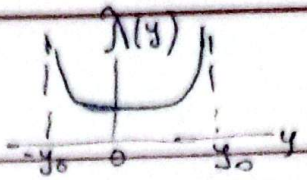
$\lambda(\pi/2P)\mu_1(y) = \mu_2(y)$, но $\lambda = \lambda(y)$, разрыв при $|y| \to y_0$.

Escaneado con CamScanner

Note

Определение точки y_0, где $H_i^y(y_0)=0$

Date.



exp. $y=0$ - резонанс в исслед. газе

$\frac{1}{(p\pi/2)}\lambda(y) = \frac{\mu_2(y)}{\mu_1(y)}$, $\lambda(0) = 0.752\cdot(p\pi/2)$ — это λ_{11}. $\hat{\lambda}=\frac{\mu_2}{\mu_1}$

С другой стороны $\lambda_{nv} = \frac{1}{2}p\frac{k_n^2}{\varkappa_{nv}}$.

$\lambda(0) = \hat{\lambda}\cdot(p\pi/2)$ и $\lambda_{11} = \frac{1}{2}p\frac{\pi^2}{\sqrt{k_1^2+k_y^2}}$; $\lambda(0)=\lambda_{11}$ дает $(k_{x1}=\pi)$

$\hat{\lambda}\pi = \frac{\pi^2}{\sqrt{\pi^2+k_y^2}} \Rightarrow \hat{\lambda} = \frac{\pi}{\sqrt{\pi^2+k_y^2}}$ или $\frac{1}{\hat{\lambda}^2} = 1+(k_y/\pi)^2$, $\frac{k_y}{\pi} = \sqrt{\frac{1}{\hat{\lambda}^2}-1}$,

Это дает $\frac{k_y}{\pi} = 0.877$. $k_y = \frac{\pi}{2y_0}$ - ?

→ Найдем y_0. y_0 корень $H_y^i(y)=0$, где $H_i^y(x,y)$ усредн. на $\cos(2nx)$, $n=1$.

MCAD расчет дает (для P1-exp. peak) $y_0 = 0.4954$

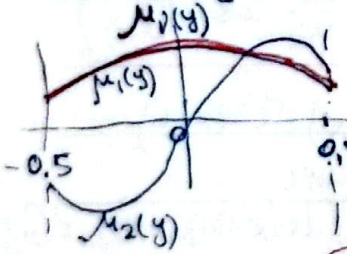
Для такого y_0 $\lambda(0)=0.755\,(p\pi/2)$, $\hat{\lambda}=0.755$ и $\frac{k_y}{\pi}=0.870$. сингул.

Из расчета 15 IV известно, что $\frac{k_y}{\pi}=1$ и $\mu_1(y)=\cos(\frac{\pi}{w}y)$ — хорошо объяснили exp. JAP'02.

Из сингул. $\frac{k_y}{\pi}=0.870$ довольно грубое, можно рассм. как грубое приближ. решение сингул. → СФ, СЗ - λ на $\cos(\frac{\pi}{2y_0}y)$.

Численно SW-Crawford.mcd

Найдем спектр СЗ $\hat{\lambda}_\nu = \frac{\lambda_\nu}{(\frac{1}{2}p\pi)}$ (СФ): 0.943 — $\mu_1(y)$; 0.674 — $\mu_2(y)$; 0.503 — $\mu_3(y)$



Можно нумеровать нормировку y" в инт. y

сжат. y/w. $q_1|y-y'| = \frac{\pi}{w}|y-y'| = \pi\left(\frac{2y_0}{w}\right)\frac{|y-y'|}{2y_0}$

$2y_0 = w'$. $y' = \frac{y'}{w} = \left(\frac{w'}{w}\right)\frac{y'}{w'}$, $y'/w' \to y'$

$$\hat{\lambda}\mu(y) = \frac{w'}{w}\int_{-1/2}^{1/2} dy'\, K_0\left[\pi\frac{w'}{w}|y-y'|\right]\mu(y')$$ — теперь y" в eq. к

$\frac{w'}{w} = \frac{2y_0}{w} = \frac{2\cdot 0.4954}{1} = 0.9908$ для P1-exp. шика — это слабый эффект

Можно $\frac{w'}{w}$ включить в $\hat{\lambda}$. New $\hat{\lambda} = \frac{w}{w'}\hat{\lambda} = \frac{w}{w'}\frac{\lambda}{(p\pi/2)} \to \hat{\lambda}$.

→ Тогда спектр СЗ (new) $\hat{\lambda}_\nu$: 0.949 0.676 0.503 ...

В абс. ед. для $\mu_1(y)$: $\lambda_1 = \hat{\lambda}_1\left(\frac{w'}{w}\right)\left(\frac{1}{2}p\pi\right)$ и $\lambda_{11} = \frac{1}{2}p\frac{\pi^2}{\sqrt{\pi^2+k_y^2}}$

$\hat{\lambda}_1 = \frac{w}{w'}\frac{\pi}{\sqrt{\pi^2+k_y^2}}$, $|k_y \to k_y w|$, $\frac{k_y}{\pi} = \sqrt{\left(\frac{w}{w'}\right)^2\frac{1}{\hat{\lambda}_1^2}-1}$, отсюда

Escaneado con CamScanner

Note

ω_1^2 надо уточнять более точно. Чем здесь, см. 18/IV

Date.

$\frac{k_y w}{\pi} = 0.362$ $\quad k_y = \frac{\pi}{2y_e}$, $\quad 2y_e = \frac{1}{0.362} w = 2.76 \cdot w$ - эфф. длина доп $\parallel \vec{H}$.

$G_{xx}^{nn}(y-y') = G_{xx}^{nn}(\zeta) = (-4)\frac{1}{w}(q_n w)^2 \int_0^\infty dk_y \frac{f(kL)}{k_y^2 + q_n^2} \cos k_y \zeta$

часовое х-рано $\hat{G}_{xx}^{nn}(\zeta) = (-2)\pi (q_n w)^2 K_0(q_n|\zeta|)$ по справ.

с $G_{xx}^{nn}(\zeta) = (-4)(q_n w)^2 \int_0^\infty dk_y \frac{f(pk)}{k_y^2 + q_n^2} \cos k_y \zeta$, $\quad$ т.к. $q_n = \pi$, $\zeta \in [0,1]$.

приближение $\frac{2}{p}\int_0^\infty dk_y \frac{f(pk)}{k_y^2 + q_n^2} \cos k_y \zeta = K_0(q_n|\zeta|)$ хорошо для $p \ll 1$.

$k^2 = k_y^2 + q_n^2$.

Соотн. 16/IV: $\omega_{nv}^2 = (\omega_\perp^2)_{nv} + \omega_M^2 \lambda_{nv}$, $n=1, v=1$ для осн. моды.

$\omega_{11}^2 = \left[\omega_{Hi}(p)\left(\omega_{Hi}(p) + \omega_M\right)\right]_{nv}^{(11)} + \omega_M^2 \lambda_{11}$, $\quad \omega_{Hi} = \gamma H_i(p)$.

Далеко $|y| = y_0$ не идем, поэтому $\omega_{Hi}(p) \ll \omega_M$, $H_i^y(y) \ll 4\pi M_s$.

$\omega_{11}^2 = \omega_M \gamma \left[H_i^y(p)\right]_{nv} + \omega_M^2 \lambda_{11}$, $\quad \lambda_{11} = \hat{\lambda}_1\left(\frac{w'}{w}\right)\left(\frac{1}{2}p\pi\right)$

$\left(\frac{\omega_{11}}{\omega_M}\right)^2 = \frac{\left[H_i^y(p)\right]_{nv}}{4\pi M_s} + \lambda_{11}$, $\quad [\dots]_{nv} = [\dots]_{nn}^{vv}$ -

означает интегрирование по $\mu_n(x) = \sqrt{\frac{2}{w}}\cos\left(\frac{\pi n}{x}\right)$ и $\mu_v(y)$.

(матрич. эл. диагон.)

$[f(p)]_{nn}^{vv} = \int_{-w/2}^{w/2} dx \cdot \mu_n^2(x) \int_{-y_0}^{y_0} dy\, \mu_v^2(y) f(x,y)$.

Надо явно знать $\mu_v(y)$ чтобы ср. поле $H_d^y(y)$ усреднить на этих СФ.

MCAD показал, что спектр $\hat{\lambda}_v$ и вид СФ сильно зависит от N - числа разбиений интервала.

$N=700$ дает спектр $\hat{\lambda}_v$: 0.844 $\quad$ 0.571 $\quad$ 0.398

Pinning $\frac{\mu_1(y=y_2)}{\mu_1(y=0)} = 0.401$ - этому соотв. $\mu_1(y) = \mu_1(0)\cos(k_y y)$ все в ед. w'.

$\mu_1(y_2) = \mu_1(0)\cos k_y \frac{2}{2}$, $\cos\frac{k_y}{2} = \frac{\mu_1(y_2)}{\mu_1(0)} = 0.401$ дает $k_{y1} = \frac{\pi}{1.356}$

$k_{y1} = \frac{\pi}{1.356}\frac{1}{w'} = \frac{\pi}{1.356}\left(\frac{w}{w'}\right)\frac{1}{w}$. $\quad \mu_1(y) = \mu_1(0)\cos(k_y y) = a_1 \cos(k_{y1} y)$

Требуем $\int_{-y_0}^{y_0} dy\, \mu_1^2(y) = 1$ $\quad \mu_1(y) = \frac{1}{\sqrt{0.652}}\cos(k_{y1} y)$ в ед. w.

Escaneado con CamScanner

Note

Date.

$$\left[H_i^y(\beta)\right]_{11} = \int_{-y_0}^{y_0} H_i^y(y)\,\mu_1^2(y)\,dy = 0{,}459 \text{ kOe}$$ н/м $H_{max} = 0{,}469$

$$\lambda_{11} = \hat{\lambda}_1\left(\tfrac{1}{2}p\pi\right)\frac{w'}{w}, \quad \hat{\lambda}_1 = 0.844.$$

$$\frac{\omega_{11}^2}{\omega_M^2} = \frac{1}{4\pi M_s}\left[H_i^y\right]_{11} + \lambda_{11} = 4.54\cdot 10^{-2}$$

$\omega_{11} = \sqrt{4.54\cdot10^{-2}}\,\omega_M = 43.55$ GHz н/м $\omega_{эксп} = 7.04\cdot 2\pi = 44.2$ G

$\omega_{11}/2\pi = 6.93$ GHz н/м $f_{эксп.} = 7.04$ GHz.

Согласие посредственное с экспериментом не очень хорошее.

$k_{y1} = \frac{\pi}{1{,}344}\frac{1}{w}$ и СФ $\mu_1(y) = a_1\cos(k_{y1}y)$



(просто approximation числ. решения $\mu_1(y)$

Из $\frac{k_y w}{\pi} = \sqrt{\left(\frac{w}{w'}\right)^2\frac{1}{\hat{\lambda}^2} - 1}$ получим $\frac{k_y w}{\pi} = 0{,}656$, что неплохо согласуется с подгоночным $k_{y1} = \frac{\pi}{w}\frac{1}{1{,}344} = 0{,}744\,\frac{\pi}{w}$.

Но оба эти k_y малы и дают $\omega(k_y)$ ниже $\omega_{эксп.}$, см. 18/IV

Надо проверить вывод $G_{xx}^{nn}(y,y')$ и самого инт. ур. и ω_{nv}^2.

$$G_{xx}^{nn}(y,y') = -4wq_n^2\int_0^\infty dk_y\,\frac{f(kL)}{k_y^2+q_n^2}\cos k_y(y-y')$$

$$\int_{-w/2}^{w/2}dy\int_{-w/2}^{w/2}dy'\cos q_v y\cos q_v y'\cos k_y(y-y') = \left|\sin k_y\tfrac{w}{2} \text{ нечетная вел.}\right| = \left[\int_{-w/2}^{w/2}dy\cos q_v y\cos k_y\right.$$

$$= \left[\frac{1}{2}\int_{-w/2}^{w/2}dy\left[\cos(k_y-q_v)y + \cos(k_y+q_v)y\right]\right]^2 = \left[\frac{1}{2}\frac{\sin(k_y-q_v)y}{(k_v-q_v)}\Big|_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} + \frac{1}{2}\frac{\sin(k_y+q_v)}{(k_y+q_v)}\right.$$

$$= \left[\frac{\sin(k_y-q_v)\frac{w}{2}}{(k_y-q_v)} + \frac{\sin(k_y+q_v)\frac{w}{2}}{(k_y+q_v)}\right]^2 = \frac{\sin^2(-)\frac{w}{2}}{(-)^2} + \frac{2\sin(-)\sin(+)}{(-)(+)} + \frac{\sin^2(+)\frac{w}{2}}{(+)^2}$$

$$= \left|\begin{matrix}(-)(+)\text{ числ.}\\ \text{не дает вкл. при } w\to\infty\end{matrix}\right| \overset{?}{=} \frac{\sin^2(k_y-q_v)\frac{w}{2}}{(k_y-q_v)^2} + \frac{\sin^2(k_y+q_v)\frac{w}{2}}{(k_y+q_v)^2} = \left|w\to\infty\right|$$

$$= \pi\frac{w}{2}\delta(k_y-q_v) + \pi\frac{w}{2}\delta(k_y+q_v)$$

~~$e^{i\vec{k}(\vec{\rho}-\vec{\rho}')} = e^{ik_x(x-x')}e^{ik_y(y-y')} = [\cos k_x\Delta x + i\sin k_x\Delta x][\cos k_y\Delta y + i\sin k_y\Delta y]$~~

Escaneado con CamScanner

Дано: $G_{xx}(\vec{s}\vec{s}') = -\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} dk_x \int_{-\infty}^{\infty} dk_y\, f(kL)\frac{k_x^2}{k^2}\cos k_x(x-x')\cos k_y(y-y')$

$\int_0^w dx'\cos q_n x \cos q_n x' \int_{-l/2}^{l/2} dy'\cos q_\nu y\cdot\cos q_\nu y' G_{xx}(\vec{s},\vec{s}') =$

$= -\frac{1}{\pi}\int dk_x \int dk_y\, f(kL)\frac{k_x^2}{k^2}\frac{\pi w}{2}\left[\delta(k_x-q_n)+\delta(k_x+q_n)\right]\frac{\pi l}{2}\times$

$\times\left[\delta(k_y-q_\nu)+\delta(k_y+q_\nu)\right] = -\frac{1}{2\pi}\pi^2 l w f(x_{n\nu}L)\frac{q_n^2}{x_{n\nu}^2}$

Функ. ур. свелся к виду $-\frac{1}{4\pi}\omega_n^2\int d^2\vec{s}'\, G_{xx}(\vec{s}\vec{s}')\,m_\nu(\vec{s}')$, ему

соотв. $\lambda_{n\nu} = -\frac{1}{4\pi}\int_{-l/2}^{l/2} dy\,dy'\, G_{xx}^{nn}(yy')\cos q_\nu y\cdot\cos q_\nu y' =$

$= -\frac{1}{4\pi}\int_{-w/2}^{w/2} dx\,dx'\cos q_n x\cos q_n x' \int_{-l/2}^{l/2} dy\,dy'\cos q_\nu y\cdot\cos q_\nu y' G_{xx}(\vec{s},\vec{s}') =$

$= -\frac{1}{4\pi}(-\pi) l w f(x_{n\nu}L)\frac{q_n^2}{x_{n\nu}^2} = \frac{1}{4} l w f(x_{n\nu}L)\frac{q_n^2}{x_{n\nu}^2} = \left|\begin{matrix} l=w \\ q_n=q_\nu\end{matrix}\right| =$

$= \frac{1}{4}w^2\frac{1}{2}x_{n\nu}L\frac{q_n^2}{x_{n\nu}^2} = \frac{1}{8}p\frac{q_n^2}{x_{n\nu}}w^2$

Но из SW-PRB следует $\lambda_{n\nu} = \frac{1}{2}p\frac{q_n^2}{x_{n\nu}}$, значит ошибка $\frac{1}{4}$?

$G_{xx}^{nn}(yy') = \int_{-w/2}^{w/2} dx\,dx'\cos q_n x\cos q_n x'\left(-\frac{1}{\pi}\right)\int_{-\infty}^{\infty} dk_x\int_{-\infty}^{\infty} dk_y\, f(kL)\frac{k_x^2}{k^2}\cos k_x\Delta x\cdot\cos k_y\Delta y =$

$= -\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} dk_x\int_{-\infty}^{\infty} dk_y\, f(kL)\frac{k_x^2}{k^2}\cos k_y\Delta y\,\frac{\pi w}{2}\left[\delta(k_x-q_n)+\delta(k_x+q_n)\right] =$

$= -w\int_{-\infty}^{\infty} dk_y\, f(kL)\frac{q_n^2}{k_y^2+q_n^2}\cos k_y\Delta y = -2wq_n^2\int_0^{\infty} dk_y\,\frac{f(kL)}{k_y^2+q_n^2}\cos k_y\Delta y,$

Но ранее было $G_{xx}^{nn}(yy') = (-4)wq_n^2\int_0^{\infty} dk_y(\dots)$

$\sin(k_x+q_n)\frac{w}{2} = \left|q_n=\frac{n\pi}{w}\right| = \sin(k_x-q_n+2q_n)\frac{w}{2} = \sin\left[(k_x-q_n)\frac{w}{2}+n\pi\right] =$

$= (-1)^n\sin(k_x-q_n)\frac{w}{2}$, n-нечет.

Надо: $\int_{-w/2}^{w/2} dx\cos q_n x\int dx'\cos q_n x'\cos k_x(x-x') = \left[\frac{\sin(-)}{(-)}+\frac{\sin(+)}{(+)}\right]^2 =$

$= \sin^2(k_x-q_n)\frac{w}{2}\left[\frac{1}{k_x-q_n}-\frac{1}{k_x+q_n}\right]^2 = \frac{4q_n^2}{(k_x^2-q_n^2)^2}\sin^2(k_x-q_n)\frac{w}{2} =$

$= \frac{4q_n^2}{(k_x+q_n)^2}\frac{\sin^2(k_x-q_n)\frac{w}{2}}{(k_x-q_n)^2} = \frac{4q_n^2}{(k_x+q_n)^2}\pi\frac{w}{2}\delta(k_x-q_n) = \pi\frac{w}{2}\delta(k_x-q_n)$

Сравни с 16/IV

Escaneado con CamScanner

Date. 13 . 04

$$\lambda_{n\nu} = -\frac{1}{4\pi}\int_{-y_0}^{y_0} dy\,dy'\, G_{xx}^{nn}(y,y')\,\mu_\nu(y)\mu_\nu(y') \quad , \; y \text{ в eq.w.}$$

$$G_{xx}^{nn}(y,y') = -2p(q_n w)^2 K_0[q_n|y-y'|]$$

$$\lambda\mu_\nu(y) = -\frac{1}{4\pi}\int_{-y_0}^{y_0} dy'\, G_{xx}^{nn}(yy')\mu_\nu(y') = \frac{\pi}{2}p\int_{-y_0}^{y_0} dy'\, K_0[\pi|y-y'|]\mu_\nu(y')$$

$$y = \frac{y}{w} \to \frac{w'}{w}\left(\frac{y}{w'}\right) = \frac{w'}{w}y \;, \quad \lambda\mu_\nu(y) = \frac{\pi}{2}p\frac{w'}{w}\int_{-1/2}^{1/2} dy'\, K_0\left[\pi\frac{w'}{w}|y-y'|\right]\mu$$

$w' = 2y_0$ (доп. 1/2)

Или $$\hat{\lambda}\mu_\nu(y) = \int_{-1/2}^{1/2} dy'\, g(y,y')\mu_\nu(y') \;, \quad g(yy') = K_0\left[\pi\frac{w'}{w}|y-y'|\right]$$

$$\hat{\lambda} = \lambda/\left(\tfrac{1}{2}p\pi\tfrac{w'}{w}\right).$$

Это инт. ур. и решал в MCAD (SW-Crawford.mcd). $\frac{w'}{w} = \frac{2y_0}{w} = 0,$

Ур. Двигание после $\int dx$ с $\cos(q_n x)$ есть

$$\Omega_{nn}^2(y)\mu_\nu(y) = \omega_M^2\lambda_\nu\mu_\nu(y) \;, \quad \Omega_{nn}^2(y) = \omega^2 - \omega_{\perp nn}^2(y)$$

$$\int_{-1/2}^{1/2} dy\,\mu_\nu^2(y)\,\Omega_{nn}^2(y) = \Omega_{n\nu}^2 = \omega_M^2\lambda_\nu\int_{-1/2}^{1/2} dy\,\mu_\nu^2(y), \quad y \to y/w'.$$

Здесь $\mu_\nu(y)$ не обязательно нормир. на "1", но нормировка слева и справа должна быть одинакова.

В качестве хорошей проб. функции для $\nu = 1$ см. использ. 17/IV

$$\mu_1(y) = \frac{1}{\sqrt{0,6952}}\cos(k_{y1}y), \quad k_{y1} = \frac{\pi}{1,356}\frac{1}{w'}, \quad \int_{-1/2}^{1/2} dy\,\mu_1^2(y) = 1.$$

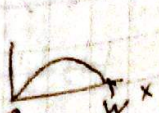
$$\hat{\lambda}_\nu\int dy\,\mu_\nu^2(y) = \int dy\int dy'\, g(yy')\mu_\nu(y)\mu_\nu(y')$$

$$\hat{\lambda}_\nu = \int_{-1/2}^{1/2} dy\int_{-1/2}^{1/2} dy'\, g(y,y')\mu_\nu(y)\mu_\nu(y') \quad \text{т.к. } \int dy\,\mu_\nu^2(y) = 1.$$

$$\hat{\lambda}_\nu = \frac{1}{N_\nu}\int dy\,dy'\, g(yy')\mu_\nu(y)\mu_\nu(y') \;, \quad N_\nu = \int dy\,\mu_\nu^2(y)$$

→ Проверим вообще. матр. эл. по "x" от 16/IV:

Смещение x, $x \in [0,w]$ СФ по "x" $\sin q_n x$ $\quad q_n = \frac{n\pi}{w}$



$$I_s = \int_0^w dx\int_0^w dx'\,\sin q_n x\,\sin q_n x'\cos k_x(x-x') = \int dx\int dx'(\ldots)\times$$

$$\times[\cos k_x x\cos k_x x' + \sin k_x x\sin k_x x'] = \left[\int_0^w dx\,\sin q_n x\cos k_x x\right]^2 +$$

$$+\left[\int_0^w dx\,\sin q_n x\sin k_x x\right]^2 = \frac{q^2}{(k_x^2-q^2)^2}\sin^2(k_x - q_n)w$$

не дает вклад, при $w \to \infty$

Escaneado con CamScanner

Plan Memo

Date.

$\tilde{J}_s = \frac{q^2}{(k^2-q^2)^2} \sin^2(k-q_n)w = \frac{q_n^2}{(k+q_n)^2} \frac{\sin^2(k-q_n)w}{(k-q_n)^2} =$

$w \to \infty$

$\frac{q_n^2}{(k+q_n)^2} \pi w \delta(k-q_n) = \pi \frac{w}{4} \delta(k-q_n)$

Согласно 17/IV $\int_{-w/2}^{w/2} dx \int_{-w/2}^{w/2} dx' \cos q_n x \cdot \cos q_n x' \cos k_x (x-x') \underset{w \to \infty}{=} \frac{1}{2} \pi w \delta(k_x - q_n)$,

что даст доп. множитель $\left(\frac{1}{2}\right)$ в определ. $G_{xx}^{nn}(yy')$ и λ_{nv}.

теперь $\hat{\lambda} = \lambda / \left(\frac{1}{4} \rho \pi \frac{w'}{w}\right)$, λ уменьшится в 2 раза.

$\omega_{nv}^2 = \omega_{1nv}^2 + \omega_M^2 \lambda_{nv}$, $\hat{\lambda}_1 = 0{,}844$

$\left(\frac{\omega_{11}}{\omega_M}\right)^2 = \frac{[H_i^y]_{11}^2}{(4\pi M_s)^2} + \frac{[H_i^y]_{11}}{(4\pi M_s)} + \lambda_{11}$

Подбор trial function наиболее близкой к $\mu_1(y)$ дан

$\mu_1(y) = \mu_1(0) \cos(k_{y1} y)$, $k_{y1} = \frac{\pi}{1{,}381} \frac{1}{w}$, $y \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$

или $k_{y1} = \frac{\pi}{1{,}381} \left(\frac{w}{w'}\right) \frac{1}{w} = \frac{\pi}{1{,}381} \frac{1}{0{,}9908} \frac{1}{w}$, $y \in [-y_0, y_0]$ в ед. w.

$\int_{-1/2}^{1/2} \mu_1^2(y) dy = 0{,}668$, $\mu_1(y) = \frac{1}{\sqrt{0{,}668}} \cos(k_{y1} y)$

Получим $\left(\frac{\omega_{11}}{\omega_M}\right)^2 = 4{,}52 \cdot 10^{-2}$ или $\frac{\omega_{11}}{2\pi} = \underline{6{,}92\ GHz}$, что практически совпадает с 6,93 GHz от 17/IV.

Хотя без учета этой ($\frac{1}{2}$) в λ_{11} получим $\left(\frac{\omega_{11}}{\omega_M}\right)^2 = 4{,}67 \cdot 10^{-2}$ или $\frac{\omega_{11}}{2\pi} = 7{,}03 GHz$

→ Беседа с Chantrell по поводу этого объяснения experiments Tamaru / Cramford:

- 1) Метод $\omega(k_x, H_i(y), k_y)$ изменение y. н/м $y = y_m$ выходим из рез. условия $\omega(\vec{k}, H_i) = 0$ за счет падения $H_i(y)$ перенормировка – $k_y(y)$ за счет $H_i(y)$ падает до точки поворота y_m, где $k_y(y_m) = 0$ и $\int_{-y_m}^{y_m} dy\, k_y(y) = \pi$
- 2) Метод trial functions $\cos q_n x \cos q_v y$ и H_{mn} – матрица.
- 3) Элементов внутр. поля – strong pinning.
- Метод собственных функций $G_{xx}(y,y')$ – применяют. pinning.

Plan Memo

Date. 22 . 04 . Как удалить условия Дельта-функции Tomaru/Stamper

Оценка: для универсальной линии интерференции нужно добавить в Elomedes с большим $p = L/w$, уменьшить w. По оценке нужен $\sim$ Kerr-EMR max разрешение $\Delta \approx 0{,}4$ nm.

ω [illegible] Изменение частоты ω_0 если учесть фильтрование.

ω_0 [illegible] Для малых ω_0 компенсация будет сильнее и на вблизи дна (PRL'02). С ростом ω_0 компенсация будет падать, смещаясь в сторону дна, пока $\omega_0 > \omega_1$ дальнейшее падение не исчезнет совсем. По сравнению ω_0 сами, меньшими ω_{res} — наличие

19/IV Семинар в CMU (J. Fidler) — Встреча с S. Tomaru. Интерес с Ohara и Chatterjee. Abstracts — Scholz и Ohara. Рецензир. paper by Kokuyo — EMR (JMMM) — в след. группе. Посчитать Figs к SW-rect.BM: paper:

Figs * SW-rectan. paper

1) частоты $f_{res}(n)$ / Чарнов и сравн. с exp. Tomaru/Ca
2) $H_d(x,y)$ и плавки $H_d(x,y) = 0$ линию (3D-plot).
3) $m(x,y)$
4) $\omega(k_y)$ plot. для первой моды как 3D-plot и сравн. с эксп.

22/IV Дисперсия. Закон дисперсии (покажем $f_{res}(\omega)$), см. 30/III:

$$\omega_{nv}^2 = \left[\omega_{Hi} + f(xp)\frac{k_n^2}{x^2}\omega_M\right]\left[\omega_{Hi} + \omega_M(1 - f(xp))\right]$$

$$x = x_{nv} = \sqrt{k_n^2 + k_y^2}, \quad \omega_{Hi} = \gamma\left[H + H_d^y\right] = \gamma H_i,$$

$$\omega^2 = \omega_{Hi}^2 + \omega_{Hi}\omega_M\left[1 - f + f\frac{k_n^2}{x^2}\right] + \omega_M^2 f(1-f)\frac{k_n^2}{x^2}$$

$$\frac{k_n^2}{x^2} - 1 = \frac{k_n^2 - (k_n^2 + k_y^2)}{x^2} = -\frac{k_y^2}{x^2}$$

$$\omega_{Hi}^2 + \omega_{Hi}\omega_M\left[1 - f\frac{k_y^2}{x^2}\right] + \omega_M^2 f(1-f)\frac{k_n^2}{x^2} - \omega^2 = 0$$

Закон дисперсии

$$\omega_{Hi} = \frac{1}{2}\left[\omega_M\left(f\frac{k_y^2}{x^2} - 1\right) \pm \omega_M\sqrt{\left(1 - f\frac{k_y^2}{x^2}\right)^2 - 4f(1-f)\frac{k_n^2}{x^2} + 4(\omega/\omega_M)^2}\right]$$

$$\rightarrow \omega_{Hi} = \frac{1}{2}\omega_M\left[\left(f\frac{k_y^2}{x^2} - 1\right) + \sqrt{4(\omega/\omega_M)^2 + \left(1 - f\frac{k_y^2}{x^2}\right)^2 - 4f(1-f)\frac{k_n^2}{x^2}}\right]$$

$$\left(1 - f\frac{k_y^2}{x^2}\right)^2 - 4f(1-f)\frac{k_n^2}{x^2} = 1 - 2f\frac{k_y^2}{x^2} + f^2\frac{k_y^4}{x^4} - 4f\frac{k_n^2}{x^2} + 4f^2\frac{k_n^2}{x^2} \approx$$

Escaneado con CamScanner

Plan Memo

$$= 1 - \frac{2f}{x^2}\left\{k_y^2 + 2k_n^2\right\} = 1 - \frac{2f}{x^2}\left\{x^2 + k_n^2\right\}.$$

или $H_d^y \to H_{nv}$, 15/10

H_d^y берется в центре зона $(x=0, y=0)$.

$$H_{res} = \frac{\omega_{Hi}}{\gamma} - H_d^y = \frac{1}{2}\frac{\omega_M}{\gamma}\left[\dots\right]_w - H_d^y$$ — резонанс. поле как функция k_n, k_y.

H_d^y можно учесть 2мя путями: ⓐ $H_d^y(x=0, y=0)$ – т.к. резонанс. измерения в центре зона;

ⓑ – нужен вычисл. матричных эл. H_{nv} на trial СФ $\mu_{nv}(x,y)$ – более соотв. эксперименту, а ⓒ – соотв. теории SW-PRB.

$H_d^y(x=0, y=0) = -M_s N_y(x=0, y=0) = -4.3 \cdot 10^{-3}$ kOe по ф. Joseph-Schl.

$\omega/2\pi = 7.04$ GHz

n= 1	3	5	7	9	
0,469	0,392	0,324	0,261	0,196	
	0,394	0,329	0,265	0,202	
corrected 0,464				0,190	метод ⓐ
0,466/0,472	0,393/0,399	0,323/0,330	0,256/0,263	0,197	$H_d(0,0)$
					метод ⓒ –
0,468/0,468	0,394/0,398	0,325/0,332	0,258	0,192	– м.эл.$(H_d)_{nv}$
corrected → 0,466	0,396	0,330	0,266	0,205	
				0,204	

MCAD (hdip-rectan1.mcd) дает при $\nu=1$, $k_y = \pi/w$ и $H_d^y = -4,3$ Oe

ⓐ $H_i(n1)$, $H_i(11) = 0,4614$ kOe, $H_{res}(11) = 0,4614 - (-0,0043) = 0,4657$ kOe

Данные аналогично для $n = 1, 3, 5, 7, 9$ и $\nu(0y) = 1$.

$H_i(31) = 0,3883$ kOe, $H_{res}(31) = 0,3883 + 0,0043 = 0,3926$ kOe

$H_i(51) = 0,3191$ kOe, $H_{res}(51) = 0,3191 + 0,0043 = 0,3234$ kOe

$H_i(71) = 0,2519$ kOe, $H_{res}(71) = 0,2519 + 0,0043 = 0,2562$ kOe

$H_i(91) = 0,1858$ kOe, $H_{res}(91) = 0,1858 + 0,0043 = 0,1801$ kOe

ⓑ ω_{nv}, $m_{nv}(x,y) \sim \cos\left(\frac{n\pi}{w}x\right)\cos\left(\frac{\nu\pi}{w}y\right)$ — берем м. эл. $(H_d^y)_{nv}$ на этих СФ

Условие $\omega_{nv} = \omega_{эксп.}$ дает набор резонанс. полей H_{n1}, $\nu=1$

$H_{11} = 0,4676$ kOe; $H_{31} = 0,3940$; $H_{51} = 0,3249$; $H_{71} = 0,2576$; $H_{91} = 0,1915$ kOe

при расчете методом ⓐ и методом ⓑ приближаться во $(H_{ex})_{nv}$ (хоть и малые), $f(x_{nv}P)$ в ряд по $P = 1/w$ не разлагали.

$(H_d)_{n1} = -(5,7 \div 5,3)10^{-4}$, или $(H_d)_{n1} = -(6,1 \div 5,7)\cdot 10^{-3}$ kOe, от n" зависит слабо.

Escaneado con CamScanner

Plan Memo

SW - FeNi: random. elements

Date. 25.04 .

Набор γ, M_s, L от 1/IV : $\gamma = 2{,}97$ $\frac{GHz}{kOe}$, $M_s = 860$ G, $L = 116$ nm
хорошо дает DE-theory (res.field) для $n = 7$ и 9.
Мы, позже, я увеличил γ до 3,01 чтобы $\int dy\, k_y = \pi$ выполн
Проверить: DE на $H_i(0,0)$ с этим ($2{,}97 = \gamma$) набором и
это будет с DE-$\omega_{7,9}$ и $\int dy$ если $L \to 104$ nm
Дополн. работа: в чем выйти за рамки DE-equation
и для каких k_x, k_y это существенно,

$H_i^y(x,y) = H - M_s N_y(x,y)$.

$N_y(x_0, y)$ от x_0 практически не зависит $\forall x_0$ (const)



→ Нашел ошибку в файле HDIP-RECTAN1.mcd
раньше там все считалось для $u = L/w = 1{,}75$. Надо $u = \frac{L}{w} = 1$.
Это повлияло на все числен. результаты типа
y_m, y_0, $\int dy k_y$ посчитанные до сих пор, начиная с 1/IV.

$H_d^y(x=0, y=0) = -10.7$ Oe (было 22/IV Всего -4.3 Oe).

Это повысит все H_{res} - @метода на $10.7 - 4.3 = 6.4$ Oe
при том же наборе $\gamma M_s L$. Набор $\gamma M_s L$ - пересчитаем.
Подгонку $\gamma M_s L$ делаем по $n = 7, 9$ пикам $H_7^{эксп} = 261$ Oe, $H_9^{эксп} = 196$ Oe

$H_{res}(91) = H_i(91) - H_d^y(0,0) = H_i(91) + 10{,}7$ Oe $= 196$ Oe

должно $H_{res}(91) = H_{res}^{эксп.}$, $H_i(91) = (196 - 10{,}7)$ Oe $= 185{,}3$ Oe

$H_i(71) = (261 - 10{,}7)$ Oe $= 250{,}3$ Oe

Подгонка методом 1/IV дает ($\gamma = 2{,}97$, $M_s = 860$) $\omega_n^{DE}(H_i)$ =
но $k_y = \pi/w$.

а) $n = 9 \to L = 115.3$ nm
в) $n = 7 \to L = 117.2$ nm

При $\gamma = 3{,}01$, $M_s = 860$ получим
а) $n = 9 \to L = 110.2$ nm
б) $n = 7 \to L = 110.8$ nm
} лучшие результаты
но $\int dy\, k_y = 1{,}69 < \pi$

Escaneado con CamScanner

Am Memo

18/IV.
Не уже $\gamma' = 3,034$ нецелочисленное дало и $\int dy\, k_y = 3,16$.
Т.е. набор $\gamma' = 3,03$, $M_s = 860$, $L = 110$ нм давало хорошо.
$L = 110$ нм как и $1/\overline{IV}$ оказалась устойчивой точкой, а γ' можно
подгонять по $\int dy\, k_y \approx \pi$.

Альтернативный путь: установить $L = 104$ нм (поверив Crawford)
определяться подгонкой, устойчивее всего slope $S = 101.1$ GHz²/kOe
Так как $|H_y^y|$ возрос - $\omega_{11}(H)$ опустилась → надо
брать max разумное $M_s = 860$ G и подгонять γ'.
Slope $S = (\gamma')^2 4\pi M_s$.
Этот путь хорош тем, что не надо подгонять сами частоты $\omega_{nl} = \omega_0$
$L = 104$ нм - fixed, M_s - разумное, а γ' из $\int dy\, k_y = \pi$ с
проверкой по slope.

→ Набор: $L = 104$ нм, $M_s = 860$ G, $\gamma' = 3,035$ дает $\int dy\, k_y(y) = 3,12$ ($\approx \pi$),
и $y_m = 0,370$.

Его slope $S = 99,5$ GHz²/kOe очень близок exp. $\bar{S} = 101,1$ GHz²/kOe (ЭПР-отжиг)
(Для $\gamma' = 3,04$ получим $S = 99,9$).
Берем этот набор.

Как и $14/\overline{IV}$ хорошо выполняется $\omega_1[k_y = 0, H_i(y_m)] = \omega_0$ (7,04 GHz)
при $y_m = 0,370$.
Найдем y_0 как корень $H_i^y(y_0) = 0$, где $H_i(x,y)$ усредн. на $\cos 2n\pi x$, $n = 1$
Получим $y_{0m} = 0,4924$ для $H_{res}(11) = 0,464$ kOe - осн. пика.
$\frac{w'}{w} = \frac{2y_0}{w} = 0,9848$ (было 0,9908) — это делает перенормировки
типа $\left(\frac{w'}{w}\right)$ от $17/\overline{IV}$ более важными. Это существенно для инт. ур.
и точных СФ. Вернусь к этому позже.
→ Табличку резонанс. полей от $22/\overline{IV}$ надо пересчитать (—).
Берем $(H_d^y)_{nl}$ на СФ $m_{nl}(x,y) \sim \cos(n\pi x)\cos(\pi y)$. Рез. поле ⑧:
$H_{11} = 0,4680$; $H_{31} = 0,3977$; $H_{51} = 0,3320$; $H_{71} = 0,2681$; $H_{91} = 0,2054$ kOe

Escaneado con CamScanner

Plan Memo

Date. 26. 04 .

Note: $\frac{1}{4\pi M_s}(H_d^y)_{11} = -0,013$ kOe $\quad (H_d^y)_{91} = -0,012$

тогда как $H_d^y(x=0, y=0) = -10,7$ Oe .

Увеличение (округление) γ' до $\gamma' = 3,04$ GHz/kOe даст:

$H_{11} = 0,4664$; $H_{31} = 0,3962$; $H_{51} = 0,3305$; $H_{71} = 0,2659$; $H_{91} = 0,203$

и немного улучшает согласие с exp. Tamaru-JAP.

Corrected: При расчете $k_y(y)$ я брал $f(x) \approx \frac{1}{2}x$ и $H_i(y) = \langle H_i(\rho) \rangle$

Лучше брать $H_i(y) = [H_i(\rho)]_{nn}$ на $\cos(\frac{\pi n}{w}x)$ с $n=1$ в силу локализации (non-uniform) $m_n(x)$.

Тогда γ' и y_m надо пересчитать. Изменения небольшие.

Набор $L = 104.1$ nm, $M_s = 860$ G, $\gamma' = 3,039 \frac{\text{GHz}}{\text{kOe}}$ даст $\int dy\, k_y = 3,16$

и $y_m = 0,366$. $\gamma' = 3,04$ GHz/kOe как выше. $H_i(y_m) = 0,443$ kOe

Тип $\langle \dots \rangle_x$ очень слабо зависит

y_0 - не изменилось.

$w_1[k_y=0, H_i(y_m)] = w_0$ — хорошо выполняется.

$(H_{res})_{n1}$ не изменился, т.к. $\gamma' = 3,04$ осталось.

$(H_d^y)_{n1} = -(13,0 \div 12,0)$ Oe для $n = 1, \dots, 9$.

На длине $L = 104$ nm $H_d^y(0,0) = -10,1$ Oe немного упало.

Метод ⓐ — H_{res} по $H_d^y(0,0)$ пересчитаем. $-H_d^y(0,0) = 0,0101$ kOe

$H_{res}(11) = 0,4534 \to H_d^y(0,0) = 0,4534 + 0,0101 = 0,4635$

$H_{res}(31) = 0,3241 + 0,0101 = 0,3942$

$H_{res}(51) = 0,3185 + 0,0101 = 0,3286$

$H_{res}(71) = 0,2546 + 0,0101 = 0,2647$

$H_{res}(91) = 0,1918 + 0,0101 = 0,2019$

→ подставить в Table 22/IV как "corrected" метода ⓐ

Видно что "corrected" H_{res} - ⓐ лучше согласуется с экспериментом, чем "corrected" $(H_{res})_{n1}$ - ⓑ и/п кроме $n=1$.

Escaneado con CamScanner

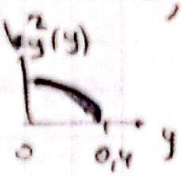
...ще. ...

...ем получим (это подтверждено расчетом 14/12):

$$k_y^2(y) = \frac{1}{4}p^2 k_x^4 \left[\frac{\omega_M(\omega_M + \omega_{Hi}(y))}{\omega^2 - \omega_{Hi}(\omega_M + \omega_{Hi})} \right]^2 - k_x^2$$

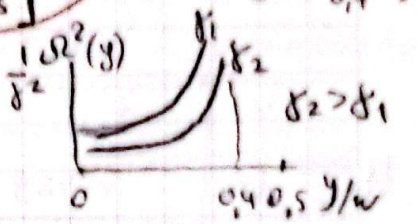
...де $\frac{1}{\gamma}\omega_{Hi}(y) = H_i(y)$, $\omega \approx \omega_0$ - экспериментальная.

...т.е. $k_y^2(y) \sim \frac{4\pi M_s(4\pi M_s + H_i(y))}{\left(\frac{\omega}{\gamma}\right)^2 - H_i(y)[4\pi M_s + H_i(y)]}$. Знаменатель от "y" зависит слабо,



...поэтому $k_y^2(y) \sim \frac{1}{\frac{\omega^2}{\gamma^2} - H_i(y)[H_i(y) + 4\pi M_s]}$

$\Omega^2(y) = \left(\frac{\omega}{\gamma}\right)^2 - H_i(y)[H_i(y) + 4\pi M_s]$



Увеличение "γ" уменьшает $M_\omega = \frac{\omega_0}{\gamma}$, уменьшает знаменатель $\sim \left(\frac{\omega}{\gamma}\right)^2 - H_i(y)[\dots]$ и резко увеличивает $k_y^2(y)$.

$\omega_{FMR}^2(y) = H_i(y)[H_i(y) + 4\pi M_s]$, $\Omega^2(y) = \omega_0^2 - \omega_{FMR}^2(y)$ - довольно мало для y около "0", $\omega_0^2 \approx \omega_{FMR}^2(0)$, поэтому $k_y^2(y)$ очень чувствительна к изменению "γ".

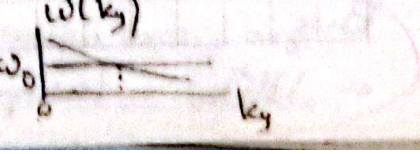
→ Если вернуться к набору $L = 110$ нм, $M_s = 860$ Гс, то это позволит уменьшить "γ" ($\gamma' = 3{,}04$ кажется мне завышенным) и, возможно, улучшить согласие $(H_{res})_{MV}$ с эксп., сделав его лучше, чем для $H_{res}(MV)$ посчитанных по $H_i(x=0, y=0)$. Попробовать.

Дилемма: 1) эксп. $L = 104$ нм дает большое "γ",
2) более реальное (меньше) "γ" ведет к $L = 110$ нм (> exp. L) и улучшает согласие H_{res} с эксп.

Какой набор γ, L выбрать?

Рекомендуется для сравн. Танаки - Crawford JAP:

$$\omega_{FMR}(y) < \omega_0 \leq \omega_{SW}(k_x, k_y(y))$$
$$(k_x = 0, k_y = 0) \qquad (k_x = \pi/w)$$



Escaneado con CamScanner

Plan Memo

Date. 29. 04 . 2002

28/IV ① Discussion с О.М. о возможности использования сенсора SW многослойной пленки ~ 100 × 100 nm in-plane size для расчета шума, возник. в read head. Пленка с такими параметрами и FeCo/Cu используется в качестве GMR датчика в read head.

SW-FeNi-refl. ele

→ Написание short-version SW-FeNi elem. для PRL.

29/IV Попробуем изменить параметры γ, L следуя 26/IV.

Возьмем $L = 110$ nm, $M_s = 860$ nm.

Из $\int dy\, k_y \approx \pi$ получим $\gamma' = 3.038$ и $\int dy\, k_y = 3.175$, $y_m = 0.3665$

$\omega/2\pi = 7.04$ GHz

n	1	3	5	7	9
$H_{res}^{exp.}$, kOe	0.469	0.392	0.324	0.261	0.196
H_{res}^{calc}, kOe ($x=0, y=0$)	0.464	0.390	0.321	0.254	0.188
$(H_{res}^{calc})_{nV}$, kOe (было 22/IV)	0.467 (0.466)	0.392 (0.396)	0.323 (0.330)	0.256 (0.266)	0.190 (0.204)

(по методу SW-PRB)

Получим res. fields:

$H_{11} = 0.4665$, $H_{31} = 0.3924$; $H_{51} = 0.3230$; $H_{71} = 0.2556$; $H_{91} = 0.18$

Округление γ' до 3.04 GHz/kOe дает:

$H_{11} = 0.4660$; $H_{31} = 0.3918$; $H_{51} = .3224$; $H_{71} = 0.2550$; $H_{91} = 0.18$

С небольшим уменьшением $\max(H_{res})_{nV}$ — согласие с exp. хуже.

$H_d^y(x=0, y=0) = -10.7$ Oe. ②-метод H_{res}:

$H_{res}(11) = 0.4528 + 0.0107 = 0.4635$; $H_z(31) = 0.3796 + 0.0107 = 0.3903$

$H_z(51) = 0.3210$; $H_z(71) = 0.2537$; $H_z(91) = 0.1875$ kOe

Видно, что расчет res. fields с $H_d^y(x=0, y=0)$ заметно хуже, чем с $(H_d^y)_{nV}$. Набор с $L = 110$ nm лишь немного лучше набора с $L = 104$ nm, при-том же $\gamma' = 3.04$, (26/IV)

Escaneado con CamScanner

ate.

Вывод: увеличение L до 110 нм ухудшило $H_d(0,0)$ расчет H_{res}, но улучшило расчет по $(H_d)_{mn}$ немного. Увеличение Полиз. L до 110 нм оправдано, только если сравнивать (сравнивать) с $H_d(0,0)$ - расчетом.

30/IV Написание и редактирование Abstract на Pitts. Conf. по FEPT - particles. с Олегом.
Написание revised paper - PRL по exp. vortex dynamics (8-22/IV, но в пред. highlights 23/IV забыл включить).
Проверил вывод SW в нескольких сферических доменах, все делал в file SW-check1.doc и послал Оксане и Roy (по его запросу).

1/IV Андрей предложил попробовать k_y найти из условия $\int_{-y_m}^{y_m} dy\, k_y = \langle k_y \rangle 2y_m = n\pi$, $\langle k_y \rangle = \frac{n\pi}{2y_m}$
и посмотреть удастся ли найти $(H_{res})_{mn}$, ценимая $k_{xm} = \frac{m\pi}{w}$.
1/IV я так делал и нашел, что такое $y_m = 0{,}77$, что соответствует $\mu(y)$ 

решению нел. ур. на СФ $\mu_n(y)$, но не Соответ. y_m из условия $k_y(y_m) = 0$. (здесь $y_m = 0{,}37 < 0{,}5$)
см. также метод ② от 15/IV.

Вернемся к набору 26/IV: $L = 104.1$ нм, $\chi' = 3{,}039$, $M_s = 860$ G и найдем $\langle k_y \rangle$. $y_m = 0{,}3661$ (все в ед. "w").

$$\int_{-y_m}^{y_m} dy\, k_y(y) = 3{,}156 = \langle k_y \rangle 2y_m, \quad \langle k_y \rangle = \frac{3{,}156}{2 \cdot 0{,}3661} = 4{,}310 > \pi$$

Считаем $H_{res}(nl)$ задавая $\langle k_y \rangle$ и $H_d^y(0,0) = -10.1$ Oe, $k_x = \frac{m\pi}{w}$.
$H_{res}(11) = 0{,}4582 + 0{,}0101 = 0{,}4683$; $H_{res}(3,1) = 0{,}3987$
$H_{res}(51) = 0{,}3317$; $H_{res}(71) = 0{,}2672$; $H_{res}(91) = 0{,}2039$ kOe.
Этот набор $H_{res}(nl)$ немного хуже H_{res} - ⑥ corrected от 26/IV и заметно отл. от эксперимента. $\chi' = 3{,}04$ ничего не меняет.

Escaneado con CamScanner

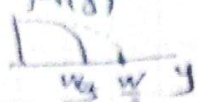
Plan Memo

Date.

$\mu_1(y) = \cos\left(\frac{n\pi}{2y_m} y\right)$

Для неустойчивого, введение $\langle k_y \rangle > \pi$ означает

$\mu_1(y)$



что $w_{эф} < w$ или $\mu_1(y) \sim \cos\left(\frac{\pi}{w_{эф}} y\right)$. Это хуже чем

просто $\mu_1(y) \sim \cos\left(\frac{\pi}{w} y\right)$, которая ближе к истинной

СФ $\mu_1(y) = \cos\left(\frac{\pi}{w'} y\right)$ с $w' > w$.

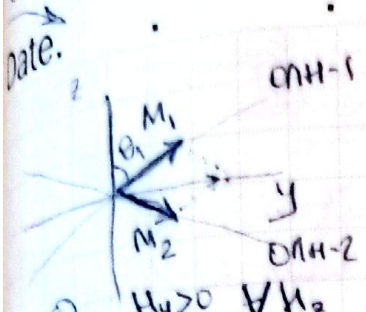
→ Введение $\langle k_y \rangle$ из $\int_{-y_m}^{y_m} k_y k_y \pi$ смысла не имеет,

худшее согласие с эксп. по сравнению с кривой $l_n =$

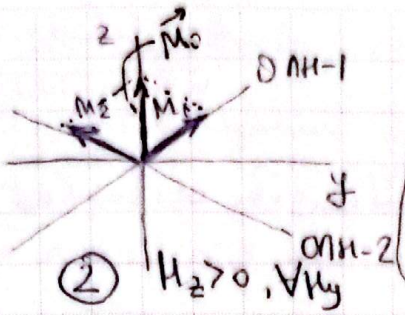
Plan Memo

$M_{y1} \sim \sin\varphi_1$, $M_{y2} \sim \sin\varphi_2$

Date.



① $H_y > 0$, $\forall H_z$



② $H_z > 0$, $\forall H_y$

$$\vec{M} = \frac{1}{2}(\vec{M}_1 + \vec{M}_2)$$

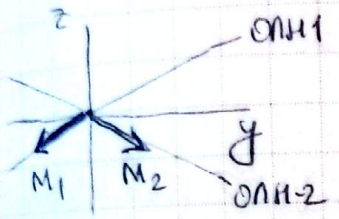
$$M^2 = \frac{1}{4}\left[M_1^2 + M_2^2 + 2M_1M_2\cos(\theta_1 - \theta_2)\right]$$

$$\vec{M}_1\vec{M}_2 = \cos\theta_1\cos\theta_2 + \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \cdot \sin\theta_1\sin\theta_2$$

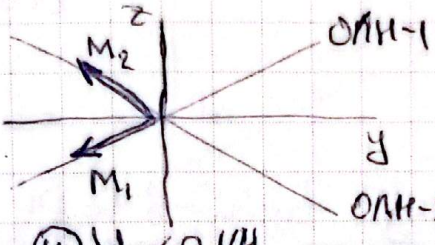
или $\varphi_1 = \varphi_2$, $\theta_2 = \pi - \theta_1$

или $\varphi_2 = \pi - \varphi_1$, $\theta_1 = \theta_2$

$$\frac{\vec{M}_1\vec{M}_2}{M_1M_2} = \begin{cases} -\cos 2\theta_1 & (1) \\ \cos 2\theta_1 & (2) \end{cases}$$



③ $H_z < 0$, $\forall H_y$



④ $H_y < 0$, $\forall H_z$

$$\vec{M}^2 = M_s^2 \frac{1}{2}\left[1 \pm \cos 2\theta_1\right] = M_s^2 \begin{cases} \cos^2\theta_1 & (2) \\ \sin^2\theta_1 & (1) \end{cases}$$

видно $M_0 = |\vec{M}| = M_s \begin{cases} \sin\theta_1 \\ \cos\theta_1 \end{cases} \leq M_s$.

$$\vec{H} = H(\underbrace{\sin\theta_H\cos\varphi_H}_{x}, \underbrace{\sin\theta_H\sin\varphi_H}_{y}, \underbrace{\cos\theta_H}_{z})$$

$H_y > 0 \to \sin\varphi_H > 0$

$H_z > 0 \to \cos\theta_H > 0$

$\theta_H \in [0, \pi]$, $\varphi_H \in [0, 2\pi]$ – вообще.

$$\vec{M}\cdot\vec{H}_H = \frac{1}{2}\left[\vec{M}_1\cdot\vec{n}_H + \vec{M}_2\cdot\vec{n}_H\right] = \frac{M_s}{2}\Big[\cos\theta_1\cos\theta_H + \cos(\varphi_1 - \varphi_H)\sin\theta_1\sin\theta_H +$$

$$+ \cos\theta_2\cos\theta_H + \cos(\varphi_2 - \varphi_H)\sin\theta_2\sin\theta_H\Big] =$$

$$= \frac{M_s}{2}\left[\cos\theta_1 + \cos\theta_2\right]\cos\theta_H + \frac{M_s}{2}\left[\cos(\varphi_1 - \varphi_H)\sin\theta_1 + \cos(\varphi_2 - \varphi_H)\sin\theta_2\right]\sin\theta_H$$

(θ_1, φ_1) и (θ_2, φ_2) – равновесные углы $\vec{M}_1, \vec{M}_2$, их может быть несколько, вырожденных в отсутствие $\vec{H}$. $|\vec{H}| \to 0$ снимает вырождение.

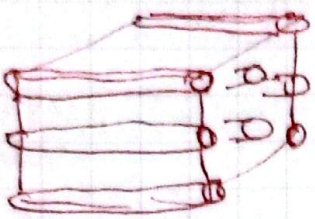
Escaneado con CamScanner

Plan Memo

FePt - twin M_{rz}

Date.

1/V FePt - Seminar. Di Block Copolymers for nanofabrication.



Density of holes $7 \cdot 10^{10}$ /cm^2
The diameter of hole is 20 nm.

Science 276, 1401 (1997)
2126 (2000)

FePt - twin

~~Вернемся к расчету~~ twin - в FePt. Проверка слабого обмена между гранями twin. от 20-21/II

$$M_{rz} = \underset{H\to 0}{\frac{\vec{M}\cdot\vec{H}}{H}} = \vec{M}\cdot\vec{n}_H = \frac{1}{2}\left[\vec{M}_1\cdot\vec{n}_H + \vec{M}_2\cdot\vec{n}_H\right]$$

Пока без магнитостатики:

$$W(\vec{H}=0) = -\frac{1}{2}|K|\cos^2\gamma_{10} - \frac{1}{2}|K|\cos^2\gamma_{20}.$$

$\vec{M}_1(\theta_{10}, \varphi_1)$
$M_2(\theta_{20}, \varphi_2)$

$$\cos\gamma_{10} = \cos\theta_{10}\cos\theta_{A1} + \cos(\varphi_1-\varphi_{A1})\sin\theta_{10}\sin\theta_{A1}$$

ОЛН-1 $(\theta_{A1}, \varphi_{A1})$
ОЛН-2 $(\theta_{A2}, \varphi_{A2})$

Выберем сист. координат как (см. 15/II), тогда $\varphi_{A1} = \varphi_{A2} = \pi/2$ и $\theta_{A2} = \pi - \theta_{A1}$.

$\frac{\partial W}{\partial \varphi_1} = 0$, $\frac{\partial W}{\partial \varphi_2} = 0$ даст $\varphi_1 = \varphi_2 = \pi/2$, $\vec{M}_1 \in zy$, $M_2 \in zy$.

$$\vec{n}_H = (\underset{x}{\sin\theta_H\cos\varphi_H}, \underset{y}{\sin\theta_H\sin\varphi_H}, \underset{z}{\cos\theta_H})$$

$$\vec{M}_1\cdot\vec{n}_H = \cos\theta_{10}\cos\theta_H + \cos(\varphi_1-\varphi_H)\sin\theta_{10}\sin\theta_H$$

Имеем $\varphi_1 = \pi/2$ т.к. $H\to 0$ и φ_1 изменять не может

$$\vec{M}_1\cdot\vec{n}_H = \cos\theta_{10}\cos\theta_H + \sin\varphi_H\sin\theta_{10}\sin\theta_H$$

$$\vec{M}_2\cdot\vec{n}_H = \cos\theta_{20}\cos\theta_H + \sin\varphi_H\sin\theta_{20}\sin\theta_H$$

$$M_{rz}(\theta_H,\varphi_H) = \frac{1}{2}\left[\vec{M}_1\vec{n}_H + \vec{M}_2\vec{n}_H\right] = \frac{1}{2}\cos\theta_H\left[\cos\theta_{10}+\cos\theta_{20}\right] +$$

$$+ \frac{1}{2}\sin\varphi_H\sin\theta_H\left[\sin\theta_{10}+\sin\theta_{20}\right].$$ Но $\theta_{10} = \pi - \theta_{10}$ и $\cos\theta_{10} + \cos\theta_{20} = 0$

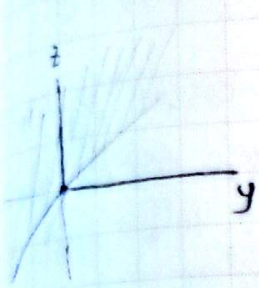
$\sin\theta_{10} = \sin\theta_{20}$, но $\int_0^{2\pi} d\varphi_H \sin\varphi_H = 0$ и $\langle M_{rz}(\theta_H,\varphi_H)\rangle_{\vec{n}_H} = 0$?

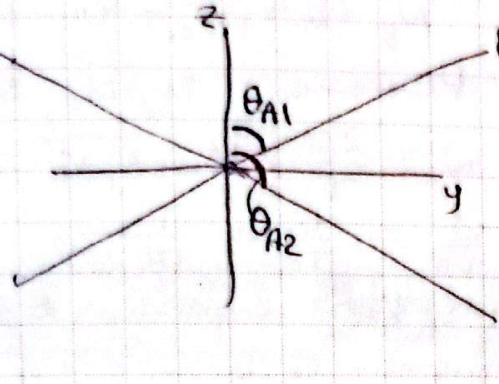
Escaneado con CamScanner

Date.

$\vec{M} = \frac{1}{2}(\vec{M}_1 + \vec{M}_2)$ имеет равновес. направление $\theta_{eq} = \pi/2$, $\varphi_{eq} = \pi/2$,
т.е. $\vec{M}_0 \parallel \vartheta y$, это ϑy есть сумма 2-х ОЛН, но не есть ОЛН$_{eq}$,
т.к. W_A нельзя записать в виде $W_A = -|K_{eq}|\cos^2(\theta_0 - \theta_{eq})$.
см. 29/III и 7/IV.

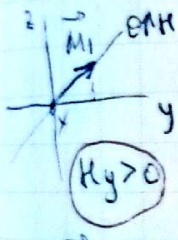
В поле даже $\vec{H} \parallel 0$ нельзя считать $\varphi_1 = \pi/2$, $\varphi_2 = \pi/2$.

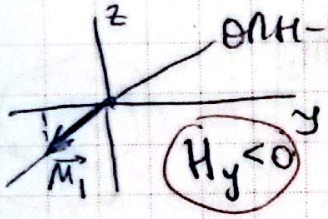




$-\theta_{A2} = \theta_{A1} - \pi$
не определ.

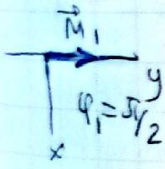
$\vec{M}_1 \in zy$, $\vec{M}_2 \in zy$, но знаки M_{1y}, M_{2y} зависят от φ_H.

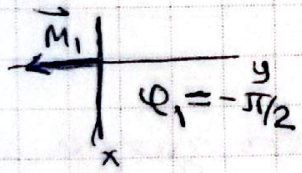




M_{1z}, M_{2z} также зависят от φ_H, но это не дает вклада (?)

Поэтому $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}\,\mathrm{sign}(H_y) = \frac{\pi}{2}\,\mathrm{sign}(\sin\varphi_H)$





$H_y = H\sin\theta_H \sin\varphi_H$,
это $\sin\theta_H \geq 0$, т.к. $\theta_H \in [0, \pi/2]$
проверить разные знаки $\sin\theta_H$.

$$M_z(\theta_H, \varphi_H) = \frac{1}{2}\left[\sin\theta_{10} + \sin\theta_{20}\right]\sin\theta_H|\sin\varphi_H| + \frac{1}{2}\cos\theta_H\left[\cos\theta_{10} + \cos\theta_{20}\right]$$

$$\cos(\varphi_1 - \varphi_H) = \sin\varphi_1 \cdot \sin\varphi_H = \sin\left[\frac{\pi}{2}\,\mathrm{sign}(\sin\varphi_H)\right]\sin\varphi_H = \mathrm{sign}(\sin\varphi_H)\sin\varphi_H$$

$$\cos(\varphi_2 - \varphi_H) = \sin\varphi_2 \cdot \sin\varphi_H = \mathrm{sign}(\sin\varphi_H)\sin\varphi_H = |\sin\varphi_H|$$

Если $\theta_{20} = \pi - \theta_{10}$, то $M_z = \sin\theta_{10}\sin\theta_H|\sin\varphi_H|$

$$\langle M_z\rangle_{\theta_H,\varphi_H} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi/2} d\theta_H \sin\theta_H \int_0^{2\pi} d\varphi_H\, M_z(\theta_H\varphi_H) = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi/2} d\theta_H \sin\theta_H \int_0^{\pi} d\varphi_H \sin\theta_H \sin\varphi_H \times \sin\theta_0 =$$

$$= \frac{1}{\pi}\sin\theta_{10}\int_0^{\pi/2} d\theta_H \sin^2\theta_H \int_0^{\pi} d\varphi_H \sin\varphi_H = \frac{1}{\pi}\sin\theta_{10}\,\frac{\pi}{4}\cdot 2 = \frac{1}{2}\sin\theta_{10}.$$

$\langle M_z\rangle = 1/2$.

и при II ориентации $\theta_{10} = \pi/2$, $\theta_{20} = \pi - \pi/2 = \pi/2$,

т.к. $|\vec{H}| \to 0$, то $\vec{H}$ не может изменить (θ_{10}, φ_1), (θ_{20}, φ_2), а может лишь сместить разложение $\cos$, т.е. $\theta \to \theta \pm \pi$, $\varphi \to \varphi \pm \pi$.

Escaneado con CamScanner

Date.

① Y. Acremann, C.H. Back, M. Buess et al. Science 290, 492 (2000). Imaging precessional motion of the Magnetization Vector.



Vortex ground state с $\vec{M} = (M_\varphi, M_\rho, M_z) = (0, M_0, 0)$

"Core" намагничен. $M_\rho \approx$ const, $M_z, M_\varphi \ll M_s$.

Под действием поля $\vec{H} \parallel Oz$.

УД
$$\begin{cases} \frac{dM_\varphi}{dt} = 0 \quad (N_\varphi = 0) \\ \frac{dM_\rho}{dt} = \gamma N_z M_z M_\varphi \\ \frac{dM_z}{dt} = -\gamma N_\rho M_\rho M_\varphi \end{cases}$$

Нач. условие $M_\varphi(0) = M_0$, $M_\rho(0) = \Delta \ll M_0$, $M_z(0) = 0$.

$N_\rho = 0{,}17$; $N_z = 4\pi - 0{,}17$.

Решение: $M_\varphi = M_0$, $M_\rho \sim \cos\omega t$, $M_z \sim \sin\omega t$,

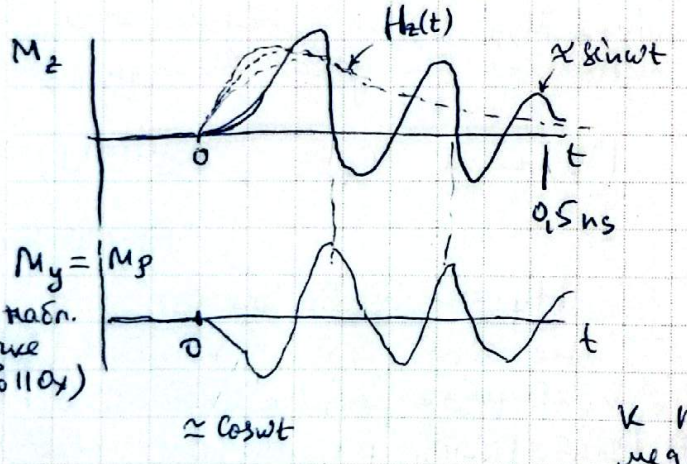
$\omega = \frac{2\pi}{T} \gamma M_0 \sqrt{N_\rho N_z}$, $T \approx 169$ ps или

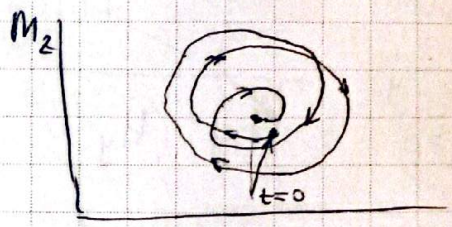
$\frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T} = \frac{1}{170 \cdot 10^{-12}\,c} = \frac{1}{1{,}7} 10^{10}\,c^{-1} \approx 6$ GHz (!)

Time-resolved vectorial Kerr experiment с field pulse $\parallel Oz$.

$T_{exp} = 165 \pm 5$ ps в хорошем согласии с теор. оценкой $T = 169$ ps.

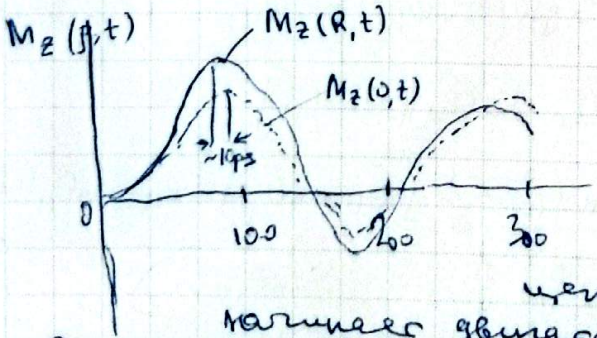
Сдвиг $\pi/2$ of $M_\rho(t)$ и $M_z(t)$ был наблюден.





Чёткое затухание и сдвиг $M_z(t)$ к полож. значениям из-за наличия медленно нарастающего $H_z(t)$.

Web movie – www.sciencemag.org/feature/data/1053788.shl



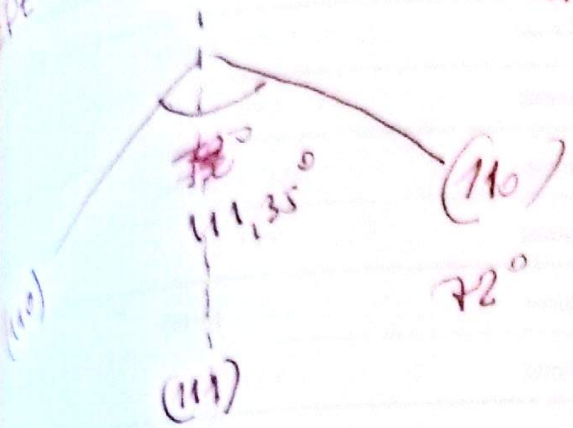
$M_z(R,t) \neq 0$, т.е. жесткий pinning исключается скорее $\frac{\partial M_z}{\partial \rho}\Big|_R = 0$

$M_z(\rho, t)$ запаздывает при $t = 0$ на границе домена, двигаясь к центру, где меняет знак с "+" на "−" и начинает двигаться к краю, где снова меняет знак с "−" на "+". И процесс повторяется. Гипотеза of precessional nature не проходит, т.к. (i) $v_{DW} \simeq 50$ km/s слишком (~10 раз) велика и (ii) waves of precession образовались бы от границы не меняя знака

Escaneado con CamScanner

Weber's seminar - Pt nanoparticles

Pt Twin -(111)
(mirror plane





Sintered particles are polycrystalline.
facets as prepared particles are visible
Short-range order presents in nanoparticles

KIAS 2001 Diary

PHONE NO

전국우편번호

국제항공사전화번호

세계시차표

의례서식

상용한자

경조전보약호문례

도량형환산표

열차시각표

전국대학주소록

Escaneado con CamScanner